

子どもの学習過程に基づく支援の構想

- 5 年生「割合」単元における学習過程の分析を通して -

布川 和彦
学習臨床講座

1. はじめに

割合の学習については多くの提案がなされてきた。特に、子どもの持つ割合のインフォーマルな知識に着目し、そこからフォーマルな割合の知識への移行を促すという立場での指導を提唱したり実践したりする研究も見られる(中村, 2002; Singer et al., 1997; 吉田, 河野, 2003)。本稿では子どもに着目しながらも、こうした研究とは少し方向性を異にし、子どもの学習過程を我々がよりよく理解することを基点としながら(布川, 印刷中)、そこから支援の可能性を探ることを試みる。

2. データの収集

本稿で取り上げる観察は、公立小学校の 5 年生 1 クラスにおいて行われた。3 学期の「割合とグラフ」単元 16 時間の授業¹⁾をビデオカメラで記録した。授業は少人数編成で 20 名の児童からなるクラスであった。習熟度別 3 コースの中の基本コースであった。

カメラは 1 台を教室後方に設置し教師の行為と板書の様子を記録した。別のカメラは観察者が手に持ち、一人の子ども・五月(さつき)さん²⁾の様子を記録した。観察者は基本的には介入せず、計算ミスがあった際に指摘する程度とした。担当教師によると、この子はこのクラスの中では算数を得意にする子だとのことであった。実際百マス計算のときも、機械的に足すだけでなく、他の結果を用いて結果を出す工夫をしていた。また割合の授業の

中で行われる小数を含む乗除の筆算も基本的に問題なく出来ていた。

3. 単元の概要

授業は基本的には教科書に沿って行われたが、導入時には教師が教科書の問題の数値を変更したり、問題の文脈を変えたりするなど工夫をしていた。また途中で補充的なプリントを各自で取り組む時間がとられていた。

第 1 時: バスケットのシュートのうまさを考えることを通した割合の導入。

第 2 時: シュートのうまさと乗用車の混み具合を通した割合を求める式の導入。

第 3 時: 割合の第一用法に関わる問題練習。

バスの混み具合を通した百分率の導入。

第 4 時: 割合と百分率の変換。乗り物調べの場面における百分率の計算。

第 5 時: 身の回りの百分率。割引の問題。百分率で表された場面での第二用法の問題。

第 6 時: 前時の続き。および百分率で表された場面での第二用法の新しい問題。

第 7 時: 前時の問題の続き。

第 8 時: 百分率で表された場面での第三用法の問題。

第 9 時: 定価の 20%引きの値段を考える問題。5%の消費税がついた値段を考える問題。

第 10 時: 確認のプリント。問題には第一用法、第二用法、第三用法が含まれ、割合も小数、百分率、割の形が含まれていた。

第 11 時: 帯グラフの導入。帯グラフから乗り

物の各種類の台数を求める問題。表から各項目の百分率を求め、帯グラフを作成する問題。

第 12 時：表から帯グラフを作成する別の問題。円グラフの導入。円グラフから本の各種類の冊数を求める問題。

第 13 時：前時の後で行われたプリントの返却。表から百分率を求め、円グラフを作成する問題。補充のプリント（各支出の金額から円グラフを作る問題など）。

第 14 時：教科書の単元のまとめの問題。第一用法と第二用法を用いる問題を含む。

第 15 時：まとめの問題の続きと「百分率とグラフ」のプリント。

第 16 時：「割合とグラフ」のプリント。終わった人は前時のプリントの続き。

今回の授業では全体として次のような特徴が見られた。第一に、量を表すテープ図と割合を表す数直線を並べた図³⁾が第 5 時から用いられたが、この図は多くの時間で用意され必要な人には配布された(図 1)。第二に、第二用法と第三用法の問題では割合の式を基にした考え方とともに、1%に当たる量を求める考え方が認められ、またわからない人には 1%を求めてみようといったアドバイスを教師が行っていた。

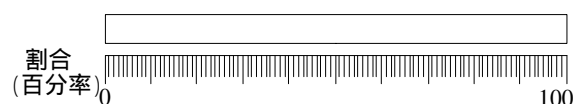


図 1

4. 一人の子ども・五月の学習の様相

4.1 割合の三用法の学習

五月は、小数で表された割合と百分率との変換、および帯グラフや円グラフの読みとりと作成については、学習後すぐに正答していた。他方で、いわゆる割合の三用法に関わる問題の解決については、単元の途中では不安定な様子が観察された。そこでここではまず、こうした問題に対する解決の様子の変遷を見ていくことにする。

