小数の乗法の授業構成に関する考察

― 比例の考えをもとにして ―

上越教育大学大学院修士課程２年
高　橋　久　誠

１　はじめに

筆者は、小数の乗法の意味理解を言葉の式や数直線を用いて指導してきたが、児童は立式したり、答えを求めたりするときに言葉の式や数直線を使うことが少ないという実態があった。このことより、小数の乗法の授業では、教師が言葉の式や数直線を使って知識を与えるという授業になっていたことを反省する。また、今までの先行研究をみると指導法に関するものが多く、児童の視点に立った研究は少ない。

そこで本研究では、小数の乗法の意味理解について、児童の思考過程を分析し、児童の素朴な知識をもとにした創造的な活動ができる授業構成の示唆を得ることを目的とする。

２　小数の乗法指導に関する先行研究

２－１　乗法の意味の拡張と児童の実態

児童は、今まで学習してきた乗法を累加の考えでとらえている。そのため、乗数が小数になっても累加の考えを用いていこうとする。また、数直線の指導を低学年より行っていくことの必要性を主張する実践例もあるが、児童は累加の考えで答えを求めることができてしまうため、数直線の有用性を認められず終わってしまうことも多い。さらに、乗数が純小数の場合は、「乗法は答えが大きくなる」という今までの論理に合わなくなってしまうため、乗法と考えられないという児童も存在する。このように、小数の乗法は、児童に創造的な活動を体験させる授業の構成をしていくことは難しい内容と考える。

中島(1968)は、乗法の指導を通して意味の拡張の必要性を、児童がどの程度意識してきているか、拡張された乗法の意味を、具体的にどんな内容としてつかんでいるかということについて実態調査をしている。実態調査の結果から、７×2.4 を「７を 2.4 個たす」という意味でよいと考えている児童が約 50％おり、累加の意味に不都合さを感じていないことやその式がどんな考えを表わしているかでは、累加の考え、長方形の面積を表わすという考え、割合の考えなど児童のもつモデルにかなりの差があることを明らかにしている。また「割合の考え」と答えたものの中で、約３割のものが割合の意味をよくつかんでいないことを指摘している。

一方、中島(1981)は、「乗数が小数のときにもかけ算が使えるようにしたい」という課題のもとに、意味の拡張を積極的に児童たちに考えさせることが、「数学的な考え方」の育成につながるとしている。そのために、比例の考え（「かける数」が 2 倍、3 倍になれば、「答え」も 2 倍、3 倍になる）を取り入れて、整数の場合も含めて、小数、分数についての乗法・除法の意味を統一的に理解させようとしている。整数の場合に

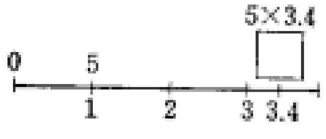

図 2-1

「かけ算」がもっている比例という性質をかけ算の本質的な性質として取り上げて、このような条件を満たすものを「かけ算」だとしてきめ、5×3.4、5×$\frac{4}{7}$などの場合にも適用できるようにしていこうとしている。

２－２　数直線を用いた指導法

中村（1996）は、意味の拡張の必要性を意識していない児童が、約半数いるという中島の実態調査について、「言葉の式」による立式指導に原因があるとし、児童に乗法の意味の拡張を意識させるには、「言葉の式」を根拠とせず、数直線を立式の根拠にすることを提案している。

> ３mの重さが 36ｇのはり金があります。
> このはり金 7.5mの重さは何ｇですか。

この問題では、次のような３つのプロセスを経た数直線の指導を行っている。図 2-2 では、7.5mは３mの何倍かを求め、それを数直線に表わしたものである。図 2-3 は、３mに対応する重さ 36ｇを基準にして重さの倍関係を表わした数直線である。そして、この２つを組み合わせたものが図 2-4 である。図 2-4 は、重さと長さの比例関係を表わしていると同時に、それぞれの割合関係も表している図となっている。このような段階的な指導をすることによって、数直線を根拠に立式することができるとしている。

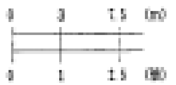
図 2-2

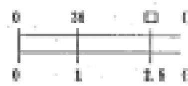
図 2-3

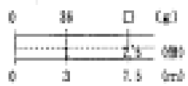
図 2-4

中村の研究では、割合指導の困難性は１とみる見方ができていないことと比例する数量の関係がとらえられていないことにあるとして、１あたりの大きさを示さず、比例関係がとらえやすく数直線にむすびつきやすい長さと重さの問題を設定している。

