

高等学校における数学授業の改善に関する研究

ポートフォリオを手がかりに

所属 上越教育大学大学院学校教育研究科
学習臨床コース学習過程臨床分野 1年
近藤 浩一

1. 現在の高等学校数学授業の実態

中学校時代の成績で輪切りにされた生徒で構成された高校の授業はおおまかにいって2つのパターンに分かれていく。1つは、進学中心で大学受験を目的とした授業、もう1つは、高校の卒業資格を取ることを目的とした授業である。そして、そこで教えられている内容は、学習指導要領に定められたもので、各教師がいろいろと工夫して取り組んではいるものの日常生活や社会的文脈から離れたものになっている。そして、そこでの生徒の学習の動機は、定期試験で合格点を取り、卒業の資格を得るため、さらに、受験や就職試験で合格点を取ることにしている。すなわち、テストでよい点数を取ることが学習の目標となっている。そのため、一度テストが終わってしまうと、そのテストのために学習したことは忘れてしまう。その場限りでこま切れの、他のものに結び付かない学習がなされている。例えば、高校1年の時に一夜漬けで必死に勉強し、どうにかテストで合格点を取った事柄が、高校3年になるとほとんど定着せず、また、教師が最初から説明しなければならぬことはよくあることである。

2. 高校におけるテストの実態

高校で単位を認定するための重要な資料となる定期試験は、ほとんどは、大学入試問題

を手本としたものになっている。すなわち、時間的制限があり、計算機や電卓は使用不可、参考書や辞書の持ち込み不可、他人との相談は禁じられたものになっている。生徒が個人で自らの記憶と思考を頼りに1人で解く形式になっている。時間的制限は、いかに速く問題を解くかという技術を磨くことになり、公式やパターンをできるだけ多く記憶し、洗練された方法で問題を解くことが重要となる。このため、じっくりと1つの問題を様々な方向から考えたり、素朴な方法、どろくさい方法、回りくどい方法で考えたりすることは重要視されない。計算機や電卓を使わないことは、複雑な計算や近似値やグラフやシミュレーションを使って解く方法ができなくなり、実際に筆算で計算できることが重要視される。参考書が使えないと言うことは、まず、公式を覚えることが前提であり、それを覚えなければ問題は解けないということになる。そして、テストには公式を正確に覚えてさえいれば解ける問題が基本問題として必ず出題される。このことが、公式を暗記して、当てはめれば解けるという暗記主義を助長させている。確かに、重要な事項は覚えることは重要である。しかし、言葉を覚えるのと同じように、何度か参考書等を参考にして解くうちに様々な事象とからみ合いながら自然と理解しながら覚えていくのが理想の形である。テストは

個人が自分の力のみで解くことが前提となっている。しかし、日常生活で問題解決をする場合、何人かでコミュニケーションしながら問題を解決している方が普通の状況である。グループで議論、コミュニケーションするなかで新しいアイデアが浮かび、これまでの知識が自分のものとなることはよくあることである。様々な個性を持った個人の集まりで互いの長所を高め、互いの短所を補いながら問題を解決していくことが重要なのである。いまのテストは個人がある基準を満たしているかどうかだけが問題となっている。

3. 高校の数学授業の改善点

このようなテストを中心とした授業のあり方が、生徒の学習離れを引き起こしているのではないだろうか。例えば、生きる力を測るためのPISA(2000)の結果に見るように、日本の高校は、調査参加国32ヶ国のうち、数学、理科で1、2位の成績を取ってはいるものの、記述など難しい問題には答えず、あきらめてしまう傾向や、読解力では「読書も勉強もしない割に得点は高い」という不可思議な結果がでていいる。また、トップレベルの生徒が少ない現状も浮かんた。そして、中央教育審議会委員の梶田叡一・京都ノートルダム女子大学長は、「自主的勉強や読書量が豊富なら成績が悪くても希望があるが、結果は逆。個性を伸ばすと言いながら『ドングリの背比べ教育』をした結果」と分析する。また、現場教師の経験が長い中村享史・山梨大助教授(数学教育)は「難しい問題で無答率が高かったのが気になる。試行錯誤や困難に取り組むことを回避している表れとすると困った傾向だ」と話している。(2001.12.4 読売新聞)

