

算数教育における文章題指導のあり方に関する研究

- 知的自律性・学び合う共同体の観点から -

上越教育大学大学院修士課程2年

上之山 達朗

1. はじめに

筆者は、子どもたちが、算数の時間に獲得した知識を算数という教科の枠を越え、後に遭遇する問題解決においても生かされることを期待する。しかし、現実には子どもたちは、算数での知識を実際的な問題とはあまり関係のない算数の時間だけのものと捉えている傾向にある。

本研究は、算数での問題解決学習において一般的に用いられている「書かれた問題」から始まる文章題に焦点をあて、算数の時間に獲得した知識の活用能力の育成を図るために、戸田(1955a)が生活単元学習の反省に立って提唱した「読み」としての文章題の思想を継承しつつ、「生きる力」と整合する「知的自律性」、佐伯(1998)のいう「学び合う共同体」といった2つの今日的な視点から、文章題指導のあり方を反省する。そして、子どもたちが、実際的な問題とかかわりをもちながら、文章題を解決していけるような具体的な指導法を提案することを目的とする。

2. 我が国における文章題指導

ここでは、これまでの文章題指導の問題点を明らかにするために、文章題指導がどのような理念のもとで行われ、また、どのような指導がなされてきたかについて概観する。

2.1 読みとしての文章題指導の理念

文章題指導において、中心的な役割を担い、「読み」としての文章題を提唱した戸田(1955a)

は、昭和26年当時の生活単元学習を反省し、次のように述べている。

私たちの焦点を結び得る範囲には、人おのおのそれぞれに限界がある。その人の力量、修練によって視野に広狭の差がある。この事實は、「一つの全体」として肥えうる限界は人毎に違ふといつてもよい。この相対的な意味をもつ『全体』学習であることが学習がその効果をあげる上には大切な要件である。正しい意味での全体以上の拡がりを持つ学習計画は、もつと焦点をしぼつて、そのまゝ - 問題領域を適当に小さく改編し、いくつかの狭い焦点範囲のものに分解する必要がある。… 単元学習(少くとも現在わが国で行われたことになっている単元学習)の悩みの一つは、この焦点化の原理に照らしてみると明白になる。そこには焦点の分散が起つている。これでは学習効果は削減せられる。(p.7,下線は筆者)

ここでの戸田は、「学習がその効果をあげる上で、全体学習であることが大切な要件である。」とし、生活単元学習としての問題解決学習を認めながらも、「単元学習の悩みの一つは、焦点の分散が起つている。」と、その問題点を指摘している。つまり、生活単元学習でみられた日常生活や社会生活の問題から始まる問題解決学習では、焦点の分散が起り、学習効果が削減されるため、算数科では、書かれた問題である「文章題」から出発する問題解決に焦点をあてたと捉えることができる。

また、戸田は、普通教育における算数・数学科のねらいを、次のように述べている。

数学的思考を払い、数学的处理を行うを適當とす

る周辺の課題に接し、

- 1) それを課題として感得し
- 2) それから問題を形成し
- 3) これに数学的表現を与え
- 4) それを処理し
- 5) その結果を問題の答えとして解釈し
- 6) 課題の答えとして解釈する

のに成功するように児童・生徒を教育するのが普通教育における算数科、数学科の狙いである(p.9)。

焦点の分散が起こっているため、算数では、「書かれた問題」である文章題から始まる問題解決に焦点をあてるとする戸田は、最終的には、数学的に処理した結果を文章題の答えとして解釈することに留まらず、身近な課題に対する答えとして解釈する過程も含めて捉えようとする考えを示している。このことは、その根底に、書かれた問題から始まる文章題解決を通して、「数理を現実の世界で活用する」「実際の生活上で起こった問題を解決する」といった仮定されたものが存在しているとみることができ、そのような点を意識した指導のあり方を考えていく必要性を示唆していると捉えることができる。

2.2 文章題指導の方法の流れ

2.2.1 構造図を用いた指導

構造図を用いた指導は、戸田(1955b)が3量を結ぶ基本型(図 2-1 参照)を示したことを契機に昭和 30 年代に盛んに行われるようになった。(和田 1955,1956 石田 1955, 小林 1955ら)



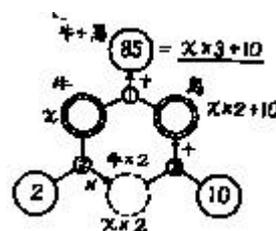
【図 2-1 戸田の示した基本型構造図】

これは、文章題が解けないのは、そこに示されている数量の関係が読みとれないことが原因であるとし、構造図を用いることで、文章に示されている数を順に線で結ばせ、全体構造を明らかにした上で、立式に導こうとする指導法である。

この構造図を用いた指導の代表的なものに越

智(1963)の研究がある。越智は、算数・数学を理解しやすく、興味あるものにするには、その論理構造を視覚的に示すことのできる構造図を利用する指導を起点とすべきであるとしている。そして、戸田の理論をもとに、与えられた量を x 、求める量を y 、かくされた量を \bigcirc で表し、自分の目で見、頭で考え、自らの手で構造図を書き進めていく活動を実現することで、立式に至ると述べている。具体的に越智が示している構造図とは図 2-2 のようなものである。

「牧場に牛と馬がいます。番人が、牛と馬を合わせて 85 頭で、馬は牛の 2 倍より 10 頭多いと言いました。牛と馬はそれぞれ何頭いるで



しょう」 【図 2-2 越智の示した構造図】

実際の指導では、要素の結びつきは、問題文に書いてある通りに考えさせることが極めて容易であるとし、次のような働きかけを継続することで、子どもたちに意欲的な作業態度がみられたことを報告している。

