上越数学教育研究, 第 19 号, 上越教育大学数学教室, 2004 年, pp.105-114.

中学校数学の授業における対象とテーマのシフトに関する考察

小池　徳男
上越教育大学大学院修士課程 1 年

1．はじめに

筆者は、これまで中学校の数学の授業を通し、論理的な思考力、数学的な考え方、問題解決力を身につけてほしいと願い授業実践を行ってきた。結果は勿論であるが、過程を大事にしたいと考え取り組んできた。『なぜそうなのか』、『どのように操作や処理を行ったか』を重視した授業を心がけた。いろんなやり方、考え方についてそれぞれの追究を互いに練り上げ、よりよいものにしていく活動を意識してきた。

ところが、実際にこれまでの自分の授業実践を振り返ってみると、どうもこの理想の姿と現実にギャップがある。教師が問題を与え、生徒各自が追求し、いろんな意見や考え方が出される。一応の解決を見て、質問の有無を問うと、生徒は「ない」と言う。多くの生徒が「分かった」というが、どこかすっきりしない思いが残る。生徒の学習が深まった実感がない。なんとなく教師と生徒がずれている気がしていた。

中学校数学の特徴のひとつとして、具体的事象から一般化・抽象化を目指すことがあげられる。授業では一般化・抽象化された理想的な姿が語られることが多い。そこでは、授業を“ものごとの意味は、個人がその仲間と一緒に参加する社会的相互作用から導き出され、発生する”、“そのような意味は、個人が、自分の出会ったものごとに対処するなかで、個人が用いる解釈の過程によってあつかわれたり、修正されたりするということである”(ブルーマー, 1991) というシンボリック相互作用論の基本的な立場に立って考え、学習過程を捉えていくことが必要であろう。

本稿では、シフトという概念により授業という相互行為をとらえる可能性を検討することを目的とする。

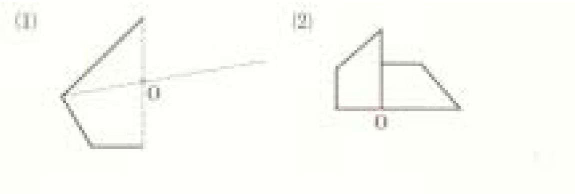
2．授業の問題点とシフトの概念

はじめに、一般的な中学校の授業の姿から問題点を指摘する。そして、シフトの概念を明らかにしていく。

2.1.　数学授業の問題点

中学 1 年生、図形の基礎の授業の様子をみてみよう。点対称を学習する場面である。教科書(福森他,2002,p129)

に示されたいくつかの図形の中から「180°まわすともとの図形とピッタリ重なるもの」を見つけ、その図形を点対称な図形であるということを学ぶ。そして、「点対称な図形の性質」を学習する。その後、次のような図が示され、点対称な図形を完成させる活動がなされる。



教科書の流れに沿った一般的な授業であるが、多くの生徒が点対称な図形を完成することが出来ず、混乱した。

学習者は、はじめに点対称な図形を選ぶときには「そこにある図形」を見ている。その図形をまわす行為を通して図形を選ぶ。そして、それらの図形の共通点として、点対称な図形の性質を学習する。この時点では、あくまで、その図形についての性質として生徒には理解されている。一方、教師はその時点で「点対称な図形一般」を見ている。教師は一般を意識して性質を考えているので、「未完成な図形が、点対称な図形になるためにどんな条件を満たせばよいか」を思考することが出来る。しかし、生徒はいわば具体的な図形のなかに性質を見ているため、「点対称な図形になるためにはこうなればよい」という思考は出来ない。その結果、前掲の問題を解くときに生徒は混乱していくことになる。