この結果を見る限り、日本の高校生は、決まりきったパターンの問題は得意であるが、問題をじっくり考えることが苦手であることがわかる。これは、学習の目的がテストの得点をいかに取るかということになり、自らがまわりの人々と関わりながら学んでいく学習

から遠ざかってしまった結果である。そして、このような状況を打開する為には、佐藤学(2000)が、述べるように、もとの意味は、「無理をすること」「無理であること」の意味である「勉強」から、「学び」への転換が必要となる。「勉強」と「学び」の違いとは、<出会いと対話>の有無にある。「勉強」は何ものと出会わずに何ものと対話しないで遂行される。それに対して、「学び」はモノや人や事柄と出会い、対話する営みであり、他者の思考や感情と出会い、対話する営みであり、自分自身と出会い、対話する営みである。「学び」とは、モノ(対象世界)との出会いと対話による<世界づくり>と、他者との出会いと対話による<仲間づくり>と、自分自身との出会いと対話による<自分づくり>とが三位一体となって遂行される「意味と関係の編み直し」の永続的な過程であると、佐藤学は定義している。

このように、「勉強」を「学び」へと転換することを実現するためには、今までの授業を変えていくことが必要である。そのためには、次のことが必要になる。

黒板とチョーク、紙と鉛筆の授業から、
実際に取り組むこと、活動ができる授業
個人中心の授業からグループ中心の授業
結果よりも、考えること中心で、過程を重視する授業

これから考えられる理想的な授業は、次のような形になるであろう。まず、教師が、生徒が疑問を持てるような適切な問題を設定する。その問題に対して、生徒は、教師、他の生徒と相談し、議論していく。そして、参考資料を調べ、場合によっては、実験やコンピュータでシミュレーションを行う。そして、自分の得た知識を総動員しながら、その問題を解決していく。その際、教師は指導するのではなく、支援者として生徒にアドバイスをしていく。そうするうちに、自然と理解が進み、アルゴリズム的な公式に当てはめるだけではない、身に付いた「学び」になっていく。そして、生徒自身がその解決を参考にして新

たな問題を考え出し、それを解決していく。そのような「学び」の循環ができるような授業が理想の形である。しかし、これを実現するためには様々な問題点がある。その問題点と改善策を以下に述べる。

まず、**1**については、生徒は机に座って、教科書を中心とした教師の書いた黒板を写している授業であれば、生徒、教師とも授業のパターンが決まりマンネリ化する。それとは逆に、活動を取り入れる場合、どのような活動を、どのように作っていくかが、常に未知のため、教師、生徒ともに創造力が必要となる。その創造力をいかに引き出すかが問題点である。しかし、パソコンや電卓等の機器を利用しながら、それらをうまくかみ合わせることができれば、生徒が自ら意欲的に取り組む授業ができる。

2については、グループ中心で話し合いや議論が活発に起こるかどうかである。例えば、三角形について話し合いなさいといっても活発な議論は起こらないであろう。生徒たちの興味を引き、意欲を引き出す適切な問題提起が必要である。

3については、その過程をどのように記録するかが問題となる。1人の教師が、全員の学習過程を見ることは不可能であるので、生徒自身にその学習過程を記録させるような手だての工夫が必要である。

このような授業の具体的な例として、吉川(2001)が実践した「メールはどこまで届く？」の5時間の実験授業がある。ここでは、その問題に対して、3つのグループが活発に議論していた。特に、その生徒たちが、実際にメール配信実験をしたあとは、問題が生徒自身のものとなり具体化して、より活発な議論が行われるようになった。この場合、課題と数学の意外な結び付きに対する驚き、実際に実験することによる活動や作業が、生徒たちに授業に積極的に取り組ませる原因となった。この場合は、実験授業として最終的な評価は行わなかったのであるが、このような形式で授業を実施した場合、それら