4.1.1 第一用法に関わる解決

第一用法については、第 2 時で 4 人乗りの乗用車に 3 人乗っているときと 5 人乗りの乗用車に 4 人乗っているときを比べる場面で、 $3 \div 4 = 0.75$ と $4 \div 5 = 0.8$ を求め、そこから後者の方が混んでいることに気づくことができた。しかし、第 2 時の最後に並べられた碁石の黒っぽさを比べる問題では、50 個中黒石が 21 個に対し $50 \div 21$ を計算していた。第 3 時では 10 問中 6 問正答、6 試合中 6 勝、75 人中 15 人といった場面については割合を求める式を適切に用いたが、7 本のくじで全部はずれのときははずれの割合については $7 \div 0$ と立式をした。百分率の導入で 50 人乗りのバスに 40 人が乗っている場面については、 $40 \div 50$ と立式しながら $50 \div 40$ の計算をしたが、商の 1.25 を見て自分で修正することができた。

その後、第 4 時、第 5 時、第 10 時、第 11 時に第一用法を用いる場面があったが、割合を求める式を適切に用いていた。ただし、第 10 時において一度誤りが観察された。第 10 時の冒頭に、80 本のくじのうち 8 本が当たりという場面を、第 3 時で扱われた碁石の黒っぽさを考える図で表現した図が配られ、当たりが何%かを求める問題が扱われた。その際五月は 80 本中 8 本当たりの状態から、 $80 \div 100 = 0.8$ 、 $0.8 \times 8 = 6.4$ と計算し当たりは 6.4% と答えた。ここでは 1%当たりの量に比べられる量に乗じている。

第 12 時では全体の 28 人に対し 8 人の割合を考える際に $28 \div 8$ の筆算を始める場面が見られたが、すぐに自分で誤りに気づき $8 \div 28$ に修正することができた。その後は、第 16 時までの間に割合を求める式を用いる際に、比べられる量とともにする量を逆にする誤りは見られず、式は適切に用いられた。

第 12 時と第 13 時の間に行われたプリントの中で、5 に対する 3 の割合を求める問題で、 $5 \div 100 = 0.05$ 、 $0.05 \times 0.03 = 0.015$ とした。また、第 13 時ではお小遣いの使い道の表

(本 400 円、学用品 240 円、食べ物 160 円) が与えられて、その円グラフをかくという問題に取り組んだ。その際五月は合計金額を 800 円と求めた後、 $800 \div 100 = 8$ 、 $8 \times 400 = 3200$ という計算をした。少し鉛筆の動きが止まった後、今度は $8 \times 4 = 32$ と計算し 32% とした。続いて 8×2.4 の計算をした。

第 14 時では授業の最初に輪投げを 10 回して 4 回入ったという場面が扱われ、その中でもう 2 回投げて 2 回とも入ったときの入った割合を求める問題があった。五月は $12 \div 100 = 0.12$ 、 $0.12 \times 6 = 0.72$ と計算した。友達の発言を聞き $6 \div 12 = 0.5$ 、 $0.5 \times 100 = 50$ と修正した。その後、他の問題では割合を求める式を適切に用いて割合を求めた。

第 15 時に取り組んだプリントでは、土地利用の表から各利用の割合を求める問題で、全体 150km^2 に対する 48km^2 の住宅地の割合を $48 \div 150 = 0.32$ から 32% と答えるなど、割合を求める式を使うことができていた。第 16 時では比べられる量を 100 で割ることが見られたが、自分で比べられる量 \div もとにする量へと修正でき、その後の別の問題ではこの式を用いていた。

これらの様子から、第 15 時には割合を求める式を比較的安定して用いることができるようになったと考えられる。

4.1.2 第二用法に関わる解決

第 5 時後半で面積 24m^2 の塀にペンキを塗るといふ場面が扱われた。1% を求める方法を教師が全体に問うた際に、教科書を見てではあるが、五月は $24 \div 100$ であることを発言した。その後、100%だと 24 に戻ること、10% は 2.4 になることを右隣の茜に発話した。第 6 時で続きが扱われた際にも、50% を 0.24×50 、25% を 0.24×25 で求めた。

しかし第 7 時の 80 本のくじで 5% の当たりの本数を考える問題では、周囲の $80 \div 5 = 16$ の考えを最初追認していた。教師が子どもに矛盾に気づいてもらおうと 5% が 16 本な

ら 10% はどうなるかと問うた際、五月は $80 \div 10 = 8$ と求め、他の子より早く 5% が 16 本という考えの矛盾に気づくことができ、またそのことを発言した。

第 9 時では 1500 円の 20% を考える問題で、最初 $1500 \div 0.2 = 7500$ としたが、元の値段より高くなることから $1500 \times 0.2 = 300$ に修正した。ただし答えとしては 300 円を書かなかった。教師が「1% を知った方がいい」と全体にアドバイスをすると $1500 \div 100 = 15$ 、 $15 \times 20 = 300$ として答えを求めた。500 円の消費税を求める問題でも 1% を基に考えた。