2.2. シフトの概念

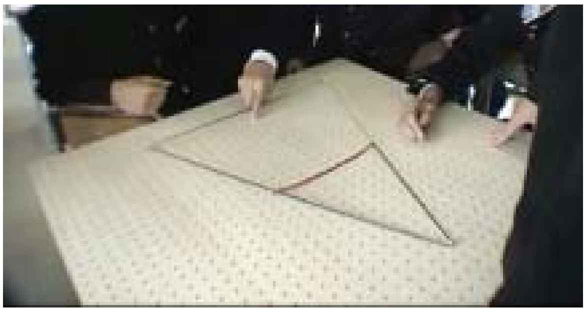
Cobb ら（1997）は授業の中での相互行為において、行為と対象についての反省的ディスコースの概念を用いて授業における議論に関しての研究を行っている。そこで例として挙げられているのは、小学校 1 年生の５の合成･分解の活動である。子どもたちは、はじめに、当てはまる全ての場合を列挙し、次に、この列挙された場合を対象とし、全ての場合が挙げられているかどうかの検討をする。ここでは、見ている対象が変わり、テーマとして問題や課題も変わっている。反省的ディスコースは、教師や生徒の行う行為が、明確なディスコースの対象となるような、繰り返し起こるシフトによって特徴付けられている。

シフトが必要なことは知られている。また、シフトした姿は研究がされているが、シフトがおきる過程で何が起こっているか記述を試みている研究はあまりなされていない（中村 2003)。特に、抽象的な思考が要求され始める中学校において、授業という枠組みの中での研究はほとんどなされていない。

本稿では、シフトの概念を、「見えている対象が変わること」「話題・課題・問題としているテーマが変わること」という視点からとらえ、中学校数学の授業を記述することを試みる。その上で相互行為におけるシフトの概念を規定し、その視点からの教材の分析をしていく。

2.3. シフトをとらえる視点

事例をもとにシフトという枠組みで授業を記述する際の視点を考えよう。ここでは見えている対象が変わる、話題・課題・問題としているテーマが変わる、の 2 つの視点で分析をする。取り上げた授業は富山県の公立中学校で行われた、中学 3 年生の中点連結定理を発見し証明をしていく場面である。生徒たちはグループでジオボードに作られた三角形を自由に動かし三角形の中点を結んだ線と底辺の関係について考察を進めていく。



2.3.1. 視点 1　見えている対象

はじめの活動では、生徒たちは「出来る

三角形の形」に注目する。まず、頂点を動かすことで、二等辺三角形を作る。次に、直角三角形を作る。その後、辺の長さや角など、三角形を構成する要素に注目が移る。そしてボードのマス目や、点の数を数える行為が行われる。教師は細かい条件を与えずに、生徒に自由にボードを操作させる。

102 広瀬　なんか印つけてあるところの、あれですか？
103 鈴木　（頂点から指を底辺に向かって垂直になぞりながら）つまり、この線上に行けば全部二等辺三角形になる。
104 T　あぁ、二等辺三角形。でもこれ（頂点を指さして）動かすんだよ。
105 金子　（頂点をめいっぱい上の方にのばして、直角三角形らしいものをつくる）
106 谷口　限界までいっていいんかな。
107 広瀬　限界に挑戦するが。
108 鈴木　（直角にするべき点の位置を指し示して）直角やったらここじゃないが。
109 谷口　も一つこっち。
110 広瀬　もう一つそっちや。
111 松岡　(点を移動させて、直角三角形にする）
112 佐藤　二等辺かどうか分からん。
113 鈴木　（直角三角形をつくっていながら）えっ、でも二等辺三角形じゃないが？
114 佐藤　（底辺のマス目の数を数え始める）
115 谷口　その穴の開いたところ。（どの穴をどういう意味でいったのか確認できない）

生徒たちは、はじめにボード上に見えた形が二等辺三角形であることから、「目の前にある三角形」を「一般の三角形」としてではなく、「二等辺三角形」として見ている。そして、頂点の位置が底辺の中点上にくることを確かめようとする。このとき生徒は目の前にある、「この三角形」を見ている。次に、「頂点を動かす」という行為によって、三角形の「形が変わること」が見える。形が変わることで直角三角形という別の三角形を見る。しかし、見ている対象は「一般の直角三角形」ではなく、「この直角三角形」である。鈴木 108「直角やったらここじゃないが」は目に見える直角三角形を語っており、その行為も直角にするという目の前に見えていることにこだわっている。マス目を数える行為も、目の前のその三角形に対してなされている行為である。