を評価するためには、今までのペーパーテストを中心とした評価から方法を変えて行かねばならない。そこで、次に評価について考察してみる。

4. ポートフォリオ評価について

勉強から学びへ改善した活動を中心とした授業を評価するためには、今までの評価の方法も改善する必要がある。その1つの評価方法としてポートフォリオ評価を考察してみる。

高野剛彦(2000)によれば、ポートフォリオ(portfolio)とは、もともと書類入れやファイルを意味する。このポートフォリオを学習評価に用いたものがポートフォリオ評価法である。もともこの方法は、ロンドン大学のS.クラークらを中心に開発されたもので、イギリスでは1988年の教育改革法によるナショナル・カリキュラムの導入以降、GCSEなど公的テストで測定できない質的評価方法として、すでに多くの学校で評価法として活用されている。アメリカでも、特に1980年代以降、増加する公的テストへの反省からいわゆる「真の評価」(Authentic Evaluation)または「代替的評価」(Alternative Assessment)が提唱されるようになり、その代表的な方法として、理論的研究とともに、おもに中等学校レベルでの活用方法・活用事例が開発されている。わが国でも、平成元年版学習指導要領で打ち出された「新学力観」をもとに従来の知的学力に傾倒した評価のあり方の転換が課題となり、「関心・意欲・態度」といった情意面の観点別評価方法を中心に評価研究が盛んになった。第15次中央教育審議会で次期学習指導要領(平成10年版学習指導要領)の柱として「生きる力」の育成が提起されてから、指導と一体となった新しい評価方法の模索と研究がますます盛んとなった。こうした流れの中で、1990年代後半に紹介されたのがポートフォリオ評価法であった。もともとアメリカでは既存の教科の新しい評価法として確立してきたポートフォリオ評価法であったが、わが国では2002年度(高校

は 2003 年度) から実施される新学習指導要領の目玉として設置されることとなった「総合的な学習の時間」の評価法として紹介され、研究が進んでいる。

数学の評価として、ポートフォリオを紹介したものに、加納(1997)の「アメリカの数学教育における Portfolio を用いた実践」と指導と評価に 5 回連載された「数学学習でのポートフォリオ」がある。そこでは、ポートフォリオ導入の先駆けともなったアメリカのケンタッキー教育委員会の例を参考に、日本の数学の授業における実践化の提案を行っているのでそれを紹介する。

継続的な生徒の学びをとらえることには、学びのプロセスを視覚化していくことが必要である。その生徒一人一人が学びのプロセスを表現する、表現したものの集積箱 = ポートフォリオである。従来は、生徒の学びを教師だけが評価することが多かった。しかし、地についた真の学力を身につけるには、生徒自身が自分の学習を自己評価できるようにすることが必要である。ポートフォリオは、継続した学びの自己評価を助けてくれる。また、ポートフォリオを互いに共有する学びの空間の中で公開することにより、生徒どうしが互いのよさや個性を認め合い、新たな視点の発見、学び合うことに気づく契機になる。さらに、保護者も、学期末の通知票だけで判断するのではなく、ときどきポートフォリオをチェックすることにより、成長変化の様子をとらえることができる。

ポートフォリオに挟み込むものは、学習に用いたノートやプリント、作品(立体の切断モデルなど)、日記、ビデオテープ、自己評価の記録、教師の助言など、学習のプロセスを示す材料すべてである。それは、生徒が行ったすべての活動や学習の総作品集であると同時に学びの履歴の物語なのである。

以下の 4 点が、加納(1997)がケンタッキー州の基本理念もとに加筆した数学ポートフォリオの基本理念である。

生徒が自分の苦手なところ(弱点)より

も、得意なところを表現していくことを認めるような評価の方法を支援すること

学習スタイルの多様性に価値を認め、注意深く思慮深い吟味を要求する教科として数学を価値づけることにより、数学学習における自己評価や生徒の自信を高めること

生徒が理解しているレベルで数学に関するコミュニケーションを促し、正しい答を出すにとどまらず、数学についての推論する力や洞察力を向上させること

数学者のような活動や、他の生徒を導く教師としての役割

上記の 4 つ基本理念にかなった課題には、短いスパンのものも設定できるが、じっくり考えていろいろ試行錯誤できる少し長めのスパンの方が、単なる努力の結果というよりも深い洞察を含む学習が期待される。