問題文の通りに考えて、どの 3 つのマルが仲よし [関係量] かを考えよう。

仲よしの 3 つのマルは手をつなごう。

2.2.2 関数表を用いた指導

関数表を用いた指導は、構造図法と同様に、文章題が解けない原因は、子どもが文章題に示された数量の関係を把握することに抵抗を感じ、立式が思うようにできないことが原因であるとし、要素間の対応が視覚的に捉えやすい関数表を書かせることで、その困難を克服しようとするものである。この関数表を用いた指導が盛んに行われたのは、昭和 30 年代後半から 40 年代にかけてであり、数学教育の現代化の影響が大きいと言える。

伊藤(1964)は、現代化の観点に立ち、算数で指導する新しい内容について次のように述べている。

では、新しい内容としては、どのようなものが考えられるか。内容としては、現代数学および、科学の根底を支えている基礎的な事柄であろう。しかも、小学校という段階を考えたとき、でき上がった数学そのものよりも、その数学的思考方が主とならねばならぬ。たとえば、関数という考え方は、数学としては、1つのまとまった考え方、内容であるが、その要素、または、基礎をなすものは、集合、対応、変化などである。また、これらの考え方は数学的な考え方の根底をなすものである(p.2)。

ここでは、「数学的な考え方」の育成が重視され、その根底をなすものに、集合、対応、変化などの要素を含む関数の考え方が存在していることが示されている。従って文章題指導の研究も、従来までの指導法と比べ、集合、対応、変化などの考え方を育成する目的で用いられた関数表による指導が、従来までの指導と比較し、どの程度効果をもたらすかを実証するものが多かった。

例えば、小田島(1964)は、関数表を用いて学習を進めた実験群と、主に線分図を用い、教科書に従って学習を進めた対象群を設定し教授実験を行っている。その結果、関数表を用いた指導は、同じ考え方で様々な文章題を解くことが可能なため、学習の転移が起こりやすいこと、また、数学的な見方・考え方の育成に有効であることを報告している。

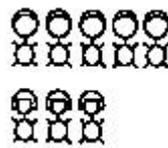
また、草柳(1964)は、つるかめ算を関数表を用いて指導を行った場合と具体物を操作しながら指導を行った場合の定着度を比較し、関数表を用いた解法は、具体物を用いて操作を進めた解法よりも、全体的に定着度が増加すること、そして、能力の低い子に対しても理解を容易なものとすることを報告している。

2.2.3 情景図・線分図を用いた指導

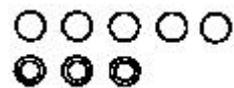
問題場面の理解や、数量間の関係把握に困難を示す子どもたちに対し、情景図や線分図を用いて指導を行うことで、その理解を促し、立式に導こうとする指導法がある。

石田・横山(1985)は、子どもたちに場面

絵を書かせることで、文章題に示された数量に着目させ、数量間の関係を捉えさせる指導を行っている。そこでの場面絵は、教師が特別な制限を加えないことを基本としている。例えば、「男の子が5人と女の子が3人います。子どもをあわせて何人でしょう」といった問題の場合、図 2-3 のように丁寧に書く子もいるが、抽象度が進んで図 2-4 のように書く子もいるであろう。いきなり図 2-4 のように書くことを押しつけず、書く絵は子ども自身に任せるということである。



【図 2-3】



【図 2-4】

以上のように、子どもたちが、文章題を読み、自由に場面絵を書く活動を学習の中に位置づける指導を継続することで、文章題を苦手とし、立式に困難を示していた子でも、意欲的に問題を読み、以前よりもじっくり思考するようになったこと、また、場面絵がかけても数量間の関係が十分捉えられない子に対しても、その子が書いた絵をもとに、「何のお話ですか?」と尋ね、文章題に立ち返って考えさせたり、できるだけ、数量間の関係に着目させるために、手間を省いた絵をもう一度書くように指示することで、徐々に文章題に示されている数量やその関係に着目できるようになっていったことを報告している。

また、赤背戸(1985)は、数量の関係が捉えられず、困惑している子どもに対して、簡単な数値を用いた線分図を書かせることで、数量の関係を捉えさせ、解決に導く指導を行っている。

以下、赤背戸の授業のプロトコルをもとに、一人の児童(C1)に着目して、その様子を述べる。

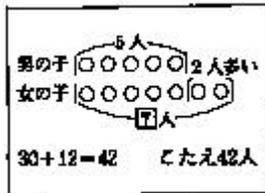
課 題

あたらしくできるふじみ小学校の 2 年生の男子は 30 人です。女の子は、男子より 12 人多くいます。女の子は何人でしょう。

教師は、男子の人数を示す 30 と 12 を 印に書きかえ、子どもたちにどのような数字なら解決できそうかを問う。そして、子どもたちから、5 人と 2 人でやってみようといった意見を引き出す。

T: この数で絵や線分図を書いてごらん。できたら数をもとの数に直してやってごらん。

C1: (自力解決を行い、右記のような線分図を書き、解決に至る。)



T: 自分の考えを説明して下さい。

C1: わたしは、どんな図を書いてよいかわからないので、先生と考えました。男子は 5 人、女子は男子よりも 2 人多いので簡単な数に直して絵に書いて考えました。

C2: 絵の 7 人がどうして 42 人になるのかわかりません

C1: それは 5 人のところが 30 人で 2 人のところが 12 人なので、たし算とわかったので $30 + 12 = 42$ としました。

ここでの C 1 は、最後にこの問題がたし算の構造であることに気づき、加法を用いて問題を解いている。教師の介入はあったものの、簡単な数値を用いて線分図を書くことで、数量の関係が以前よりもみえてきたために解決へと進んでいったと解釈することができる。

