

## 第2学年『確率』サイコロの問題(1/3時間)

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点	授業ビデオ
生徒の既有的確率知識を探る	<p>日常生活の中で確率という言葉を使ったことがありますか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・当たる確率とか。</li> <li>・天気予報の降水確率とか。</li> </ul> <p>サイコロを1回振るとき、「1の目」が出る確率は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「1の目」が出る確率は<math>\frac{1}{6}</math>。</li> <li>・「1の目」が出る確率を<math>\frac{1}{6}</math>と考えた理由は？</li> <li>・サイコロは全部で6面あり、1はそのうちの1つだから。</li> <li>・サイコロの目は全部で6つで、「1の目」は1つしかないから。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・確率の学習を始めるにあたり、生徒が日常的に確率という言葉を使っていることを確かめ、確率の学習への意欲を高める。</li> <li>・簡単な確率の問題を提示し、生徒の確率に対する既有的知識を探る。</li> <li>・サイコロの「1の目」が出る確率の求め方を、生徒に自分の言葉で表現できるようにする。</li> </ul>	
本時の課題	<p>サイコロを2回振るとき、「1の目」が出る方と出ない方とではどちらに賭けた方が有利か？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「1の目」が出ない方に賭けた方が有利。</li> </ul> <p>6回だとどうか？</p> <p>サイコロを3回振るとき、「1の目」が出る方と出ない方とではどちらに賭けた方が有利か？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・3回振れば1回くらいは「1の目」が出るから、「1の目」が出る方に賭けた方が有利ではないか。</li> <li>・3回振ったとしても「1の目」が出ない方が有利なことは変わらない。</li> <li>・「1の目」が出る確率は<math>\frac{1}{6}</math>だから6回に1回は「1の目」が出るのではないか、3回チャンスがあるから五分五分ではないか。</li> <li>・どちらも確率は<math>\frac{1}{2}</math>で、五分五分ではないか。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・本時生徒に考えさせる問題につなげるために、導入時の問題の文脈を「どちらに賭けた方が有利か」へと発展させる。</li> <li>・生徒から「五分五分ではないか」というような予想が出されるように、問題の提示の仕方などを工夫する。</li> <li>・生徒それぞれが予想を持って、実験に取り組むようにする。生徒に予想を持たせ、それを確かめるための実験を行う。</li> </ul>	 
実験による検証	<p>実際にどちらが有利かを実験で確かめてみよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>&lt;実験の内容&gt; サイコロを生徒に1個ずつ配布する。 サイコロを3回投げることを1セットとする。 1回でも1の目が出たら生徒が勝ちとし、1の目が出なかったら教師の勝ちとする。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・生徒は個々に10回の実験をおこない、その結果を記録用紙にまとめる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・「1の目が出る方に賭ける」と0.42の割合で勝ち、「1の目が出ない方に賭ける」と0.58の割合で勝つことになる(数学的確率において)。</li> <li>・できるだけどちらも公平ということを生徒に意識させてから、教師は1の目が出ない立場を選ぶ。</li> <li>・教師一人対生徒一人の勝負とすることで、実験に対する意欲を高める。</li> <li>・記録用紙(ワークシート)を配布する。</li> <li>・1回目の実験に対する結果を確認することで、生徒が正しい実験を行っているか、または実験結果を正しく記録できているかを確かめる。</li> <li>・クラス全体の実験結果をまとめる。</li> </ul>	   

回	1回目	2回目	3回目	勝敗
1	2	1	6	勝
2	5	4	3	負
3	1	2	1	勝
~~~~~				
10	2	3	3	負
合計				4

実験1回目

2回目

10回まで

どちらが有利なのか？(実験結果に対する考察)

- ・勝った(円儲かった)
- ・負けた(円損をした)
- ・予想と同じで自分は五分五分だった。
- ・全体(みんな)で考えると負けている人の方が多い。
- ・先生の方が得なのではないか。

- ・多くの試行を対象とするために個人の結果だけでなく、クラス全体の結果にも視点を当てて考察するように投げ掛ける。
- ・教師がどれだけ勝ったかをまとめてもよい。



結果の解釈