２－３　数直線の有効性に関する調査

山本(1995)は、問題解決における数直線や線分図等の図の効果を明らかにすることを目的とし、主に乗除法を適用して解く問題と割合の問題について、問題場面を文章と図の両方で示した問題Ａと文章だけで示した問題Ｂとの２種類の調査問題を用意し、５年の児童を対象に調査をしている。具体的には、次のような問題を数題提示し調査をしている。

＜調査問題Ａ＞
あきら君の学校の中庭は 600㎡あって、そのうちの 30%が花だんになっているそうです。花だんの面積は何㎡でしょうか。
図をみて考えなさい。

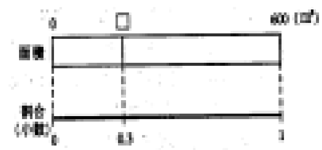
図 2-5

＜調査問題Ｂ＞あきら君の学校の中庭は 600㎡あって、そのうちの 30%が花だんになっているそうです。花だんの面積は何㎡でしょうか。

この問題の正答率は、調査問題Ａが 71.4%、調査問題Ｂが 71.3%と図を提示するだけでは、問題解決上の効果はあまり期待できない結果となっている。このことから、中島や中村の述べる比例の考えをもとにした数直線の指導が、児童にとって必ずしも有効なものとなっていないことがわかる。数直線の指導は、児童の比例の理解のしかたに左右される。そこで、児童の素朴な考えをもとに、比例の考えをどのように意識させ、数直線の指導を行っていくかということについて考える。

３　インフォーマルな知識からフォーマルな知識への発展

Gravmeijer, K.(1997)は、いかに抽象的な数学的知識を教えるかについての問題意識から、インフォーマルな知識と方略が、抽象的な数学的知識を発達させるための起点である

べきだという考えに立つ。そして、モデルの自己発展というアプローチの方法をとっている。

Gravmeijer, K.は、場面に依存した知識が考慮されることを前提に、situation、model、formal knowledge の３つのレベルについて考察している。situation が具体的観念、formal knowledge が抽象的観念にあたり、model がその２つの観念の媒介として有力な役割をしているとしている。

Gravmeijer, K.はそのモデルを、特定な文脈の状況モデルとして構成される「model-of」とそのモデルがさらに状況によって一般化される「model-for」に分け、４つのレベルを示している。

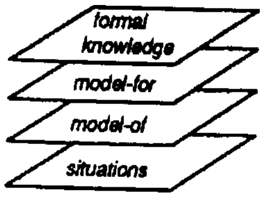

図 3-1

○状況のレベル：状況的な知識と方略が、状況的な文脈の範囲（主として学校外の状況）で使われるレベル。

○参照的レベル：モデルと方略が、学校で提示される問題に示されている状況を参照するレベル。（model-of）

○一般的レベル：方略に関する数学的な焦点が文脈の参照を支配するレベル。（model-for）

○形式的レベル：従来の手続きや表記法を使って作業するフォーマルな数学のレベル。

この理論の特徴であるインフォーマルな知識は何かについて考え、インフォーマルな知識をもとにして、model-of と model-for の活動の構成について考え実験授業を計画する。

３－１　児童のインフォーマルな方法に着目した研究

日野(1993, 1996）は、乗法の文章題を与え、「児童に自由に解答を求めた場合、どんな方法を用いるのか」、「累加モデルに依存することができない状況に直面したとき、どのように対処していくのか」について、インタビュー調査を行っている。

(1) １mが 5kg の棒は、３mでは何 kg でしょう。
(2) １mが 0.2kg の棒は、４mでは何 kgでしょう。
(3) １mが 0.2kg の棒は、６mでは何 kgでしょう。
(4) １mが４kg の棒は、0.5mでは何 kg でしょう。
(5) １mが４kg の棒は、0.3mでは何 kg でしょう。

