上越数学教育研究, 第 16 号, 上越教育大学数学教室, 2001 年, pp.37-46.

「算数・数学的活動」とそれを実現することの意味について*

岩 崎　浩

1. はじめに

今回の新しい学習指導要領では，算数・数学の内容が厳選され，特に,「算数的活動」「数学的活動」が教科目標の中に新たに位置づけられた。[1] これらは日本の教育改革の中核となる「生きる力」の算数・数学科での具体化の一つとして理解することができる。文部省は「ゆとり」と称して新しい標準的な授業時間のおよそ 8 割で指導しうる内容で構成することで,「算数的活動」及び「数学的活動」を展開する時間も保証している。[2]

文部省の解説書では，授業の改善を図る形で「算数的活動」が例示されている。最近では「算数的・数学的活動」に関する書物も多く出版されてきた。これらは具体的な指導を展開する上で大いに参考になるものである。一方，かような具体的指導例を目の前にいる子どもたちに合うようにアレンジしたり，進行中の指導がうまくいっているのかどうかを反省したり調整したりする必要もある。その際,「算数的活動」「数学的活動」が算数・数学を学習する上で，なぜ必要であるのか，そして，どのような活動が重要であるのか，また，そのような活動はどのように実現しうるのかなどについて，よりよく理解することは，その指針となるであろう。これらはいずれも,「算数的活動」及び「数学的活動」についての，より根源的な認識論上の問題を含んでいる。

本稿では，まず「算数的活動」及び「数学的活動」の認識論上の意義を確認するために,「活動主義」の考え方を概観する。そして，算数・数学の学習において活動がなぜ必要であるのか，また，どのような活動が必要であるのかについて考える。次に，個々の学習への関心を越えて，授業を中心とする，より実践的な問題へと展開するために，相互作用主義者の考え方，特にドイツの数学教育学研究者バワースフェルト (Bauersfeld, H.) を中心とする研究グループの相互作用主義の立場に立つアプローチに焦点をあてる。そして，その考え方の一端を概観しながら,「算数・数学的活動」とそれを実現することの意味について具体的に考えていくこととする。

2. 教育における活動の重要性への着眼：活動主義

教育において子どもの自発的活動の重要性が明確に意識されたのはペスタロッチの直観の概念においてであるとされている。『ペスタロッチの「直観」は単なる客観の受容ではなく，主体の行う能動的な構成であると考えられている点で，それ以前の，例えばコメニウスなどの直観の概念と区別される』[3] というのがその主な理由である。『活動主義とは，教育は，子どもの自発的活動によって，はじめて真の成果を挙げうるという教育理念』[4] であり，それは，為すことによって学ぶ (Learning by Doing) というデューイ (Dewey, J.) に由来する実践的モットーとして親しまれてきたも

*本稿は， 拙稿 ;「算数・数学的活動」とそれを実現することの意味について,『研究と実践』，上越数学教育研究会，平成 12 年，2-9 頁. の一部を改訂し，補充したものである。

のでもある。ここでは平林 (1987, 1995) の見解に基づいて，今一度活動の重要性の根底にある知識論・認識論を確認することとする。

2.1 デューイにおける数の認識論

平林 (1995) によれば，活動の認識論的重要性が明確に指摘されたのはデューイの数の認識に関する哲学的考察『数の心理学』においてだということである。その重要な部分をここに引用する。

> 数は，単なる知覚によって理解される物の性質ではなく，いわゆる外的エネルギーや属性によって，心に刻み込まれるものでもない。物は数観念を構成する心の仕事を助けるものではあるが，物は数ではない。また，物の単なる知覚も数をつくることはない。明確適切な物の知覚でも，はっきりした数概念を全くもたらさないこともある。心が物を秩序づけるまで，すなわち，ある方法で物を比較したり，関係付けたりしないでは，かような概念，すなわち明確に定まった数概念は，意識にのぼらない。[5)]

ここには，数概念が物や物の属性から抽象されるのではなく，物に対する心の働きかけから抽象されるということが，明確に述べられている。例えば，子どもに，5 個の飴をみせても，5 という数概念が抽象されるというわけではないということである。