1の目が出ない方が有利なのは偶然なのか？(実験結果に対する妥当性について)

- ・偶然なのではないか。
- ・実際に実験して確かめたんだから、1の目が出ない方が有利なのは明らかだ。

【実験結果の評価】

- ・実験結果が偶然かどうかの判断は生徒の判断を尊重し、認めるようにする。



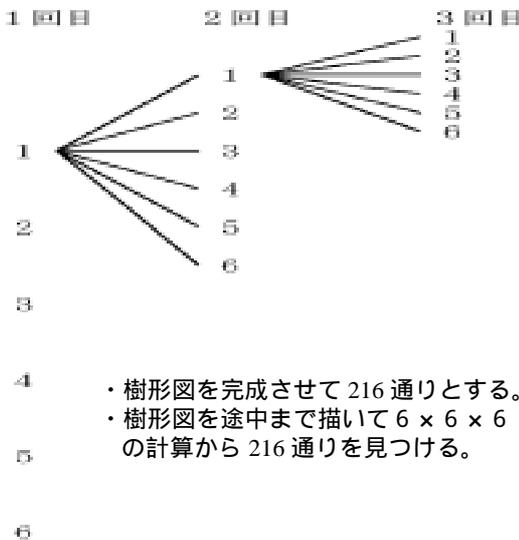
樹形図に基づく分析的検討

起こり得る場合のすべての数を明らかにして、実験結果についてさらに考えてみよう。

サイコロを3回振ったとき、起こり得る場合としてどんなことが起こりましたか？

- ・1回目が2、2回目が1、3回目が6という場合があった。
- ・1回目が5、2回目が3、3回目が5という場合があった。

起こり得るすべての場合の総数を確かにする。



- ・樹形図を完成させて216通りとする。
- ・樹形図を途中まで描いて  $6 \times 6 \times 6$  の計算から216通りを見つける。

起こる場合の数を確かにする。

- ・樹形図から1の目が出ている場合を数え上げて91通りである。
- ・1回目で1の目が出るのは... 3通り
- ・1回目で2の目が出て、2回目に1の目が出るのは... 6通り
- ・1回目で2の目が出て、2回目に2の目が出て3回目に1の目が出るのは... 1通り
- ・このような考え方で  $3 + 6 + 5 \times 6 = 91$

3回投げて1の目が出る確率を求める。

$$\text{3回投げて1の目が出る確率} = \frac{91}{216}$$

(生徒が勝つ確率)

【標本空間の表記】

- ・起こり得る場合の標本を確かにする。例えば(2,1,6)というようにする。

- ・ワークシートに記入されたものから、起こり得る場合のすべての数を表す方法へとつなげる。

【樹形図の導入】

- ・起こり得るすべての場合の総数を書き尽くすために、樹形図を教師が導入する。

- ・A3版の用紙を生徒に配布しておく。

- ・樹形図については、最初は教師と生徒で作り上げ、頃合いをみて生徒個人の活動にする。

- ・樹形図が正しく描けているか確認する。

- ・生徒同士で、間違っていないかどうかを吟味させる。

- ・樹形図をもとに簡単に数え上げる方法で考えている生徒がいなければ見つける。また、援助を必要としている場合は、援助する。

- ・確率を求めるにはすべての場合の総数とあることがら起こる場合の数を正しく求める必要があることを理解させる。

- ・確率を学ぶことにより、身の回りの問1題を正しく判断することができることを理解させる。



第2学年「確率」サイコロの問題(2/3時間)

	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点	授業ビデオ												
前時の復習	<p>サイコロを3回振ったとき、1回でも1の目が出る方に賭けると、1回も1の目が出ない方に賭けるとではどちらが有利でしたか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1の目が出ない方に賭ける方が有利。</li> </ul> <p>1の目が出ない方が有利とした根拠は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>実験で確認した。</li> <li>樹形図を使って確率を求めたから。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>前時の活動を振り返る。</li> </ul>													
数学的 確率の 最初の 定式化	<p style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">確率の正しい求め方について考えてみよう。</p> <p>サイコロを1回を振ったとき、すべての起こり方としてどんな場合がありますか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1が出ることもある。</li> <li>他にも2, 3, 4, 5, 6が出る場合がある。</li> </ul> <p>サイコロを1回振ったときのすべての起こり方</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(1), (2), (3), (4), (5), (6)</p> </div>	<p>【ベン図の導入】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>起こり得るすべての場合の総数を書き尽くすために、ベン図を導入する。</li> <li>1の目が出ることを導入されたベン図で確認すると共に、ベン図における<u>数学的確率の定式化</u>をする。</li> </ul> $\frac{1}{6} = \frac{\text{部分の数}}{\text{全体の数}}$													
