上越数学教育研究, 第 18 号, 上越教育大学数学教室, 2003 年, pp.69-78.

数学の授業における実験の役割に関する実証的研究

−抽出生徒の探究活動の分析を手がかりとして−

江口　賢哉
上越教育大学大学院修士課程２年

1　はじめに

筆者は，今までの教職経験で，操作活動や実験など，生徒の活動を意識的に取り入れた授業を試みてきた。その授業において，生徒が主体的に取り組む姿が見られた。一方，生徒の主体性が持続しないことも実感してきた。

生徒の主体性を引き出したのが実験の役割によるものなのか。そもそも実験のもつ役割とは何なのか。どのようにすれば実験の役割が実現できるのか。これらを考えたのが本研究の動機である。

そして，本論文の目的は，数学教育における実験の意義･役割を明らかにするとともに，それらを中学校の数学の授業において，実現するための具体的な指導方法への手がかりを得ることである。

2　実験の定義と意義

筆者は，「実験とは何か」を捉えるために，自然科学，数学，数学教育それぞれにおける「実験」に関する先行研究を概観し，実験の定義とそれを数学の授業に取り入れる意義について考察した。

2.1 実験の定義

濱田，菊山(2002)は，自然科学における実験・観察について，「実験や観察とは作業仮説を検証する過程である」と定義している。そこでは，単に「仮説を検証するために行う実験」という狭義の「実験」ではなく，仮説設定，思考実験，仮説の検証，法則化，問題解決の方法の考察，といった一連の手続きの過程全体という広義なものとして，実験を捉えるべきであるとしている。

数学における実験は，小平(1969)が述べているように思考実験である。一方，数学の授業で行われる実験は，思考実験のような念頭操作による実験だけではなく，現物を利用した操作活動に近い実験もある。例えば，飯島(1989)は，「意味が広すぎて曖昧になる」という指摘をしながらも,「操作活動も数学的なねらいが明らかなものも実験の簡単なものであり，実験と区別する必要がなくなる」と述べている。そして，実験の定義を「数学的事実について何らかの意味における仮説を作ったり，それを検証したりするための実験的な性格をもつ一切の作業である」としている。

筆者は，自然科学における広義の実験で述べられているように，一連の過程を重視することが，授業において生徒の思考過程を大切にし，正しい問題解決の態度を培うことができると考えた。そこで，本論文における実験の定義を，飯島(1989)の定義を踏襲すると同時に,「過程」を強調して,「数学的事実に関する仮説設定，仮説の検証，定式化，問題解決の方法の考察を含む，実験的な性格をもつ一連の手続きの過程全体」とした。

2.2 実験の意義

次に，数学の授業に実験を取り入れる意義を数学的意義と教育的意義の両面から捉えた。

数学の授業に実験を取り入れる数学的意義として,高木(1970)やPolya(1959)からは,「帰納」が「数学的活動」の本質であり,「実験」が起点となって「帰納」や「数学的活動」が実現されていくこと。また,三輪(1983)とBlum(1995)からは,数学的モデリングの過程(図1)にはさまざまな数学的な考え方が含まれているということ。

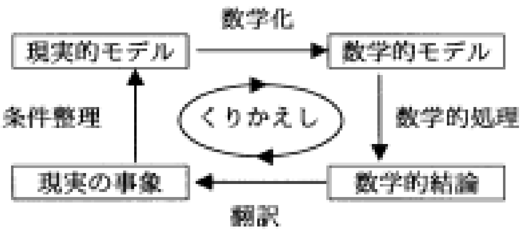


図1　数学的モデリングの過程

さらに,大澤(1997)から,「実験」が数学的モデリングの過程のサイクルを維持する機能があり,「実験」を授業に取り入れることでよりよい数学的活動の実現が可能であることが示唆された。

数学の授業に実験を取り入れる教育的意義として,根本(1999)は,「学習者自身による仮説設定など,学習者の課題へのかかわり方が重要である」と述べていることから,実験において生徒が仮説を決定することは,生徒の自主性,自律性など主体的な学習につながること。また,飯島(1989)は,「実験を取り入れることによって,科学的な方法や数学的な考えを身につけさせようとするものであり,それを通して考える方法を学ばせることに中心を置かなければならない。」と述べていることから,実験を数学の授業に取り入れることで,「数学的な考え方の習得」という数学的意義だけでなく,「学び方の習得」という教育的意義もあることが示唆された。