それでは，数概念が抽象される物に対する心の働きかけとは何であるのか。デューイは測る活動がそれであるとしている。

測定という活動は，少なくとも 2 つの量の比較と関係している。われわれはよく分かっているものを単位（ものさし）として，よく分からないものをそのいくつ分としてよりよく理解するということをする。これが測定するという活動である。そして，そこには何らかの目的があるはずで，この目的なしに測定することはありえない。

例えば，目の前に 5 つの飴があっても，5 という数概念は子どもにとって意味をなさないであろう。これだけでは，測定するという子どもの目的的活動が引き起こされないからである。しかし，年齢の似通った幼い兄弟に 5 つの飴と 4 つの飴が配られたら大問題である。兄弟はそれぞれ配られた飴を比較し，関係づけようとするであろうからである。ここでもし，飴 1 個を共通の単位として測っているとすれば，数概念は，配られた飴の多い少ないを測る道具として実際的な意味をもつことになる。

われわれは教科書にある算数・数学的内容を授業で展開する際，その内容が最も有効な道具として機能するように，子どもたちの目的的な問題解決活動を工夫することがある。[6)] この発想の根底を流れる思想は，このデューイの活動主義ないしは道具主義であるといえよう。

2.2 ピアジェの見解，特に子どもの知的発達の問題

ピアジェ(Piaget, J.) は，デューイの数の認識論においては明確でなかった，数概念形成の原初的活動を子どもの発達に関する膨大な実験から心理学的に特定したと理解することができる。平林 (1995) は次のように説明する。

> 『それは，もっとも原初的には,「集めること (classification)」と「並べること (seriation)」という 2 つの感覚・運動的活動です。
>
> 前者は，対象を「同」の観点から見ることによってなされます。classification は「分類」と訳されますが，本来「集合 (class) をつくること」でしょうから，ここでは「集めること」としました。正確には同じものを集めるというべきで，それは，分類することになります。
>
> 後者は，対象を「異」の観点からみることです。大きさの順に並べたり，好きな順に並べたりすることですが，個々の対象をそれぞれ異なったものと見なければ，並べられません。少なくとも位置が異なっていると見なければなりません。
>
> ...
>
> 本当に数観念ができていて数えられるには，対象を「同」と見なすと同時に「異」とも見なすことができねばなりません。』[7)]

この「同」と見なすと同時に「異」ともみなすことができるということは，果たして教

えることが可能なのであろうか。残念ながら，それは不可能であるというのがピアジェの回答になるであろう。その子が自分で構成するのを待つしかないのである。そして，これは子どもの知的発達と深く関係しているとされる。

先程の飴の例で考えると，もしも兄弟の年齢が低いと，問題にさえならないということ，大人がいくら問題にしようとしても無駄であるということは，小さな子どもを持つ親なら誰しも知っているであろう。ここからも，数概念の形成が，子どもの知的発達と深く関係していることが経験的に理解できる。ピアジェによれば，数概念は教えることはできないのであり，その子どもの発達を待つより他はないのである。また，教育によってこの発達を早めることすら出来ないといっている。

従って，教育は子どもの発達の後を追いかけることになる。ピアジェのいわゆる構成主義のアプローチでは，目の前にいる子どもが何に関心がもてるのか，何がどこまで出来るのかを慎重に見極めることが指導を考える上での大前提ということになる。そして，先生は，子どもの声に耳を傾け，子どもたちがどのようなことを考えているのかを見極め，これに基づいて指導を計画し展開することになる。[8)]

2.3 ガッテニョーの見解：活動主義における「教える」ことの意味

活動主義において，算数を教えることとはどのようなことを意味しているのであろうか。ここでは，より実践的な立場から活動主義について考察するためにガッテニョーの見解を取りあげることにする。

次はガッテニョー (Gattegno, C.) の算数を教えるということについての見解である。この見解からは，ガッテニョーが，算数・数学を活字の水準，つまり，教科書などにある内容としてではなく，活動の水準，すなわち，過程としての対象への働き方そのものとして数学を捉えていることがみてとれる。

> 「教える」ということは,（相手が）自分では発明できないこれらのもの（数学的内容）を捕りおさえるために，あるエネルギーを発動させる方法を見出すことであり，このエネルギーを，その子の力動性を通して統合させ，捕らえたものをその自己全体の部分として，言語・行動において機能させるようにすることである。[9)]

