上越数学教育研乳第17号，上越教育大学数学教室，2002年，pp. 125－136.

算数を苦手とする児童の学習過程に関する実践的研究

松　屋　　徹
上越教育大学大学院修士課程2年

1　はじめに

算数学習における個別指導では，教師が一緒だとできることでも，教師が離れるとできなくなり，めちゃくちゃなことをするという児童が必ず存在する。筆者は，このような児童のことを“算数を苦手とする児童”と捉え，彼らに対してどのように指導すればよいのか考えるようになった。これが本研究の動機である。

本研究の目的は児童に寄り添い，児童への実践的な指導を通して，児童の学習過程をよりよく理解することによって，個別指導の改善の手がかりを得ることである。

2　研究の背景

筆者は，まず文部省（1984）が示した個人差の諸側面などを整理した水越（1988）の「量的な個人差」と「質的な個人差」に注目した。しかし，その中で紹介されているそれぞれの個人差に対応するための指導法やシステムが，果たして実際に目の前で困っている児童にあった指導になるのかという疑問が生じた。そこで，筆者は教師と児童が一対一で行う形態で個別指導の在り方を構成する必要があると考えた。

一対一で行う個別指導は補充・矯正を促すための治療的な指導と位置づけられている。治療的な指導のために，渋谷（1986）は，形成的評価の観点，北尾（1988）は，指導の長期化と自律性の観点を明らかにしている。その日律性については，ピアジェの思想をもとにしたC. カミイの知見を考察することによって，評価の基準が児童の内部に存在することの必要性が明らかになった。

次に，一対一の個別指導の文脈における個の学習過程に注目した先行研究を概観した。まずは，認知心理学の知見を援用した市川（1993）が提唱する認知カウンセリングを概観した。これは，認知的な問題に対する学習相談を展開する活動である。認知カウンセラーが，クライエントの考えを共感的に受け止めた上で，彼らに自身の学習方略・学習観に目を向けさせる。そして，彼ら自身が問題点を改善することにより，最終的には，彼らが自律的な学習態度を身に付けていくというものである。この方法は，まさに治療的な指導といえるだろう。

しかし，その成果を学校現場の実践に，そのままの形で持ち込むことは難しいと考えられる。それは，児童の参加の態様，指導者の立場，人間関係という状況面での相違が大きいからである。その相違点を以下の表1にまとめる。

	学校での個別指導	認知カウンセリング
児童の参加	勧誘～半強制	自主的
指導者の立場	評価をにぎっている	評価をにぎっていない
児童と指導者との人間関係	できている	ラポートがある

嚢1

学校での個別指導はほとんどの場合，学級担任

が行っている。担任はその子の評価をにぎっている人である。一方，認知カウンセリングにおけるカウンセラーは，その子の評価をにぎっていないアカの他人である。そのため市川は，認知カウンセリングは相談者が「本当の自分」を表出しやすいとしている。その方がカウンセリングはうまくいくと主張している。

次に，認知カウンセリングと同じような状況で行われた森田（1991）の教育相談での事例を概観した。小学5年生の児童に対して治療的な指導を行っている。対象児童が指を使って数え足している行為をみた森田は，それを認めた上で，十進位取り記数法という数学に近づけるための指導方針を立てている。

ここでは，対象児童が今やっていることと，身に付けさせたいことをつなぐためには，学習の仕方だけに注目するのではなく，「数詞と10　ずつのグルーピングが対応すること」や「10に対する補数を利用する計算方法」といった数学教育学に基づく知見が必要であることが示唆された。

上記の2つと異なり，理解が不十分という観点で，指導者が対象児童を選ぶという点において，学校現場に近いかたちで行われたものに高島（2000）がある。高島は，数学教育学の知見に基づき，臨床的なインタビューを行っている。高島は，対象児童の乗法における意味理解を促進するためにアレイというモデルを導入している。そのモデルによって理解が進んだ児童とうまく進まなかった児童の学習過程を示し，その比較から進まない児童に対する指導の示唆を引き出している。

しかし，理解が進まない児童には，その子特有の学習の発展過程があるのではないだろうか。実践者という立場からすると，その理解が進まない児童をどうにかしたいという問題意識を強くもつ。そこで，児童に寄り添い，彼らの学習過程をよりよく理解することが，個別指導の改善に向けての手がかりになると考えた。

3　研究の視点

3．1できることからはじめる（ガッテ二ヨーの思想から）

児童に寄り添った指導の根底となる教育思想をガッテニヨーに求め，主に平林（1987），岡田（1995）の知見をもとに検討していった。児童の「できること」を基に「次のレベル」に気付かせる指導こそが，理解に寄り添った指導となる。「気付き」の瞬間をみて，それを形成的に評価していくことが，次の「気付き」を生むことにつながると考えると，個別指導では，「指導→分析→指導方針の見直し」というサイクルが必要であるという重要な示唆を得た。

3．2　できることを明確に捉える（シエマの観点から）

次に，できることは何か，特にその限界を明確に捉える必要がある。しかし，このことはそれほど簡単なことではない。そのために，急進的構成主義の立場に立つグラサースフェルト（1980）による，シェマの3要素に着目した。このシェマの捉え方は，認知的なモデルというより，むしろ児童の行為そのものの特徴を記述するというものであり，目の前にいる児童の理解を捉える上で，そして，記述し分析する上でより強力な視点となると考えられる。