116 広瀬　同位角。
117 宮田　（上にできた小さい三角形の直角部を指して）角、角等しい。
118 広瀬　（底辺と赤のゴムを指して）つまりこれが平行やゆうことやろ。
119 松岡　平行やから、角は等しい。
120 鈴木　（底辺のマス目の数を数え始める、ただし、数えはじめの頂点を１とする）１，２，３，４，５，６，７，８，９，１０、（底辺の中点と思われるところを指して）ここ（１０番目）？こっち（１１番目）？
121 金子　11 番目を見て）こっちか。
122 鈴木　間なんかないよ。
123 佐藤　相似・・・。

広瀬 116、広瀬 117 は目の前の三角形を見ながら、その構成要素について語り始める。松岡 119 は関係を語っている。「目の前にある三角形」を見ながら、その構成要素を見ることで、「一般の三角形」を見はじめている。

153 広瀬　これっていうか、列が違う。
154 鈴木　（底辺と赤のゴムを指して）これとこれは平行なんや。

155 C　　これとこれ。
156 広瀬 何で？
157 鈴木 平行なんやない？
158 鈴木 これとこれ。
159 谷口 （底辺と赤のゴムを指して）これとこれ。
160 鈴木 平行で、こことここ（直角に近い同位角を指して）等しくって・・・。
161 T　　どうして平行になるんや？
162 広瀬 どうして平行になるんや？
163 鈴木 平行やとしたらやぞ。
164 広瀬 証明して下さい。
165 T　　平行やとしたらか？
166 金子 ここ同位角やから・・。
167 広瀬 もう一個こっちやるとやっぱ、平行やろ。

ここでの議論をみると、この生徒の発話は、目の前にあるこの三角形の角度が 90°であることを見ての発話になっている。広瀬は「もう１個こっちにやるとやっぱ、平行やろ」と発話している。広瀬は「目の前の三角形の中に見える平行」を見て話をしている。ここでは、目の前にある三角形の中にある二つの辺が平行に見えることから話を進めていくものと、平行だから同位角が等しいことを前提に話を進めていくもの、（見た目が）直角であることから平行であるとするものがいる。

証明の文脈に入ると、生徒たちは、いろんなものを見て会話を進める。対象が微妙にずれながらも、焦点が定まっていく。証明の活動を通して、生徒は新たな視点を持ち目の前の三角形を見るようになる。

184 C　　長さは？
185 広瀬 長さの比、同じなんやろ？
186 谷口 （小さい声で、底辺に垂直な辺を指でなぞって）１：２。
187 広瀬 （底辺に垂直な辺の上下を指して）１：１。
188 谷口 （大きな声で、底辺に垂直な辺を指でなぞって）１：２。
189 広瀬 １：２やね。
190 谷口 （底辺に垂直な辺を指でなぞって）ほら、これが１やとしたら、これが２。
191 佐藤（底辺に垂直な辺の赤のゴムの結び目を見て）ほんまそれ、中点なんけ？
192 鈴木（底辺に垂直な辺の赤のゴムの結び目から上のマス目を数え始める）１，２，３，４，・・・・
193 広瀬 中点じゃないよ。
194 鈴木 ７，８，９，10，11，12，13。
195 金子（鈴木が数えているゴムの両端を押さえる）
196 鈴木（底辺に垂直な辺の赤のゴムの結び目から下のマス目を数え始める）１，２，３，・・・１２，１３，１４。
197 広瀬 １４や。
198 佐藤 １３：１７じゃないが？
・・１３：２７や。
199 谷口 １３：２７か。
200 金子 あれ？あれ？
201 鈴木 （再び下の方を数える）１，２，・・１１，１２，１３，１４？
202 鈴木 （再び上の方を数える）１，２，・・１１，１２，１３･･･。