第 10 時の 45kg の 60% を求める問題では $45 \div 100$ と書いたが、 $45 \div 0.6$ と 45×0.6 に言及し、結局 $45 \div 0.6$ の筆算をした。1400 円の 6 割を求める問題では、隣の茜が提案した $1400 \div 0.6$ には同意せず、しばらくして別の子に 1400×0.6 であるのかを確認した。

第 11 時では、車両全体が 50 台のとき 28% にあたるトラックの台数を求める問題で、 $50 \div 28$ と立式をし、この誤りに気づくことができなかった。第 12 時では、3600 冊の本の 40% にあたる文学の本の冊数を求める問題で、教師がわからない人を黒板の前に集めた際に五月も前に行った。教師が一つの考え方として 1% を求めることを想起させると、説明を最後まで聞かずに席に戻った。しかしこのとき立てた式は $40 \div 100 = 0.4$ であった。その後、前時のノートや教科書を確認をし、 $3600 \div 100 = 36$ 、 $36 \times 40 = 1400$ に修正した。また 18% についても $36 \times 18 = 588$ と計算をした。

第 14 時の最後に 400 円の 12% を考える場面では、1% を $400 \div 100 = 4$ と求められたが、そこから 12% を求めることができず、また $12 \div 100$ の式にも言及した。第 15 時の冒頭にこの続きをしたときは、別冊の計算ドリルを見てから $400 \times 0.12 = 48$ として求めた。第 15 時の後半で取り組んだプリントの中では、生徒 650 人のうち西町に住む 20%、南町に住む 12% が何人になるかを求める問いに対し、650

$\div 100 = 6.5$ 、 $6.5 \times 20 = 130$ 、 $6.5 \times 12 = 78$ とし
てそれぞれ 130 人、78 人と求めた。

第 16 時のテストの中では、全体 5000 人
に対し 30% の商業従事者数を求める問題、
 60km^2 に対し 20% の住宅地の面積を求め
る問題などを、1% を求める方法で解決した。
その後 600 円の 80% を求める際に一度 $600 \div 80$
の式を書いたが、すぐに消して修正するこ
とができた。最後の問題は今までに授業では出
てこなかった濃度の問題であったが、20% の
食塩水 250g に含まれる食塩の重さなどを、
1% を用いる方法でスムーズに解決した。

こうした様子から見ると、第 15 時の後半に
なって 1% を求める考え方が安定してでき
るようになったと考えられる。

4.1.3 第三用法に関わる解決

第 8 時では、 60km^2 の花畑が 20% にあたる
とき畑全体の面積を求める問題で、教師が
1% を出すよう求めると $60 \div 20 = 3$ と計算し、
二重数直線の 1% の位置に 3 km^2 と記入した。
また 3×100 を計算し、二重数直線の 100% の
位置に 300 km^2 と記入した。15% の当たりが
30 本のときじ全体の本数を求める問題で
も、 $30 \div 15 = 2$ 、 $2 \times 100 = 200$ と計算をした。
その後、0.15 と書くがすぐに消した。

第 10 時に km の 24% は 72km の を求め
る問題に取り組んだときは、机間巡視に来た
教師にやり方を尋ねたが、特に式は書かない
うちに授業時間が終わった。

第 12 時の後に取り組んだプリントでは、12
人が全体の 40% にあたる時の全体の人数
を求める問題について $12 \div 0.4$ と立式をし、
正答していた。

第 13 時以降は第三用法の問題に取り組む
場面は観察されなかった。

4.2 五月の学習に見られる特徴

4.2.1 基本的なベンチマークを持っていた

五月の学習では、いくつかの基本的なベン
チマークに頻繁に言及していた。全体が

100% であること、0% だと何もないことだけ
でなく、50% は半分と結びついて用いられて
いた。帯グラフを読んだり作成したりする課
題では、与えられた割合から求めた台数につ
いて、その合計が全体の台数になればよいこ
と、あるいは求めた割合についてその合計が
100% になればよいことを確認のために用い
ていた。特に割合の合計については、第 11
時では足し算をした後、「100% に決まっ
てる」と発言しており、全体が 100% と結びつ
いている様子が見られた。

半分については、割合的な判断の素地とし
ても現れていた。田端 (2003) は、5 年生がシ
ュートのうまさを半分あるいは半分以上とし
て判断したこと、またこの判断を数値化する
ための手がかりとして利用したことを報告し
ているが、五月も第 1 時において「半分以上
はずしている」という理由を書いていた。