グラサースフェルトによるシェマの3つの要素

シェマは3つの要素からなる事象の基本的な系列である。

第1の要素はきっかけ、または機会として役立つ行為のシェマであり、行動主義者が刺激（すなわち刺激一運動的パターン）とよぶものと対応する。

第2の要素は行為（反応）、または操作（概念的であるか内面化された活動）である。

第3の要素は活動の結果、または結末（the result or sequel of the activity）とわたしが呼んでいるものである。

この視点は，ステイフイら（1998）の研究でも重要なものとして位置づけられている。ステイフイらはシェマの3つの要素をもとに，以下に示すかけ算の問題を解くティローン（7歳の男子）の行動の分析をしている。

ティローン（7歳男子）の行動	
問題	行　動
6 ×4	「6 、12、18 、24」
20 ×20	「20、40、60、‥、200」と言いながら、10 本の指を立てた。再び、10 本の指を立てながら、「220、240、…、400」と言い、促されることなく数えるのをやめた。
20 ×30	「400」から数え始めた。「400、420、440、…、600 !」順番に指を立てて、自分で数えるのをやめた。

ステイフイらは、上記の行動は，乗法のシェマの3つの要素を示していると見なしている。

第1の要素：式（6×4または20×20）の意味を構成している。

第2の要素：6ずつ、または20ずつ数えること

第3の要素：問題20×30において、問題20×20で彼がやめたところ「400」から数える彼の能力によって示されている。

ここでいう彼の能力とは「課題を関連させることができる」ことと「数えることの短縮が行われた」ことである。

3．3　児童と学習内容の関係に注目する（メタ知識の視点）

そして，児童の理解の状況を正しく知った上で，指導者がその児童にあっていると判断した，あるいは先行研究で有効であるとされている指導方針を立てることができたと仮定する。しかし，その方針が，児童に「そんなことできないよ」「それが何になるの」と受け入れられないことも考えられる。

そこで，その関係を明らかにする視点としてメタ知識を取り上げる。岩崎（2001）はメリン・オルセン（1987）のメタ知識について以下のように要約している。

メタ知識とは認識主体（本研究では対象児童のこと）と「数学との関わり（関係性）」であるとしている。そして，メタ知識は次の3つのカテゴリーに分類されるとしている。それ（数学）は，そもそも自分に出来ることか，それは自分にとってどのように重要であるか，それを自分はいつもどのように学んでいるかである。

ここから示唆されることは，「児童と算数の学習内容との関係」とは児童の算数理解の重要な一部になっているということである。そこで，児童に寄り添った（っまり児童に受け入れられる）指導を展開していくための視点として，メタ知識を取り入れることとした。

以上により，児童の理解の状況を知り，それに寄り添った指導を展開するための3つの視点を得た。

4　実施した個別指導の分析と考察

本研究における個別指導の対象児童は，筆者が2年前に担任した戸田（現在は小学5年）である。当時，戸田は算数を苦手としていて，筆者は，頻繁に個別指導を行っていた。そして，戸田は，1節でのべたような個別指導がうまくいかなかった児童であった。戸田は，筆者との個別指導に積極的ではなかった。個別指導に対してよいイメージをもっていないと思われる。このような状況で行われる個別指導は，かなり学校現場での実践に近いかたちになるはずである。

その個別指導は，対象児童とインタビュアー（筆者）が一対一で行った。その内容をフィールドノートとVTR1台，ATR1台により記録した。そして，主にフィールドノートを基に戸田の学習過程を分析し，次回の指導計画を立てるというサイクルで行った。なお，本研究における個別指導は平成13年7月から12月までの

約6ケ月間にわたり，計19回行った。

4. 1戸田のわり算の認知的発達

4. 1. 1できることからはじめることの反省

第1回から第5回の指導で，戸田は除数が1位数のわり算，すなわち九九の適用により解決できるものはよくできることと，除数が2位数のわり算ができないことがわかった。なお今後は，この除数が2位数のわり算を九九の範囲を超えたわり算と呼ぶことにする。

そこで，かけ算九九の確認をしたり，主に戸田ができることを，より具体的なもの，より単純なものに戻すという方針により，九九の範囲を超えたわり算の指導をしたりした。お金を扱ったわり算指導では，戸田は「この勉強の仕方はオレに合っているかもしれない」と興味を示した。しかし，数の合成・分解や，両替という作業がうまくいかず，わり算の指導に至るまでに時間がかかり，学習意欲を低下させてしまった。また，筆算アルゴリズムに直接つなげようとして，除数の単位分を次々に数え引いていく減算モデルであるムカデ算（吉田（1999））を導入した。そのムカデ算により正答を得ることができたにもかかわらず，喜びをあらわすことはなかった。

第5回の指導終了後に戸田が，個別指導そのものに対する，嫌悪感を表出した。これでは，2年前と同じような状況であるということに筆者は危機を感じた。

4. 1. 2シェマの観点による理解状況の把握

上記の反省を踏まえて，今までの指導を振り返ってみた。すると，彼は九九の話榎には積極的に反応していたことがわかった。彼の九九の力は暗記に頼ったものであろうと判断されるが，苦労して得たものであるという分，彼の九九に対する得意意識は強いものであった。九九の学習では積極的態度を示す彼の姿は，九九の力を筆者に認めて欲しいと懇願するようにさえみえてきた。

