数学の授業における議論に関する研究

尾　崎　　誠
上越教育大学大学院修士課程１年

１．はじめに

本稿では，「生徒たちが、自分の考えやその根拠，すじみち，正当性などを教師や他の生徒に説明し，互いに論じ合うこと」を「議論」と捉える。

1.1.筆者の経験から

生徒たちが自分の考えを発表し，議論をしているような数学の授業は，一般的によい授業だといわれている。筆者もこのような授業を目指している。しかし，筆者の教職経験からいえば，授業において議論を起こすことは決して容易なことではない。

例えば，ある生徒の発言に対して，筆者が「どうしてそう考えたの？」と尋ねると，その生徒が「ただ，なんとなく」とか、「そうじゃないかなあと思った」と答える。さらに筆者がその生徒に「何で？」と続けると，その生徒は嫌そうな，困ったような顔をする。このような場面においては，議論を起こすことは難しい。

わが国の教師は「生徒が数学ができるようになるための必要事項」として，「自分の解答がよいことを示すために理由を言うことができること」を重視している[1) 2)]。多くの教師は筆者がするように，生徒の発言に対してその考えの理由を尋ねるだろう。

しかし，生徒たちは「数学ができるようになるためには，自分の解答がよいことを示すために理由を言うことができること」を，教師と同じように重要だと考えているのだろうか。筆者は，そのように考えている生徒はわずかなのではないかと考える。なぜなら，もしそうでないとすれば，学年が上がるにつれて，発言をする生徒が少なくなるという実態をどのように説明すればよいのであろうか。

また，仮に議論が起こったとして，その議論が，生徒が数学を学習する上で，よい議論なのか，そうでないのかということを問題にしなければならないだろう。つまり数学的にみて質の高い議論なのか，そうでないのかということである。そして，質の高い議論を実現し，維持するためにはどのようにすればよいのであろうか。

上述した問題について，筆者は，多くの生徒から発言を引き出せば議論が起こるとか，議論をすれば数学的な学習が実現するというふうに，非常に経験的に捉えていた部分が多かった。言い換えれば，筆者は，どんな議論が質的によいのか，それはどんな基準で評価できるのかについて，何も明確なものをもたないまま自分自身の経験を頼りにこれまで授業を行ってきた。これは，筆者の個人的な反省かもしれない。だが，それは現在の中学校の数学の授業，あるいは多くの数学の教師に関わる問題なのではないだろうか。

1.2.本稿の目的

本稿の目的は，先行研究を手がかりに次の三点を考察し，筆者が，数学の授業における議論に関する研究を進める上での課題を整理することである。

(1) 生徒が数学を学習する上で，議論をすることにどんな意義があるのか。
(2) 議論を起こすためにはどうすればよいのか。
(3) 議論の質はどのように捉えることができるのか。

２．議論をすることにどんな意義があるのか

生徒が数学を学習する上で，議論をすることにどんな意義があるのかについて，先行研究を手がかりに考えてみたい。

まず, Lampert(1990)をとりあげる。Lampert は，Lakatos(1976)[3] と Polya(1954)[4] の研究を踏まえ，数学の発展は，推測と反駁のジグザグの道によって成されてきたとし，数学の授業においてもこのようなディスコースの実現を目指した研究が必要であるとしている(4.2.参照)。Lampert は，その研究の中の授業のねらいについて次のように述べている；(傍点は，筆者が原文の斜体に対応させて付けた。下線は，筆者の加筆。)

> 私は，指数を引いたり足したりして割ったり掛けたりできることや指数の技術の使い方を学ぶだけではなく，このようにする正当な根拠が教師や教科書からではなく<u>数学の論証(mathematical argument)から生じるものである</u>ことも，生徒に学んでほしかった。これは同時に二つの教えるべき課題に取り組む必要があることを意味している。一つは，生徒たちがその学問の技術と知識を習得するという目標に関するものである。これは数学の知識とか数学の内容と呼べるものである。もう一つは，生徒がその学問のディスコースに参加するのに必要な技能と資質を習得するという目標に向けられたものである。この二つの知識は教育内容である数学そのものの知識(knowledge *of* mathematics)と，数学という実践，つまり数学についての知識(knowledge *about* mathematics)と呼ぶことができるものである[5]。