サイコロを3回振ったときのすべての起こり方を明らかにして計算により	<p>サイコロを3回振ったときのすべての起こり方についても同様に表すとどうなるだろうか？</p> <p>サイコロを3回振ったときのすべての起こり方</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(1, 4, 4) (6, 1, 4) (2, 4, 6) ⋮ ⋮</p> </div> <p>サイコロを3回振ったときに1回でも1の目が出る確率を求めるために明らかにすることは何か？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>サイコロを3回振ったときのすべての起こり方。</li> <li>1回でも1の目が出る場合の数がいくつか。</li> </ul> <p>サイコロを3回振ったときのすべての起こり方の数、1回でも1の目が出る場合の数はいくつですか？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">サイコロを3回振ったときのすべての起こり方</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">1回でも1の目が出ること</td> <td style="padding-left: 5px;">(2, 4, 6)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">(1, 4, 5)</td> <td style="padding-left: 5px;">(4, 5, 5)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">(3, 1, 1)</td> <td style="padding-left: 5px;">(6, 2, 3)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">(5, 1, 2)</td> <td style="padding-left: 5px;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">⋮</td> <td style="padding-left: 5px;">⋮</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">⋮</td> <td style="padding-left: 5px;">⋮</td> </tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>生徒は前時の樹形図を参考にそれぞれの数を考える。</li> <li>樹形図が完成していない生徒は前時の続きを行う。</li> </ul>	1回でも1の目が出ること	(2, 4, 6)	(1, 4, 5)	(4, 5, 5)	(3, 1, 1)	(6, 2, 3)	(5, 1, 2)	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	<ul style="list-style-type: none"> <li>ベン図において確率 <math>\frac{1}{6}</math> の求め方を明らかにする。</li> <li>サイコロを1回振ったときの1の目が出る確率の求め方をもとに、サイコロを3回振ったときに1回でも1の目が出る確率を求めるために明らかにすることを確認する。</li> <li>前時の樹形図と本時のベン図とを対応させることで、確率を求めるために樹形図がすべての起こり得る場合の数などをもれなく数えあげの方法となっていることの意味づけをする。</li> <li>樹形図は途中までかいて後は生徒に考えさせる。</li> </ul>	   
1回でも1の目が出ること	(2, 4, 6)														
(1, 4, 5)	(4, 5, 5)														
(3, 1, 1)	(6, 2, 3)														
(5, 1, 2)	⋮														
⋮	⋮														
⋮	⋮														

確率を求める

- サイコロを3回振ったときのすべての起こり方の数は216。
- 1回でも1の目が出る場合の数は91。

サイコロを3回振ったときのすべての起こり方の数が216通り、1回でも1の目が出る場合の数が91通りであることを樹形図を完成させて求めたのか？

- 樹形図を全部描かなくても求めることができる。
- 計算して求めることができる。

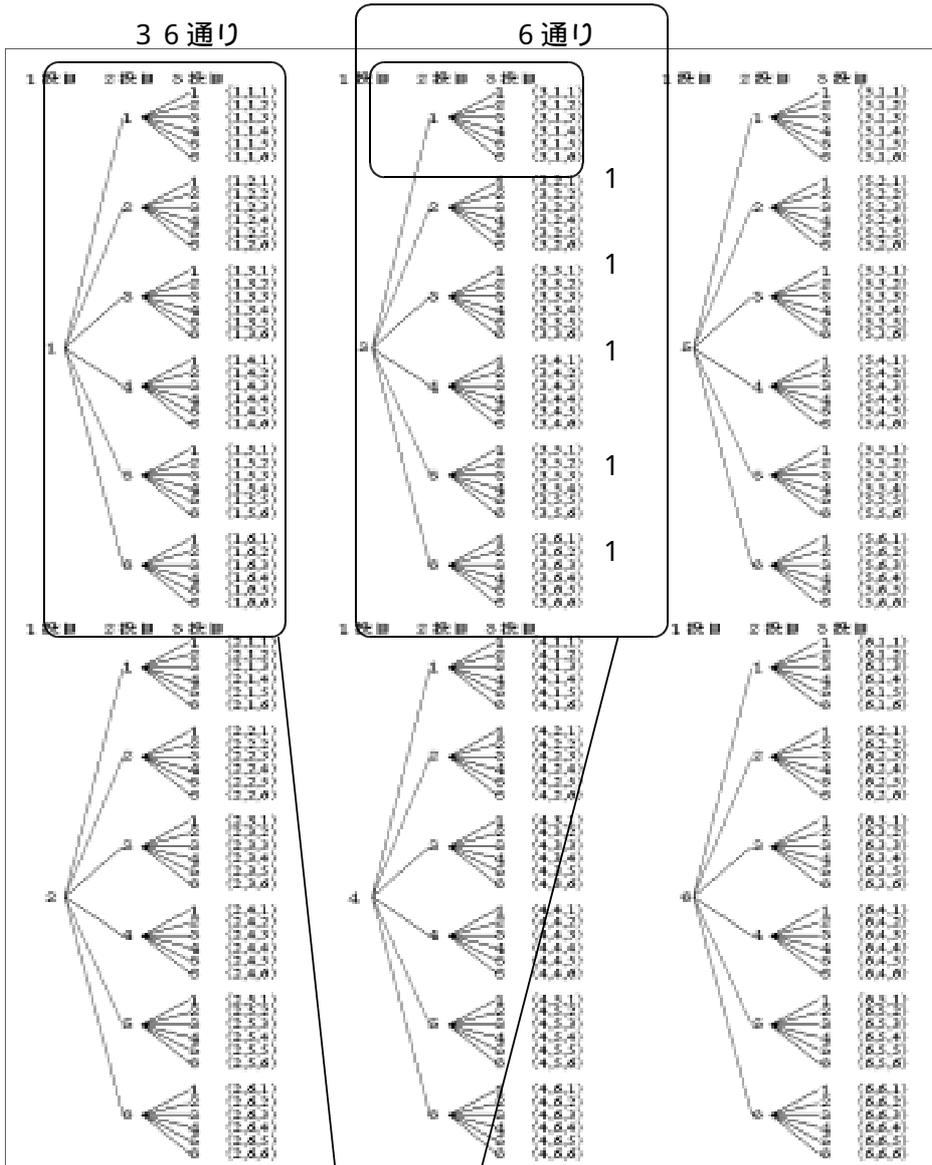
どのようにして求めたか明らかにしよう。

- 樹形図を利用して説明する。

- 樹形図を完成させて求めることに困難を示す生徒に、計算によって求めている生徒がいることを知らせてもよい。

- 計算による求め方を全体で共有する。

- 樹形図やベン図を利用し、計算による求め方の理解を図る。



$$\frac{\text{部分の数}}{\text{全体の数}} = \frac{36 + 11 \times 5}{216}$$

$$= \frac{91}{216}$$

第2学年「確率」サイコロの問題(3/3時間)

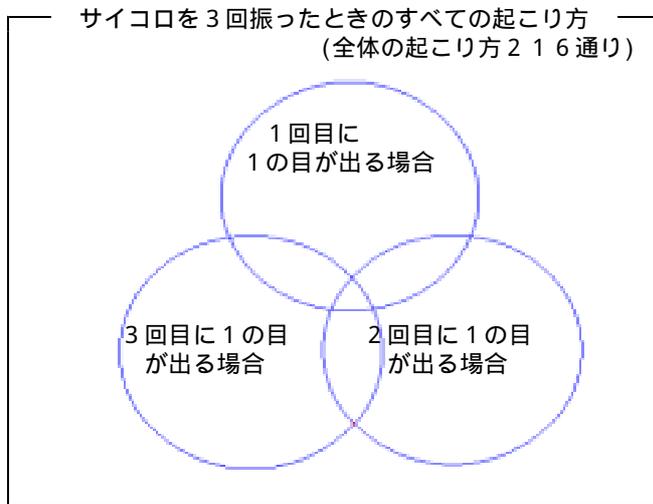
	学 習 活 動	教師の指導援助及び留意点	授業ビデオ			