第4回の指導で，80÷4は四の段のなかに80　になるものはないからできないというような発話をしている事実がある。その場面（表2の①に対応）を以下に示す。

I_{1}	「80÷４を計算するのに戸田くんどうやってやりますか」
戸田$_{2}$	（15秒沈黙の後）「かけ算」
I_{3}	「どういうかけ算をする？　何の段のかけ算をしますか」
戸田$_{4}$	「し，し」
I_{5}	「四の段」
戸田$_{6}$	「四の段」
I_{7}	「で，何になるのをみつけるんだ」
戸田$_{8}$	「80になるのをみつける」
I_{9}	「それはみつかりそうかい」
戸田$_{10}$	「みつかりそうもない」
I_{11}	「みつかりそうもないか。じゃあどうしようかな，みつかりそうもなかったら」

80÷4を計算するには，4×口が80になるような口をみつければいいとする戸田8の考えについて，指導場面ではI11のように筆者は生かし切れなかった。

そこで，第6回の指導では，14÷2と24÷2に対する戸田の行動から，戸田の理解の状況をシェマの観点でみることにした。その過程を以下に示す。

<u>問題 14÷２</u>

戸田$_{12}$	右のように解答する
I_{13}	「どのようにして解きましたか？」
戸田$_{14}$	「二七１４で７を立てた」

$$\begin{array}{r} 7 \\ 2\overline{)14} \\ \underline{14} \\ 0 \end{array}$$

<u>問題 24÷２</u>

戸田$_{15}$	右のように書き，手が止まる
I_{16}	「どこで困っているのかな？」
戸田$_{17}$	「引いて０にならない」
I_{18}	２かけるなんとかが24になるものがみつかればできそう？」
戸田$_{19}$	「うん」
I_{20}	「じゃあそれを探しにいこう。なんとかは７より小さいか大きいかわかる？」

$$\begin{array}{r} 8 \\ 2\overline{)24} \\ 16 \end{array}$$

戸田$_{21}$ 「大きい。」

I$_{22}$ 「どうして」

戸田$_{23}$ 「答え（24のこと）を見ればわかる」

筆者は，上記の行動は，グラーサースフェルトによるシェマの3つの要素を示しているとみなす。その3つの要素とは，以下に示すとおりである。

第1の要素：問題14÷2。

第2の要素：2の段の九九を唱え，14になる二七14を見つけ，商7を求める。

第3の要素：2×□＝24　の□が見つかれば，24÷2の商を求めることができるだろうと予想できる。

（これは，I18の発話であるが，第4回での戸田8をもとにして，筆者が言いかえたに過ぎないのである。）

4．1．3　九九の拡張というアイデア

筆者は，かけ算九九の学習には積極的であるという戸田の学習態度と，上記の第3の要素をもとにしてその後の方針を立てた。それは，かけ算九九をもとにしている戸田の除法の捉え（図1）を，九九の範囲を超えて九九を続けていくことにより，九九の範囲を超えた除法（図2）にまで発展させていくことができるのではないかという予想に基づくものである（

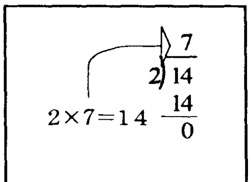

図1

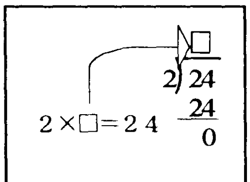

図2

例えば，上記の24÷2の問題であれば，2かける何が24であるかを考えるときに，2×7＝14，2×8＝16，2×9＝18，まだ　24にはならないので九九の範囲を超えても計算を続けていき，2×10＝20，2×11＝22，2×12＝24，ここまで続けると，2かける12が24になることがわかる。そのことがわかると，24わる2の商が12　と決められることになる。

なお，このように九九の範囲を超えても順次九九を続けていくことを，九九の拡張と呼ぶ。また，九九の拡張により書き連ねた乗法式の一覧（上記の2×7＝14，…2×11＝22，2×12＝24）のことを九九の拡張表と呼ぶことにする。

このような，九九を拡張するアイデアにより，九九の範囲を超えたわり算の指導を始めた。ここまでに指導開始から1ケ月を要している。

4．1．4　戸田のわり算に関する認知的な発展

九九の拡張の指導により，戸田は，わり算の理解を発展させていった。その認知的な発展は，主に次のような5つの段階として捉えることができる。

I：九九の範囲を超えたわり算ができない

前述（4．1．2）した第4回において戸田が80÷4はできないとする場・面である。（後述．表2の①に対応）

Ⅲ：九九を拡張することにより九九の範囲を超えたわり算ができるようになる。

第7回において，戸田は拡張表の中から，数値の関係を見出すことにより，商を決定していく（表2の④に対応）ことができるようになる。

例えば，「42÷2は，2×20＝40と2×1＝2をみて，ちっと思いついた。」「48÷2は，2×20＝40をもとにして，こっち（積）は8増えているから，こっち（乗数）は4増やした。」と問題を解決していった。