2.2.4 モデル化としての指導

熊谷(1998)は、モデル化について考えることを通して、グラフ電卓の特徴を生かした指導を考案する研究を行っている。そこでは、従来のモデル化において困難とされていた問題の定式化・モデルの修正などの活動がいかなされるかを生徒の思考活動を追うことで検討している。そして、問題の定式化については、「ばらばらの缶に何か共通性があるだろうか?」といった問いに対し、生徒が、内容物とかたちに関する議論を行いながら、かたちとして測定が容易な「高さ」と「直径」に着目したことで、そして、「高さ」と「直径」に

関係が見い出せないことに気づくと、缶をつくるという現実的な立場から「表面積」と「体積」の関係に着目しなおす様子がみられたことから、現実の問題の認識が問題を見い出したり、明確にしたりするために機能すると述べている。また、モデルの妥当性の検証については、生徒が、「高さ」と「半径」が 2:1 になることを、体積を 100 から 400 まで変化させたり、10000 や 100000 の場合で確かめている活動から、その根拠は、数学的に与えられるのではなく、現実の場面との予測、または効力の現れとしてみることでできることを指摘している。

問題解決の道具としてグラフ電卓を用いた実践に大澤(1996)の研究がある。大澤は、総合的に生徒の学習をとらえ、数学の学習を他教科との合科で展開している。そして、授業を行って得られた効果の一つに、「扱いの困難であった現実場面の問題の教材化が可能であること」をあげている。それは、数学の授業で得られた数学的結果をもとに、体育の時間に全員リレーを行わせることで、数学的結果を実証し、より現実味のある課題を再構成することができたこと、また、最適マークポイント(前走者がどの位置にきたら次走者が走り出すか)位置の発見確定にあたり、グラフ電卓を用いて数学的に処理した結果から実際の場面を考察したり、実際の場面の様子をよりよく理解するために、グラフ電卓を用いて数学的処理を施したりすることができたこと等、数学の世界と現実の世界との行き来が行われ、現実とのかかわりをもたせながら学習を展開することができたということである。

モデルの妥当性の根拠は、数学的に与えられるのではなく、現実の場面との予測、または効力の現れとしてみることでできることを指摘している熊谷の研究や、一応の解決や数学的結果が得られた後もモデルの修正が行われ、新たな課題のもとで問題解決が行われていることが示されている大澤の研究は、書

かれた問題として数学的に定式化された文章題から始まる問題解決とは異なるが、現実の問題を解決するために、問題解決のプロセスに焦点をあてた研究とみることができる。

問題解決のプロセスに焦点をあてた文章題指導の研究に上野（1995）の研究がある。上野は、「立式さえできれば文章題は解ける」といった文章題に対する自らの捉えを反省し、立式・計算した後の計算結果を、子どもがどのようにみているのかに焦点をあてている。そこでは、「最初の現実世界への数学的結果の翻訳」といった局面に注目した Silver（1993）の研究事例をもとに、子どもの解の解釈の根拠を「文章題に整合する場面」「現実の世界的場面」「形式的な処理」の3つに分類している。そして、実態調査を行い、そこでの結果をもとに、上記の3つの解の解釈の妥当性を検証している。その中で、「現実の世界的場面」を根拠に解を解釈したと特徴づけられる子どもの一連の反応を取りあげ、その子の解決は、誤ったものではあるが、その子の反応からは数学的モデル化過程における解の解釈及び、モデルの修正が連想されたことを報告している。なお、この上野の研究については、後ほど詳しく述べることにする。

以上、これまでみてきたことをまとめると、構造図をはじめとする我が国の文章題指導の工夫は、問題の読みから立式までの過程において、問題場面の理解や問題文に記載されている数的関係をいかに子どもにとらえさせるかに集中していたとみることができる。文章題指導の目標の一つには、先にも示したように、「数理を現実の世界で活用する」「実際の生活上で起こった問題を解決する」といった点が存在する。これまでの、文章題の指導は、どちらかという現実世界への活用能力の育成というよりも、技能面に焦点をあてた指導がなされてきたように受け止められる。このことは、指導者側がよかれとして行ってきた努力が、文章題解決の技術的な側面を強調す

る結果となり、子どもたちが「文章題は実際的な問題とはあまり関係のない、算数の時間だけのものである」といった意識を強める一つの要因となったのではないかと考える。

また、最近、数学的に処理した結果を、現実場面や文章題から想定される実際の生活場面に照らし合わせ、その妥当性を吟味し、修正を加えるといったモデル化としての問題解決指導が徐々になされるようになってきたことは、これまでの文章題指導の問題点を克服しようとする一つの努力として位置づけられると考える。

3. 文章題指導のあり方を反省する視点

1997年に提出された中央教育審議会の答申では、自ら学び、考える能力を「生きる力」と呼び、今日において育成すべき能力としている（文部省、1997、p.4）。この「生きる力」とは具体的に次のような力を意味している。

- ・自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する能力。
- ・自らを律しつつ、他人と協調し、他人を思いやる心や感動する心など豊かな人間性とたくましく生きるための健康や体力である。