全体 = 100% については、五月はある意味で
量的にも利用することが出来た。第 15 時に商
業地が全体の 9% にあたることを求めた後で、
商業地が全体のおよそ何分の 1 にあたるか
という問いについて、五月は $9 \div 100 = 0.11$ の計
算をし 10 分の 1 と答えた。つまり、9% と
100% との関係を直接は把握していないが、
100% を新たなもとにする量として扱ってい
るように見える。また、0.11 という割合をほ
ぼ 10 分の 1 と関連づけることができていた。

割合が 1 のときに全体を表すことについて
も解決の中で用いられた。例えば、第 14 時に
10 問中 7 本正答したときの誤答の割合を求
める問題について、五月は最初 $7 \div 10 = 0.7$ と
したが、誤答が間違った答えであることを指
摘されると、すぐに自分で $1 - 0.7 = 0.3$ と修正
した。なお第 16 時で比べられる量を 100 で割
るという誤りが見られたが、これなども全体
= 100 という感覚の現れと考えることもでき
る。

4.2.2 比例的な見方がある程度できていた

五月の学習では、1% 当たりの量に対し、

a%のときの量を求めるために a 倍をするという考えが好んで用いられていた。

第5時では、 24m^2 の1%を求めるのに $24 \div 100$ をすることは教科書を見て知ったものの、1%が0.24でよいかは $0.24 \times 100 = 24$ となることで確かめられることに気づいている。また10%が何 m^2 かの問いもすぐに2.4と答えている。

第6時では、最初は半分が50%であることを発言し $24 \div 2$ としたが、他の児童が 0.24×50 の考え方を発表すると、「わかった人」の時に挙手をし、さらに指名され「0.24が1%だから、50%を知りたいんだから $\times 50$ 」と説明をした。25%についても二重数直線の25%の位置に印を付けた後 0.24×25 で求めた。

第8時では、こうした理解が第三用法についても見られた。 60m^2 が20%に当たるときに全体の面積を求める問題で、1%を求めようと言う教師の発言に対し、すぐに $60 \div 20$ を計算し、数直線の1%の位置に 3m^2 と記入した。さらに 3×100 を計算し、100%の位置に 300m^2 と記入した。20%、1%、100%の間の比例的な関係がスムーズに利用された。

また1%との関係だけでなく、第7時では10%が100%の10分の1という関係が用いられた。80本のくじの5%を求める問題で、 $80 \div 5 = 16$ より16本とする意見が多数あり、これが検討された。途中で五月は数直線上の10%の位置に印をつけ、 $80 \div 10$ を計算した。ここでは10%が100%の10分の1なので、本数も全体の10分の1になるという関係が用いられており、そうした比例的な見方により自分の考え方を修正できたことになる。

4.2.3 割合を求める式を用いてときどき問題を解決しようとした

第15～16時の様子を見ると、第二用法の問題に対して1%を求める解き方が安定してできるようになっていた。しかし、それ以前の学習では、もとにする量 \times 割合の式により求めようとする、いわば割合のフォー

マな解法を利用しようとする様子が何度か観察された。また第三用法の問題でも、比べられる量 \div 割合の式を用いる場面があった。

第9時において、1500円の20%引きを考える際に、五月は最初、隣の茜と一緒に $1500 \div 0.2$ を計算し、7500円を得た。すぐに「高くなってどうする」と疑問を呈した後で、 1500×0.2 に変えて300円を求め、その後に教師の発言を受けてから1%を基にした考えをした。ここではもとにする量に対し \div 割合や \times 割合が行われている。 $1500 \div 0.2$ をしたことは、前時で 60m^2 が20%に当たるときに全体の面積を求める問題について、教師が $60 \div 0.2$ という考え方を説明したことの影響が推測されるが、ともかく、この問題では第7時まで用いていた1%を求める考え方よりも、割合を求める式を基にした「もとにする量 = 比べられる量 \div 割合」あるいは「比べられる量 = もとにする量 \times 割合」という式を用いて考えようとする様子が見られた。また第10時で取り組んだプリントにおいても、1400円の6割がいくらかを考える問題で、自分から友達に 1400×0.6 であるのかと確認をしていた。

第15時の後半では第二用法の問題を、1%を求める方法で考えたが、授業の最初に前時に残した400円の12%を考える問題を解く際には、冊子状の計算ドリルを見てから $400 \times 0.12 = 48$ として答えを求めた。

こうした式を使いたいという考えが、考え方の混乱を招いた場面もある。第10時で取り組んだプリントの45の60%を求める問題では、最初 $45 \div 100$ の式を書き1%を求める考え方を実行しようとしたが、その後これを消して、 $45 \div 0.6$ という式に変えている。 $45 \div 0.6$ の筆算に進み、1%を求めていたことを生かせなかった。ここでも \div 割合の式を用いようとしていたことになる。