Ⅲ：一の位から順に位ごとに，九九を適用させて商を決めていくという戸田独自のアルゴリズムを構成していく。

第8回で，これまでと大きく異なっている行動がみられた。商の部分の書き順が変わったのである。これまでは十の位から一の位という順に商を記入していたが，以下に示す52÷2（繰り上がりのある問題）で，戸田独自

のアルゴリズムをみることができる（**表２の⑥に対応**）。

問題 8-10　52÷２について

戸田の１度目の手順

1 2)52	→	1 2)52 2

戸田$_{24}$　「(十の位は) １を立てると二一が２，２を立てると二二が４，３を立てると二三が６で合うのがない。」

I_{25}　「これ（52）の近くって」

戸田$_{26}$　「２×25＝50」

I_{27}　「それを使ってできない」

戸田$_{28}$　「あっ」というやいなや１の位の２を消した。

戸田の２度目の手順

6 2)5 2 ¹2	→	2 6 2)5 2 ¹2	→	2 6 2)5 2 5¹2	→	2 6 2)5 2 5¹2 0

戸田$_{29}$　終わると同時に「よっしゃ」という。

この問題以降，すべての問題に対して戸田は，一の位に九九を適応させ，一の位を処理した後，十の位を処理するという彼独自のアルゴリズムにより問題を解決していく（**表２の⑦に対応**）ようになる。

Ⅳ：Ⅲで構成したアルゴリズムを九九の範囲内にも適用し混乱するが，次第に適用範囲を区別できるようになる。

混乱している状況は，第 11 回の指導で，28÷４にも彼独自のアルゴリズムを適用しようとする（**表２の⑨に対応**）場面でみられる。

問題 11-1　28÷４について

2 4)28 8	→	32 4)28 8	→	32 4)28 ¹28	→	32 4)28 ¹28 0

I_{30}　「どうやら答えが２ケタになってしまったのでは」

戸田$_{31}$　（沈黙）

I_{32}　「実をいうと，これは四七 28 を使うんじゃなかったのかな。」

戸田$_{33}$　「言われてみれば，あー，そうだった」
（商を７に訂正する）

その次の次の第 13 回の指導で，35÷５の問題を解決する過程で，区別ができるようになる状況（**表２の⑩に対応**）がみられる。

問題 13-1　35÷５について

1 5)35 5	20 秒 →	2 5)35	10 秒 →	3 5)3 5 ¹5	77 秒 →	7 5)35 35 0

３を立てて，１分 17 秒の思考の後，「ゲッ」と言いながら，最後の解答を書き始めた。そして，書き終わると同時に「そうだった」と言って，安心した表情になった。この「ゲッ」と「そうだった」が，彼がアルゴリズムを適用する範囲をはっきり区別できた瞬間だと解釈する。それを証拠付けるのは，次の問題 45÷５では，パッと正答を書いたということである。そして，それから１ヶ月後の第 17 回における 10 問テスト開始前にインタビュアーが「10 問をずーっと通して見て，これは簡単だなって見分けが付くものは？」と聞いたところ，間髪入れず 35÷５を指示した。その理由は「７立てて七五 35 で出る」であった。

Ⅴ：被除数の十のくらいの数値を意識することによって，一の位の商が正しく決まるという確実なアルゴリズムを構成していく。

特に除数が５のわり算では，商の候補を探すために，試行錯誤的に九九を適用していた。そして何回かの手続きを繰り返すことにより正答を得ていた（**表２の⑧に対応**）。

そこで筆者は，戸田に商を立てるときに，何の九九を適用するかを明確に宣言させ，結果を反省させるようにした。（**表２の⑫に対応**）。うまくいく場合とそうでない場合を比較することを繰り返すうちに，第 15 回では，確実にとはいかないまでも，ほとんどの場合に１回目の手続きで解答できることが多くなった。第 14 回でも彼なりの説明で「十の位を意識しながら，一の位の商を決めていく」ということを話していたが，70÷５の商を 14 とし

た説明において，彼の“一発で決める”アルゴリズムがはっきりとした。**（表２の⑬に対応）**

I_{34}　「この４（一の位）を立てた決め手は？」

$$\begin{array}{r} 1\,4 \\ 5\overline{)\,7\,0} \\ \underline{7\,{}^{2}0} \\ 0 \end{array}$$

戸田$_{35}$　「４を立てて四五20がうまくいって，さらに，ちょっと調子に乗って（繰り上がり部分の）２があるから，ここに，なんだ五一が５で６，７（５に２を加えて７）でなるから０」

I_{36}　「なるほど，よしわかった，わかった。ひとつだけ気になることは，４を立てたのはわかったさ。五四 20 でやって，20 でうまくいったって言うんだけども，どこがうまくいったのかな。」

戸田$_{37}$　「五四20ってこと」(指で５→４→20と指す)