広瀬は 187「１：１」が 190「１：２」になるところで、2 つの辺が等しいという見方から、三角形の中に 2 つの三角形を見出すように変わったといえる。ここでは、184「長さは」というきっかけで「相似」を見ていた所から、「長さ」に見ているものが変わってきている。また、谷口 186、188 の「１：２」も広瀬の見方が変わることに対しての要因になっている。

一方で、このやりとりの中で鈴木は長さが等しいことを数えることで確かめようとしている。

このあと教師のほうから結び目が中点であることが確認される。そのことにより、中点であることが保障され、目の前にある三角形の辺の比を見ることに話題は変わっていく。

2.3.2. 視点 2　テーマ

本稿ではテーマを話題・課題・問題などを含む広いものとして考えている。清水(1987)はある問題が、解決者とのかかわりにおいてどの様に働き、問題解決が進行していくのか、その意味についての考察を行っている。そこでは、解決過程における「問題」の変容は課題に対する解決者のより高いレベルの思考を導き出す働きを持つことを指摘している。そして、問題の変容は解決者に何らかの「内なる問いかけ」が喚起されることによって起きるという。ここでは、問題を固定的にとらえず、解決の側からも捉えていくことが必要であることを示唆している。

グループでの議論では話題として「何が言えるか」「平行になるのはなぜか」「それはいつでもいえるか」が取り上げられた。これらのテーマは見ているものが変わることで焦点化されていく。鈴木 154 の「これとこれは平行なんや」という発話から話題は「平行について」に変わっていく。目の前にある三角形の中に平行を見て、それを仮説として話題を進めようとする。ところが、その図は直角より 1 マス分ずれていて、直角ではないので、広瀬から 156「なんで」、161「どうして平行になるんや」という発話がでる。広瀬は 118 で「つまりこれとこれが平行だということやろ」と発話している。鈴木はそれまで図そのものを見ること、図の構成要素をひとつひとつ見ることをして、図のなかの要素の関係を見るようになる。ここでは広瀬が鈴木の発話を受けて「なんで」と発話したことで焦点が絞られていく。平行という 2 つの辺の関係を見ることで、テーマは「この図ではなぜ平行か」に変わっていく。

証明の文脈を通して話題は、「この図で平行」から「いつでも平行」にシフトしていく。目の前にある図で証明を終えたところで次のようなやりとりが行われた。

233 広瀬　さ、移動。
234 鈴木（頂点を移動させようとして）あ、
　　　　そっち側、そっち側。
235 広瀬　関係ねえやろ。
236 谷口　関係ねえやろ。同じやろ。
237 佐藤　下にやってみれば？

広瀬 232 の「さ、移動」という発話はこの図では言えたが、果たして点を移動した（ゴムを伸ばした）別の図ではどうか、という疑問から生まれている。ここでは、限定した『この図』をみていたと言える。それに対して、谷口 236 は「関係ねえやろ、同じやろ」と発話する。谷口は一般の図をみて証明をしていたと思われる。佐藤 237 は「下にやってみれば」と発話する。佐藤は上に点があるときは同じと見ているが、下にあるときについては不安があると思われる。