Lampert は，数学的に正当な根拠が，生徒たちの論証(argument)から生まれるものであるとしている。そして，その論証を通して，生徒は数学の知識だけではなく，数学についての知識も同時に学ぶことができるとしている。筆者は，Lampert のいう論証，つまり推測の理由付けやその反駁は，生徒たちの議論の過程で生じるものであると考える。

また，Sierpinska(1998)は，相互作用主義の立場から，生徒の数学の知り方について次のように述べている；

> もしも生徒が数学として学んでいることが，あるディスコースであるならば，その生徒の数学の知り方は，その生徒が参加しているところでなされているコミュニケーションと相互作用の特徴の関数である[6]。

もし，生徒の学習が，教科書の問題の解法を覚えることや教師の説明を覚えることであるとすれば，生徒の数学の知り方は，できあがった知識を覚えることだけになるだろう。

Bauersfeld(1993)は、数学の授業における相互作用への参加を通して学ばれる知識について次のように述べている；

> (狭い意味での)知識は、その使用者が、ある状況に直面したときに、その知識を用いるのが適切であるかどうかを確認できなければ、無駄になるだろう。知識はまた、その学習者が、その必要な要素を、当面している状況に柔軟に関連づけたり、変形したりすることができなければ、ほとんど助けにならないだろう[7]。

この立場に立つと，議論をすることは，数学を学習する上で不可欠なものであると考えられる。

次に，Yackel & Cobb(1996)をとりあげる。Yackel & Cobb は，数学における知的自律性の育成を目標に掲げている。また，それが，Piaget の「教育の主要な目的は，自律性である」という見解と一致しているとし，小学校の授業で子どもたちがどのように知的自律性をもつようになるのかを研究している。その中で，子どもたちの数学的な議論(discussion)の規範的な面に焦点を当て，社会数学的規範

という概念を示している。そして，その社会数学的規範を交渉するプロセスにおいて，それがどのように数学的な論証(argumentation)を制御し，子どもたちに，数学において段々と自律的になることを可能にするような，個人的な信念と価値を構成するかについて述べている[8]。

この立場に立つと，議論をすることは，生徒たちの知的自律性の育成に貢献すると考えられる。

2.1.考察

筆者は上述した先行研究から，議論をすることの意義について，大きく分けて次の二つの示唆を得た。

一つは，生徒たちが議論をすることを通して，数学の知り方を学ぶということである。これは，単に数学の知識を覚えることではない。議論をすること，つまり生徒たちが，自分の考えやその根拠，すじみち，正当性を説明し，互いに論じ合うことが，数学の知り方であると考える。

もう一つは、教室における権威（教師や教科書）に頼るという他律的な学びではなく、知的に自律した学びを実現するということである。このことは，指導要領が指向している「生きる力」を育成することにつながると筆者は考える。指導要領では，すべての教育活動を通して「生きる力」をはぐくむよう求めている[9]。筆者は，生徒の知的に自律した学び，すなわち知的自律性が，数学の学習における「生きる力」の主要な部分であると考える。また，Lampert からは，議論をすることの意義として，Polya が「科学者の道徳的素質」と呼んだものを育成することが読みとれる。これについては，今後の考察の課題としたい。

３．議論を起こすためにはどうすればよいのか

教室という社会的状況において，議論を起こすためにはどうすればよいのか，また，どのようなものが必要なのだろうか。先行研究を手がかりに考えてみたい。

3.1.数学的Discussionの構造

高橋(1988)は，「学習者の数学的活動を形成し発展させる方法として機能する討議の場面」を「数学的 Discussion」と捉え，数学的 Discussion における数学的活動の場を構成する五つの構成要素(教師，学習者，「教材」，問題，共有する数学的意味)と，その間に働く四つの相互作用を考察している(図-1)。