I_{38}　「こっち（十の位にある繰り上がりの２）がうまくいった？こっち（一の位の０）がうまくいった？」

戸田$_{39}$　（２０の真ん中をポンとたたくようにして指す）

I_{40}　「どっちかわかんないねっか。こっちかこっちか」

戸田$_{41}$　「その２だよ」

I_{42}　「２がうまくいった。じゃあ２がうまくいったてことは，もう少し詳しく言うと，うまくいったってどういうこと」

戸田$_{43}$　「なんだ，ここをまずかけ算して，五四 20 で 20 になって，その 20 で７を出してみたってわけ。」

I_{44}　「この２がうまくいったって言ったろ。２がうまくいったてことは次に五一が５でやると，ここ（十の位）が７になるってこと」

戸田$_{45}$　「うん」

I_{46}　「分かった」

戸田は，20 がうまくいった，しかも繰り上がりの２の部分がうまくいったと宣言した。これは，明らかに繰り上がりを考慮に入れて，被除数の十の位の数値を意識することにより，確実に商の一の位を決定していくことができるとするものである。

このあと，今まで戸田を混乱させていた除数が４の問題 52÷４と 72÷４を，戸田は１回の手続きで解決できた。戸田は４の段で１の位が２になるのを探して，52÷４は十の位の５をみて四三 12 を適用し，72÷４は７をみて四三 12 ではだめだから，四八 32 を適用するとの説明をした。このことにより，戸田は一の位の商を正しく決定するためには，被除数の十の位の数値を意識しなければならないという彼のアルゴリズムをより確実性のある強固なものにしていったことが明らかになった。

それ以降は，被除数が３ケタのわり算（例えば，102÷６，105÷７，128÷８，117÷９など）にも，問題なく独自のアルゴリズムを適用していく**（表２の⑭に対応）**ようになった。彼自身が構成したアルゴリズムを自由自在にあやつることができるという表現がピッタリあう様子であった。

4.2　戸田とかけ算との関係の変容について

4.2.1　戸田とかけ算との関係

指導の過程で，戸田のかけ算に対する位置づけが変わってきていることを示す発話や行動がみられる。それらを以下に示す。

4.2.1.1　戸田の発話から

まずは，第 11 回の指導開始にあたって，何げなく交わした会話である。

I_{47}　「今までの勉強を振り返ってみます。何を勉強してきましたか」

戸田$_{48}$　「かけ算」

同じく第 11 回において，戸田が，48÷４=12 をさっと出し，続く 52÷４＝43（これは誤答である。正答は 13。）もさっと出し，満足しているところでの指導場面である。

I_{49}　「笑顔が止まらんな。自分の計算を口に出して言ってみて」

戸田$_{50}$　「お父さんやお母さんはさ。２の中に２は何回あるとか言うけどさ。オレはただ，なんだ，

かけ算して出すけどさ。最初いろいろみて12が出て。ここ四四16で，えっ，うん。あれ，四四16じゃないな。まあいっか。」

I_{51}　「たぶん，5にするために4だなって思って，4立てたんじゃないかな（そのまま4と書いてしまったのではないかなという意）

戸田$_{52}$　「あー。1だ。1を4にしちゃった。」

I_{53}　「お父さん，お母さんの方法って，戸田くんの方法と違う？」

戸田$_{54}$　「いきなり父ちゃん，母ちゃん言うから，全然わかんないよ。」

そして，第16回において，戸田が6の段・7の段の九九を間違えなくスムーズに解答した。このことが筆者の予想に反していたので，聞いてみた場面である。

I_{55}　「夏休みよりも九九のできが，すごくよくなってる」

戸田$_{56}$　「うん。」

I_{57}　「九九って，気にしてやってる。」

戸田$_{58}$　「うん。でも，九九にあんな見方あるんだもんな。」

I_{59}　「どんな見方？」

戸田$_{60}$　「九九表ってさ，縦からみても横から見ても，どっからみても1があるんだよね。」
「オレ内容からして，九九おもしれーような気がしてきた。」

I_{61}　「九九のひみつってさ，先生とやってる以外でも，どこかでやった。」

戸田$_{62}$　「今，入ったばっかりなんだけど。公文。」

戸田$_{48}$「かけ算」は筆者を多少驚かせたが，戸田の素直な反応であると受け止める。わり算をすることは，戸田にとっては，かけ算をしている意識であったのだろう。そのことを証拠付けるのは，戸田$_{50}$「…オレはただ，なんだ，かけ算して出すけどさ。…」。戸田$_{54}$「いきなり父ちゃん，母ちゃん言うから，全然わかんないよ。」である。このことは，戸田はかけ算することによってわり算の問題を解く方法に自信をもって，主体的にかけ算を使っていこうとする状態を表している。そして，公文式教室とのリンクも考慮しなければならないが，戸田$_{60}$「オレ内容からして，九九おもしれーような気がしてきた。」が戸田にとってかけ算は重要なものであるという認識を決定づけている。

4.2.1.2　戸田の行動から

戸田は前述（4.1.2）したとおり九九の学習は好んでおこなった。暗唱に頼っているためミスもする。その場合には，交換法則により確かめをするという方法を知っていて，使うことができる。しかし，かけ算九九は乗数分ずつ増えていく規則性には気付いておらず，確かなかけ算の意味を持っていない状態であった。戸田はかけ算の乗数分ずつ増えていくという規則性を，2の段なら1とび，3の段なら2とびという“ひみつ”で意味付けていった。筆者は，数が大きくなると“とび”では対応が難しくなると考え，ふえるで意味付けしようとして，たびたびそのことを持ち込むが，戸田は，手いたずらしたり，そっぽを向いたり，舌を鳴らしたりして，筆者の説明をよく聞いていないように見受けられた。あきらかに，シャットダウン状態であると思われていた。