（文部時報 p.63）

この「生きる力」は、中原（1995）が算数の概念の理解・構成を通し、人間主義の立場から提唱した知的自律性と整合するものであり、また、ポリア（1959）が、問題解決の典型として「帰納的な学習の進め方」を提案した中の、「帰納的な態度」とも深く結びついていると考える。

知的自律性というのは、他者への依存や他者からの強制によってではなく、自ら知識を構成し、自らその適否を判断し、自ら新しい状況にそれを活用していく力ということができる（中原：p.184）。

「知的勇気」：われわれの信念のどの一つでも喜んで修正する用意がなければならない。

「知的正直」：信念を修正すべきのつぎならぬ理由がある場合にはそれを修正すべきである。
 「賢明な自制」：十分な理由もないのに、気まぐれに信念を修正すべきではない。（ポリア：p.7）

また、佐伯（1998）が、現在の教育改革の原点を「学び」の転換に置き、学習を個人でどこまでできるかが問われ、結果の責任が負わせられる一方で、協同的に営まれる実践とみなしている点や、真に「学び合う共同体」となるために、他者の立場を理解することの重要性を指摘している点とも深く結びついていると考える。

知を道具や他の人と効果的に「分かち持たせる（分散化する）こと」で、共同体全体の実践に貢献することなのだとして、人々の学習を支援するという教育の営みは、個人の「頭の中」への働きかけを越えて、共同体全体を生き生きとした学び合いの場にしてゆくことになる(p.20)。

人が「共同的営みとして学ぶ」ためには、「他者の立場」を理解することが前提となる。発達心理学的に言えば「他者の視点が取れる」ということである。トマセロによればこれこそが「文化的学習」(cultural learning)の原点だという(p.21)。

このようにみえてくると、今日的な教育目標である「生きる力」の育成は、「知的に自律した能力」や「学び合う共同体」といった能力の育成と深く結びついていると捉えることができる。この「知的に自律した能力」や「学び合う共同体」といった能力を育成することは、一般性をもっており、算数教育だけに限定されるものではない。しかし、算数を素材としてこのような能力の育成を実現することも大切なことであり、今日的な時代の要請に応えることにつながるものと考えられる。

そこで、本研究では、文章題指導のあり方を反省するために、「生きる力」と整合する「知的自律性」、佐伯のいう「学び合う共同体」といった2つの今日的な視点を設け、子どもたちが、文章題を解く際に、文章題とは実際的な問題とかがわりうるものであるといった意

識で問題解決にあたるような文章題指導のあり方を探っていきたいと考える。

具体的には、今まで述べたきたことをもとに、筆者自身が設定した以下に示す「知的自律性」「学び合う共同体」の構成要素のうち、「知的自律性」では、1・3・5との関連で「明確な根拠のもと、自らの考えを修正し、自信をもって自分の考えを述べることができる」、また、「学び合う共同体」では2・3・4との関連で、「他者の視点を取り入れ、他者の考えと自らの考えを調整しながら自分の考えを述べるができる」といった能力を高める方向を目指すものである。

知的自律性	学び合う共同体
1 <u>自分の考えに自信がもてる</u>	1 相手を思いやって議論している
2 自ら対象に働きかけていく積極的な姿勢	2 <u>他者の考えを理解しようとする</u>
3 <u>自分の考えに根拠をもっている</u>	3 <u>他者の視点が取れる</u>
4 自分の考えの誤りを認めることができる	4 <u>他者の考えと自分の考えを調整しながら自分の考えを述べる</u>
5 <u>納得した上で自分の考えを修正する</u>	5 他者と協力しながら教室文化を形成したり、新たな発見を導くことができる
6 いつでも自分の考えを修正する準備がある	
7 生活場面への適用ができる	

4. 新たな文章題指導のあり方

筆者は、先にモデル化としての問題解決指導が徐々になされるようになってきたことは、これまでの文章題指導の問題点を克服しようとする一つの努力として位置づけることができるとする考えを示した。ここでは、モデル化としての指導との関連で Silver と上野の研究を概観し、新たな文章題指導のあり方の示唆を得る。

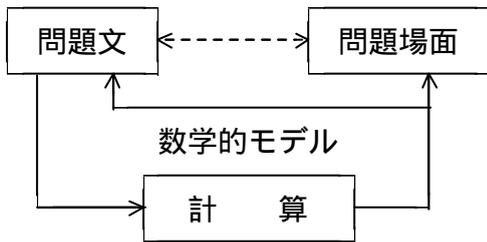
4.1 Silverの研究

Silver は、文章題解決過程における「最初

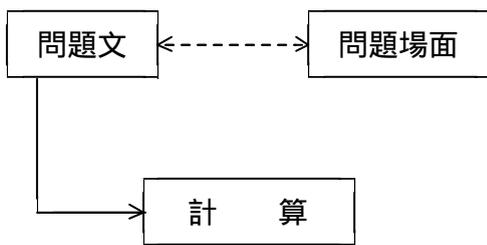
の場面への数学的結果の翻訳」といった局面に着目し、計算結果である解に対して、子どもたちがどのような見方や意味づけをしているのかを把握するために調査を行っている。調査は、全米及び、カリフォルニアでの一斉調査において正答率の低かった、余りのある除法の中で「商が増える問題」に焦点をあて、自ら作成した次に示す問題を用いている。

リトルリーグがパイレーツ球場で行われます。選手、コーチ、保護者を含めて 540 人がいます。彼らはバスで行きますがそれぞれのバスには 40 人が乗れます。球場に行くためには、何台のバスが必要でしょう。