ケンタッキー州での実践の特徴を簡単にまとめる。まず、ポートフォリオの種類を、活動中のポートフォリオと永久保存版ポートフォリオの 2 つに分ける。前者は、生徒が学習や活動している最中の、作成途中のポートフォリオである。後者は、単元の終わりに最も気に入った作品や努力したこと・がんばったことなどを活動中のポートフォリオから選び出し、その選びだしたものを保管しておくポートフォリオである。

活動ポートフォリオは、「活動中のポートフォリオ」と名付けた箱を 1 人 1 つずつ用意する。ひとまとまりの学習内容ごとに「要約シート」をつけ、学んだこと、成長したことを示す材料すべてを、箱の中に入れていく。要約シートには、「タイトル」「日付」「学習内容を示す説明」「キーフレーズ」を書いておく。キーフレーズには、最も高く評価している点、努力した点やがんばったこと、最も向上したことなどアピールポイントを書いておく。活動中のポートフォリオの最後に、全体をとらえるための「目次」、ポートフォリオを作った生徒が、それを見る人に向かって書いた「手紙」を加える。さらに、色の違う

ポストイットを用意し、「内容」「成長」「発見」など伝えたい事柄を表現する色を決めておき、伝えたい部分にはっていく。また、活動中のポートフォリオには、生徒が考えるための質問があり、生徒はそれを参考に学習をふり返り、学んだことは何か、成長した点はどこか自己評価し、自分のアピールポイントを見つけることができる。その9つの質問を以下に示す。

どのような活動や数学的なトピックが含まれていますか。

新しいことを学ぶにあたって、その活動はどのような助けとなりましたか。

この経験からあなたは何を学びましたか。その活動と他の教科や実生活との関係について説明できますか。

もっと時間があったら別のことをやってみたいですか。それはどんなことですか。

どんなストラテジーをあなたは使いましたか。あなたはその課題を通して何を考えましたか。

問題解決過程において、あなたはどのような数学的な技能を使いましたか。

この活動に関してあなたがしたことについて、どのように評価しますか。

数学であなたが得意なところはどこですか。数学についてあなたはどのような目標を持っていますか。

それを、教師は、A、B、Cの3段階で評定し、生徒にそれをフィードバックする。

そして、単元の終わりに、活動ポートフェリオをふり返りながら、以下の7項目に従い、ポートフェリオを分類し、目次をつける。

数学に対する肯定的受容を示す表現：受け入れ、意欲的な反応を示しているもの。

数学に対する理解：概念の発達、問題解決力、数学的な構造を見抜く力、課題に取り組むアプローチや解法の構築を示しているもの。

数学的推論：さまざまな数学的トピックスの中で数学的な理論性に基づく判断、数感覚、演算、計算、測量、幾何学、そして空

間の概念、統計と確率、類型と関係を示しているもの。

数学の応用力：数学の考え方を、他教科あるいは自然現象や現実世界の場面に対する関連づけを示しているもの。

グループでの問題解決：グループで行った問題解決の記録や学んだ事柄を示すもの。

使用した機材

コミュニケーション：教師と保護者と生徒の間のコミュニケーションの記録や、生徒どうしの相互評価を行った記録を示すもの。

次に、その中から永久保存版ポートフォリオに保管するものを選びだしていく活動を行う。選び出す基準は、第1段階としては、自己完結している課題、第2段階としては、以下に示す「6つのアピールポイント」となる部分が含まれている課題を選び出すことである。そのアピールポイントは、成長した点やスキルアップした点、工夫した解法、数学の規則性や構造を発見したこと、実社会への応用を示し記録、ものの見方、考え方が変化したこと、仲間に紹介したいと思う面白い課題である。そして、選び出した課題がどのアピールポイントなのか理由書きを添付する。

永久保存版ポートフォリオの評定は、以下の3つの観点で行う。観点1は、精選で、「6つのアピールポイント」に対応する素材があるかどうか基準となる。観点2は、ふり返りで、永久保存版ポートフォリオに保存する素材の選択の妥当性が基準となる。観点3は、組織で、ポートフェリオの構成の仕方と妥当性が基準となる。この3つの観点をA、B、Cの3段階で評定し、生徒にフィードバックする。学習開始から保存するまでをまとめると、次のような手順を踏むことになる。