対象は、小数の乗法を学習していない児童とし、インフォーマルな知識や方略について調べている。この調査結果より、次のようなことを明らかにしている。

○児童のもつ素朴な思考の枠組みは、乗法や除法の記号の意味に限ったものばかりでなく、累加による方法、比を使った方法、小数を整数に修正する方法がある。

○児童にとって累加の方法は、乗法問題への自然なアプローチの仕方である。ところが累加モデルに依存できない(4)以降の状況に直面したときに、累加や乗法の方法は「答えが大きくなる」という考えにより葛藤に陥る。そして、別の視点へと転じて、比を使った方法や小数を整数に修正する方法を用いて葛藤を解消していく。

○ 乗数が小数になったとたんに困難性を感じるが、そこには個人差がある。ある児童は、（4）になったとたんにできなくなるが、別の児童は(4)を乗り越えて(5)で間違えている児童もいる。困難の要因は、乗数が小数になったことにあるのではなく、乗数と被乗数の関係に、よりいっそう依存している。

○ (4)で比を使った方法を用いた児童は、それ以降の問題も比を使っていき、小数を整数に修正する方法を用いた児童は、小数を整数に修正する方法を使っていく一貫性があ

る。整数に修正する方法は、手続き的な視点に重点がおかれ、加法の構造や比例の考えをみえなくしているとしている。

また、比や比例の学習をしていない日米の児童に「価格」と「速さ」の問題を与え、比例的推論の構成要素の１つであるユニットの構成についての実態を調査している。調査問題は、価格と速さの問題を扱っている。「６缶 480 円のジュースを 240 円分買ったときの値段」を求める問題で、480÷６＝80、240÷80＝３のように乗法・除法を積極的に使うのに対して、米国の児童は、4.80＋4.80＋4.80＋4.80＋4.80 のように６缶が 30 缶になるまで繰り返したす方略を用いている。速さの問題「５時間で 200㎞ 走る車があります。800㎞走るのに何時間かかるでしょうか。」では、日本の児童は、200㎞‐５時間のユニットをもとにして５×４のような過程がみられたが、１万㎞走るのにかかる時間や 20㎞走るのにかかる時間のように数値が大きくなったり、分数が問題になってくると、ユニットを見出すことができずに、1 万㎞を 200㎞でわって、得られた答えをそのまま問題の答えとしたり、問題文中の数値を使って乗除を行い、答えとしてもっともらしい数値を適当につくりあげる応答をしている。それに対して米国の児童は、200 マイル‐５時間というユニットを繰り返したしていく方略を用いている。このことから、日本の児童は、価格の問題では自然に単位あたりの量で考えているが、それが速さのような問題にまで適用されず、乗除の機械的計算になっている。それに対して、米国の児童は、価格の問題も速さの問題もユニットをまとまりとして認め、調整しながらたしていき、答えを求めているという違いが見られた。

以上のことから、小数の乗法は、自然なアプローチである累加の方法から比を使った方法に移行していく傾向があること、比例的推論にはユニットの構成が重要であるので、日本の児童にユニットを意識させる指導が必要であることがわかる。

３－２　インフォーマルな知識を生かしたつなげる活動の設定

日野が述べているように、乗法問題を解決するときの児童の素朴なやり方として、累加による方法がある。児童の最も自然なアプローチである累加による方法を生かすため、多くの児童に状況がイメージしやすい長さと値段を複合した問題場面「６m240 円のテープがあります。このテープ 30mの代金はいくらでしょうか。」を提示し、テープの模型をつなげる活動を設定し、累加による方法で答えを求めさせる。次に、12mになると 480 円、18mになると 720 円のように、長さが６mずつ値段が 240 円ずつ増えていくプロセスを反省し、2 量を対応させた単位の構成を意識させる。その後、繰り返し累加して求めた数値が記入されたテープ図を対象に、長さが 2 倍、３倍になると、値段も 2 倍、３倍になっていることに気づかせ、６mと 30mの関係が 5 倍になっていることから、値段も 240 円の 5 倍になっているという比例の見方で解決することによって、状況における比例のモデルを形成する。そして、「１ℓ90 円のガソリンがあります。自動車に 27ℓ入りました。代金はいくらですか。」のような状況の違う問題でも、累加による方法から比例の見方で解決したり、比例の見方で解決したものを累加の方法で確かめたりして、確信のもてる比例のモデルに発展していく。つなげられたテープ図も、比例の見方の進展により部分と全体の数値を重視するテープ図となっていく。