そして、この問題で「成功的解決」をおさめるか「成功的でない解決」をおさめるかは、子どもが解を問題文や問題場面に戻して考察できるか否かの違いであると説明している(図 4-1-1、図 4-1-2 参照)



【図 4-1-1 成功的解決】



【図 4-1-2 成功的でない解決】

さらに Silver は、子どもが解を問題文や問題場面に戻して考察しているかどうかを詳しく調べるために、子どもに解を答えにかえた理由を記述させ、そこでの回答をもとに、子どもの解の解釈を次の 3 つに分類している。

1. 妥当な解釈 (appropriate interpretations)
2. 妥当でない解釈 (inappropriate interpretations)

3. 解釈なし (nointerpretation)

具体的には、「13 台と 1 / 2 のバスが必要だろう。バスは 1 / 2 では来ないので、他の整数のバスが必要である」や「13 台のバスと 1 台のバン (タクシーあるいはミニバス) が必要」という説明等は「妥当な解釈」、また、「答えは 14 台のバス、残った人がいて 0 を加えると 130 台のバスになるので多少見積もったから」や「答えは 14 台、13,065 になったが、得られない数に見えるので、最初の 2 つの数字をとって 1 を加えた。なぜならおよそ 5 人は残るだろうから」等は、場面にもとづいた説明をしようと試みてはいるが、解に対する意味づけが不十分であったり曖昧であったりするため、意味のわかりにくい説明になっているとし「妥当でない解釈」、また、解を見つけるために活用した手続きの記述や説明がないものは「解釈なし」としている。

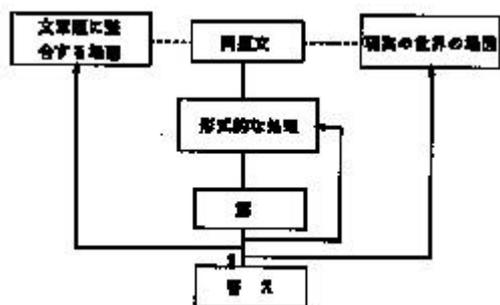
ここで、筆者が注目したいのは、「13 台のバスと 1 台のバン (タクシーあるいはミニバス) が必要」と解答した子どもの反応が「妥当な解釈」として位置づけられている点である。文章題の解答としては一般的に誤答として扱われるが、ここでは、その子なりの解に対する見方や考え方が認められている。この子に対して、「もう少し自分の考えを詳しく説明して？」あるいは「どのように考えて答えを出したの？」と問うことで、その子は、自分が実際の生活場面に解の解釈の根拠を求めたことを認識したり、今後、算数の問題を解く際にもそのようなことを意識したりしながら解決にあたる可能性を含んでいると言える。

4.2 上野の研究

上野は、Silver が、「妥当な解釈」と捉えた子どもの考えの中にも、質的な違いが見られるとし、「13 台と 1 / 2 のバス」と解釈した子どもと「13 台と 1 台のバン」と解釈した子どもを例に、その質的な違いについて次のように述べている。

「13 台と 1 / 2 のバス」と解釈した子どもは、13 台のバスとバスの前半分に人が乗っている場面をイメージしたのかもしれないし、あるいは 40 人乗りのバスの後半分をイメージしたのかもしれない。その子どもは、40 人乗りのバスしか存在しない場面で考えたものと思われる。そのイメージは異なっているとしても、40 人乗りのバスを前提にしているということに関しては、問題文に示されている内容に整合している。一方、「13 台と 1 台のバン」という反応には、問題文には示されていないバンが登場している。その場面は、問題文に整合する場面とは質的に異なったものである。この「13 台とバン」という反応は、問題文から想起された、より現実的な世界が、その子どもの問題場面になっていると捉えられる(p.44)。

そして、解の解釈には「文章題に整合する場面」「現実の世界の場面」「形式的な処理」の 3 つが考えられるとし、そのことを次の図を用いて示している。



そして、子どもの解の解釈の実態について調査を行い、上記の 3 つの分類にあてはめ、その妥当性を明らかにしている。ここでは、4・5 年生を対象に上野が実施した調査の結果をもとに筆者の考えを示す。調査問題及び調査結果に対する上野の考えは次の通りである。

【調査問題 (4, 5 年生)】

学級対抗のサッカー大会があります。選手、コーチ、保護者を含めて 540 人います。みんなはバスでグラウンドに行きますがそれぞれのバスには 40 人が乗れます。グラウンドに行くために何台のバスが必要でしょう。(学校からグラウンドまでは約 5 km はなれています。)

【調査から明らかになったこと】

(1) 子どもの解の解釈の根拠には次の 3 つがある。

「文章題に整合する場面」

- ・あまった 20 人にもう 1 台バスが必要だから。
- ・0.5 だったらバスが半分になるから。

「現実の世界の場面」

- ・13 台と 20 人乗れるバス 1 台。

「形式的な処理」

- ・計算したらそうなった。
- ・答えが小数になったので切り上げた。

(2) 解を答えにかえる際に、解の解釈の修正が行われているケースがある。(5 年生 U 児)

5 年生 U 児とは、「バスの問題」に対して、 $540 \div 40 = 13 \dots 20$ という計算し、答えの欄に最初「14 台のバスが必要」と書いたが、その後取消線を入れ「13 台と 20 人乗れるバスが 1 台必要」と書き換えた児童である。

(3) 子どもが解の解釈ができない理由として「計算したらそうなったから」や「13.5 台」のように、問題の文脈から離れたままの状態、形式的に解を答えにかえてしまうことが考えられる。