平林 (1987) は，より具体的に『シツエーションの教育学：子どもをまず一つの＜シツエーション＞におき，その中の数学的関係を次々と意識させながら，そのすべての関係を汲み尽くさせるという学習指導の方式』[10)] で,『子どもの自発性にかない，自然性のある思考的・行動的文脈の構成と，関係を意識させるような助言の与え方』[11)] を最も大切に考える指導法として特徴づけている。

3.　相互作用主義のアプローチについて

前節で述べた活動主義の考え方は，個々の子どもの学習に焦点が当たっているのが１つの大きな特徴である。学習が本来的に個別的に個人の中で起こる個性的な心理的現象であることを思えば, [12)] この点は，指導上欠くことのできない視点である。

一方，われわれの実践を見つめ直し，改善していくためには，授業，特に，教師と子どもたち，子どもたち同士の相互作用の中での学習を問題にする必要がある。すなわち，われわれは，学習が本来的に上述のごとく心理学的現象であることを認めつつ，それが不可分に結びついている相互作用，特に，相互作用と学習との間の関係について，よりよく理解する必要がある。ここでは，この問題に焦点をあてたアプローチの１つとして，相互作用主義の考え方をみていくことにする。

3.1 相互作用主義の立場の教授・学習観

相互作用主義者のアプローチでは,「算数を教えること」をどのように捉えているのであ

ろうか。自らを相互作用主義者と自称するバワースフェルト (Bauersfeld, H.) は相互作用主義者の立場の中心的確信として次のように述べている。『教えること (teaching) は，相互作用的で反省的な過程を組織づける試みである。教師は，生徒たちと一緒に絶え間なく活動を継続させ (continuing)，生徒たちと相互にその活動を分化させながら (differentiating)，その活動を本当のものにすること (actualizing) に努めている。教師は，このようにして教室文化 (classroom culture) を確立し，それを維持しているのである。これが教えるということであり，既存の，しかも客観的に文章で表現されている知識を伝達することや，導入することではない。あるいは，それを再発見させることでさえない。』[13] また，算数を学習するということについても次のような見解を示している。『学習 (learning) とは，個人が生活 (life) を形作る過程である。それは，規範や知識，客観的な事項を伝達することを通してでなく，むしろ，ある文化に積極的に参加すること（このことは，同時に，その文化それ自体をつくることでもある）を通して，その文化に相互作用的に適応していく過程なのである。』[14]

ここでは「教室文化」[15] が 1 つのキーワードになっている。教えることは「教室文化」を確立し，それを維持することで，教師が子どもたちの算数の学習に直接的に関わる行為というよりも，むしろ「教室文化」を介して間接的に関わる行為と捉えられている。また，学習も「教室文化」に相互作用的に適応する過程として，子どもたちが教師から直接的に学ぶというよりも，むしろ,「教室文化」を介して，間接的に学ぶ行為と捉えられている。

3.2 その特有の言語観と数学認識論

このような考え方は一体どこからくるのであろうか。それは，相互作用主義者の特有の言語観と数学認識論から必然的に導かれるように思われる。背景に，主にブルーナー (Bruner, J.S.) の言語獲得の理論やヴィットゲンシュタイン (Wittgenstein, L.) の後期哲学の考え方，言語と意味へのプラグマティックなアプローチなどがある。

例えば，ブルーナーの重要な概念である相互作用の形式 (interaction format) について考えてみることとする。シーアピンスカ (Sierpinska,A.) は，非常に単純な例でこのことを説明している :『子どもが「バイバイ，また来てね。」という言葉を口に出す前に，この子は，すでに，親しい人が去っていく状況に参加してきたことであろう。この子は，そこでどんな手振りがなされるかや，どんな口頭でのやりとりがなされるかを予期している。この子は別れの形式 (format) を獲得してきているのである。』[16]

これは子どもの自然な言語の獲得の仕方の一端を例証しているように思われる。ここで「バイバイ」という語の意味はどこにあるのであろうか。辞書の中であろうか。それとも，その子の頭の中，あるいは，大人の頭の中であろうか。相互作用主義者は,「バイバイ」という語の意味は，その語が使用されている（別れの形式を含むような）社会的実践（ディスコース）の中にあると考えている。そして，言葉の学習とは，このような社会的実践にうまく適応することとみなされる。