3　実験の役割

江口(2002a)において,実験の役割を「帰納的な考え方」「思考実験」「数学的モデリング」などの先行研究から抽出した。これをもとにどのような場面で実験を用いるとどんな効果があるのかを具体的に捉えるため,「サイコロ問題」を事例として,実験を伴う問題解決の自己の思考過程を振り返った。そこで,数学教育における実験の役割を内省的に考察し,実験の役割を再度捉えなおした。そして,数学教育における実験の役割を,次の5つにまとめた。

①次の活動へのきっかけ(動機づけ)の役割
②規則性や法則の発見の役割
③予想や推測に対する真偽への信頼度を増したり,あるいは予想や推測を棄却する役割
④新たなアイデアを生み出すきっかけの役割
⑤説明の補助としての役割

これらの実験の役割は,先行研究からの考察と筆者の思考過程をもとにまとめたものであり,実際の中学生が問題解決を行うときに,その思考過程で表れるとは限らない。

また,実際の授業において,実験をどのようなときに,どのように取り入れれば,どのような効果があるのかを,より適切に理解しておかなければ,現場において授業を計画していくのは難しいであろう。

そこで,実際に中学生を対象とした実験を取り入れた数学の授業において,筆者の思考過程から特定した実験の役割が実際に表れるのかを検証し,どのような効果をもたらすのかをよりよく理解するために,実験授業を計画・実施した。

4　実験授業

4.1 実験授業について

実験授業の目的は,前述した実験の役割が,中学生を対象とした数学の授業にどのように表れるのかを検証することである。

実験授業は,平成14年7月9日～11日にかけて,新潟県内の国立大学附属中学校1年生1クラス38名を対象に,計4時間行った。

授業前には,抽出生徒を選出するための授業参観,全員を対象とした事前アンケート,さらに抽出生徒に対して事前アンケートに関

するインタビューを行った。また，授業後にも抽出生徒を対象に臨床的インタビューを行い，抽出生徒の活動過程について，分析・考察を行った。

授業の様子ならびに事前・事後の臨床的インタビューは，ビデオとＭＤＲにて記録し，そのプロトコルを作成して，分析・考察に利用した。

4.2 実験授業の課題

飯島(1985)は，大学生を対象に，「図形の重心」に関する課題を提示し，その問題解決の過程を分析している。しかし，筆者が研究の対象としたいのは，中学校において，実験を取り入れた数学の授業の研究である。実験を中学校の数学の授業に取り上げるからには，中学生の問題解決において，実験の役割が本当に実現されるのかを検証する必要がある。そこで，実験授業で取り上げる課題を，飯島(1985)から持ってくることとし，飯島の研究と照らし合わせながら，研究を進めることとした。

4.3 抽出生徒について

抽出生徒として，山辺と木沢(いずれも仮名)の２名を選んだ。

抽出生徒の選定については，自分の考えを言葉や行為として表面上に出しやすいと思われる生徒の候補の中から，タイプの異なる生徒を意図し，教科担任と相談して選出した。

山辺は，何らかの活動に取り組むときに自分の考えをしっかりともって取り組む生徒である。また，同じ班の生徒を中心として，活発に周囲との交流を図る生徒でもある。

また，木沢は，自分の考えへのこだわりを強く持つ生徒である。山辺とは対照的に，周囲との交流は少なく，自分個人での解決活動に粘り強く取り組む生徒でもある。

4.4 実験授業の分析・考察

(1) より理論的な仮説が生み出される事例

場面１（山辺の面積の考えが生み出されるまで）

場面１は，山辺の中線に対する認識が，「三角形のまん中を求めるための直線」から「中線は面積を均等にわけ，左右のバランスをとる線である」に変わるまでの場面(第１時～第３時途中)である。

山辺は，授業前のアンケートを記入した時点で，既に三角形を１点で支える点は「三角形の中線の作図から求める」としていた。次のプロトコルは，アンケート記入後のインタビュー調査のものである。

51060 山辺：頂点に線を引いて，３本の線が交差したところなんですけど。まあ，何となく，これだと，何か線が重なるような気がしたんですよ。１箇所で。で，やってみたら重なったから。

51072 山辺：まん中って言うとバランスがいいイメージがある。

山辺は三角形の中線を引くにあたり,「まん中＝バランスがいい」という, 自分の図形に関するイメージや見た目の判断から，直観的に「三角形を１点で支える点が３中線の交点である」という仮説を立てていたことが分かる。ここでは,「②規則性や法則の発見の役割」が実現されていると考える。