筆者がここで注目したいのは (2) で示した 5 年生 U 児の反応である。U 児のプリントには、 $540 \div 40 = 13 \dots 20$ 、「14 台のバスが必要」、そして、「14 台のバスが必要」と答えた箇所取消線が入れられ、「13 台と 20 人乗れるバスが 1 台必要」と書かれていたことが報告されている。上野は、U 児に対して「なぜ、13 台と 20 人乗れるバスが 1 台必要」と答えたのかについてインタビューを行っている。そのインタビューの後半部分で U 児は次のような発話を行っている。

~~~~~ 省 略 ~~~~~

13T: でも、算数の答えとしてこれでいいと思う?

14U: 算数の答えだったら、..., 14 台にした方がいいかな。

15T: ああ、算数の答えだったら、14 台の方がいいと思うの?

16U: (うなづく)

17T: 実際に、例えば、こういうことがあるとしたら、こっちの方 (20 人のバス) がいいかな?

18U: それだとこれがいい。

19T: どうして?

20U: さっきも言ったように、むだがないし、広すぎてなんかさみしいし。

21T: ああ、なるほど、わかりました。ありがとう。

ここでのインタビューで、U 児は、「でも、

算数の答えとしてこれでいいと思う？」(13T)という教師の問いに対して、「算数の答えだったら、…、14台にした方がいいかな。」と発話している。また、「実際に、例えば、こういうことがあるとしたら、こっち(20人のバス)がいいかな？」(17T)の問いに対して、「それだとこれがいい」(18U)と答え、その理由として、「さっきも言ったように、むだがないし、広すぎてなんかさみしいし」(20U)と答えている。

U児は、この文章題の解決を、算数の世界だけではなく、「むだがなく、さみしくないように」といったように、実際の生活場面のことも意識して行うことができていることがここでの発話からうかがえる。文章題の内容を正確に読むこと以上に、より広く、文章題から想定される実際の生活場面をもそこから読みとっている。以上のことから、ここでのU児は、自らの判断のもと、明確な根拠をもち最終的な解答を導いており、文章題を単に算数の時間だけのものではなく、実際的な問題と密接にかかわるものとして理解していると解釈することができる。また、このことは、先に筆者が示した知的に自律した能力の一つの側面である「根拠をもって自分の考えを述べようとする態度」や「納得した上で自分の考えを修正しようとする態度」を示していると言える。

筆者の研究は、「知的自律性」及び「学び合う共同体」といった視点から、子どもが文章題を実際的な問題とかかわりをもたせながら解決にあたれるような指導の方向性を探ることである。U児に対するインタビューにおいて示唆される「文章題に対する他者の視点を、他者の立場に立ってよりよく理解した上で、自分の考えを述べる」といった方向は、「知的自律性」及び、「学び合う共同体」といった点から評価できるだけではなく、他者の視点である、実際の生活場面における解の解釈の立場を含めることで、子どもたちが、文章題の

内容に正確に解答すること以上に、文章題から想定される実際の生活場面をも読みとり、そのことを明確に意識した上で解答へと至るといった新たな文章題指導の方向性を示唆していると言える。

## 5. 指導的インタビューの実際

### 5.1 対象児童と指導上の工夫

4で示唆された新たな文章題指導のあり方を検討するために、指導的インタビューを実施した。そこでの課題は、次に示す通りである。

ある学校で全校登山があります。登山は1年生から6年生までを縦割りにした班で行います。先生、児童を含めて527人います。みんなはバスで登山口まで移動します。バスには40が乗れます。登山口に行くためには何台のバスが必要でしょう。

対象児童は、Silverと上野の研究事例をもとに実施した解の解釈の事前調査の結果を参考に、M男とK男の2名を抽出した。両児童は、バスに乗る全体の人数が540人であった事前調査の課題に対して数学的に適切な処理を施し「14台」と答えた。しかし、実際の生活場面に解の解釈の根拠を求めた他者の考えに対する自分の考えには、自信がもてないと解答した。インタビューは二人一組のペアで実施し、指導過程において次のような工夫を行った。

- ・自分たちとは解の解釈の根拠が異なる、仮想的なA子の意見を提示する。
- ・A子は、文章題から想定される実際の生活場面に解の解釈の根拠を求めた他者として位置づける。(A子の解答 - 13台とマイクロバス)
- ・A子の考えをよりよく理解させよう。そして、自分の考えと比較させようといった働きかけを行う。

### 5.2 M男とK男の思考の広がりの様子

インタビューを実施した結果、M男とK男は、次に示すように、実際の生活場面に解の解釈の根拠を求めた他者の視点を取り入れ、

明確な根拠をもって自分の考えを述べる姿へと変容した。

【M 男】

初期状態 「問題には何台のバスが必要でしょうと書いてあるから 14 台が正解で、13 台とマイクロバスは正しくない。」

↓

最終状態 「計算とか算数の時間だったら公式等を用いて答えを求めるけど、実際の問題だったら 13 台とマイクロバスか 14 台（マイクロバスが 1 台入って）と答える。」

【K 男】

初期状態 「バスには 40 人が乗れますと書いてあるからマイクロバスは使わないと思うから A さんの答えは正しくないと思います。」

↓

最終状態 「算数の授業の場合だと 14 台と答え、どこか行くからどうすればいいかといった問題なら、13 台と 1 台のマイクロバスと答えます。」

両児童の思考の広がり様子と、それに対して影響を及ぼしたと考えられるインタビュアーや、共にインタビューを受けた相手の発言等を段階的に示すと次のようになる。

【M 男】

状態 : 14 台が正解で、13 台とマイクロバスは正しくない。