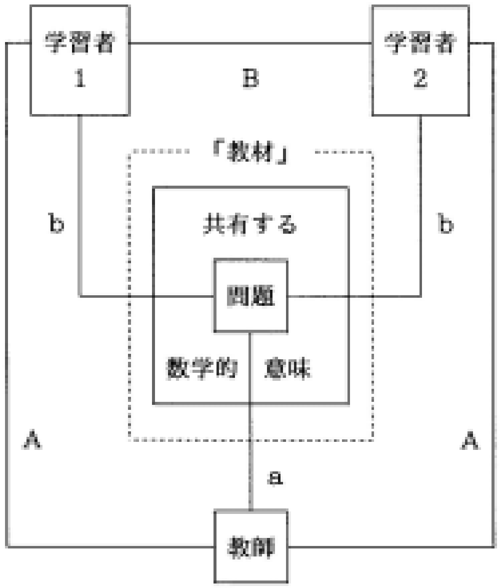

図-1　数学的 Discussion における数学的活動の場の構成

高橋によれば，「教材」とは，教師が，授業で目標とする数学的な関係を学習者の学習活動を考慮して構成したものであり，問題とは，「教材」を実際に学習者に提示する形に直したものである。そして，教師が，問題に対する学習者の反応の中から，数学的意味をもつと考えられる部分を切り取り，生徒との相互作用によって，数学的意味を発掘する活動と数学的意味を形成し発展させる活動によって生み出したものが，共有する数学的意味である[10]。

筆者は，高橋の研究が，教師が提示した問題を，教師と生徒たちが議論を通して，共有する数学的意味へと発展させる理想的な過程を示しているようにみえる。しかし，教師の提示する問題から，すぐに推測や検証という相互作用が始まることを仮定している点や，その相互作用がどのような教師の教授行為によって可能になるのかという点に課題を残していると考える。

3.2.共有の基盤

広瀬(1996)は，熊谷(1989)のいう「共通の基盤」[11]をもとに，子どもたちのより深い理解を促す議論の特徴を明らかにするために，議論の中での「共有の基盤」が何であるのかについて，小学校第３学年のわり算の授業を対象に考察している。

広瀬は，議論の中での教師と子ども，子どもどうしの共有の基盤を分析する観点として，Richards の consensual domain という概念を援用している。それは，Richards の consensual domain が，「有機体どうしの組み合わされた行為のひとまとまりに見える状態」を指しているからであるとしている。そして，授業の分析にあたって，議論の始まるきっかけとなった発言についての合意の内容をコンセンサス１とし，それについて子どもたちがこれまでの経験・知識から無意識のうちに自分自身の活動にかける制御の内容をコンセンサス２とし，コンセンサス１は教師と子どもの共有の基盤を，コンセンサス２は子どもどうしの共有の基盤を分析するための視点としている。そして，コンセンサス１によってコンセンサス２が生じ，この二つの影響関係によって consensual domain が開かれるとしている。

広瀬は，考察の結果，授業において議論を組織する場合に問題となるのは，議論での consensual domain をどのように開いていくか，子どもたちの間のコンセンサスをどのように形成していくかであるとしている[12]。

筆者は，広瀬が議論を組織する場合に問題となるとしているコンセンサスは，コンセンサス１とコンセンサス２を合わせたものであると捉えた。筆者は，議論の中では共有の基盤，あるいはコンセンサスが存在し，それを手がかりに生徒たちの理解を深めることができるという示唆を得た。しかし，議論の始まるきっかけとなる発言を仮定している点に課題を残していると考える。

3.3.「推測と証明」の対象と根拠

佐藤(1994)は，Lampert(1990)のいう「推測と証明のジグザグ」(4.2.参照)を「推測から証明へ，証明から新たな推測へと，推測と証明とが交互に繰り返しながら，新たな推測と証明を生み出していく過程」と捉え，これをもとに，小学校第５学年の小数のわり算の授業について考察している。

佐藤は，Lampert の授業でみられた「推測から証明へ向かう過程」と「証明から新たな推測へ向かう過程」のほかに，「推測から新たな推測へ向かう過程」と「証明から新たな証明へ向かう過程」を特定し，これら四つの過程において，「何について(対象)」「何に基づいて(根拠)」推測や証明が行われたのかという視点で分析している。その分析の結果，推測と証明の四つの過程では，「対象」と「根拠」のどちらかが必ず一致することを見出し，そのどちらかのかかわりにおいて新たな推測や証明が生み出されることを示している。また，授業がいくつかの推測と証明の段階を踏んで展開されるとき，推測や証明の「対象」と「根拠」の範囲を広げたり，限定したりすることが行われているとしている[13]。