- (1) 学習活動の実施と活動中のポートフォリオに入れる内容物の作成
- (2) 9つの質問による(1回目の)評価・評定
- (3) 活動中のポートフォリオの7項目による分類

(4) 6つのアピールポイントをラベリングしながら永久保存版ポートフォリオへ保存

(5) ラベリングした内容物に理由書きをそれぞれ添付

(6) 3観点による(2回目の)評価・評定
ここで、(2)と(6)の評価は、教師と生徒が対話の中で生徒自身にフィードバックすることを意図する形成的評価の意味合いが強い。つまり、A、B、Cの評定までを含めて「指導のための手段」として考えてよい。

以上を参考に、高等学校における数学の授業にふさわしいポートフォリオを以下に述べる。教師は、学ぶべき目標を設定する。生徒もそれに対して自分なりの目標を立てる。その生徒は、学習活動を毎時間ごと記録し、自己評価し、ポートフォリオに納める。その中には、ドリル的な課題もあるし、日常生活の文脈の問題解決的な課題もある。そのポートフォリオを教師が点検し、その生徒と次の授業計画にフィードバックする。また、他の生徒や保護者が、評価する機会もつくる。そのことによって、生徒は自分自身の活動を振り返り自己評価することにより、次に何をすればいいのかが明確になっていく。教師も授業計画を見直し、より有効な計画に変えていくことができる。単元の最後には、今までのポートフォリオをふり返りながらレポート(永久保存版ポートフォリオ)を作成する。そして、教師はそれらのポートフォリオから評価し、単位を認定する。そして、そのレポート集をまた、次の授業に活用していく。そのような生徒たちによる自発的な学びのサイクルが学校に作られることが理想である。

5. 授業の計画

以上の観点を参考に高等学校における数学の授業を計画してみた。

まず、大きなテーマは、「はかる」とした。「はかる」ことは、現実の世界を数学の世界のモデルで考察する際の重要な行為である。「はかる」ことにより現実のものが数値化、

カテゴリー化し、数学的に捉えられるようになる。人間と数学的思考を結びつける基本の行為である。

その中で「角度を測る」ことを小テーマとしてみた。角度を日常的に感じるのは、坂道を登る場合や、スキー場で滑る場合、階段の上にいる場合などのときである。日常的な話題から角度を感じられるように、次のような問題を設定してみた。

「私は、自転車通学をしています。通学の際、A橋を通るのですが、どうも、来るときと、帰りの坂道の角度が違って感じるのです。なぜなら、行きよりも帰りの方が自転車のペダルが重く感じられるからです。たぶん学校に近い坂道の方が急だと思うのですが、何か比べるいい方法はないでしょうか。」

この問題を考察する中で、はかるとは何か、角度とは何か、坂道の角度を測るにはどうしたよいかを調べて、議論する中ではかると角度についての学習を深めていく。そして、実際にある橋の角度を調べることにより、その角度を測る方法を試してみる。そして最後にこの活動をレポート(永久保存版ポートフォリオ)にまとめる。

なお、生徒は毎時間ごとにポートフォリオを作成する。そのポートフォリオに対して、4の手順で評価を行っていく。その際、次の授業計画、生徒にその評価をフィードバックさせていくことに重点を置く。

次に、授業計画の概要を述べる。この授業の場合、あらかじめ決まった方法で生徒に解かせるのではなく、生徒自身が、教師、他の生徒と関わる中から自ら学習を進めていくことに重点を置く。そのため、この計画通りにならない場合も考えられる。

(1) 授業、評価方法の説明

ポートフォリオについて説明し、その評価の方法、基準について説明する。

(2) 問題を提起する。

日常生活における斜面について考察する。
どんな具体的な例があるか考える。例えば、
坂道、スキー場、階段、すべり台など。そ
れを使って、問題に似た問題を考えてみる。

(3)角度を測るとはどういうことか考察する
はかるとはいったい何か。角とは何か。角
度とは何か。角度の単位について考察する。
なぜ、直角は 90° なのか考察する。
斜面の角度とは何を意味するのか考察する。
三角比との関連も考察する。