↓

- ・ 13 台とマイクロバスでもいいのではないかとする M 男の潜在意識（事前調査の回答）
- ・ 13 台とマイクロバスは正しいのではないかとするインタビュアーの発言

状態 : 13 台とマイクロバスは正しいかもしれない。

↓

- ・ K 男がマイクロバスは 1 台であるかどうかを確認する発言を行う。
- ・ インタビュアーが、マイクロバスもバスであること、問題にはマイクロバスはだめとは書いてないことを主張する。

状態 : 13 台とマイクロバス 1 台なら正しいと思う。

↓

- ・ インタビュアーが、安いからマイクロバスの方がいいとする M 男の発言を支持する。
- ・ M 男に、自分が実際にバスに乗る場面を想起させ、普通のバス（40 人が乗れるバス）の方がいいか、マイクロバスの方がいいか考えさせる。
- ・ インタビュアーが、自らの答えがテストで誤答として処理された A さんが、自分の考

↓

えの正当性を主張したとする新たな文脈を入れる。

状態 : 13 台とマイクロバスが正解

- ・ A さんの考えをよりよく理解させる働きかけを行う。
- ・ A さんと自分の立場の違いを比較させる。
- ・ K 男が A さんと自分の立場の違いを明確に意識した上で、問題に適切に答える。

状態 : 実際の問題として考えるなら、13 台とマイクロバスや 14 台（マイクロバスが 1 台入って）が正解

↓

状態 : この問題の正解は 14 台

【K 男】

状態 : 14 台が正解で、13 台とマイクロバスは正しくない。

- ・ インタビュアーが、マイクロバスもバスであること、問題にはマイクロバスはだめとは書いていないことを主張する。
- ・ M 男が、マイクロバスの方が普通のバスよりも安いと発言する。

状態 : 13 台とマイクロバスは正しいかもしれないが正解は 14 台

- ・ テストで A さんの考えが否定され、それに対して A さんが明確な根拠をもち、自分の考えの正当性を主張したとする新たな文脈を入れる。
- ・ インタビュアーも A さんの答えの処理に迷っていることを伝える。

状態 : 正解は 14 台ではあるが、問題の捉え方によっては、13 台とマイクロバス 1 台が正解とも考えられる。

↓

- ・ A さんと自分の立場の違いを意識させる。

状態 : 算数の授業だと 14 台。実際の場合だとどうかという問題なら 13 台と 1 台のマイクロバスが正解

↓

状態 : この問題の正解は 14 台

### 5.3 考察

紙面の都合上、ここでは M 男については、状態 から状態 に至る過程、K 男については状態 から状態 に至る過程を取りあげ、そこでの思考の広がり様子について考察する。

#### 5.3.1 M男の思考の広がりについて

状態 で M 男は、「実際の問題として考えるなら、13 台とマイクロバスや 14 台（マイクロバスが 1 台入って）が正解」といったように、この問題の正解が「14 台」か「13 台とマイクロバス 1 台」であるかといったこれまで

の見方から、問題文をより広い文脈の中で捉え、自分の考えを述べる姿へと変容している。

この原因について筆者は次のように考える。状態 から状態 に至る過程でインタビュアーは M 男に対して、「Aさんはどんなふう考えたのだろう」「Aさんって、どんな見方をしていたのだろう」といったように、自分とは異なる立場であるAさんの考えをよりよく理解させよう。そして、「自分達は13あまり7を文章に戻しているのに対して、安いとか遠足の時のことを考えているAさんってどうなんだろう」といったように、自分の立場とAさんの立場を比較させようとする働きかけを行った。Aさんの考えをよりよく理解させようとする働きかけに対し、M男は「Aさんはバスなら何でもいいと考え、マイクロバスの方が安いからそっちの方がいいと思ったと思う」とする考えを示した。また、自分とAさんの立場を比較させようとする働きかけに対しては、「Aさんは、バスであれば何でもいいと思い、安いバスの方にしたのに対し、自分達は40人乗りのバスじゃないとだめだと考えた」とする考えを示した。ここでのM男は、インタビュアーの働きかけにより、答えにマイクロバスを用いた他者の考えのよさ、つまり実際的な問題として文章題を考えるといったことを明確に意識したと考えられる。このAさんの考えのよさを意識することは、それに対して自分は安さよりも、問題文に出てくるバスが40人乗りのバスであることを考えていたといったように、自らの立場を明確に意識する活動を助長する契機となったと考える。自分とAさんの立場の違いを明確に意識したと思われるM男は、問題文をより広い文脈の中でとらえ、次に示すように、他者の視点も取り入れ、自分の考えを述べる状態へと思考を深めていったと考える。

「もし、えっと、K君が言ったように、計算とか、算数の時間だったら、今まで習ってきた公式とか

を使ってそれを求めるけど、実際に自分が行ったんだったらどうする。あの～、”自分が実際に遠足とか行った気持ちになって考えて下さい”と言われてたら、その～、”13台とマイクロバス”か”14台(マイクロバスが1台入って)”と書きます。」

### 5.3.2 K男の思考の広がりについて

また、K男は、状態 で「算数の授業だと14台。実際の場合だとどうかという問題なら13台と1台のマイクロバスが正解」といったように、同じ問題でも、算数の時間の問題として考える場合と実際的な問題として考える場合とでは答えが異なるといった考えに自信を示している。このように、以前よりも、文章題を広くとらえ、自分の考えに自信が持てるようになった原因の一つに次のことが考えられる。それは、「マイクロバスの方が安いとか、遠足の時とかについて考えるとはどういうことか」といったように、インタビュアーが「13台とマイクロバス」と答えたAさんの考えの根拠を問う働きかけを行ったということである。そのような働きかけの後、K男は、「ちょっと僕たちは算数の時間で答えにしたけど、Aさんとかは現象とか、事実の時とかだと安いからで...」といったような、両者の立場の違いを明確に指摘する発言を行っている。状態 では、「正解は14台ではあるが、問題の捉え方によっては、13台とマイクロバス1台が正解とも考えられる」といったように、文章題を実際的な場面とかかわり得るものとして答える場合があることに気づき始めていたが、そのことをどう処理すればよいか若干迷っていたK男であったが、インタビュアーのAさんの考えの根拠を問う働きかけを契機に、それぞれの立場や、その違いを明確に意識することで、自分の考えに、以前よりも確信をもつことができるようになったと考える。