３－３下位単位を構成し比例の見方を進展させる活動の設定

帯小数の乗法問題「1m180 円のリボンを 2.8m 買いました。代金はいくらでしょうか。」では、0.8m の代金がいくらになるかが問題となる。そこで、1cm-1.8 円、10cm-18 円、20cm-36 円などいろいろな単位をつくり、累加による方法で答えを求める。整数の乗法と

同じように 0.1m と 0.8m の関係を考えることによって、小数の範囲でも比例の考えが成り立つことを確認し、長さが 8 倍だから代金も８倍より 0.8m の代金を求める。小数の範囲になっても、0.1 という下位単位を設定することによって状況による比例のモデルを形成する。さらに 0.1m と 2.8m の部分と全体の関係を考えさせ分けて求める方法から、一度で求める方法のよさに気づかせていく。また、「１ℓのガソリンで 15km 走るバイクがあります。2.3ℓのガソリンでは、何 km 走ることができるでしょうか。」や「１kg215 円のじゃがいもがあります。3.7kg 買うといくらでしょうか。」などの問題を解決することによって、比例のモデルが発展していくとともに 0.1 の単位の共通性にも気づいていく。このような活動の中で、絶えずテープ図の表記と式とを対照させる活動も行う。そして、今度は状況から離れ、テープ図をもとに下位単位を設定せず、比例の考えで答えを求めたり、乗法の立式判断をする場を設定していく。

4　児童の思考過程をとらえる枠組み

児童の思考過程を分析するフレームとして Cobb(1997)の signified と signifier の理論に着目した。この理論は signified とsignifier のつながりで理解の様相をとらえようとしているが、筆者は活動と記号のつながりも考慮した枠組みを示し分析の視点とした。

図４-1 は Cobb が数概念のシンボル化について signified と signifier の関係より構造化したものに、活動も含めて表わしたものである。signifier１と signifier１'は、具体物や半具体物を示しており、signifier２は図による表記、signifier３は数字による表記である。43 という記号の指し示すものは、signifier２や signifier１'である。

signifier１'の図と signifier２の図は 10 のまとまり４つとばらの３つを表わしているという点で同じ図である。しかし、それに対する活動は、10 のまとまりをつくる活動と単位を取りなおす活動のように活動の違いがみられる。したがって、図をみただけでは違いがわからないものでも、活動に焦点をあてることによって子供の思考の過程が顕在化してくる。

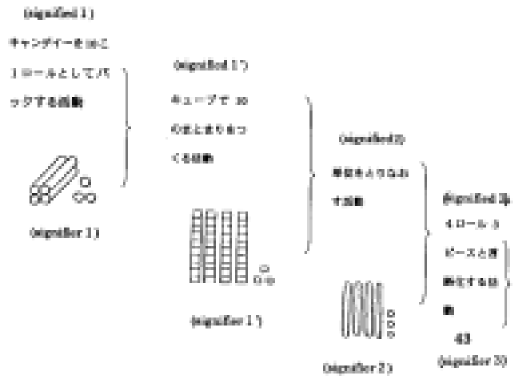

図 4-1

5　実験授業の概要と分析・考察

５－１　実験授業の概要

前節で児童の素朴な考えに着目し、それをもとに考えを発展させ、乗法の意味を拡張していく授業構成について述べてきた。実験授業において、児童の思考過程を分析し、授業の再構成の示唆を得る。

実験授業として、1999 年６月、埼玉県の公立小学校 5 年生 32 名の学級において、「小数のかけ算」の授業（6 時間）を行った。データの収集については、授業全体の様子を後方からの VTR で、抽出児童である田中・佐藤（仮名）の活動を 2 台の VTR・ATR で記録した。また学習ノートの複写や授業終了後のインタビューも実施した。日程、及び主な指導内容は次の通りである。

5 /10　調査紙による事前調査
6 / 7　テープの模型をつなげる活動と記号化
6 / 8　累加の方法と比例の見方の対比
6 / 9　整数の乗法問題を比例の考えで解決する。

6 /10　0.1 という下位単位を設定し、比例の考えで答えを求める。

6 /11　数直線をもとに乗法の意味を考え、答えを求める。(2 時間)

５－２　田中の思考過程

田中は問題場面１「６m240 円のテープがあります。このテープ 30mの代金はいくらでしょうか。」の文中にある２つの数値 240 と 30 を「×」の記号を使って結びつければよいと考え、立式した。しかしテープの模型をつなげる活動を行い、繰り返したした結果をテープに記録した。繰り返したしていく操作を行う中で、長さと値段の単位を意識し、２量を対応させた単位の構成をした。その後、つなげられたテープの模型をみて、鉛筆でテープをさしながら、１，２，３，４，５と２回数え、30÷６＝５、５×240＝1200 とワークシートに記した。このことについて、事後インタビューで次のように述べている。