では，数学はどのように捉えられているのであろうか。シーアピンスカによると，相互作用主義の立場では『数学もまたディスコースなのである。したがって，数学は問題解決のためのツールではない。それよりももっと影響を及ぼす何かである。数学は世界を知るための方法であり，世界について考える方法なのである。』[17] さらに，同氏は，次のようにも述べている。『それは，行為の中の言語 (language-in-action) あるいは，認知的目的，社会的目的，その他の目的を達成するための手段としての言語である。そして「他者と一

緒にあることをするための手段，他者にあることをするための手段」(Bruner 1985) なのである。』[18)]

したがって，数学とは，教科書にあるような，結果として言語的に表現される何かとか，頭の中にイメージされうるそれらの表象などではないのである。相互作用主義の立場においては，数学は，むしろ，どのようなときにどうするか，当面する場面における対象へのかかわり方や働きかけ方そのもの，つまり，過程としての知り方 (knowing) として捉えられていることが伺える。だから，この立場に立つと，数学は教科書を読んでも学べない，授業における相互作用と伴う数学的実践の中で初めて学びうるものであるということになる。ここには，数学の学習において授業という営みが，本質的（単に有用というのではなく，必要にして不可欠であるという意味）な役割を担っていることが示唆される。この授業における相互作用と学習との間の関係は，シーアピンスカの言葉を借りれば，もっと明確に，次のように表現されるであろう :『もしも生徒が数学として学んでいることがあるディスコースであるならば，その生徒の数学の知り方は，その生徒が学習過程に参加しているところでなされているコミュニケーションと相互作用の特徴の関数なのです。』[19)]

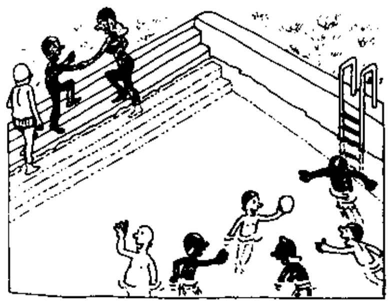
そして，授業を創っていく上で中心的な役割を担っているのは，教師であり，教科書ではない。1960 年代のアメリカの教育改革の失敗が典型的に物語っているように，むしろ，教師がその教科書を，あるいは，数学をどのように理解しているかなのである。さらに，相互作用主義者の見解からすれば，生徒たちの数学学習にとってより本質的なことは，どのような質の授業が実際に実現されているかということである。以下で，教室文化の進展についても述べるが，そこでは，いずれも，教師が授業において起こっている相互作用の質に気づくこと，数学の捉え方の変化が鍵となっているのである。

3.3「授業にうまく参加していること」の落とし穴

一方，社会的実践としてのディスコースにうまく適応していること（あるいは，教師と生徒たちとの相互作用が成立していること）と，教師の期待している数学学習が一人一人の子どもたちに成立しているかどうかは慎重に考える必要がある。

次はフォークト (Voigt, J.) が定式化した「直接的数学化」のパターンの一例であるが，[20)] この典型的な例証にもなっている。

- この絵の中には何人の人がいますか？生徒たちの答え：9
- もしも何人かがどこかへ行くとすると，どのような計算をしなければなりませんか？生徒たちの答え：引き算
- 何人の人がプールを去って行きましたか？生徒たちの答え：3
- 結果として：何人の人がプールに残っていますか？生徒たちの答え：6



この相互作用のパターンの特徴は，教師による質問の系列と式を書くこととが同時になされ，しかも，それぞれの質問とその答えの系列が，数学的記号である式のそれぞれの構成要素と 1 対 1 に対応していることである。フォークトは，この相互作用が数学学習に及ぼしうる問題を次のように端的に指摘している。この調子だと，教師が最後の質問を「ボールで遊んでいる人はそのプールの中に何人いますか。」という質問に置き換えても，ここでの相互作用はスムーズに実現されてしまうと

いうのである。勿論，この場合，子どもたちは数学的に正しくない式 $9-3=5$ という式を立ててしまうことになるのである。

要するに，この相互作用にうまく参加することで子どもたちがしていることは，場面の絵を数の部分-全体の関係で解釈することなしに，教師の質問に対して，その都度，絵をみて数を数えて答えているだけかもしれないということであろう。あるいは，そうすることで，ここでの教師の質問の系列をうまく切り抜けられるという教師がまるで意図していないことを子どもたちが学習してしまう可能性があるということである。