筆者は，推測と証明の四つの過程における「対象」と「根拠」，そしてその範囲の広がりや限定は，議論を起こすために，重要な示唆であると考える。

3.4.「問題」と「考え方」との間の緊張関係

岩崎(1999)は，Dewey のいう「不確定な状況」[14]を，自らの問題解決の反省から，

認識主体が捉えている「問題」とそれに対する「考え方」との間の緊張関係という概念枠組み(図-2)で明確にし，その概念枠組みを実際の問題解決の授業の分析を通して例証している。

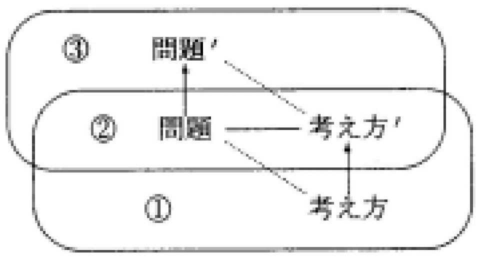

図-2　問題と考え方との間の緊張関係の図式

岩崎は，認識主体が捉えている「問題」に対する「考え方」が十分に確立していないという意味での緊張関係を，図-2の　の枠組みの中の点線で表現している。実際の授業でいえば，教師が提示した問題に対して生徒が何らかの「考え方」を見出した場面であるが，認識主体がこの「考え方」で「問題」を完全には捉えきれていないという意味で「不確定な状況」である。そして，いくつか同様の問題を経験することによって，この「考え方」を確かめると，それは「問題」を解決するためのほぼ完全な「考え方 '」となり，この緊張関係は解消される(図-2の　参照)。実際の授業でいえば，「考え方」の有効性が確かめられ，それが当面の問題を解決するのに十分な方法「考え方 '」となる過程である。しかし，認識主体が捉えている「問題」が変化することで再び緊張関係が生じうる。この過程が図-2の　の枠組みである。実際の授業でいえば，教師が問題を発展させたり，条件を制限したりして，生徒たちの「考え方 '」を揺さぶる場面である。

岩崎は，教師の問題の提示の仕方やちょっとしたしぐさによって授業の流れが大きく変わっていくことを指摘し，教師の教授行為という「さじ加減」一つによって大きく変化する問題解決の授業の特徴を「問題解決の授業の力動性」と呼んでいる。そして，上述の概念枠組みを「問題解決の授業の力動性」を分析する一つの視点として示している。

そして，岩崎は，「問題」と「考え方」との間に絶えず緊張関係が創り出され，維持されているような授業の重要性を強調し，その実現のために，まず教師は，生徒たちの理解の状態,つまり生徒たちが捉えている問題と，それにアプローチするための「考え方」とを，慎重に見極めることが，何よりも必要であるとしている[15]。

筆者は, 岩崎が「問題解決の授業の力動性」と呼んでいる授業の特徴を捉える枠組み，そして，教師は，まず何よりも生徒の理解の状態を探り，見極めることが求められるという示唆は,議論を起こすために重要だと考える。

3.5.考察

上述した先行研究から，議論を起こすためには，　問題についての生徒の反応から，相互作用によって共有する数学的意味を形成し発展させること，　生徒はこれまでの経験・知識から無意識のうちに自分自身の活動に制御をかけるので，生徒たちの共有の基盤を考慮する必要があること，　生徒がする推測や証明の対象や根拠を考慮する必要があること，　生徒たちが捉えている問題と理解の状態を慎重に見極める必要があること，などが示唆された。

筆者は今まで，議論を起こすために，授業で扱う問題を工夫し，生徒に予想させることを取り入れてきた。それは複数の生徒から予想を引き出せば，議論が起こると考えていたからである。しかし，それでは，必ずしも議論が起こるとは限らなかった。

改めて筆者自身の指導を振り返ってみると, 岩崎(1999)の「問題解決の授業の力動性」の枠組み，そして生徒の理解の状態を慎重に見極めるという教師の教授行為への示唆は，