4.2.4 三用法の考え方の混乱が見られた

前項で触れたように、第二用法の場面において、 \div 割合という第三用法の式を何度か用

いていた。第 11 時で 50 台の 28% を求める際に $50 \div 28$ と立式したこと、第 16 時で 600 円の 80% を求める際に $600 \div 80$ と立式したことも、第三用法についての第 8 時の学習の影響とも考えられる。これに加え、4.1.1 で述べた学習の様子を見ると、単元の後半では、第二用法の場面での 1% を基にした考え方と思われるものが第一用法の場面において用いられる様子が何度か観察された。

第 10 時において、80 本のくじのうち 8 本が当たりのとき当たりが何%かを考える際には、 $80 \div 100 = 0.8$ 、 $0.8 \times 8 = 6.4$ と計算し 6.4% と答えていた。ここでは 1% 当たりの量を基にし、これに比べられる量を乗じている。第 13 時のお小遣いの円グラフをかく問題で 800 円に対する 400 円や 240 円の割合を考える場面でも、五月は $800 \div 100 = 8$ 、 $8 \times 400 = 3200$ とし、さらに 8×4 、 8×2.4 の計算をした。これは、積が百分率の値として適切な範囲におさまるように、比べられる量を変形したものと考えられる。第 14 時の輪投げの問題で 12 回中 6 回入ったときの入った割合を求める際にも、 $12 \div 100 = 0.12$ 、 $0.12 \times 6 = 0.72$ と計算した。板書された $6 \div 12 = 0.5$ の式を写した後では、40 本中 16 本当たりのくじと 20 本中 7 本当たりのくじのどちらが有利かを考える問題に対し、 $16 \div 40 = 0.4$ 、 $7 \div 20 = 0.35$ という計算を行い、その結果から前者を選んでいる。

最後のくじの問題の解決や 4.1.1 で述べた第 12 時の様子を見ると、割合を求める式を利用することができないわけではない。これらの場面では、第二用法の場面を考えるための、全体を 100 で割って 1% 当たりを求めるという考え方が、第一用法の解決に混じり込んできたと考えられる。

なお第 12 時で 3600 冊の 40% を求める際に $40 \div 100$ と立式したこと、第 14 時で 400 円の 12% を考える際に $12 \div 100$ にも言及したことは、1% を求める際に被除数としてもとにする量の代わりに割合を用いた誤りとしても考

えられるが、割合に関わり部分 \div 全体をしていることから、第一用法の学習において扱われた部分 \div 全体の考え方の混入として解釈することも可能であろう。

5. 子どもの学習過程から考えられる必要な支援

5.1 五月の学習から示唆される支援

前節で見てきたように、五月の学習においては、基本的なベンチマークや比例的な見方の利用が見られる一方で、割合を求める式を変形したものを使おうとしながら使い切れない様子や、三用法の考え方が互いに影響し混入する様子が見られた。こうした特徴から見たときに考えられる支援としては、三用法及びその中での多様な考えを統一する場、そしてそれらを自覚的に区別し利用するための場を提供することが考えられる。割合概念自体については複数の表象の利用が必要とされる (Parker & Leinhardt, 1995) かもしれないが、量的な扱いに関わっては、考え方を統一する場が、五月の学習の様子を見る限りでは必要とされると言えよう。

こうした場として、今回の授業で頻繁に利用されていた二重数直線を利用することが考えられる。乗法構造の学習における数直線の利用は広く提唱されており、教育史的な考察からその利用を支持する研究もある (金井, 2002) が、五月に関しては特に多様な考えを統合する場としての利用が考えられる。

例えば、第 6 時で 50% の面積を $24 \div 2$ で求めた児童と 0.24×50 で求めた児童がいたが、それらを二重数直線の上で統合する (図 2) ことで両者の関係が見えやすくなると考えられる (cf. 高橋, 1990)。

また、第 8 時において 60 m^2 が 20% に当たるときの全体の面積を求める問題において、教師は 1% をもとにした考え方に加えて、 $0.2 = 60 \div$ より $= 60 \div 0.2$ で全体を求める方法についても解説している。こうした際に、

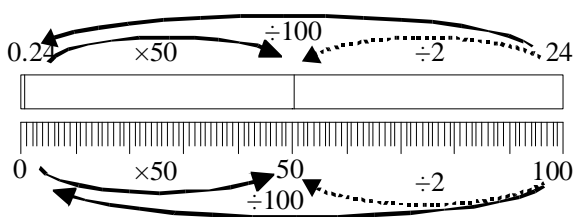


図 2

二つの方法を二重数直線において表現してみること、どちらの考えも、20%で60 m²という対応から100%における対応を、比例の考え方をもとに構成しているという関係が、図の上に現れる(図3)。こうした統合は、4.2.3で述べた割合を求める式の利用を、五月が用いることのできる1%を基にした考えから支えることにつながると考えられる。