3.4 教室文化の確立と発展のために

それでは，相互作用主義者の立場で「算数を教える」ということの意味，すなわち,「教室文化」を確立・発展させるということは，具体的にどのようなことであろうか。ここでは 2 つの例でこのことを考えることとする。いずれも，授業をつくっている教師や子どもたちといった参加者たちが授業過程をどのように理解しているか，その変化と関わっていることがわかるであろう。

1 つは，クルームホイヤー (Krummheuer, G.) の「論証のフォーマット」の例 [21] である。これは基本的に，前に述べたブルーナーの「相互作用の形式」のアイディアを発展させた概念であると考えられる。それは，以下の筆記録にあるように，教師は黒板に 6 個の丸を書き，その下に $6-3=$ と書いて「6 引く 3 で，さあ，教えてほしいんだけど $\cdots$」と問いかけることで始まる何気ないエピソードである。

＜教師は黒板に 6 個の丸を書き，その下に $6-3=$ と書く。＞

❍ ❍ ❍ ❍ ❍ ❍

$6-3=$

1. **T:** 6 引く 3 で，さあ，教えてほしいんだけど $\cdots$
2. **S:** 引く 3 は $\cdots$
3. **T:** ここで私がどのように示すかですが（○を指している）当然のことながら，私は [ここから]3 個を取り去ることはできません。向こうの磁石板から，私は 3 人の少女，あるいは，小人を取り去って，その脇に置きました。ここではそんなことはできませんよ。
4. **S:** 消すんだよ！
5. **T:** いいえ，そうすることではありません $\cdots$ もしもあなたたちの本の中に書いてあるものを消すと，とても汚れて醜くなってしまいますよ。別のやり方があります。
6. **C:** 横線を入れて消すんだ，横線を入れるんだ（黒板の方へ行く）
7. **T:** そう，その通り。3 個に横線を入れます。そうすると，分かるとおり $\cdots$ （C は 3 個に横線を入れる）じゃあ，もし，私がこれら 3 個に横線を入れて取り去るとすると，私が式で書いたように，何個残ってますか？
8. **C:** 3 個。
9. **T:** そうですね。そう書いてください（C は式を完成させる）よくできました。

❍ ❍ ❍ ∅ ∅ ∅

$6-3=3$

新しい表現様式とともに,「より数学的に」論証するための新しい形式を教師が子どもたちに相互交渉している様子が示されている。クルームホイヤーは長期にわたる観察を通して，子どもたちが「論証のフォーマット」を教室での説明等に用いるようになればなるほど，教師は手を引き，結果的に子どもたちは自律的な論証ができるようになると述べている。この例は，算数での論証（説明）することについての参加者の係わり方がより発展的に形成されている過程とみることができるであろう。

もう 1 つの例は，フォークトが教室文化の発展の例として挙げているエピソード [22] である。生徒たちは「料理用のポットの直径がホットプレートの直径の半分であるとき，どのくらいのエネルギーが失われるか」という問題を小グループで考えている。