(4)斜面の角度を測る方法を考える

斜面の角度を測る道具カクシリキについて
説明する。そして、カクシリキを実際に作成
する。

カクシリキ(角知器)の作成方法

足立久美子(1993)実験数学のすすめ、国土
社、pp148-155)

材料

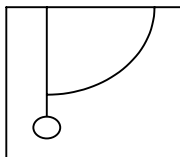
フロッピーケース、分度器コピー、5円玉ま
たは50円玉(穴あきのおもり)、赤い糸(1
5cm位)、両面接着テープ、セロテープ

作り方

分度器コピーを切り取り、裏に両面テー
プをはる。特に上部の 90° にそった部
分はしっかりつけるようにする

ケースをあけ、下図のようにはりつける。
 90° の線は上部の切れ口の線とぴった
り一致するようにはるのがコツ。 0° の
たて線は5円玉がぶら下がるので、左側
のケースはじより1.3cm位あけてはる。
5円玉に赤い糸を通し、一方を結び、他
方を長くぶらさげる。

フロッピーケースをたて、5円玉をおも
りとした赤い糸が 0° の線にぴったりそ
ってぶらさがるようにケース上部の分度
器のコピーの基点に糸をセロテープでと
め、余った部分の糸はケース裏側にまわ
しセロテープでとめる。



使用方法

坂に起きそのまま静かに寝せて手元に持つ
てきて目盛りを読む。

完成したら、実際に学校内の階段の手すりの
角度等を測定してみる。

(5) 橋の坂の角度を測る方法を考察する

どのような方法で測ればよいか個人、グルー
プで考察する。そして、ある橋のモデルを作
り、測定計画を作成する。その際、2つの坂
道の角度はどのように比較したらよいのか考
察する。

(6) 実際にある橋の坂の角度を測ってみる

各グループに分かれて、計画に従い測定す
る。その後、どちらの坂道が急なのかを判定
する。

(7) この課題を発展させた課題を考える。

例えば、家のまわりで坂の速度を測定しレ
ポートを作る。分度器を使わない斜面の角度
の測り方を考察する等。

(8)斜面の角度についてレポートをまとめる。

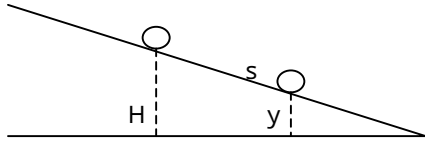
6. この課題についての考察1

斜面の角度は、基準となる半直線の1つが、
地面となっている。地面は、重力に対して垂
直な方向として定義される。もともとは、水
が重力の作用により、水平面をかたちづく
るところから生まれてきた。水を元にしてはか
る水準、レベルという言葉が生まれた。

そのため、斜面の角度を測るときは、水平
面を基準にすることになる。即ち、その水平
面を作り出している重力を基準とすることに
なる。カクシリキはその重力の方向を利用す
ることにより、斜面の角度を求めている。同
じように重力を利用して角度を求める方法
はないだろうか。(7)の分度器を使わないで角
を測る方法にも関係するが、ある一定の長さ
の斜面を転がる球の時間を計ることによって、
斜面の角度を求めることができる。その方法
は次のようにすればよい。

最初Hの高さにあった静止した球が、高さ
yまで落ちたとき、球の半径をa、質量をM、
斜面に沿う速度をvとし、慣性モーメントを

I、回転の角速度を ω とする。斜面の傾きを θ 、斜面に沿う距離を s とする。



エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Mgy = MgH$$

.....

面と球の間に滑りが無いとすると

$$a\omega = v$$

が成り立つ、よって

$$\frac{1}{2}\left(M + \frac{I}{a^2}\right)v^2 + Mgy = MgH$$

また、 $s \sin \theta = H - y$ より、

$$v = \frac{ds}{dt} = -\frac{1}{\sin \theta} \frac{dy}{dt}$$

を時間 t で微分すれば、

$$\left(M + \frac{I}{a^2}\right)v \frac{dv}{dt} = -Mg \frac{dy}{dt}$$

ゆえに

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{M + \frac{I}{a^2}} Mg \sin \theta$$

一様な球では、慣性モーメントは

$$I = \frac{2}{5} Mr^2$$

より、代入して

$$\frac{dv}{dt} = \frac{5}{7} g \sin \theta$$

これは、加速度のことだから、速度 v と距離 s は

$$v = \frac{5}{7} g \sin \theta t$$

$$s = \frac{5}{14} g \sin \theta t^2$$

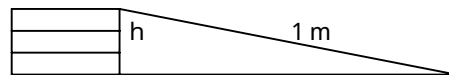
.....