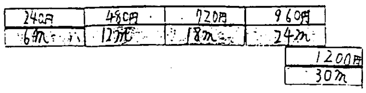

図 5-1

I：田中さんは、最初に 240×30＝7200 とかいたよね。それで、先生がテープの模型を配って３つならべて、こういうふうに並べたらいくつになると聞いた。6m、12m、18m、でこの後に 5 個並べたんだよね。それから、1,2,3,4,5、1,2,3,4,5 と 2 回数え、しばらく考えて 36÷6としたね。なぜ、この式を書いたのかな？

田中：全部が 30mだから、長さが 5 倍になっているから、240 円を 5 倍すれば、その代金になる。

田中は「全部が 30mだから、長さが 5 倍になっているから、240 円を 5 倍すれば、その代金になる。」と述べた。このことより、累加して答えを求める活動から、６mを１とみて単位を取りなおす活動によって部分と全体の関係を意識し、比例の見方に変容していった。

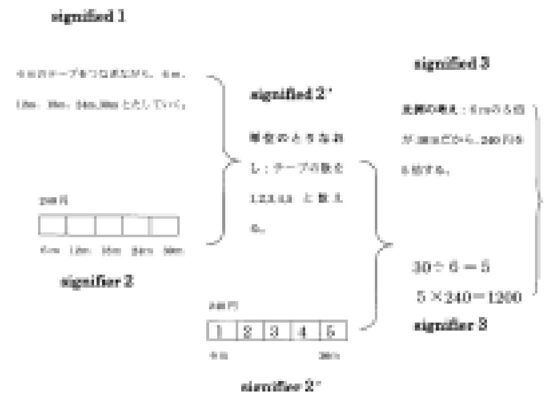

図 5-2

帯小数の問題場面「１m180 円のリボンを 2.8m買いました。代金はいくらでしょうか。」では、180×２として 2m までの値段を求めた後、残り 0.8m の値段を求めるために、0.1m-18 円の２量を対応させた単位を構成し、0.1 を１、0.8 を８という単位の取りなおしをして、比例の考えで答えを求めた。

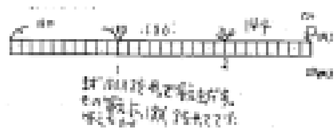

図 5-3

I：18×８としているけれど、この 18 はどういうふうにだしたのかな？

田中：たぶん、18 は 180 を 10 分の１にした。

I：180 を 10 分の１は、18 になるよね。なんで 10 分の１にしたわけ？

田中：ここが 0.8mだったから、たぶんこのときは、小数点の計算は習っていなかったから、その時にあわせて、この数を 10 分の１にして 18×８にした。

I：なぜ 18×８にしたの？

田中：18×８にしたのは、0.8 だと計算しにくいから、それで、18×８にした。

I：なぜ、かけ算をつかったんだろう。

田中：ここが 0.1mだから、この 0.1mを１mと考えてこの１mが８個あるからかけ算だと思った。

純小数の問題場面「１m重さが 20ｇのはり

金があります。このはり金 0.8mの重さは何ｇですか。」では、0.1m‐２ｇと２量を対応させた単位をつくり、２×８＝16 として答えを求めた。その後、20÷0.8＝16 とかき、バツをつけ 20÷0.8 の筆算をした。商を書かずにやめ、20×0.8 とワークシートにうすく書く。また、20÷0.8 の筆算に戻り、２をたて 16 と書いた。そして 20×0.8 と濃く書きなおしている。田中は、180×2.8 の立式をするには迷いはなかったが、20×0.8 には葛藤の様子がみられた。

I：今日は、わり算にするか、かけ算にするかずいぶん迷ったね。まず、わり算としたのは。

田中：わり算にしたのは、かけ算だともっと 16 より大きくなってしまうんじゃないかなと考えた。

I：ああ、かけ算だと大きくなると思ったんだ。じゃあ先生が授業の中で言っていたことでよかったわけ。

田中：ああ、はい。

I：それで。

田中：でも、他の子たちが 0.8 倍でも 20 より小さくなるいっていたから、かけ算の式にしてみた。でも、なんかそのときはまだ、0.8 倍にして 16 になるとは、はっきり思わなかった。やっぱり 20÷0.8 と思って、こっちの方がいいかなあと思った。それで 20 を 0.8 でわってみたら、半端な数になってしまって 20×0.8 にした。