彼はさらにアンケートを記入する中で,「(中線を)３本引いたら１箇所で重なったこと」から，自分の仮説が正しそうであると自信を持った。これは,「③予想や推測に対する真偽への確信を得たり，信頼度を増す役割」の実現である。

彼は，１時間目に３種類の三角形を作り，いずれも中線の作図で実験に臨んでいる。３中線がたとえ１点で交わらなくても，その仮説を修正することはなかった。その理由として，次のように述べている。

61163 山辺：んー。やっぱり前の２つで，前の２つで失敗してるけど，だいたい１箇所に集まっているから，やっぱり切りかただとかが原因かもしれないので，切る前に（中線の作図を）やればきっと交わるはずだと思った。

この言葉から，山辺は仮説の変更よりも，実験方法（中線の作図の方法）に問題点を見いだし，三角形を切った後に中線を作図するやり方から，中線を作図した後に三角形を切るやり方に実験方法(作図方法)の改善を行ったことがわかる。

また，この場面では数学的モデリングと同様のサイクルが展開している。つまり，試してうまくいかなかった場合に，改善点を見いだし，再度試みているのである。山辺がそのような行動を起こすのは,「三角形を串に乗せる実験を成功させたい」という動機によるものであると考えられる。ここに「①次の活動へのきっかけ(動機づけ)の役割」が実現されているといえよう。

第３時において，山辺の中線に対する認識が,「三角形のまん中を求めるための直線」から「中線は面積を均等に分けるから，バランスのとれる線である」へと変わる。以下は，そのプロトコルである。

31126 山辺：(「どの辺からも半分で割った」と書いたところで，全部消す。
(約 12 秒間，図２を観察する)
31127 山辺：あっ，面白いこと考えた。

山辺は，ここ(31126～31127)で「中線は面積を均等に分けるから，バランスのとれる線である」ということに気がついた。彼は事後インタビューで，自分の理論についての発見に至る経緯を次のように述べている。

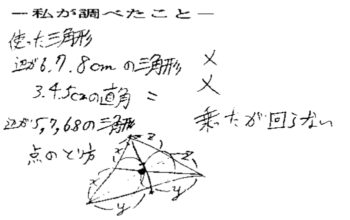


図２　山辺のプリント

61467 山辺：(プリントに書いて消した「どの辺からも半分で割った」について)どの辺からも半分で割ったからつり合うんじゃないかと思って，書いたんだけど。
61468 山辺：まあ，それじゃあ，あんま説明になってないかなと思って。
61471 山辺：この図(プリントに記入してある図)を見て，よく考えたら底辺を２つに分けてるんだなあっと思って。

山辺は，自分の認識の変化が，実験後にまとめた文章や図の観察から気がついたことを述べている。観察が実験に含まれると捉えるならば，この「中線は面積を均等に分けるから，バランスがとれること」への気づきは,「②規則性や法則の発見の役割」を実現したことになる。

また,「それじゃあ，あんま説明になってないかな，とか思って(61468)」からは，他人に対して説明する必要性を意識していたことが分かる。その後に三角形の中線上で鉛筆に乗せるが，その動機を次のように述べている。

61902 山辺：んん。まあ，まあ，班の人にも見てもらいたかったし，
61908 山辺：まあ,他の人にも納得してもらえば，確信につながる。

山辺の「他の人にも納得してもらえば，確信につながる(61908)」の言葉から，山辺は自分の考えの裏づけを実験に求め，周りの生徒も巻き込むことで,「③予想や推測に対する真偽への確信を得たり，信頼度を増す役割」を実現しようとしたことがわかる。

山辺の行動は，あくまで個人で活動するだけであれば，他人への説明の必要性はない。しかし,「彼の置かれている環境が教室の中である」という制約と飯島(1989)の実験の役割にある「より説得力のある理論的な説明をしたい」という意欲が，山辺に対して，Balacheff(1990)のいう「自分の仮説に対する説明責任」を意識させたと考えられる。

この場面１の分析を通して,「実験によって支持された事実を，他者に対して説明しようとすることが，より理論的な仮説を設定する契機となっていること」がいえると考える。

(2)仮説にそった活動にならない事例

場面２(木沢の「外心の考え方」の探究から)