前時の学習を振り返りながら本時の課題提示の準備をする	<p>サイコロを3回振ったときに1回でも1の目が出る確率はいくつでしたか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>216分の91。</li> </ul> <p>サイコロを3回振ったとき、1回目に1の目が出るのは何通りあるか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>36通りある。</li> </ul> <p>サイコロを3回振ったとき、2回目、3回目に1の目が出るのはそれぞれ何通りあるか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>2回目に1の目が出るのは36通りある。</li> <li>3回目に1の目が出るのも36通りある。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">サイコロを3回振ったときのすべての起こり方 (全体の起こり方216通り)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 33%;">                     1回目に1の目が出る                      (1, 4, 5)                      (1, 2, 3)                      ・                      ・                      ・                      36通り                 </td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 33%;">                     2回目に1の目が出る                      (2, 1, 5)                      (5, 1, 6)                      ・                      ・                      ・                      36通り                 </td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 33%;">                     3回目に1の目が出る                      (4, 2, 1)                      (6, 5, 1)                      ・                      ・                      ・                      36通り                 </td> </tr> </table> </div>	1回目に1の目が出る (1, 4, 5) (1, 2, 3) ・ ・ ・ 36通り	2回目に1の目が出る (2, 1, 5) (5, 1, 6) ・ ・ ・ 36通り	3回目に1の目が出る (4, 2, 1) (6, 5, 1) ・ ・ ・ 36通り	<ul style="list-style-type: none"> <li>前時の学習を振り返る。</li> <li>第1時において、サイコロを3回振ったときに1回でも1の目が出ることと出ないことは五分五分であるとする生徒が多数存在した。そこでその予想が正しいとするベン図を教師から提示する。</li> </ul>	 
1回目に1の目が出る (1, 4, 5) (1, 2, 3) ・ ・ ・ 36通り	2回目に1の目が出る (2, 1, 5) (5, 1, 6) ・ ・ ・ 36通り	3回目に1の目が出る (4, 2, 1) (6, 5, 1) ・ ・ ・ 36通り				
本時の問題の提起	<p>1回目、2回目、3回目に1の目が出るそれぞれの確率は？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1回目に1の目が出る確率は <math>\frac{36}{216}</math> で約分すると <math>\frac{1}{6}</math> になる。</li> <li>2回目、3回目に1の目が出る確率も <math>\frac{1}{6}</math> になる。</li> </ul> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p>サイコロを3回振ったときのすべての起こり方 (全体の起こり方216通り)</p> <p>3回でも1の目が出る                      (1, 4, 5)                      (3, 1, 1)                      (5, 1, 2)                      ・                      ・                      ・                      91通り</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; padding: 5px; text-align: center;"> <p>サイコロを3回振ったときのすべての起こり方 (全体の起こり方216通り)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 