教師 そのポットなぁ，線で出来とんとちゃうで。

エルク ほんなら，円とか周りとか求めなあかんの？

レジン あー，あかんわ！

＜生徒たちは自分たちが間違えたことに失望している。＞

生徒たち あかんわ！あかん！

ミッシェラ しっかりしなあかんで！

エルク 円の面積は r の 2 乗かけるパイやんか。

ダニーラ 周の長さ，求めた方がええんとちゃうの？

エルク 面積やて，面積！

ダニーラ わかったて！わかった！

＜引き続いてのグループでの作業の間，生徒エルクは，彼女の他の女子たちに対する社会的権威を主張する。結局，生徒たちは教師の意図するように問題を解決する。＞

子どもたちは自分たちで 25% から 50%だと考え，その後，直径を比較して 50% のエネルギーが失われるとの結論に到達するのである。そこに「そのポットなぁ，線で出来とんとちゃうで。」という教師の介入。子どもたちの議論は一転するのである。教師の期待を察した 1 人の子どもが他の子どもの考えを聞き入れず権威的な態度で面積で考えることを主張する。おそらく，ダニーラの「わかったて！わかった！」は，エルクに押されて，は半分なげやりな気持ちで言った言葉であろう。（上のエピソードは，このときの生徒たちの会話を，フォークトがドイツ語から英訳したものを，会話のニュアンスを表現するコメントを頼りに，筆者が日本語（関西風）に訳して表現したものである。）授業後，教師はこの様子をビデオテープでみて愕然とし，この権威的な解決の仕方を改善するために，生徒たちと一緒に学校のキッチンで水を温める実験を試みるのである。すると，子どもたちが最初に出した結論の方が後の面積による幾何学的な比較よりも，この実生活の場面により適合したのであった。

フォークトによれば，これらの経験を通して，教師は内的な数学的理由と経験的適切性との間を区別し始めたといっている。つまり，面積比較による 75% のエネルギーの浪費という結論は，それはそれとして筋が通っているのであるが，[23] それが現実にうまく適合するかどうかは別の問題として考えるようになったということである。そして，一見して単純にみえる教科書の問題においてさえ，この教師は，自らの注意をこのようなモデリングの過程に向け始めたとも述べている。ここには，教室文化の最も重要な参加者である教師の対象への働きかけ方，つまりは，知り方そのものに対する変化がある。上で取り上げたポットの問題を例にとれば，事象の知り方，あるいは，対象への働きかけ方が，面積比較で単に数学的に解決し，それを最終的な答えとするという行為から，得られた数学的解決を現実の事象に当てはめ，それと現実の事象との間の関係を問題にし，数学的解決を現実の事象を知るための一つの手がかりとして，さらに探求するという行為へと変化しているということである。

このような対象への教師の係わり方の変化，あるいは，教師の数学の捉え方の変化によって，子どもたちとの新しい相互作用，上の例では，キッチンで水を温める実験を行いながら探求するというような知り方，が実現されるはずである。相互作用主義者の立場に立つと，これは教室文化の進展を意味している。すなわち，この教師は，まさに「算数を教える」という行為を発展させているということがよく理解できるであろう。

4.　おわりに

数学は，活動，とりわけ，対象に対する働きかけそのものの反省によって生まれる――これが活動主義の原点であると同時に，教育において活動を重要視する一つの根拠にもなっているということをみてきた。このような活

動の重要性に関する認識論を含むより根源的な反省によって，われわれは算数・数学の学習において，子どもの活動がなぜ必要であるのかということ，そして，どのような活動が必要なのかをより明確に意識することができるようになると思われる。

一人一人の子どもの学習を個々に見る限りにおいて，上述した活動主義の主張は確かに成り立っているといえるであろう。しかし，われわれは孤立して学習しているわけではない。様々な人との係わり合いの中で学習している。とりわけ，教室においては，算数・数学について為される教師と子どもたち，子どもたち同士の係わり合いの中で学習している。教育実践を考える場合，この現実を考慮に入れる必要がある。

本稿で主に取り上げてきた相互作用主義の立場は『教師としてのわれわれにとって，主な仕事は何なのか，最も大きな挑戦は何であるかに焦点が当てられているのである。すなわち:数学及び数学について，われわれが生徒たちとしている相互作用である。』[24] 相互作用主義の認識論は，教師と子どもたち，子どもたち同士の係わり合い（相互作用）が「対象に対する働きかけとしての知ること」を単に助けると言っているのではない。そのような係わり合いなくして「対象に対する働きかけとしての知ること」の発展はありえないということを言っているのである。

われわれが目指すべき教育的成果が知識の単なる蓄積にではなく，何をいつどのようにすればよいのか，まさに，対象へのかかわり方としての知り方 (knowing) ——これは，今日の教育改革が目指す「生きる力」そのものの重要な一部といってよいであろう——の方にあるとすれば,「対象へのかかわり方としての知り方」が見えるような，教師と子どもたち，子どもたち同士の係わり合い（相互作用）を実現することが，そしてそれを質的に発展させていくことが算数を教える教師の最大の仕事ということになる。

それが実現されている姿は，おそらく教室ごとに特異なもので，まさに「教室文化」という名に相応しいものであるであろう。それは，教師のキャラクターと子どもたちのキャラクターによって織りなされる独特の雰囲気の中で，まさに個性的に展開されているはずである。