場面２は，木沢が重心の位置に関して,「各

頂点から等距離にある点である」という仮説の形成から，この仮説が間違いであることに気づくまでの場面(アンケート記入～第３時)である。

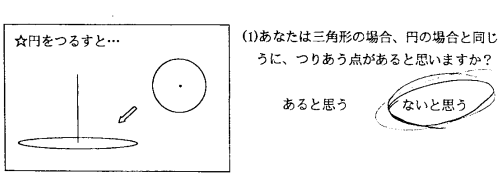


図３　木沢のアンケートから

木沢は，授業前のアンケートを記入した時点では,「三角形を１点で支える点はない(図３)」としていた。

この考えについて，事前アンケート後のインタビューで次のように述べている。

52019 木沢：ちょっと，これ(4,5,6 に三角形)の場合，ただ，完全にないっていう理由がちょっと見当たら，よく分かんないんで。ちょっと試しに，何か水平になる法則があるかなと思って，正三角形を描いて，何か法則を見つけ出そうと思ったんですけど。

52032　T　：じゃあさ。正三角形だったら，まん中を木沢くんは見つけられるの？

52033 木沢：あー，正三角形の方だったら，大丈夫なんです。

52039 木沢：コンパスを使いたかったんですけど，定規しかなかったんで。ここの,頂点。３つの頂点から同じ距離のところを引き出してやろうと思ったんですけど。

木沢はアンケートには「三角形を１点で支えられる点はないと思う」としていたが, インタビューでの「よく分かんない(52019)」,「正三角形の方だったら大丈夫(52033)」という回答から，「正三角形を１点で支える点はあるが，一般の三角形については分からない」という立場であったことがわかる。


図４ 木沢のｱﾝｹｰﾄ

さらに，木沢は,「３つの頂点から同じ距離のところ(図４)を引き出してやろうと思ったんですけど(52039) 」と述べていることから,「三角形を１点で支える点は，各頂点から等距離にある」という仮説を形成していた。

木沢が，この仮説を立てたことについて，事後インタビューで, 次のように述べている。

62398 木沢：中心点から，ここ(中心)とこの(頂点までの)長さが何か関係あるんじゃないかと思いまして。

このインタビューから，木沢は円を意識して仮説を形成したと考える。教師は第１時の導入時に,「図形を１点で支えるとはどのような状態を表すか」について生徒に示すため,「円を串に乗せる実験」を行っている。木沢は，教師の演じた「円を串に乗せる実験」の観察から，自分の仮説を立てたと考える。したがって，山辺と同様に，木沢にも「②規則性や法則の発見の役割」が実現されていると考える。

木沢は，第１時の作業開始後，一辺が４㎝の正方形を作図し，２つの頂点からコンパスで約 2.5 ㎝の長さをとり，その交点で串の上に乗せる実験を行っている。次のプロトコルは, 授業での作業の様子を記したものである。（　）内は，木沢の活動を表す。

12068 (コンパスを正三角形にあてて，メモリで２㎝をとり，斜めの辺にも中点をとる。)

12069 (コンパスの開きを２㎝から約2.5㎝に広げ，頂点から長さをとる。)

12070 (もう１つの頂点からも約 2.5 ㎝でとる。)

12071 (2.5 ㎝同士のぶつかった点に串をあてて，乗せてみる。しかし，うまく乗らない。)

木沢のコンパスの開き(約 2.5 ㎝)は, 三角形の１辺の中点からさらに少し開いてとったものである。２つの頂点からコンパスで同じ長さをとっていることから，木沢は自分の仮説を意識して実験を行ったと考える。しかし，正確に求めたわけではなく，実験は失敗に終わる。その後，木沢は，正三角形の中心(重心)

を作図するために,中線の作図に移行するが,三角形は串の上になかなか乗らない。木沢は,作図を一層慎重に行ったり，中心付近にたくさん点をとって位置を探す経験的な方法に変えるなど，三角形が乗らないことで自分なりに実験方法の工夫を行った。筆者は，これらの行為が「次は三角形を串に乗せたい」という意識からくるものであり,「①次の活動への動機づけの役割」の表れと捉える。

木沢は，第３時の一辺が 10 ㎝の正三角形での探究で，ようやく三角形を串の上に安定して乗せることができた。ここで、木沢は作図した中心の位置が間違っていなかったことを確認し,「③予想に対する真偽の信頼度を増す役割」を実現した。