となる。

で、重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ を既知とすれば、長さ s 、時間 t が測定できれば、 $\sin \theta$ の値を計算できる。すなわち斜面の角度を求めることができる。

実際に実験を行い、できるかどうか確認してみた。

1 m の長さのプラスチック製の L 型アングルの上の斜面をビー玉が転がる時間を計測してみた。斜面の高さは、ビデオテープ高さ 2.4 cm のビデオテープを重ねることで、4 段階に変化させた。時間は、10 回計測し、その平均を小数第 1 位まで求めた。



斜面の高さを h cm、斜面の角度を θ とする。ここで、上の式に

$$g = 9.8, s = 1, \sin \theta = \frac{h}{100}$$

を代入すると

$$1 = \frac{5}{14} \cdot 9.8 \cdot \frac{h}{100} t^2$$

これを t について解くと

$$t = \sqrt{\frac{1400}{49h}}$$

この式で計算した値と、測定値を比べてみる。

計測値と計算上の値との比較

高さh(cm)	実際のt(秒)	計算のt(秒)
2.4	3.7	3.450328
4.8	2.5	2.43975
7.2	2	1.992048
9.6	1.7	1.725164

10回時間を測定するのは大変であるが、平均すると、ほぼ、実際の時間が計算上の時間と一致していた。このことにより、一定の長さの斜面を転がる球の時間を測定することにより、斜面の角度を求めることができることがわかる。

7. この課題についての考察2

(5)、(6)でどちらの坂が急なのか判定する場合、どのような基準で判定すればよいのであろうか。橋の坂道は当然直線ではない。曲線になっている場合の坂の傾きはどのようにして求めればよいのであろうか。ここで、スキー場での最大斜度、平均斜度という言葉ヒントにしてみると、何ヶ所かの角度を測り、それを平均した値で比べると妥当性がありそうである。

モデルとして、 $y = x^2$ ($0 \leq x \leq 1$)の坂道と $y = -x^2 + 2x$ ($0 \leq x \leq 1$)の坂道を考えて、どちらが急か考察してみた。

まず、区間(0, 1)を10等分して、平均の角度を計算してみた。

$$y = x^2 \quad y' = 2x$$

X	傾き	角度
0.1	0.2	11.30993
0.2	0.4	21.80141
0.3	0.6	30.96376
0.4	0.8	38.65981
0.5	1	45
0.6	1.2	50.19443
0.7	1.4	54.46232
0.8	1.6	57.99462
0.9	1.8	60.9454
1	2	63.43495
合計	11	434.7666
平均	1.1	43.47666

$$y = -x^2 + 2x, \quad y' = -2x + 2$$

x	傾き	角度
0.1	1.8	60.9454
0.2	1.6	57.99462
0.3	1.4	54.46232
0.4	1.2	50.19443
0.5	1	45
0.6	0.8	38.65981
0.7	0.6	30.96376
0.8	0.4	21.80141
0.9	0.2	11.30993
1	0	0
合計	9	371.3317
平均	0.9	37.13317

$y = x^2$ の坂道が、 $y = -x^2 + 2x$ の坂道より急であることがわかる。

しかし、もっと細かくして平均角度を求めると、例えば100等分では、 $y = x^2$ の坂道の平均角度が、約40.7°で、

$y = -x^2 + 2x$ の坂道の平均角度が、約40.1°となり、ほぼ等しくなる。

さらに、n等分して、nの極限を求めると、

$y = x^2$ では、極限をmとすると

$$m = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tan^{-1}\left(2 \frac{k}{n}\right) = \int_0^1 \tan^{-1} 2x dx$$