生徒の行為は具体的な図と一般の図を行ったりきたりしながらテーマが変わることを支えている。

2.3.3. シフトした姿

グループでの議論の後半、個々の生徒の見ている対象とテーマがシフトした姿をとらえることが出来る。目の前にある図で証明をおえたところで、次のようなやりとり

が行われた。

238 鈴木　（底辺の下に頂点を移動する）
239 広瀬　何でそんなぁ。（みんな笑い）
240 鈴木　（再び頂点を上に持ってきて、鈍角三角形をつくる）
241 広瀬　ゴムが張りきれんところに。
242 広瀬（鈍角三角形を見て）これどうなっとるが？
243 金子（ゴムの両端を押さえる）
244 鈴木（赤いゴムの結び目を指して）これでも・・・。（この後聞き取れず）
245 谷口　押さえる。（金子が押さえていた方の片方の結び目を押さえる）
246 鈴木（斜めになったゴムをマス目を利用して数えようと試みる）
247 広瀬（鈴木が数えるのを見て）よく分からん。
248 C　全く分からん。
249 松岡（鈴木が数えている辺を指して）とにかくここと ここ(結び目で区切られた辺の上下）一緒や。
250 鈴木　（まだ、数えようと試みている）
251 谷口　どうせここ、ど真ん中や。
252 C　変わらん。
253 谷口　変わらんや。
254 鈴木（数え終わって、結び目で区切られた辺の上下を指して）ここと ここ・・・。

鈴木 246 は辺の長さを数えている。マス目を数えることで中点になっていることを確かめる行為である。鈴木は点を動かすとゴムが伸び、中点が変わるかもしれない、と思っている。鈴木には今、目の前にある図と動かすことで出来る別の図が個別のものとして見えている。平行という関係をこの図において見ている。テーマとなっているのはなぜ平行か、である。谷口 251、253 は「中点は変わらない」といっている。この三角形での関係から一般の三角形へと見ている対象が変わっている。そして、テーマは「なぜ平行か」、から「いつでも平行なのか」に変わっているといえる。

鈴木はその後、「ここも変わらないから、ここもかわらない」と発話する。

271 鈴木　伸びとるやん。
272 広瀬　それ、ずっと伸びてない。
273 鈴木　あ、そっか、ここ（底辺）も変わらんからここ(赤いゴム)も変わらん。
274 鈴木　なるへそ。

ここでのテーマは中点を結んだゴムが伸びているかいないかである。「変わらんから変わらん」と発話した鈴木は「一般の三角形」を見ている姿にシフトしている。

鈴木は活動のはじめ、目の前にある「その三角形」を対象としてみていた。頂点を動かすと、三角形の形が変わるがその都度そこに「出来た三角形」を見ている。この場面で鈴木は底辺と中点が固定されているという条件を満たす全ての三角形を見ている。つまり見ている対象が「一般の三角形」に変わっている。同時に、テーマは「いつでも変わらない」にシフトしている。

平行かどうかというテーマは「特定のその三角形」においての話題であるが、「いつでも」を話題にすることは 1 つの三角形では出来ない。「一般の三角形」における話題である。

見ているものが変わる、テーマが変わるという視点により「その三角形」から「一般の三角形」へのシフトの過程で何がおきているか生徒の姿がかなり詳細に記述できた。ここでは 2 つの視点でとらえたシフトの概念により、見ている対象が変わると、テーマが変わり、生徒の学習は、より進んだ段階に行くことが見えてきた。

2.4.　シフトの概念を用いた授業展開

これまでの分析から、テーマと対象を視点にシフトという概念で授業のプロトコルを詳細に分析すると、そこでなされている相互行為の様子が、かなり詳細に分かってくる。そこでは、テーマと対象のシフトが密接に関わっていることが想定できる。

先に述べた点対称の授業についても、シフトの概念から見直すと、そこには対象のシフトがある。見ている対象は「この図」から「点対称な図形一般」へとシフトしている。そして「この図が 180°回転してピッタリ重なるときの対称の中心をさがす」ことがこの間を埋めていく活動のテーマとなろう。シフトという概念は授業のプロトコルの分析にも、授業の計画にも役立つ可能性が見えてきた。授業の計画段階で教材のどこにシフトがあるか分かれば、そこに焦点を絞った授業を行うことが可能であろう。そして、そこを詳細に分析することで、相互行為の中で何がおきているのかを明らかにすることも出来るだろう。中学校の数学の授業では、抽象を扱うことが多くなる。そこには、教師が一方的にシフトをし、生徒がそれについていけないでいる状態がある。前述の点対象の授業では教師はシフトしているが、生徒はシフトできずにいるために混乱した、と言える。また、何を議論の対象としているのかが明確になっていない。それゆえ、話がずれてかみ合わなかったり、考えが変わったり、深まったりするということが起こりにくいと考えられる。次節では授業の計画をするという立場で、シフトの概念を用いて教材の分析をする。