木沢は, 第３時後半に，2,3,4 の三角形を利用して，再び外心を求めようとする。初めに図５の 2,3,4 の三角形の中心点を中心に外接円を描こうとするが３頂点を通らない。次に,４㎝の辺の中点から中線を延長し，その延長線上に点を取って外接円を描こうとするが,３頂点を通らなかった。その後，少しずつコンパスの針の位置と開き具合を変えながら,試行錯誤で３つの頂点を通る円を描き，外接円を完成させる。

さらに，４㎝の辺の両端と延長した中線の先を結び，外接円の内部に平行四辺形(図５)を完成させた。その後，外心と１点で支える点との関係を調べるために,作図した図をしばらく観察する。

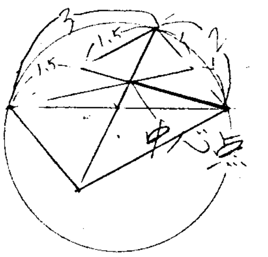


図５ 木沢の作図から

次のプロトコルは，図の観察について，同じ班の土山との会話である。

32236 土山：何かわかった？どうやってやった？
32237 木沢：んー，ちょっとね。岩沢さんのやり方と全く同じなんだ。
32238 木沢：っていうか，コンパス使って，線引いてやろうと思ったんだけど，結局，時間の無駄だった。

上記の「結局, 時間の無駄だった。(32238)」という会話から，外接円の中心(外心)とつり合う点(中心点)との関係を見つけることができず，結局,「自分の仮説が誤りである」という結論に達したことがわかる。「③予想や推測を棄却する役割」の実現である。そして，時間が終わった。

木沢は，実験授業の第１時に立てた自分の仮説である「三角形を１点で支える点は三角形の各頂点から等距離にある点である」について，最終的には仮説が誤りであり，修正しなければならないことに気がついた。

しかし，木沢が自分の仮説の誤りに気がついたのは，第３時である。ここまで時間がかかったのは，仮説とは異なる作図方法（中線での作図）に頼ったからである。正三角形においては，重心，外心，内心，垂心が１点で重なる。木沢のいう「中心点」は，コンパスで試行錯誤を繰り返しながら作図しなくても,中線の作図によって定規のみで行うことができる。そのため，頂点から等しい距離を求める方法が，中線の作図にすりかわってしまったのである。

実験授業を行った時期が，中学１年生の図形領域の学習に入る以前で，垂直二等分線などの基本の作図に関する知識及び技能が，木沢には不足していたことは事実である。

しかし，図形の見方を変えることにより,頂点から等しい距離にある点が三角形を支える点でないことはすぐに分かる。

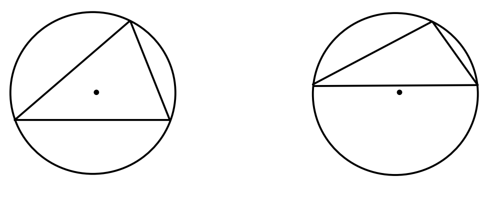


図６　三角形の外心

例えば, 下の図６左と図６右を比較すれば,

「三角形の各頂点から等しい距離にある点(外心)が，三角形の重心にはならないこと」は一目瞭然である。なぜなら，同じ半径の円に, それぞれ異なる三角形が内接しているが, 図６左の円の中心は三角形の内側にあるのに対し, 図６右の方は, 外側にあるからである。

このように，外接円を先に作図してから，三角形を設定すれば，簡単に仮説の矛盾を見つけ出す可能性がある。つまり, 図形の見方・考え方を少し変えると，作図を利用した思考実験から，簡単に仮説の誤りに気づくことができるのである。

しかし，木沢は，三角形を起点に３つの頂点から等しい距離の場所を見つけることに考えが固定し，見方を変えなかったのである。

場面３(山辺の「等脚台形」への探究から)

場面３は，山辺が第４時に行った「等脚台形の探究」において，山辺自身が第３時に形成した「面積を等分する直線がバランスのとれる直線である」という仮説を等脚台形にも適応して，探究しようとする場面である。