最後に，私の心に真っ先に思い浮かぶその教室の光景 [25] を描写して本稿を閉じることとする。

> その教室では，黒板はみんなで一緒に考えるための機能的な大きなノートだった。確かに，先生が書くことも多かったが，そのほとんどは生徒たちの代筆といってよく，先生は指名なしに発せられる生徒たちの様々な声を，ただ忠実に黒板の上で演出しているようにみえた。生徒たちは先生を信頼し，まだ荒削りな自分の気づきや考えたことをハッキリと発言する。それは発言しながら考えているといった方が正確かもしれない。不完全なことも多々あり，それを聞いて横からアドバイスする生徒もいれば，それを見ていて時々予期せぬ気づきをボソッと言う生徒もいる。個性が輝き，それぞれが教室全体でなされている問題解決（社会的実践）に実質的に貢献していた。先生は，時に笑顔で，時に真剣な眼差しで，生徒たちの声に耳を傾けておられた。それは，先生があらかじめ設定されている目標から評価しているというよりも，むしろ現在進行中の問題解決の文脈に照らして一生懸命理解しようと努めておられるようにみえた。

註及び引用文献

1) 小学校学習指導要領 第２章 各教科 第３節 算数 第１目標には，算数的活動を「通して」と表現されているが，指導書では『それとともに，ここで意図されている算数的活動の重要性から，自ら積極的にそうした活動に取り組むような児童を育てることも，算数科の大切な目標であることを示している』と算数的活動が単に方法でなく，目標であることが明示されている。中原 (1999) は，もっと明瞭に『「算数的活動を 通して」とあるので，それは

方法論と受け取られやすい。実際，そうした学習を通して，それ以下に記されている目標を実現することがねらいとされている。しかし，この言葉が目標に入れられているということは，単に方法としてだけではなく，そうした活動に自ら取り組むような子どもたちの育成が目標とされていることにも注目する必要があろう。』（中原忠男，21 世紀の算数教育を切り開く算数的活動の研究,『新しい算数研究』8 月号，No.343, 1999, 9 頁.）と述べている。

2) 教育課程審議会「答申」平成 10 年 7 月. この背景についての詳しい説明については，例えば，吉川成夫，講演 : 新しい算数科学習指導要領の基本的な理念について,『新しい算数研究』3 月号 No.350, 2000, 74-85 頁. 参照。

3) 平林一栄, 数学教育における活動主義, 日本数学教育学会編『数学学習の理論化へむけて』, 産業図書, 1995, 303 頁.

4) 前掲, 300 頁.

5) 前掲, 304 頁.（Dewey, J., *Psychology of Number*, 1895, p.24 からの引用文）

6) 新堀　栄, 数学的道具としての概念形成を目指した教材構成に関する研究,『上越数学教育研究』第 15 号，上越教育大学数学教室，2000, 61-74 頁.

7) 平林, 1995，前掲, 306-7 頁.

8) Sierpinska, A., Three Epistemologies, Three Views of Classroom Communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism, in H. Steinbring, Maria G. Bartolini Bussi, Anna Sierpinska (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, Reston, Virginia, 1998, pp.30-62. 特に，pp.31-41 を参照。

9) 平林一栄,『数学教育の活動主義的展開』, 東洋館出版社, 1987, 203 頁.（Gattegno, C., *the common sense of teaching mathemtics*, Educational Solutions, 1973, pp.81-82. からの引用）

10) 前掲, 216 頁.

11) 前掲, 220 頁.

12) 例えば，デューイは次のように述べている :『一般に，大人たちの心にとって大事だと思われるものを考慮して，それらを被教育者の能力とは関係なしに，目的として立てる傾向がある。また，あらゆる学習は一定の時と場所においてある個人に起こることだ，ということを忘れて，非常に画一的で個人の特有の能力や要求を無視するような目的を提起する傾向がある。」』（デューイ著，松野安男訳『民主主義と教育』上，岩波文庫，174-175 頁）

13) Bauersfeld, H., Theoretical Perspectives on Interaction in the Mathematics Education, in R.Biehler, R.W.Scholz, R. Sträßer, B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* , Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1994, p.139.