議論を起こす上でとても重要である。今までの筆者は，授業のねらいと授業時間にとらわれるあまり，問題と生徒の考え方との間のかかわりを十分に捉えきれていなかった。生徒は問題に対して，わかる，できる，という自信がないと発言をしたがらない。例えば，筆者が，机間指導で生徒の考えを聞き，その生徒に全体の場で発表するよう求めると，それを拒む生徒が何人もいた。間違ったら恥ずかしいという気持ちがあるからであろう。しかし，それは，生徒にとって自然なことである。

このような生徒の立場に立つと，議論を起こすための一つの改善の方向が示唆される。それは，多くの生徒ができること，自信がもてることから始め，段々と生徒の考え方を発展させることができるような問題を開発することである。多くの生徒が，わかる，できるという自信をもつことができれば，議論を起こすことができるだろう。そして，生徒の理解の状態を慎重に見極め，段々と生徒の考え方を発展させることができれば，議論によって授業を展開することができるだろう。

４．議論の質はどのように捉えることができるのか

議論の質はどのように捉えることができるのか，そして生徒が数学を学習する上で，質の高い議論とはどういうものなのだろうか。

4.1.主題・目的・フレイム

McNair(2000)は，Freudenthal らから，「数学は，推論のシステム(system of reasoning)である」という見解を引き，数学において価値のあることを四つあげている。それは，パターンと整合性の探求，手続きを一般化し定式化すること，推論のシステムの中で関連づけを図ること，そしてこれらのことを証明し共有するための論理的な議論(discussion)を発展させることである。

McNair は，数学の授業での議論の質を分析し特徴づけるための概念として，「主題(subject)，目的(purpose)，フレイム(frame)」を示している。主題とは，数，形，空間，変数とこれらの間に存在する一般化可能なパターンや関係，つまり数学の知識や内容である。目的とは，推論のシステムに構造と理解を付け加えること，例えば，単に問題の解答を求めることではなく，以前の数学の授業で確立された観点から問題の解答を理解しようとすることである。そして，フレイムについて，計算フレイム，問題フレイム，数学フレイムという三つのフレイムを示している。

McNair は，生徒の学習の可能性を最大にするような授業の議論は，主題，目的，フレイムが，数学的なものでなければならないとしている。次に McNair がこれら概念を説明するために用いている例を引用する。この例は McNair が想定した整備士マイク(M)とそのアシスタント(A)との架空の対話である。

例

M: 5/16は小さすぎるし，3/8は大きすぎる。それらの間のレンチをとってくれ。
A: それらの間の大きさって何？
M: 急げ。数学だよ，数学。ちょっと待てよ，10/32, 6/16, 12/32，それは11/32だろ。
A: おお！はい，どうぞ。

この例で，McNair は，数学的な主題が，数学的な目的を保証するのに十分でないことを示している。つまり，議論の主題が分数という数学的な主題であっても，必ずしも議論の目的が数学的になるとは限らないということである[16]。McNair の視点からすれば，整備士マイクが11/32という答えを求めた後で，「どうやってやったかわかるか？」とアシスタントに尋ねるとか，アシスタントが「どうやってやったの？」とマイクに尋ねれば，議論の目的が数学的な目的になった可能性があると筆者は考える。これは，実際の授業においてもいえることだろう。異なる大きさの２

つの分数の間の数を求めることは，数学的な主題である。しかし，このことについて話し合ったとしても，議論の目的が単に答えを求めることでは，数学的な議論とはいえないだろう。上述したように，解法の手続きを尋ね，その中にある数学的な関係を問題にしなければ，数学的な議論にはならないだろう。

4.2.帰納と演繹との間をジグザグに進む意識的な推測と証明

Lampert(1990)は，Lakatos から「推測に始まり，反証や反駁を通して，仮定の検証へと進むジグザグの道をたどる証明によって，数学は発展する」という数学的認識の発展のプロセスについての見解を引き，このような過程を生徒たちが数学をわかる過程として重視し，その実現を目指した研究を行っている。