山辺は，第４時での「等脚台形」の探究の初めに「対角線」に着目している。その対角線に着目した理由について，事後インタビューで次のように述べている。

61701　T　：で，何で対角線に，まず目を向けたんだろうね。
61702 山辺：最初に思いついた。四角形で何か線が交わるっていうと，対角線かなって。

61723 山辺：見た目で，どう考えても下のほうが面積広いし，から，はずなのに，半分より上に中心があったじゃないですか。

山辺は，初めに四角形の内部で交わる直線として「対角線」を想定し，対角線の作図を行うが，その交点の位置から，すぐに等脚台形を支える点とは異なることに気がついた。山辺のこの気づきは，実験のもつ「③予想や推測を棄却する役割」が発揮されたと考える。次に，山辺は，前時（第３時）で行った三角形の探究で立てた仮説である「面積を等分する直線がバランスのとれる直線であること」を等脚台形にも適用しようと試みた。

山辺は，等脚台形が左右対称であることから，左右に二等分する直線をすぐに見つけることができた(図７左)。しかし，上下に二等分する直線を見つけることがなかなかできなかった(図７右)。

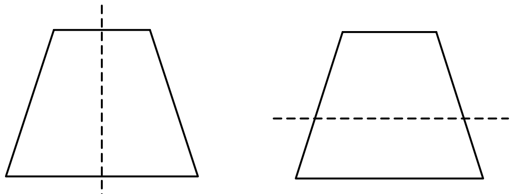


図７　等脚台形の分け方

山辺は，計算で求めようとしたが，水平方向に切ってできる２つの台形は，切る位置に伴って上底・下底だけでなく，高さも変化するため，面積を二等分にする位置を特定できなかったのである。もし，方程式で解こうとすると二次方程式になってしまう。二次方程式は，中学３年生の学習であるため，山辺にとっては，まだ未習事項であった。

山辺は，その後，図８の作図を行い，台形を縦に区切り，左右にできた三角形の面積の比較から，上下の面積を埋め合わせることによって面積の等しい位置を見つけようとしたが，求められなかった。

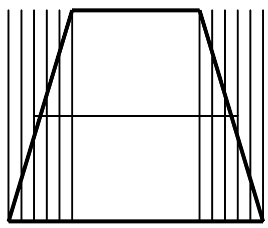


図８　山辺の作図

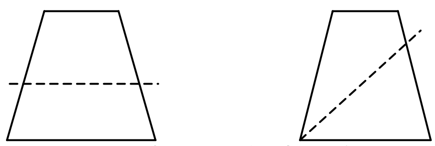
その場面について，事後インタビューで，次のように述べている。

61768 山辺：だから，面積を同じにしなくちゃいけないし，上下の。で，このまん中の面積は同じじゃないですか。だから，こっち（三角形）の面積で比べてみようと思って，これ描いたんだ。
61769 山辺：けど，わかりづらかったのでやめた。

山辺は，結局，最後まで求めることができ

ず，教師からつり合う位置についての説明を聞き，実際にその位置でつり合うかを試し，乗りそうであることを確かめて終わった。

筆者は，山辺にも場面２の木沢の状況と同じことが起こっていると考える。山辺は等脚台形を水平方向に二等分(図９左)することだけに思考が固定され，結局求めることができなかったのである。しかし，等脚台形を切る視点を少し変えれば，簡単に面積を二等分することができるのである(図９右)。そこから，本当につり合うかどうか確かめれば，答えはすぐに出てくるであろう。山辺も，木沢同様，図形に対する見方が固定したために，仮説にそった活動に行き詰まったのである。



山辺の切り方　　視点を変えた切り方

図９　等脚台形の切り方

場面２と場面３の分析を通して,「実験において，図形に対する見方や考え方が固定してしまい，仮説にそった活動ができない危険性があること。」が示唆された。この知見における「仮説にそった活動」とは，活動が仮説の検証に向けて展開できない状況，すなわち行き詰まっている状況を表している。このような状況にあるとき，教師や周囲の生徒など，第三者からの「視点を変える助言」などの積極的な援助が必要であると考える。

(3)仮説の修正がうまくなされなかった事例

<u>場面４(山辺の面積の考え方の修正について)</u>

場面４は, 山辺の面積の考えへの気づき(第３時)から，実験での検証(第３時)，仮説の修正(第３・４時)に向けての場面である。

山辺は, 図２の観察から,「三角形の中線は面積を二等分するからバランスがとれる」という理論を伴った仮説を立てた。次に，彼は自分の仮説が正しいことを裏づけるために，三角形の中線上で鉛筆に乗せる実験を行う。