しかし，九九の規則性に興味を示し始める場面がある。第16回において，戸田が117÷9＝13とし，正答を得ているにもかかわらず，「なんか納得いかないなー」と解答を振り返る場面である。

I_{63}　「どこが納得いかないの」

戸田$_{64}$　「三九24か27か，わかんなくなった。頭ごっちゃになった」
「ひみつ出したんだけど，8とびで18に8たして，27だから，これでいいんだ」

I_{65}　「18に8たすと26だから，8とびは9たすってことなんだ」と以下の説明を始める。
「9×1＝9で，9かける2は9たして9×2＝9＋9＝18，9かける3はまた9たして9×3＝9＋9＋9＝27」

戸田66 （身を乗り出して聞き，指を折り）「本当だ」

そして次の第 17 回では，８×６＝42 の間違いに戸田が気付いていく場面において，戸田自らが九九の規則性を使いこなす行動が現れる。

戸田67 「この八六だなー。六九 54 だから，あれ八六…，八六 48 だったような」

I68 「六九 54 は自信があるんだな」

戸田69 「あー，あんときのうら技だ。まず七六の答えを出しておいて，それに今度は６をたしてみればいいんだ。七六 42 だから，（指を折りながら）43, 44, 45, 46, 47, 48，あっやっぱり 48 だ。八六（８×６）は 48 で間違えなし」

I70 「うら技って，公文でならった」

戸田71 （否定的な）「うーん」

I72 「戸田くんのうら技。先生とやったひみつのこと」

戸田73 （肯定的な）「うん」

これは，指導の開始当初は九九の意味を考えずに，ひたすら暗唱に頼っていたと思われる戸田が，６ずつ増えるという九九の規則性を考え，自分がぶつかった困難な状況を解決するために，それを使っている場面である。自律的な学習の姿がみられる。一連の個別指導を通して，彼の九九に対する見方が変わってきた現れである。九九を必要とするからこそ，九九の規則性について考えられるようになったと捉えられる。

4.2.2 戸田と九九の拡張との関係

戸田とかけ算との関係が変容してきたことがわかった。ここで，アイデアとして導入した九九の拡張と戸田自身との関係の変容をみてみることにする。それは主に次の５つの段階で捉えることができる。

<u>ⅰ：受け入れる段階</u>

第６回において，インタビュアーは，戸田の理解の状況を把握し，九九の拡張によるわり算の指導を導入した。その第６回終了後に，インタビュアーは今日やった九九の拡張による解き方と，前回のムカデ算を比較して，戸田に「どっちが自分に合ってる？」と聞いた。戸田は肘で今日の方法を指し示した。この肘で指すという行為を考えてみると，戸田は非常に消極的にではあるが，拡張の方法を受け入れた（**表２の②に対応**）と解釈できる。

<u>ⅱ：指示されれば使うことができる段階</u>

第６回において，九九を２×９＝18 以降，２×10＝20，…，２×14＝28 まで拡張した場面で，２×14＝28 を使って，28÷２ができるかどうかをみた場面である。

<u>問題６－３　28÷２について</u>

戸田の１度目の手順

9 2)28	→	19 2)28	→	19 2)28 2	→	19 2)28 28	→	19 2)28 28 0

戸田の筆算に誤りがあるので，インタビュアーが「九九表のどこかに２×□＝28 があるはず。」としむけても，戸田は「わかんない」と発話したことから，インタビュアーは２×14＝28 に注目させた。その後，戸田は次のように訂正した。（**表２の③に対応**）

戸田の２度目の手順

1 2)28	→	14 2)28	→	14 2)28 2	→	14 2)28 28	→	14 2)28 28 0

新しい方法に慣れていないことも考えられるが，この状態は，まさに指示されれば使うことができる段階であると解釈できる。

<u>ⅲ：使い方がわかる段階</u>

第７回において，戸田は拡張表の中から，数値の関係を見出すことにより，商を決定していくことができるようになる。（前述（4.1.4）認知段階Ⅱ参照）この場面で，戸田は，拡張表を使いこなせる段階になったと判断できる。（**表２の④に対応**）

<u>ⅳ：有効性に気付く段階</u>

第８回に練習問題 10 題を行ったときのことである。１問めの解答中に，戸田は拡張表を伏せてしまう。彼にとって，拡張表をみる

ことは，すなわち答えをみることのように思えるらしい。そして，未完成ではあるが彼なりのアルゴリズムを適用させて，次々に解いていくが，10 問め（繰り上がりのある問題）は，アルゴリズムだけではうまくいかなくなる。そこで，筆者が介入し，表に戻すという支援をする。その結果，戸田は，表の中での数値の関係づけができ正答を得ることが出来た。(前述 4.1.4 認知段階Ⅲ参照)

ここでの，戸田$_{28}$「あっ」が拡張表の有効性に気付く発話で，戸田$_{29}$　「よっしゃ」がその有効性を確認する発話と解釈できる。**(表２の⑤に対応)**