ここで、 $u = 2x$ とおくと

$$= \frac{1}{2} \int_0^2 \tan^{-1} u du$$

$y = -x^2 + 2x$ では、極限をmとすると

$$m = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tan^{-1}\left(-2 \frac{k}{n} + 2\right) = \int_0^1 \tan^{-1}(-2x+2) dx$$

ここで、 $u = -2x + 2$ とおくと

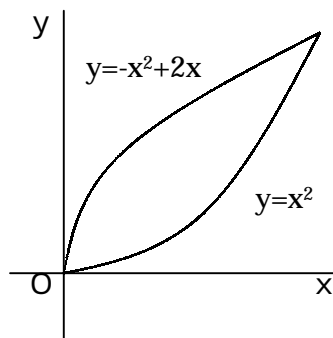
$$= \frac{1}{2} \int_0^2 \tan^{-1} u du$$

よって、両方の坂道の角度の平均が同じであることがわかる。この値を計算すると、

$$\tan^{-1}2 - \frac{1}{4} \log 5$$

で、約 40.38145° になる。

この場合は、意外にも、極限を取ると平均の角度が同じになっていた。実際にこの2つの坂があり、登ってみた場合どうなるのか、体験してみたいものである。



7. 今後の課題

坂道の課題から、2つの考察を試してみたわけであるが、角度を測るという単純な行為を現実的な場面に適応しようとするとなかなか問題が出てくることがわかる。生徒が取り組み、教師の予想もできないような発想によるレポートが出てくるかもしれない。

そのような活動を通して、日常生活とそこにある角度を結びつけることにより、角度に対する学びを身に付けたものにでき、そして、自らが意欲的に学んでいく授業ができる。

また、ポートフォリオについては、未定な部分が多い。加納のポートフォリオの実践や他の例を参考にすすめていく予定である。その際の重要なことは、生徒の活動に対しては、活動で答える。単なる評定に陥らないように生徒と教師、そして、授業計画にフィードバックできる評価としての機能を重視したものでなければならない。

引用・参考文献

澤田利夫・橋本吉彦共著.(1990). 教職数学シリーズ 実践編 数学科での評価

能田伸彦、清水静海、吉川成夫監修.(1997). 21世紀への学校数学の創造 米国NCTMによる「学校数学におけるカリキュラムの評価とスタンダード」. 筑波出版会

佐藤学.(2000). 「学び」から逃走する子どもたち. Pp54-62. 岩波書店

加藤孝次・安藤輝次.(1999)総合学習のためのポートフォリオ評価. 黎明書房

加納寛子.(1997). アメリカの数学教育におけるPortfolioを用いた実践-その内容と課題. 教育目標・評価学会紀要第7号. Pp16-25

加納寛子.(2000). 数学学習でのポートフォリオ-活動中ポートフォリオの学習と評価. 指導と評価2000年7月号. Pp45-51. 日本教育評価研究会

加納寛子.(2000). 数学学習でのポートフォリオ-永久保存版ポートフォリオ. 指導と評価2000年8月号. Pp58-62. 日本教育評価研究会

加納寛子.(2000). 数学学習でのポートフォリオ-ポートフォリオの内容物と位置づけ. 指導と評価2000年9月号. Pp59-62. 日本教育評価研究会

加納寛子.(2000). 数学学習でのポートフォリオ-ポートフォリオにより学習がどう変容するか(1). 指導と評価2000年10月号. Pp51-62. 日本教育評価研究会

加納寛子.(2000). 数学学習でのポートフォリオ-ポートフォリオにより学習がどう変容するか(2). 指導と評価2000年11月号. Pp60-62. 日本教育評価研究会

二宮裕之.(2001). 算数・数学教育における「ポートフォリオ」の活用事例. 新しい算数研究2001No. 369 10月号. Pp35-37

戸田盛和.(1981). 物理入門コース力学. Pp178-179. 岩波書店

足立久美子.(1993). 数学教育協議会 銀林浩編実践数学のすすめ. pp148-155. 国土社

日本数学教育学会研究部編.(2001). 数学的な活動を通じた数学基礎と総合的な学習. 東洋館出版社

高野 剛彦.(2001). 新しい評価法としてのポートフォリオ評価

<http://village.infoweb.ne.jp/~fwge4929/Default.htm>