33%;">                             1回目に1の目が出る                              (1, 4, 5)                              (1, 2, 3)                              ・                              ・                              ・                              36通り                         </td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 33%;">                             2回目に1の目が出る                              (2, 1, 5)                              (5, 1, 6)                              ・                              ・                              ・                              36通り                         </td> <td style="border: 1px solid gray; padding: 5px; width: 33%;">                             3回目に1の目が出る                              (4, 2, 1)                              (6, 5, 1)                              ・                              ・                              ・                              36通り                         </td> </tr> </table> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{91}{216}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{108}{216}</math> </div> </div> <p>どちらの考え方が正しいのだろうか？</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>どちらの考え方も正しいのではないか？</li> <li>確率が2つでてくるのはおかしい。</li> <li>わからない。</li> </ul>	1回目に1の目が出る (1, 4, 5) (1, 2, 3) ・ ・ ・ 36通り	2回目に1の目が出る (2, 1, 5) (5, 1, 6) ・ ・ ・ 36通り	3回目に1の目が出る (4, 2, 1) (6, 5, 1) ・ ・ ・ 36通り	<ul style="list-style-type: none"> <li>一見どちらも正しいと考えられる2つのベン図を対比させることで、生徒に新たな問題意識を生じさせ、なぜ自分たちが五分五分と予想したのか考えることを促す。</li> <li>【葛藤を生起させる】</li> </ul>	 
1回目に1の目が出る (1, 4, 5) (1, 2, 3) ・ ・ ・ 36通り	2回目に1の目が出る (2, 1, 5) (5, 1, 6) ・ ・ ・ 36通り	3回目に1の目が出る (4, 2, 1) (6, 5, 1) ・ ・ ・ 36通り				
課題の解決を	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0; text-align: center;">                 どちらの考え方が正しいのかを明らかにしよう。             </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>実験では1の目が出ないことの方が多かったんだから、<math>\frac{91}{216}</math>の方が正しいはずだ。</li> </ul>					

図  
る

- ・右の図では重なっている部分がある。
- ・右の図では(1, 1, 2)が2回あることになる。
- ・右の図では重なっている部分を108から引かなきゃだめだ。
- ・左の図の方が正しい。
- ・五分五分と予想したのは右の図だ。

ま  
と  
め

図で正しくかいてみよう。



サイコロを3回振るときの新しい問題を自分たちで作って、その問題を解いてみよう。

- ・3回振ったとき、3回とも同じ目が出る確率。
- ・3回振ったとき、全部ばらばらの数が出る確率。
- ・3回振ったとき、数が階段になっている確率。
- ・3回振ったとき、数が1個ずつ増えている確率。
- ・3回振ったとき、(1, 1, 1)と(4, 2, 5)とではどちらの方が出やすいか？

・ベン図を利用して整理し、まとめる。

・「重なっている」の意味を視覚化する。

・同じ目が出る確率は？  
(教師による例示)

・生徒による問題設定