３．シフトの概念に基づく教材の分析

これまで見てきたように、見ている対象、テーマの 2 つの視点から授業の中での相互行為についてシフトの概念が有効であることがわかる。本節では、授業を構成するという立場で、教材の視点からシフトを考えてみよう。ここでは中学 2 年生の文字式の単元で、シフトをとらえることを想定する。

中学 1 年生で導入された文字は、その使用の習熟を経て、2 年生では文字を用いた説明が行われる。具体から抽象へ進み、更に抽象の世界での思考を要求している。文字の使用についての困難さは三輪(1996, 2001)が指摘するように様々な点が言われている。

谷沢(2000)は、数字式を用いて活動を行うことが、一般化への橋渡しになることを指摘している。そこではマッチ棒で作られた図形についてマッチ棒の本数を求める活動をあげている。具体的な場合の図を見て数字式を作り、その式を対象と見て文字式を作る姿が見られる。

そこで、小単元『文字式の利用』において、これまで考えてきたシフトをとらえる視点から教材の分析をしていく。

3.1.　カレンダーの問題

カレンダーを用いて日にちという具体的な数から、文字式を用いて、一般化する次の問題を分析する。

「４月のカレンダーです。この中の 3 つの数を囲んでみよう。どんなことがいえるだろうか」

2004　4　APRIL

日	月	火	水	木	金	土
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

この問題では、見えている対象が「カレンダーの日にち」から、「等差の数列」にシ

フトしていく。この間でテーマがどのように変わり、見えている対象がどのように変わるか、その間を想定していこう。

はじめに、たて、横、ななめ、どのように選んでもよいことを確認する。生徒はまず「どんなことがいえるか」というテーマで、目の前にあるカレンダーを見て思考を進める。行為としてなされることは、たて、横、斜めなど実際に3つの数を囲む活動である。次に囲んだ数を足すという活動をする。例えば、2、9、16 とたてに3つの数を選んだ場合を考える。はじめは、対象として見えているのは2日、9日、16 日のような日にちである。2＋9＋16 という3つの数の和を求める行為をすることで、27 という計算の結果の数を見ることになる。更に、6、13、20 を選び、6＋13＋20＝39 や、横に4、5、6と選び4＋5＋6＝15、ななめに 10、16、22 と選び 10＋16＋22＝48 のように、3つの数の和をたくさん作る。生徒は「日にち」から計算の結果の 27、39、15、48 などの「数」を対象として見はじめる。ここで、テーマは「これらの数の決まりを考える」ことに変わってくる。

テーマが「決まりを考える」に変わると、この3つの数の囲みだけではなく、他のところでも、いつでもいえることを要求される。したがって、生徒は、個々の場合ではなく、いくつかの場合を同時に見る必要がでてくる。この時、生徒 A は「3 の倍数になっている」、生徒 B は「真ん中の数の 3 倍になっている」と答えたとしよう。この場合、生徒 A は「操作の結果」を対象として見ているが、生徒 B は操作の結果とともに、「選んだ3つの数の関係」までを対象として見ている。生徒 A と生徒 B では明らかに見ている対象が違い、ここにはシフトがある。

次に、テーマが「見つけたことのわけを、文字を用いて説明する」に変わる。生徒 C ははじめの数をｎとおく。生徒 D は真ん中の数をｎとおく。この2人の行為の違いも、見ている対象の違いとして表れるといえる。2 人はともに、数列として見ているが、生徒 D は3つの数が真ん中の数を中心に対称の関係であることまで見ている。つまり、この時点で、証明の先まで見えている可能性がある。生徒 C は計算の結果を見直すことで生徒 D 同じように見ることが可能になる。

生徒 A と生徒 B、生徒 C と生徒 D の間にはシフトが存在する。教材の面から、見えている対象にシフトがあることは特定できるが。しかし、テーマのシフトは授業の流れや発問と密接に関わっている。テーマのシフトについてはプロトコルの分析が必要になる。