I：そうするとこの段階では、まだ本当にかけ算だとは分かっていないよね。今はどうですか。

田中：今はかけ算だと分かる。

I：今、かけ算だと分かるのは、ちょっと説明してみてくれる。

田中：えーと、ここが 0.8 でここが１ｍで 20ｇで、0.8 こだから１より少ないから同じく、ここが 16ｇになるのではないか。

I：0.8 こだからかけ算と考えているわけ。

田中：あと、かけ算だとたぶんわり算みたいに小数点はつかないと思う。

I：この問題「１ｍ20 円のテープがあります。0.4ｍの代金はいくらですか。」わかる？

田中：20×0.4

I：なぜ。

田中：さっきと同じで、たぶんこれも小数点がつくから 20 円よりもちいさくなるのじゃないかなと思った。

I：小さくなるとか、大きくなるとかがかけ算なの、それとも何個分がかけ算なの。

田中：０がつくと 20 より小さくなって、整数だと 20 円と同じになるか大きくなる。

I：かけ算というのは、大きくなるか、小さくなるかといこと。

田中：倍になること。

I：これでいうと何が倍になるということかな。

田中：0.4 倍になるということ。

I：そうすると、どこが 0.4 倍なの。

田中：20 円が 0.4 倍。

I：これが 20 円が 0.4 倍ということなんだ。ありがとう。

田中は、20×0.8 の立式の正しさを 20÷0.8 の答えが 16 にならないことや友達の「かけ算でも答えが小さくなるときがある」という考えを根拠として 20×0.8 としていた。そして、教師の部分と全体の関係を考えさせる発問より、比例の見方で立式の判断をするように変容している。

I：2.8ｍというのは、0.1ｍをもとにすると何倍。

田中：２８倍。

I：１ｍをもとにすると何倍といえるの。

田中：2.8 倍。

I：では、この前やったやつで、0.1 をもとにすると 0.8 は何倍。

田中：８倍。

I：じゃあ、１ｍをもとにすると何倍。

田中：0.8 倍。

５－３　佐藤の思考過程

佐藤は、問題場面３「３ｍ500 円のロープがあります。このロープ 36ｍの代金はいくらでしょ

図 5-4

うか。」では、３ｍのテープの模型を９個つなげただけでおわりにしてしまった。

また問題場面４「２m150 円のリボンがあります。８ｍのねだんはいくらですか。」でも、２ｍのテープの模型を４個よりも多くつなげていた。

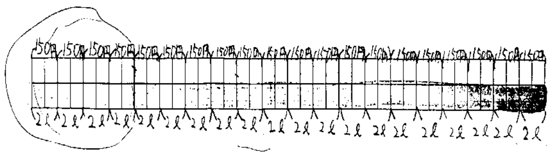

図 5-5

佐藤は、長さの単位の構成についての意識が低いこと、つなげる活動と累加による方法で全体の長さが求められるということが理解できる段階にまで至っていなかった。また、単位を取りなおすという活動を行っていない。そのため、比例の見方で解決する段階に至らなかった。

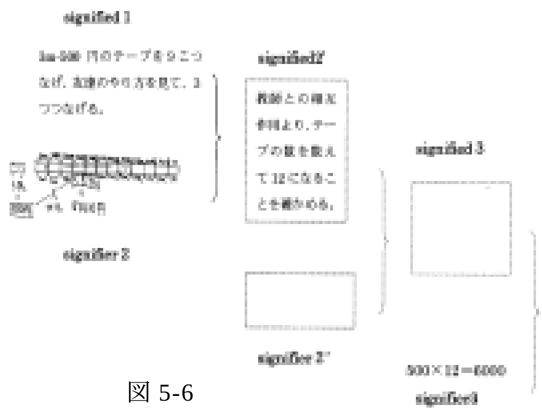

図 5-6

小数の問題場面「１m180 円のリボンを 2.8ｍ買いました。代金はいくらでしょうか。」では、20cm-36 円の単位を自ら設定し、36×14 としている。その理由として「この１つが 36 円だから、これが 14 個で、20cm が 14 個あるから、それで 36×14 としたんじゃないかな。」と述べている。このことより、比例の見方の素地ができつつあることがわかる。