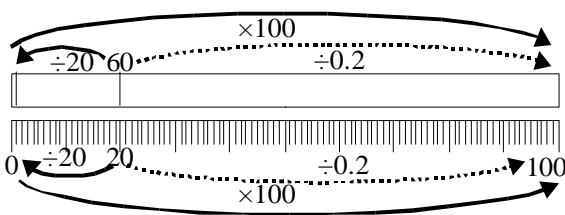


図 3

五月はまた4.2.4で述べたように第一用法の場面で1%に当たる量を求めるという考え方をしていたが、これを生かしていく方向も示すことができる。例えば、第10時で80本のくじのうち8本が当たりという場面で1%を求めた状態にあるとき、1%に当たる0.8本と当たりくじの8本とを比べることで、その割合を求めることができる(図4)。

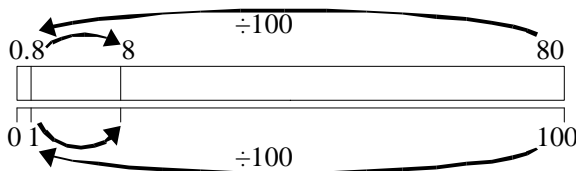


図 4

こうした形での統合は、単に各用法における多様な考え方の関係を明示的にするにとどまらず、三つの用法自体も、割合と量の2組のペアのうち未知の量を求めること、として

統合されることになる。三用法あるいはその中の多様な考えの関係を明示的にすることで、割合の式に基づく考えを自信を持って使えない、あるいは三用法の考えが混乱するといった特徴を持つ五月の学習への支援となることが期待されよう。

図4で例とした80本のくじの問題では、第一用法の場面で1%に当たる本数を求めるという、授業では扱われなかった考え方をし、なおかつ完遂できなかった。こうした考え方を彼女が意識的にコントロールするためには、式などで行われた考えを数直線上に表現するだけでなく、子ども自身が数直線から新たな情報を得ることが必要となる。つまり、大谷(2002)の述べるような、社会的機能だけでなく思考機能を持つようになることを要求するであろう。数直線から新たな情報を得るためには、そこに学習者が新たな要素を付加する、あるいは表現されたことの新たな組み合わせを意味づけるといった、ある種の働きかけが必要である(布川, 1993)と考えると、二重数直線に対する比例的な見方を基にした働きかけを含めた支援が必要となろう(cf. 中村, 1999)。

特に、第一用法の考え方について、二重数直線に思考機能を持たせようとした場合には、求める割合が分かっていない時点で数直線に既知の情報を記入する必要から、割合を表す方の直線を図4のように空(から)数直線(empty number line; Treffers, 1991)とする必要がある。このように割合の目盛りがなくなることから、2つの割合を学習者が意識的に関係づけることが求められ、この意味においても、二重数直線への働きかけを含めた支援が必要と考えられる。

5.2 五月に見られる二重数直線利用の素地

五月の学習では、こうした支援を可能とすると思われる素地に当たるものが観察された。

まず二重数直線の利用、特に思考機能を持たせるためには、比例的な見方が必要となる。

4.2.2 で述べたように、五月はある程度こうした比例的な見方ができていた。さらに、4.2.1 で述べたように、彼女は基本的なベンチマークを持っていた。ベンチマークが使えることは、空数直線を利用する際におおよその量を保持して記入するには有用であろう。

五月は第 8 時には 3m^2 1%、 300m^2 20% とノートに書いている。教師の板書では「1% $60 \div 20 = 3$ 3m^2 」等と「1%を求めるには」といった形の表記であるが、五月の表記では割合と量との対応の形になっている。第 9 時にはこうした対応は 1% = 15 円、20% = 300 円という板書にはない表記としてノートに書かれた。五月は、100%と全体の量を対応させることを、配布されたプリントで二重数直線を用いる際に適切に行っていたが、ここで見られた彼女なりの表記は、他の割合についてもこうした対応を意識しようと試みていたことを示しており、二重数直線を用いるのに役立つと考えられる。

今回の授業では単元の初期において、割合を考える際に教師は部分 - 全体の関係に注意を向けており、五月もそうした関係から比べられる量とともにする量を判断していた。Parker & Leinhardt (1995, p. 468)は、二重数直線が部分 - 全体の関係を保つことを指摘しているが、図 1 のようなテープ図を含む二重数直線においては、部分 - 全体の関係に基づく見方がテープ図部分の利用を助ける可能性があると考えられる。