Lampert は，その研究の中の小学校第５学年の指数の授業において，生徒たちが，帰納的な観察と演繹的な一般化の間をジグザグに行きつ戻りつしていたとしている[17]。ここでは，このジグザグを「推測と証明のジグザグ」と表現する。Lampert の授業の記述から，「推測と証明のジグザグ」がどのように表れているのかを考察したのが，表-1である。この授業は「5^4の最後の数字は何か」という問題から始められた。表-1に矢印で示したのが，Lampert の授業にみられた「推測と証明のジグザグ」である。

推　　測	証　　明
・5^4の最後の数字は５であろう	
	・ある数に５をかけたとき，５または０で終わる ・５を５倍すると最後の数字は５になる ・５を２乗した数を，もう一度２乗すると625になる
・５の累乗の最後の数字はいつも５になるだろう	
	・5^5＝3125, 5^6＝15625, ・・・の計算をする
・５の累乗の最後の２桁の数字は25になるだろう	

表-1　Lampert の「推測と証明のジグザグ」

生徒たちの推測が，5^4の最後の数字を求めることから，５の累乗の末尾の数字を求めることへと一般化されていく過程が，Lakatos のいう数学的認識の発展のプロセスと整合している。このようにみると，「推測と証明のジグザグ」は，議論の質を分析するための観点といえよう。

4.3.「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用的関係

岩崎(1998)は，Steinbring の認識論的三角形の概念枠組み(図-3参照)を分析の視座として援用し，中学校第２学年の三角形の合同条件の２辺と１角の関係を扱った二つの授業エピソードを比較している。授業エピソード　は，通常の中学校で行われている授業の筆記録であり，授業エピソード　は，岩崎が授業者と協同的指導実験を計画し実施した授業の筆記録である。

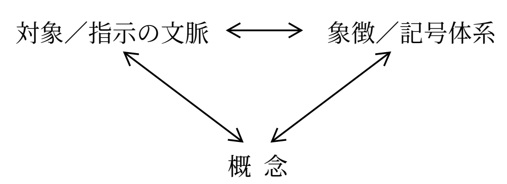

図-3　Steinbring の認識論的三角形

岩崎は，この二つの授業エピソードの分析において，認識論的三角形の構成要素である「指示の文脈」（あるいは対象）は，あらかじめ決められた形で与えられるのではなく，

知識の発達過程で，つまり授業エピソードのそれぞれの局面で，「記号体系」との間の相互作用的関係を常に有しながら変化する力動的なものと捉えなければならないとしている。そして，発見されるべき新しい関係である合同条件(合同条件の概念の言語的表現；ここでは「２辺と１角」についての言語的表現)を「記号体系」に，生徒にとって比較的親しみやすいと考えられている作図(合同条件の概念の図的表現)をその「指示の文脈」に対応させ，「指示の文脈」と「記号体系」とが，相互作用的に発展していく力動的な関係を描き出している(図-4)。