この直後，表２の⑥の状態が現れ，それ以降⑦の状態が続くようになる。

v：自ら求める段階

第 13 回において，戸田が，５の段の問題で混乱しているので，インタビュアーは九九に戻す支援をする。戸田が，５×１＝５から５×９＝45 までを書き込んだ後に，次のように聞いた。

I_{74}　「５の段，自信がある？」
戸田$_{75}$　「３の段もこれがあればできたから，自信ある」

I_{74} は九九の計算間違いはないかを確かめる意図で質問したものである。しかし戸田$_{75}$ は，計算があっているがどうかの自信ではなく，困っている問題に対する自信を答えている。表の有効性を認め，彼のもどる場所と位置づけている発話と解釈できる。

同じく 13 回目の指導後に５の段のわり算の感想を聞いた場面である。

戸田$_{76}$　「やっぱりなんかむずい」
「かけ算９までしかねーから，それから先オレまだよくわかんないから」

９までだったらできるが，９以上はむずかしい。その区別をつけられるようになっている。そして，自分ができないことを可能にするためには拡張表がいるのだと自ら求めている**（表２の⑪に対応）**発話と解釈できる。

4.3　「認知的な発展」と「戸田と九九の拡張との関係」の相互の関わり

4.1.4 で述べた「戸田の認知的な発展」と，4.2.2 で述べた「戸田と九九の拡張との関係」を時系列に沿った表にまとめると次のようになる。

第○回	わり算の認知的発展		九九の拡張との関係	
	段階	場面	段階	場面
1〜5	I	・九九の範囲を超えたわり算ができない…①		
6	II	・インタビュアーの指示により，九九の拡張表を使い，九九の範囲を超えたわり算の商を求めることができる。…③	i ii	受け入れる…② 指示されれば使える…③
7		・自ら九九の拡張表を使いこなし，九九の範囲を超えたわり算の商を求めることができる。…④	iii	使いこなす…④
8	III	・１の位の商から立てるという独自のアルゴリズムを構成する…⑥	iv	有効性に気付く…⑤
9		・アルゴリズムを使いこなし問題を解決することができる。(除数が２，３の場合)…⑦		
10		・52÷４，72÷４，そして除数が５の場合には，商の候補となりそうな九九を試行錯誤的に当てはめて混乱する…⑧		
11	IV	アルゴリズムを九九の範囲内に適用し，混乱。…⑨		
12		アルゴリズムを適用する範囲を区別できる。…⑩		
13		アルゴリズムの整理・反省…⑫	v	自ら求める…⑪
14	V			
15		・被除数の十の位を意識して一の位の商を決めるようになる…⑬		
16		・強固にしたアルゴリズムにより除数が３ケタのわり算でも抵抗なく解決できるようになる…⑭		
17				

表２

---->の流れについて

認知段階ⅠからⅡへの変容は，戸田が九九の拡張というアイデアを受け入れたことによるものである。そして，九九の拡張を戸田が使いこなせるようになり，その有効性に気付いたときに，独自のアルゴリズムを構成した（認知段階Ⅲ)。その後は，すべての問題をそのアルゴリズムによって解決していった。

──> の流れについて

そのアルゴリズムを九九の範囲内にも適用することによる混乱から，それらを区別をつけることができるようになる認知段階Ⅳに至った直後には，九九を拡張することを自ら求めている。

┈┈┈➤の流れについて

拡張を求める戸田の気持ちよりもアルゴリズム化が進んでいることを慎重に見極めた筆者は，彼のアルゴリズムを整理，反省させる指導をした。その結果，戸田の認知段階はVに高まった。

このように，認知的な発展は，九九の拡張との関係の変容と密接な関係があることがわかった。

4．4　指導者と児童の文脈のズレ

筆者は教科書で扱われている標準的なアルゴリズムの導入を考えた。今後の戸田の学習活動を考えると，どうしてもあまりのあるわり算に対応するための教科書のアルゴリズムが必要と判断したからである。しかし，教科書のアルゴリズムは戸田が構成した一の位から商を立てるというアルゴリズムとは本質的に異なっているため，戸田自身によりは構成されないことは明らかである。筆者は，認知段階Vで，戸田が独自のアルゴリズムを十分使いこなせるようになり，彼になじんでいると判断し，戸田は，教科書のアルゴリズムを受け入れ，位置づけをしていけるだろうと予想し導入に踏み切った。

第18回での場面である。筆者は「13の中に2はいくつある？」という問いかけをしてた。この問いは，わり算指導においての定石である。しかし，戸田のわり算についての理解の文脈と異なっていることは明らかである。

この問いに対して，戸田は「2つ」と答えてた。実は，この問いの前に戸田は，インタビュアーに「5の中に2はいくつある」と問われ，「2つ」と答えて成功しているという事実がある。その答えをそのまま適用したものと思われる。その後，戸田は混乱に陥ってしまうことになる。

戸田のかけ算による理解の文脈を支持する立場である筆者のミスである。問いかけた筆者の文脈と，それを聞いている戸田の文脈は一致していなかったということがわかる。学校現場では，指導を急ぐあまりこのようなことが多く起きているのではないだろうか。そして，このようなことから生じる指導の文脈と児童の理解の文脈のズレがどんどん大きくなってしまっていることも考えられる。