5.3 二重数直線の利用で求められる要素

五月の学習には、二重数直線の利用を支える要素が見られたが、他方で彼女の学習の様子から、二重数直線の利用にとって欠けている要素のあることも推測された。

第 12 時後のプリントで 5 に対する 3 の割合を求める問題では 4.1.1 で述べたように $0.05 \times 0.03 = 0.015$ という計算をした。実は問題には二重数直線は添えられていたが、五月はそこに全く書き込みをしていない。5.1

では二重数直線への働きかけが必要であることを確認したが、五月にはこの働きかけが不足していたと言えよう。

二重数直線への既知の量の記入を基に割合の式を立てることについては、記入された量の数直線上での位置関係に基づき式を考えることが提唱される場合がある(e.g. Dole, 2000; 加藤, 1980; Parker & Leinhardt (1995)の pp. 466-468 における議論も参照)。しかし、5.1 で述べたような多様な考えを関連付ける場として二重数直線を考えたり、そこに思考機能を持たせようとしたりする場合には、図 2 ~ 4 に見られるような比例的な見方により直線上の量を関係づけることが意識的に行われなければならない。五月が持っている比例的な見方(4.2.2)を意識化させる中で、そうした働きかけを促していくことは必要となる。

Lo & Watanabe (1997)は比の理解の発達に有用な知識として倍数などの乗法的な数の関連をあげている(p. 230)が、上述の働きかけにおいては、小数の範囲でのそうした知識が必要になると考えられる。

例えば、0.6 を 1 にするためには $0.6 \div 0.6$ をする、1 を 0.2 にするには 1×0.2 をするといったことが用いられる。同様のことを百分率で行うとすれば、100 を 25 に変えるには 100×0.25 、60 を 100 に変えるには $60 \div 0.6$ をするといった知識が必要となる。もしも 100 を 20 にするには何倍するかを計算により求めようとすると、別の演算決定の問題が生じてしまい、二重数直線の利用を阻害することになる。さらに多様な考えを関連付けるには、半分や $\div 2$ をすることが $\times 0.5$ に等しいこと、 $\div 10$ をすることは $\times 0.1$ に等しいことなども、重要な役割を果たすと考えられる。

五月は第 15 時において 650 人の 1%分を求める際に $650 \div 100$ の筆算を行っている。82.5%と 0.825 の間の変換などでは小数点の移動により答えを求めていたが、1%を求める場面では筆算を実行することがほとんどで

あった。したがって上で述べたような小数を含む典型的な数量関係については、筆算に依拠せずに利用していくことも促す必要が出てくるであろう。

第一用法に関わっても二重数直線で扱う場合、特に割合を求める式を扱う場合には、二重数直線において縦の比例的な見方をする必要が出てくる(図5)。こうした扱いについては授業で扱われなかったこともあり、五月の学習でも観察されなかった。縦の見方に対応する比例的な見方も、適宜促す必要が出てくる可能性がある。横の見方に加えて縦の見方を行うことは、割合の学習自体にとって必要なことでもある (Singer et al., 1997)。

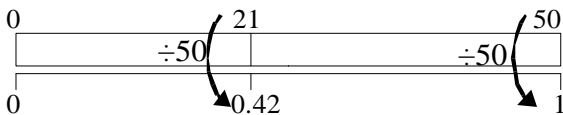


図5

5.4 二重数直線の利用から期待される学習

二重数直線は五月の学習で見られた混乱に対する支援として提案された。その利用の素地の一部は彼女の学習で既に見られていたものの、彼女に新たな考え方を要求せざるをえない部分のあることを上で述べた。そこで最後にここでは、あえて利用したときに期待される効果を述べておくこととする。

二重数直線を用いて割合を学習することで、割合に関わる数感覚を持つ可能性が考えられる。例えば、第15時において取り組まれたプリントでは、全体の面積に対する 27km^2 の百分率と 13.5km^2 の百分率を求めることが含まれる問題があった。五月はそれぞれ27と13.5を全体の面積で割っていたが、13.5が27の半分であることを用いれば、その百分率も半分となるとして求めることも出来る。二重数直線の上で量あるいは割合の間の多様な関係を探求することは、こうした割合の理解を促す可能性があると考えられる。

さらに、Owen & Sweller (1985)は目標を緩和した問題により領域固有なスキーマの獲得が促

されるとしているが、これに従えば、「30%はいくつですか」といった問いだけでなく、「いろいろな割合のときにいくつになるかを考えてみましょう」といった問いを扱うことも考えられる。これは、二重数直線上での操作を行うことで、ベンチマークをさらに豊かにすることとも捉えることができよう。ベンチマークを豊かにすることで、素朴な割合概念と算数的な割合概念とを接続することが期待される (Lembke & Reys, 1994; Parker & Leinhardt, 1995)。