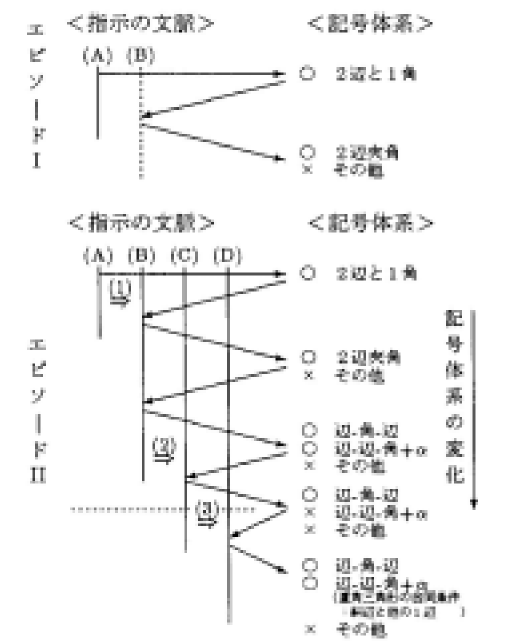

図-4　エピソード　とエピソード　の比較

授業エピソード　では，「SsA 合同定理」として知られる２辺と１角についての合同条件を生徒たちが三角形の合同条件として認めるか否かについて議論が起こっている。

図-4の授業エピソード　における「指示の文脈」の(A)～(D)は，作図の意味が教師と生徒たちとの間で相互交渉され，生徒たちの「指示の文脈」が発展していることを示している。(A)は，ある条件で同じ三角形がかけるかどうかを問題にしているのに対して，(B)では，ある条件を満たす三角形が一意に決まるかどうかに意識が向いている。(C)では，なるべく少ない条件を求めようという意識が付け加わり，さらに，(D)では，新しい条件がうまく使えるか，あるいは，それを採用する上で問題となることは何かを意識している。岩崎は，この「指示の文脈」と「記号体系」との間に相互作用的関係がより明確に，あるいはより豊かに存在しているかどうかの違いとして，授業エピソード　と　の差異を顕在化している。

岩崎は，図-4の「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用的関係は，数学的概念の発達の本来の特徴の一つである循環的プロセスと整合しており，Lampert(1990)が Polya と Lakatos の研究から数学的活動の本質的特徴として明確にした帰納的な観察と演繹的な一般化との間の Zig-Zag の別表現とみることができるとしている。そして，このようにみれば，「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用的関係は，授業において本来の数学的活動が生起しているかどうかを評価する一つのメルクマールであるとしている[18]。

4.4.考察

上述した先行研究を考察すると，議論の質の捉え方は一様ではないことがわかる。そして，議論の質を捉えるためには，それぞれの先行研究が示していたように，数学の学習をどのように捉えるかという視座が必要であることがわかる。また，その視座が，数学とは何か，数学的活動とは何かという，数学の哲学から，導かれていることがわかってきた。McNair(2000)では，数学は推論のシステムであるという見解，Lampert(1990)では，数学的認識の発展のプロセス,岩崎(1998)では,数学的概念の発達のプロセスという視座があった。

また，それぞれの視座に基づいて，議論の

質を分析するための観点が設定されているということができよう。そして，その観点からみたときに議論の質が高いかどうかという評価ができるということである。つまり，数学の学習をどのような視座で捉えるかによって，議論の質が高いかどうかという評価が変わってくる可能性があるといえよう。

今後，筆者が研究を進める上で，数学の学習をどのように捉えるかという視座，そしてそれに対応する議論の質を分析するための観点が，他にもあるのか調べる必要があるだろう。

5．おわりに

本稿では，先行研究を手がかりに，生徒が数学を学習する上で，(1)議論をすることにどんな意義があるのか，(2)議論を起こすためにはどうすればよいのか，(3)議論の質はどのように捉えることができるのか，について考察してきた。

議論をすることの意義は，生徒が数学の知り方を学ぶこと，生徒の知的自律性を育成することにまとめることができる。また，相互作用主義の立場からすると，議論をすることが，数学を学習する上で不可欠なものであると考えられる。

そして，議論を起こすためにはどうすればよいのかについて，　問題についての生徒の反応から，相互作用によって共有する数学的意味を形成し発展させること，　生徒はこれまでの経験・知識から無意識のうちに自分自身の活動に制御をかけるので，生徒たちの共有の基盤を考慮する必要があること，　生徒がする推測や証明の対象や根拠を考慮する必要があること，　生徒たちが捉えている問題と理解の状態を慎重に見極める必要があること，などが示唆された。そして，筆者自身のこれまでの指導を振り返り，中学校の数学の授業で議論を起こすためには，多くの生徒ができること，自信がもてることから始め，段々と生徒の考え方を発展させることができるような問題を開発することが必要であると考えた。これは，筆者の今後の研究課題である。

そして，議論の質はどのように捉えることができるのかについて，数学の学習をどのように捉えるかという視座の差異によって，議論を分析するための観点が異なるということがわかってきた。

本稿では，上述した三つの点から，数学の授業における議論に関する考察を行った。しかし，それぞれの点について，まだ多くの課題を残しており，十分とはいえない。今後は，本稿での考察を足がかりに，議論を起こすための問題を開発し，指導計画を立案したい。そして，授業を実践し，残された課題について考えていきたい。