14) *ibid.*, p.138.

15) フォークトは，第 1 学年の子どもたちが，通常，リンゴ，カラーブロック，チップなどが数学の授業においては用いられ場合というのは，家にいるときの場合とは異なって用いられているということに気づいていると指摘する。具体的には，例えば，次のことである。すなわち,『そこではチップを数えなければならない，リンゴに数記号を割り振らなければならない, 対象や出来事に対して先生がどのような解釈をされているかを発見しなければならない，などである。』* 同氏は，これらを小さな文化 (microculture) と呼び，絶えず構成され続ける力動的なシステムとみなしている。また，これによって，教室で生じる意味や相互作用が理解可能にな

るとも述べている。このような文化は，教室に予め存在しているものではない。教師と子どもたちとの間の相互作用を通して形成されてきたものであり，安定したものではあるが，変化し発展しつつあるものでもある。『それは教室内での教師や生徒たちの間のやりとりのパタン，お互いの行動に対して抱く解釈の仕方，お互いに守ろうとするルールや価値観などに現れているのであるが』**，通常，暗黙的であり，例えば，観察者（エスノグラファー）によって顕在化されうるものである。Voigt(1998) は述べる。『もしもエスノグラファーが生の教室 (classroom life) を１つの異質の文化として分析するならば，彼女あるいは彼は，この教室文化の仲間たちが当然と見なしていることによっておそらくは驚かされるはずである。しかしながら，日常生活の単調な仕事において，参加者たちは数学と教室の実践が実際何であるかを知っているというであろう。日常の教室場面において，教師と生徒たちはしばしば，葛藤もなく，達成しつつあるという意識もないままに，ごく普通に (routinely)，文脈を構成している。だから，参加者たちの経験において，文脈はあらかじめ与えられてるものであるかのように思われる可能性がある。日常の授業実践において，教師と生徒たちは，文脈は既知であることを仮定している。観察者の観点からすればそれは共有されたとされるものであり，ぼんやりとした，暗黙的なものであるのだけれども。』***と。

* Voigt, J., The Culture of the Mathematics Classroom: Negotiation the Mathematical Meaning of Empirical Phenomena, F. Seeger, J. Voigt, U. Waschescio(Eds.) *The Culture of the Mathematics Classroom*, Cambridge University Press, 1998, p.208.

** 関口靖広, 学校数学と教室文化,『学校数学の授業構成を問い直す』, 日本数学教育学会, 1997, 19 頁.

*** Voigt, J., 1998, *op. cit.*, p.208-209.

16) Sierpinska, A., 1998, *op. cit.*, p.54.

17) *ibid.*, p.51.

18) *ibid.*, p.51.

19) *ibid.*, p.54.

20) Voigt, J., The Culture of the Mathematics Classroom: Negotiation the Mathematical Meaning of Empirical Phenomena, F. Seeger, J. Voigt, U. Waschescio(Eds.) *The Culture of the Mathematics Classroom*, Cambridge University Press, 1998, p.209.

21) Krummheuer, G., Formats of Argumentation in the Mathematics Classroom, in H. Steinbring, Maria G. Bartolini Bussi, A. Sierpinska (Eds.)Language and Communication in the Mathematics Classroom, NCTM, Reston, Virginia, 1998, pp.230-231.

22) Voigt, J., 1998, *op. cit.*, pp.212-213.

23) 大きいほうのポットの直径を $2R$ とすると，このポットがホットプレートに接する面積は πR^2 である。小さいほうのポットの直径は大きいほうの半分だから R。したがって，ホットプレートに接する面積は $\pi(\frac{1}{2}R)^2 = \frac{1}{4}\pi R^2$ であり，これらの面積の差 $(\pi R^2 - \frac{1}{4}\pi R^2 = \frac{3}{4}\pi R^2)$ をエネルギーのロスと考えれば，そのロスの比率は，大きいほうのポットを 100% とした場合 75% となる。

24) Sierpinska, A., 1998, *op. cit.*, p.58.

25) この授業の主要場面の概観及び分析に関しては，岩崎　浩，「メタ知識」を視点とした授業改善へのアプローチ :「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用,『数学教育学研究』第 4 巻, 全国数学教育学会, 1998, 83-103 頁. 参照。