吉田と河野(2003)は割合を表す図式を導入し、単元を再構成しているが、子どもたちは割合の見積もりができるようになり、結果として割合の問題の解決にも効果が見られたとしている。彼らの図式を、部分 - 全体の相対的な大きさの関係を示すものと捉えれば、前述した部分 - 全体の関係を保持するという二重数直線の特徴は、この表象により割合の大きさの見積もりが促進されることを示唆するものと言える (cf. 中村, 1999)。

6. おわりに

本稿ではひとりの子どもの学習の様子から、可能な支援として二重数直線による多様な考え方の関連づけを提案した。これはいわば、学習者が二重数直線を表象レベルでの文化的ツールとして使うことで、結果として割合という知識レベルでの文化的ツールを自覚的に使えるようになるよう支援することと捉えることができる。

二重数直線も文化的ツールである以上、その利用には多くの制約がある (廣井, 2001)。本稿では利用の可能性を、子どもの学習に見られたいくつかの特徴から論じたが、数直線に対する働きかけが、子どもが直感的に把握できるものとなっているかは、さらに検討が必要であろう。また今回の考察では、三用法の問題における考え方を中心にしてきたため、割合概念自体の理解については直接触れることができなかった。この方向での考察も今後

の課題として残されている。

謝辞：調査にあたりご協力頂きました廣井弘敏先生と大久佐政美先生にお礼申し上げます。本研究は科学研究費補助金・基盤研究(C) (課題番号 14580186)の支援を受けて行われている。

註および引用・参考文献

- 1) 第12時と第13時の間に割合の問題のプリントに取り組む時間があったが、この時間は記録していない。観察した児童のプリントのコピーは記録として残されている。
 - 2) 本稿に現れる名前はすべて仮名である。
 - 3) この図を以下では Treffers (1991)に倣い二重数直線と呼ぶことにする。
- Dole, S. (2000). Promoting percent as a proportion in eighth-grade mathematics. *School Science and Mathematics*, 100 (7), 380-389.
- 廣井弘敏. (2001). 算数の問題解決における図による問題把握の研究. *上越数学教育研究*, 16, 167-176.
- 金井寛文. (2002). 割合に関する児童・生徒の理解の実態についての一考察. *日本数学教育学会誌*, 84 (8), 3-13.
- 加藤康順. (1980). 割合の指導についての一考察：2本の数直線を組みあわせた図の利用. *日本数学教育学会誌*, 62 (10), 25-30.
- Lembke, L. O. & Reys, B. J. (1994). The development of, and interaction between, intuitive and school-taught ideas about percent. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25 (3), 237-259.
- Lo, J.-J. & Watanabe, T. (1997). Developing ratio and proportions schemes: A story of a fifth grader. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (2), 216-236.
- 中村享史. (1999). 乗除法の指導における数直線の教育的役割. *新しい算数・数学教育の実践をめざして*(pp. 87-95). 東洋館.

- 中村享史. (2002). 割合指導に関する研究の動向と今後の方向. *日本数学教育学会誌*, 84 (8), 14-21.
- 布川和彦. (1993). 数学的問題解決における図の役割と解決者による意味づけ. 三輪辰郎先生退官記念論文集編集委員会(編), *数学教育学の進歩*(pp. 303-320). 東洋館.
- 布川和彦. (印刷中). 問題解決の研究と学習過程の探求：学習過程臨床という視点に向けて. *日本数学教育学会誌*.
- 大谷実. (2002). 初等・中等教育段階の接続性を持つ数学的活動カリキュラムの開発と評価. *科学研究費補助金研究成果報告書*.
- Owen, E. & Sweller, J. (1985). What do students learn while solving mathematics problems? *Journal of Educational Psychology*, 77 (3), 272-284.
- Parker, M. & Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, 65 (4), 421-481.
- Singer, J. A., Kohn, A. S., & Resnick, L. B. (1997). Knowing about proportions in different contexts. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics* (pp. 115-132). East Sussex, UK: Psychology Press.
- 田端輝彦. (2003). 同種の量の割合の導入に関する一考察. *日本数学教育学会誌*, 85 (12), 3-13.
- 高橋雄一. (1990). 「なぜ、分母をかけるのか」のこだわり数直線を持ち込んで. 古藤怜ほか(編著), *算数科多様な考えの生かし方まとめ方* (pp. 156-161). 東洋館.
- Treffers, A. (1991). Didactical background of a mathematics program for primary education. In L. Streefland (Ed), *Realistic mathematics education in primary school* (pp. 21-56). Utrecht: Freudenthal Institute/CD-β Press.
- 吉田甫, 河野康男. (2003). インフォーマルな知識を基にした教授介入：割合概念の場合. *科学教育研究*, 27 (2), 111-119.