註及び引用文献

1）国立教育研究所．(1997)．中学校の数学教育･理科教育の国際比較－第３回国際数学･理科教育調査報告書－，東洋館出版社，106-108頁．

2）国立教育政策研究所．(2001)．数学教育･理科教育の国際比較－第３回国際数学･理科教育調査の第２段階調査報告書－，ぎょうせい，62-64頁．

3）Lakatos，I．(1976)．Proofs and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery，Worrall，J．，Zahar，E．(Eds．)，Cambridge University Press．

4）Polya，G．(1954)．Induction and Analogy in Mathematics: Volume 1 of mathematics and plausible reasoning，Princeton University Press．

5）Lampert，M．(1990)．When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching，*American Educational Research Journal*，*27*(1)，p.44．

6）Sierpinska，A．(1998)．Three Epistemologies，Three Views of Classroom Communication: Constructivism，Sociocultural Approaches，Interactionism，In H. Steinbring ，M.G.B. Bussi，A. Sierpinska（Eds.），*Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM，Reston，Virginia，p.54.

7）Yackel，E.,Cobb，P.（1996）. Sociomathematical Norms，Argumentation，and Autonomy in Mathematics，*Journal for Research in Mathematics Education*，*27*(4)，p.459.

8）前掲 7)，pp.458-477.

9）文部省．(1999)．中学校学習指導要領（平成10年12月）解説－総則編－，東京書籍．

10）高橋雄一．(1988)．数学的 Discussion とその構造，数学教育研究，*3*，上越教育大学数学教室，69-78頁．

11）熊谷光一．(1989)．算数・数学の授業における共有プロセスに関する考察，数学教育学論究，日本数学教育学会，7頁．

熊谷は，授業における相互作用の基本的な相として，教師と子ども，子どもどうしの共通の経験・知識に着目する理由を次のように述べている；(下線は,筆者の加筆。)

一斉授業はさまざまの経験・知識を有した子供が参加し相互作用を行っている。しかし，子供たちはそれぞれまったく異なった方向へ進んでいるのではない。実際に，授業が終了したとき，子供たちは互いにある程度共通の経験・知識を有しているし，さらに，教師は子供が授業の目標を達成したとして，自分自身と子供の間で共通のなにかを見出している。また，授業の途中で議論をしているということは，子供どうし，または，教師と子供の間である程度の共通のなにかを有していると考えられる。なぜならば，議論ということは，なんらかの<u>共通の基盤</u>の上にそれぞれの相違点を見出すことで可能になるからである。

12）広瀬直子．(1996)．算数・数学の授業における効果的な議論に関する研究，数学教育研究，*11*，上越教育大学数学教室，81-90頁．

13）佐藤智子．(1994)．推測と証明のジグザグを視点とした算数の授業構成に関する考察，数学教育研究，*9*，上越教育大学数学教室，105-114頁．

14）Dewey，J.，Logic: The Theory of Inquiry，in Boydston,J.A.（ed.）*John Dewey: The Later Works, 1925-1953* Vol.12: 1938，Southern Illinois University Press ，1986，p.109.（デューイ，J.，「論理学－探求の理論」(魚津郁夫 訳)，上山春平 編．パース ジェイムズ デューイ（世界の名著48)，中央公論社，1980，492頁．）

デューイは，探求の先行条件として，「不確定な状況(indeterminate situation)」を次のように述べている；(傍点は，筆者が原文の斜体に対応させて付けた。)

「探求」と「疑問」とは，ある程度まで同じ意味のことばである。われわれは疑問をもつとき探究する。すなわち疑問にたいする答えをもとめるときに探究する。したがって疑問とされうるということ，あるいは可能性ではなく現実性を表わすことばでいえば，不確かであり未決定であり混乱しているということは，探究をひきおこす不確定な状況の性格そのものである。

15）岩崎　浩．(1999)．「余韻の残る授業」についての一考察，上越数学教育研究，*14*，上越教育大学数学教室，21-28頁．

16）McNair，R. E.(2000). Working in the Mathematical Frame: Maximizing the Potential to Learn from Student's Mathematics Classroom Discussions，*Educational Studies in Mathematics*，*42*，pp.197-209.

17）前掲 5)，pp.48-49.

18）岩崎　浩．(1998)．「メタ知識」を視点とした授業改善へのアプローチ－「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用－，数学教育学研究，*4*，全国数学教育学会，83-103頁．