I：36 円をどのように求めた。

佐藤：180 をここをみると、1,2,3,4,5 と５つあるから５でわった。

I：５でわったのか。

佐藤：うん。

I：五三、十五で、五六、三十で確かになるか。ああ、ああ、なるほど。

佐藤：それで、今度は１マスも出して、こっち(0.1)もわかったのかな。

I：なるほど。

I：なぜ 36×14 としたの？

佐藤：14。なんでだろ。

I：最初、5 個数えて１ｍになっていることを確認して、それから 14 個あることを数えているみたいだな。

佐藤：この１つが 36 円だから、これが 14 個で、20cm が 14 個あるから、36×14 としたんじゃないかな。

I：ああ、36 が 14 個で、20cm が 14 個だから、それで 36×14 とした。

佐藤：うん。

しかし、純小数の問題「１ｍの重さが 20ｇのはり金があります。このはり金 0.8ｍの重さは何ｇですか。」では、0.1m-2g の単位を構成したが帯分数の問題場面でみられた比例の考えに近い見方から乗法を適用して答えを求める姿はみられず、累加による方法で求めていた。

図 5-7

佐藤が、かいたテープ図をみると、長さは 0.1 と 0.8 のように部分と全体を意識しているようにみえるが、比例の見方につながるものとなっていない。

５－４　分析と考察

（1）比例の考えに進展していくための要因

田中は、テープ図をつなげ、繰り返してた

した結果をテープに記録し、２量の単位を構成した。そして６ｍを１、30ｍを５と単位を取りなおすことによって、部分と全体の関係が５倍となることに気づき比例の見方に変容していった。小数の問題でも、0.1m-18 円という単位を構成し、0.1 を１、0.8 を８と単位の取りなおしをすることによって、比例の見方で答えを求めている。

一方、佐藤は、整数の乗法問題では、単位の構成が曖昧であったが、帯小数の問題で20cm-36円という単位を構成した。そして、「20cm が 14 個で 36 が 14 個だから」と考え 20×14 としている。しかし、純小数の問題になると 0.1m-2g という単位は構成したが、2g を累加する方法で答えを求めていた。図 5-6 をみてわかるように、佐藤は、整数の乗法問題において単位の構成や単位の取りなおしがみられず、比例の見方で解決できる段階までには至っていない。そのため、小数の乗法問題では下位単位が設定できても、比例の見方によるものではなく、累加や累加の意味づけに近いかけ算で答えを求めている。

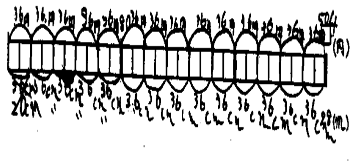

図５-8

したがって、比例の見方ができるようになるには、２量の対応する単位の構成と単位を取りなおす活動が重要な要因となっている。

（２）整数の乗法における学習活動の重要性

田中は、整数の乗法問題でテープの模型をつなげる活動から累加の方法で答えを求めた後、６ｍを１という単位で取りなおすことによって比例の見方に変容していった。また小数の問題場面「１ｍ180 円のリボンを 2.8m 買いました。代金はいくらでしょうか。」では、180×2＝360 とし、残りの 0.8ｍの代金を求めるのに、0.1 という新たな単位を設定した。0.1 という単位の設定には、10cm の長さが大きく影響している。0.1m-18 円という単位の構成をして、整数の問題場面で行ったつなげる活動を、実際に模型を使うのではなく、テープ図で再現している。

田中：それで、ここ（残りの 0.8m）は、3m にはまだ足りないから、0.1m、0.2m、0.3m、0.4ｍとやっていって、0.8ｍまでいって 18×８となった。

I：0.1ｍってすぐわかった？

田中：すぐではないけれど、１ｍじゃおかしいので、0.1ｍかなと思った。

I：18×８としているけれど、この 18 はどういうふうにだしたのかな？

田中：たぶん、18 は 180 を 10 分の１にした。

そして、６ｍを１という単位で取りなおしたのと同じように、0.1ｍを１という単位で取りなおすことによって、比例の考えで答えを求めた。このように田中は整数の乗法で使われたストラテジーを小数の乗法にも適用している。また佐藤も小数の問題場面では、20cm-36 円という単位の構成をし、つなげる活動を行っている。単位の取りなおしはしていないが、整数の問題と同じようなストラテジーを使っている。したがって小数の乗法問題の前に整数の乗法問題の場面を設定し、２量が対応する単位の構成をして比例の考えでみられるようになっていることが、乗法の意味の拡張を可能にしていくことにつながっていく。