その結果，三角形は中線上で鉛筆に乗り，山辺は,「③予想や推測に対する真偽への確信を得たり，信頼度を増す役割」を実現させ，自分の理論に対する信頼を深めた。

山辺は，自分の仮説に対して，さらに信頼度を増すために，鉛筆に乗っている三角形をつついて中線からずらし，鉛筆から三角形を落とす実験を行った。次のプロトコルは，その場面のものである。

31235　（三角形が中線上で乗る）

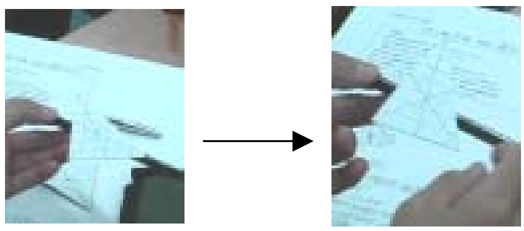
31236 山辺：これだこれ。

31237　（鉛筆上の三角形を指でつついて動かす）

31238　（三角形が鉛筆上で，重心を中心に回り，鉛筆上から落ちずに止まる）

31239 山辺：これだよ。これ。これ。

初めの「これだこれ(31236)」で，三角形が中線上で鉛筆に乗っている(図 10 左)状態になった。次に，この三角形の中線を鉛筆上からずらした。山辺は，三角形を鉛筆上から落とすつもりであったが，三角形は，偶然にも重心を中心に鉛筆上で回ったのである(図 10 右)。



中線上で乗る　　鉛筆の上で回転

図 10　山辺の実験

この「ずらして落とすつもりが，落ちずに回転する」という結果は，山辺にとって否定的な結果であった。しかし，この否定的な結果が出たにもかかわらず，山辺の「面積を均等に分ければ，バランスが取れる」という仮説は棄却されずに，新たな仮説「三角形の中心(重心)が鉛筆上にあれば，中線上でなくてもバランスが取れたままである」を形成した。

この「三角形をずらすつもりが回転した実験」は，結果的に山辺に新たな仮説を生み出

させたことから,「④新たなアイデアを生み出すきっかけの役割」を実現したものと考えることができる。

山辺は, さらに自分の仮説を強化するため, 同じ班員の目の前で再度，実験を行う。

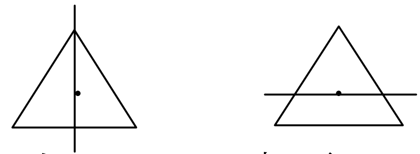
31241 山辺：ねえ，ねえ。(もう１度つついて回す)
31242 山辺：中心を基準にして回ってる。
31243 （三角形が落ちる）
31244 松嶋：ああ，落ちちゃった。
31245 山辺：中心がずれると落ちるんだよ。
31246 （もう１度乗せる）
31247 山辺：ずらすと落ちるよ。
31248 （三角形を鉛筆からずらして落とす）
31249 和田：確かに落ちる。
31250 山辺：だから，１本の線ていうのは，面積を分けるから，その線で乗るんだ。

山辺は，自分の面積の考えを自分の班員に対し，実証的にアピールすることができた。山辺の班員に対する実験は，彼の理論が正しいことを裏づけようとするものであり，いわば「実験をしてみせること」が「証明をすること」と同じ効果があったと考えられる。

したがって，筆者は，ここで「⑤説明の補助としての役割」が実現されたと考える。そして，この行為によって，自分の理論に対する確信をより強固なものにしたのである。

しかし, このとき山辺には,「面積を均等に分ければ，バランスが取れる」という理論を伴った仮説と,「三角形の中心(重心)が鉛筆上にあれば，中線上でなくてもバランスが取れたままである」という事実から得た仮説とが, 互いに否定されることなく，双方が存在する状況が起きていた。

その原因として，まず後者の仮説を事実からそのまま受け入れたことが考えられる。つまり，実験の結果として表れた事実「三角形が落ちずに回転したこと」が，学習者である山辺にとって都合の良い結果であったのである。都合の良い結果とは,「どちらの仮説の場合も，実験すると鉛筆上から落ちない」という共通な結果を指す。この目の前で起こっている「鉛筆上から落ちない」という共通な事実から驚きが先行し，本来行うべき初めの仮説の検証がなされていないのである。言いかえると，２つの仮説の間にある「面積はどうなっているか」という関連づけを行っていない。関連づけを行うためには，例えば図 11 のような「三角形を中線以外の重心を通る直線で２分するとき，それぞれの面積が等分されているか」を確認することによって，初めの仮説が間違いであったことに気づくであろう。