その反省を生かし，次の第19回では，かけ算の文脈での指導を行った。すると戸田は，教科書のアルゴリズムを，自分で構成したアルゴリズムと同一の九九を，逆の順番で適用するものと理解した。そして，戸田自らが，新しく出会った教科書のアルゴリズムを「逆算」，自分で構成したアルゴリズムを「普通のやり方」と呼んだ。そして，「逆算」は「普通のやり方」では，解けない問題（あまりのあるわり算）に適用するものだと位置づけた。

「逆算」を使いこなすうちに，問題を一見して，どちらを適用すればいいかという区別をするようになっていった。

5　結語

戸田の学習過程に注目して，それをよりよく理解し，彼の学習過程の分析を，その後の指導に反映させる個別指導を計画し，実践してきた。そのことによって得られた本研究の主要な結論は次の2点である。

1）個別指導において，できることからはじめることは確かに重要なことである。しかし，それは単に具体へ戻すということだけを意味しない。児童が興味をもっていることは何か，何が得意かなど，児童と学習内容との関係を慎重に見極めること。そして，それに基づいた指導を展開していくということである。

2）一斉指導では，児童の理解の文脈と教師の指導の文脈が一致しないままでも学習が進んでしまう。しかし，個別指導では両者の文脈の交渉が可能なのである。算数を苦手とする児童の理解を支える文脈を明らかにすることはたやすいことでは

ない。しかし，そのことを意識することによって彼らの理解に寄り添った個別指導を展開していくことができる。

1) について

個別指導では，単純化したり具体へ戻したりする指導が行われることがよくある。実際に戸田はそれらを理解したが，受け入れることはしなかった。興味をもっていることでないとやる気をなくしてしまうのである。本研究では九九という戸田が得意なことを手がかりにした指導を展開していった。このことは通常のわり算指導の体系からみると特異なものに映るであろう。しかし，何が得意か，何に興味があるかを見極め，児童と学習内容の関係をつけていくことが，児童に寄り添った指導を展開していく上で極めて重要なことである。

2) について

4．4で述べたように，第18回に筆者は戸田に対して，通常の指導体系に基づいた指導をしてしまった。教師は誰しもその子に対してよかれと思った指導を心がけているはずである。しかし，それは結局，通常の指導体系を手がかりにしたものなのである。実際の個別指導において，通常の指導体系から外れることは確かに困難なことである。しかし，それを崩し児童と文脈の交渉をしていくことが，児童に寄り添った指導において必要不可欠なことである。

文部科学省は平成14年1月に，放課後等を利用して，理解の遅い児童に対する補習を進める方針を出した。それにより，個別指導の時間はある程度保証されていくことが期待できる。その個別指導を形骸化させないために，本研究の結論を生かした実践を試みたい。わり算以外の学習内容についても，多くのデータを収集することにより，本研究の結論をさらに精緻なものにしていくことが今後の課題である。

〈引用・参考文献〉

C.カミイ著．(1987)．子どもと新しい算数　ピアジェ理論の展開（平林一榮監訳）．北王路書房．

平林一榮．(1987)．数学教育の活動主義的展開．東洋館出版．

市川伸一（編著）．(1993)．学習を支える認知カウンセリング　心理学と教育の新たな接点．ブレーン出版．

岩崎浩．(1994)．「メタ知識」の意味．数学教育研究，*9*，33-42．上越教育大学数学教室．

岩崎浩．(1994)．「メタ知識」の実現に向けて．数学教育研究，*10*，21-32．上越教育大学数学教室．

岩崎浩．(2001)．メタ知識としての限界(Grenzen)の意味とその役割．第33回数学教育論文発表会論文集，361-366．

北尾倫彦．(1988)．学業不振児指導の実際．田研出版．

Leslie P. Steffe. &Paul Cobb. (1998). Multiplicative and Divisional Schemes. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20,* (1), 45-61.

Mellin-Olsen, S. (1987). The Politics of Mathematics Education. D. Reidel Publishing Company.

水越敏行．(1988)．個別化教育への新しい提案．明治図書．

文部科学省．(2002)．確かな学力の向上のための 2002 アピール「学びのすすめ」．文部科学省 HP．

文部省．(1984)．小学校教育課程一般指導資料Ⅲ．個人差に応じる学習指導事例集．東洋館出版．

森田俊雄．(1991)．算数・数学の新展開－局所的な数学と思考実験－．東洋館出版．

岡田禕雄．(1995)．算数教育の在り方についての一考察－ガッテニョーの数の指導を例として－日本数学教育学会誌，*77*（4），52-59．

渋谷憲一．(1986)．補充・矯正指導における個別指導はどのように行うか．高野尚好（編）．個別指導ハンドブック．第一法規．

高島純．(2000)．整数の乗法の理解過程に関する研究．上越教育大学学校教育研究科修士論文．（未刊行）

吉田亨．(1999)．子どものリアリティを基盤とした活動の構成—第４学年・除法の筆算アルゴリズムの形成をめざした教授実験を通して—．上越数学教育研究，*14*，99-110．