### 5.4 指導への示唆

M男とK男の変容の様子、また、それを促すのにどのような指導が効果的であったのかをまとめると以下のようになり、これが本研究の主要な結論である。

・自分とは異なる立場にある他者を文章題に登場させ、その子が、どのような立場に立って考えていたのか、その子の考えの根拠はどこにあるのかについて深く考えさせ、そして、自分の立場と比較させる指導を行うことは、自らの立場を明確に意識し、相手の考えを自分の中に取り入れ、明確な根拠をもって自分の考えを述べることでできる子どもの姿を期待することができる。

・文章題に登場させる他者の立場を、実際の生活場面に解の解釈の根拠を求めたとする設定にし、その他者の立場をよりよく理解させよう、そして、自分の立場と比較させようとする指導を行うことは、子どもたちに、文章題から想定される実際の生活場面をも読みとる思考を促すことができる。このような指導は、戸田が生活単元学習の反省に立って提唱した「読み」としての文章題の思想を継承するものであり、さらに、文章題を実際的な問題とかかわりうるものとして解決する子どもを育てるための新たな文章題指導のあり方を示唆していると言える。

## 6. おわりに

本研究では、個に焦点をあて、自分とは異なる立場にある他者を文章題に登場させ、その他者の立場をよりよく理解させよう、そして、自分の立場と比較させようとする行為が、自分の立場を明確に意識させ、自分の考えを広げ、深めるのに効果的であるとする示唆を得ることができた。今後は、集団の場において、まわりの子どもたちの考えをどのように理解させ、自分の考えと調整させ、思考を広げ、深めさせるかといった指導のあり方について考察する必要があると考える。

## 参考・引用文献

赤背戸弘子.(1985). 低学年におけるストラテジー指導の実践. 古藤怜(編). 問題解決におけるストラテジーの指導(pp. 33-41). 明治図書.

- 石田一三.(1955). 高校における構造図による文章題の指導. 日本数学教育会誌, 37(2), 12-13.
- 石田一三・横山暢孝.(1985). 個別指導による文章題の指導: 子どもに考えさせる. 日本数学教育学会誌, 67(6), 121-126.
- 伊藤 武.(1964). 現代化の観点に立った文章題の指導(1). 日本数学教育会誌, 46(8), 2-4.
- 小林 衛.(1955). 文章題における構造図の利用について. 日本数学教育会誌, 37(1), 18-19.
- 熊谷光一.(1998). グラフ電卓を用いた数学的活動の特徴について: 缶の問題を手がかりに. 上越数学教育研究, 13, 1-12.
- 草柳顕一.(1964). 関数表を用いての文章題解法の実験(1). 日本数学教育会誌, 46(4), 21-23.
- 文部省(編).(1997). 21世紀を展望した我が国の教育の在り方について: 中央教育審議会第二次答申. 中央教育審議会.
- 文部省.(1997). 文部時報 6月号. 中教審ニュース.
- 中原忠男.(1995). 算数・数学教育における構成的アプローチの研究. 聖文社.
- 小田島武典.(1964). 関数表による文章題解法の一考察. 日本数学教育会誌, 46(8), 25-28.
- 大澤弘典.(1996). 現実場面に基づく問題解決 - グラフ電卓を利用した合科的授業展開を通して -. 日本数学教育学会誌, 78(9), 248-252.
- 越智政雄.(1963). 構造図による数学的思考( ). 日本数学教育学会, 数学教育学論究, 12-23.
- ポリア.(1959). 帰納と類比(柴垣和三雄訳). 丸善株式会社.
- 佐伯 胖.(1998). 学びの転換 - 教育改革の原点 -. 岩波講座 現代の教育第3巻 授業と学習の転換(pp.3-24). 岩波書店.
- Silver, E. A., Shapiro, L. J., Deutsch, A.(1993). Sensemaking and the solution of division problems involving remainders of an examination of middle school students' solution processes and their interpretation of solution. Journal for Research in Mathematics Education, 24(2), 117-135.
- 戸田 清.(1955a). 単元学習の反省と文章題指導の意義. 日本数学教育会誌, 37(1), 9-11.
- 戸田 清.(1955b). 文章題指導の焦点化と問題構造図の利用. 日本数学教育会誌, 37(1), 11-13.
- 上野隆司.(1995). 文章題における解の解釈の研究. 上越教育大学大学院 修士論文(未刊行).
- 和田日出夫.(1955). 中学校における構造図による文章題の指導. 日本数学教育会誌, 37(2), 7-11.
- 和田日出夫.(1956). 構造図による文章題の指導について : その実験について. 日本数学教育会誌, 38(1), 2-4.