左：右＝１：１　　上：下＝４：５

図 11　三角形の切り方と面積の関係

その後，山辺には、三角形や等脚台形における自分の仮説を修正するチャンスがあった。しかし，自力で確認するところまではいかなかった。

最後は、教師主導で面積の考え方の不備について指摘し，授業を終了した。

場面４の分析を通して,「実験において, 実験結果（事実）と学習者の仮説との間で関連づけが行われないため，修正されるべき仮説が修正されない危険性があること」がいえると考える。この知見からは,「目の前で起こった事実(実験結果)」が「仮説」と異なるにもかかわらず，仮説の修正や「実験結果からの事実」と「仮説」との関連が図られない状況を考えると，そこに教師による援助の必要性があることを示唆していると考える。

５　本論文のまとめと今後の課題

抽出生徒の山辺・木沢の活動の分析を通して，中学生を対象とした実験を取り入れた授業において，実験の役割を確認することができた。山辺においては，周囲の生徒に説明するために実験を利用し，新たなアイデアに気

づくなど，個人のみで活動に取り組む木沢よりも活発な学習活動が見られた。

一方，山辺，木沢の両者において，仮説を探究する中で，図形の見方や考え方が固定したため，仮説の検証がうまく行われない状況が見られた。また，山辺においては，自分の仮説とは反する実験結果(事実)が出たにもかかわらず，自分の仮説との関連づけを行わなかったため，仮説の修正が行われない状況も確認できた。

これら２人の抽出生徒の活動の分析・考察から，次の２つの知見を得た。

①実験によって支持された事実を他者に対して説明しようとすることが，より理論的な仮説を設定する契機となっていること。

②実験において,「見方・考え方の固定化」や「関連づけを行わない」という危険性があること。

①は,「ただ実験をする」ということだけから理論を修正ないし発展させることが起こるのではなく，他の人に説明しようとする状況が，実験の仮説を発展させる上で重要であることを示唆している。これは，実験を取り入れた授業において，よりよい数学的活動の実現を目指す上での重要な示唆であると考える。

また，②は図形に対する見方・考え方が固定化したり，実験結果と仮説の関連づけが行われない状況が起こっているとき,「見方・考え方の変化」や「実験結果と仮説の関連づけ」のために，教師や生徒など第三者による積極的な援助が必要であることを示唆している。

これらの知見は，実験授業において抽出生徒の分析を通して，はじめて分かったことである。個人で行った実験を，プロセスも含めてどのように学級全体で共有していくかは，重要であり，今後の課題である。

〈引用・参考文献〉

Blum,W.（Ed.）.（1995）. Mathematical modeling in mathematics education and instruction，Advances and perspectives in the teaching of mathematical modeling and applications. Water Street Mathematics．pp.3-14.

江口賢哉．(2002a)．数学教育における実験・観察の役割に関する研究．上越数学教育研究(17)，pp.147-156.

江口賢哉．(2002b)．数学の授業における実験の役割に関する実証的研究ー「図形の重心」について探究する一人の生徒に焦点をあててー．日本数学教育学会第 35 回論文発表会論文集，pp.145-151.

飯島康男．(1985)．算数・数学の指導に取り入れる実験に意義についてー図形の重心の概念の指導を中心にー．日本数学教育学会第 18 回数学教育論文発表会論文集，pp.1-4.

飯島康男．(1986)．算数・数学の指導に取り入れる実験に意義について(2)ー立方体を対角線のまわりに回転してできる立体の取扱を中心にー．日本数学教育学会第 19 回数学教育論文発表会論文集，pp.89-92.

飯島康男．(1989)．算数・数学の指導に取り入れる実験に意義．日本数学教育学会数学教育学論究 49,50，pp.3-25.

小平邦彦．(1969)．数学の印象：数学のすすめ(赤攝也，前原昭二，村田全　編)，pp.272-281.

根本博. (1999). 中学校新教育課程の解説　数学．第一法規.

大澤弘典．(1997)．数学的モデリングの授業に見られる生徒の活動：グラフ電卓を利用した「リレー問題」を事例として．日本数学教育学会第 30 回数学教育論文発表会論文集，pp.481-486.

Polya,G.（1959）．帰納と類比；数学における発見はいかになされるか１（島垣和三雄訳）．丸善.

高木貞治. (1970). 近世数学史談. 共立出版.