（３）比例の考えの進展によって洗練されるテープ図

田中は、テープの模型をつなげる活動より累加の方法で答えを求めているが、つなげた個々のテープの模型の上下に累加した結果の数値を記入した（図 5-1)。しかし、累加の方法から比例の見方に変容することによって、次に表わされた

図 5-9

に変容することによって、次に表わされたテープ図は、部分と全体の長さが意識されたものとなった(図 5-9)。また帯小数の問題では、１を取りなおす活動によって、比例関係に気づいてからは、マス目の中に整数値を記入したテープ図を使って思考していた(図 5-10)。比例の見方ができるようになると、対応する単位、部分と全体の関係だけを抽象したテープ図をかくようになっていく。このような段階に達したときに、児童は教科書に掲載されている数直線との意味の整合が可能となる。

図 5-10

６．本論文のまとめ

整数の乗法問題において、状況に依存する比例モデルから状況に依存しない比例のモデルへ進展していくプロセスは、小数の範囲の乗法問題においてもみられた。したがって、整数の乗法問題において、児童の累加モデルをもとにしたつなげる活動、それを図に表わし比例の性質に気づかせる活動、さまざまな状況を比例の見方で解決する活動の設定は重要である。このような活動を設定することによって、児童の比例モデルは model-of から model-for へと発展していくことがわかった。小数の乗法問題では、下位単位を設定し整数の場合と同じようなプロセスを経て比例モデルが進展していくが、最終的に 0.1 という下位単位が設定できることも重要な要素となっている。

また、児童のモデルが自己発展するにつれて、テープ図も抽象化してくるので、児童の考えを絶えず図に表わさせる活動は意味のあることである。

さらに、単位を取りなおす活動は、累加モデルから比例モデルへの変容や立式の意味理解への助けとなっていることも明らかになった。

課題として、一般的レベルから形式的レベルに至る活動の構成についても考え、新たな実験授業を計画し、児童の思考過程を考察していく必要がある。また小数の乗法の背景にある比例の考えや割合の考えは、小数の乗法の単元だけで形成されるものではなく、小数の乗法、単位あたりの量、割合とグラフ等の単元も通して形成されるものである。そこでそのような単元を通しての長い期間における児童の変容についても考えていく必要がある。

〈引用・参考文献〉

新井馨. (1998).算数教育における一般化の構成過程に関する考察：小数乗法における概念形成に関して.上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文（未公刊）.

Gravemeijer, K. (1997). Mediating Between Concrete and Abstract. In T. Nunes＆P. Bryant(Eds.), *Learning and Teaching Mathematics： An International Perspective*（pp. 315-345）. East Sussex: Psychology Press.

Cobb,P. *et al.* (1997). Mathematizing and Symbolizing: The Emergence of Chais of Singnification in One First-Grade Classroom. D. Kirshner＆J.A.. Whitson（Eds.）, *Situated Cognition：Social, Semiotic, and Psychological Perspectives.*(pp.151-233). Mahwah：LEA.

中島健三. (1968). 乗法の意味指導について. 日本数学教育学会誌,*50*(2),2-6.

中島健三. (1981). 算数・数学教育と数学的な考え方. 金子書房.

中村享史. (1996). 小数の乗法の割合による意味付け. 日本数学教育学会誌,*78(*10),7-13.

日野圭子. (1993). 小数の乗法におけるインフォーマルな方法についての考察. 数学教育学の進歩. 東洋館. 283-301.

日野圭子. (1996). 比例の問題の解決において構成されるユニット：Well-Chunked Measures を含む問題に対する日米児童の応答の分析. 筑波数学教育研究,*15*,15-24.

山本正明. (1995). 問題解決における数直線や線分図等の図の効果. 日本数学教育学会誌,*77*(８),２-９.

吉田亨. (1998). 算数の授業における子どものリアリティの構成とその発展：Realistic Mathematics Education の理論を手がかりとして. 上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文（未公刊）.