等差の数列として見るためには、文字の式を対象としてみていくことが必要になる。活動として、ここでは文字式を用いた形式的な操作の過程を振り返る。横に3つ囲んだ場合、文字を用いた式はｎ－１＋ｎ＋ｎ＋１となる。たてに囲んだ場合はｎ－７＋ｎ＋ｎ＋７、ななめに囲んだ場合はｎ－８＋ｎ＋ｎ＋８となる。これらは全て計算すると３ｎとなる。結果の 3ｎは真ん中の数の 3 倍という結果を示すだけであるが、ここでは計算の式を対象として見る。3 つの式は１、７、８という数は違うものの、どれも－と＋が同じになっている。そのため、

(ｎ−1)＋ｎ＋(ｎ+1)=ｎ＋ｎ＋ｎ−1+1、
(ｎ−7)＋ｎ＋(ｎ+7)=ｎ＋ｎ＋ｎ−7+7、
(ｎ−8)＋ｎ＋(ｎ+8)=ｎ＋ｎ＋ｎ−8+8

のように変形すると、どれも数字の部分が相殺されることが見える。相殺されるということは差が同じになればよいと見ることが出来る。それは囲み方がどうであれ、等差で数が並んでいればよいことが見える。

生徒は、はじめにカレンダーという具体

的な設定から、ｎにあてはめることが出来る数は１から 30 の整数であると見ている。生徒によっては、30 の次は５月１日の１を見ているかもしれない。しかし、文字の世界で思考し、計算の過程を対象として見ることで、ｎの範囲は広がる。ｎは 31 以上でもよいし、負の数でもよい。また、小数や分数であってもかまわないことが見える。更に、１、７、８が意味していものが等差であるから和をとると相殺することを見ると、カレンダーに限らず、等差の数列であればよいことにシフトして行く。

3.2.　碁石の問題

数列の一般項を求めることで学習活動が成り立つ次の問題を分析する。

「碁石が図のように並んでいます。碁石の数を簡単に求めることをしよう」

生徒に見えている対象は「ある特定の碁石のかたまり」から「任意のｎ番目の碁石のかたまり」に変わっていく。この間でテーマがどのように変わり、見ている対象がどのように変わるかを想定していこう。

はじめのテーマは「碁石の個数を求める」となる。ここではひとつひとつのかたまりを個別に数える行為がなされる。提示されている図には４つのかたまりが見られる。これを別々のものとしてみると、碁石を１個ずつ数える行為がなされる。このとき、5 番目の図、6 番目の図と順々に考えていくことは容易に出来る。テーマが「何番目でも碁石の数がいくつか簡単に求める」にシフトするとき、対象は碁石の増え方の構造を見ることに変わる。ここにはシフトが存在する。はじめに対象としてみているものは「このかたまりの碁石」である。ここでは順番を意識はしていないので、数列として見てはいない。「見えているのはかたまりのなかの規則性」である。上から１個ずつ増えている、あるいは下から１個ずつ減っている、として碁石の数を求める。このとき、かたまりのなかに１個ずつ増えているという規則を見つけた生徒が、「もっと増えたときに簡単に求められるか」というテーマで、1 個ずつ増えていることのみに着目すると、ａ＋（ａ＋1）＋（ａ＋2）＋（ａ＋3）という式を作る。しかし、これは何番目という数列を見ていない。

「碁石のかたまりの列」としてみると、増え方に着目することになる。右あるいは左に 4 個ずつ増えている様が見えてくる。見ている対象に数列として決まりがある、と想定できないと、「いつでも求められる方法」をテーマにすることはできない。

碁石の数を求め、次のような表にまとめる行為がなされると、

順番	1	2	3	4
碁石の数	14	18	22	26

「碁石の数のきまりを考えよう」というテーマでこの表を対象としてみる。このとき 4 づつ増えていることが見えて、4ｎ＋10 という式が作られる。この場合、形式的に式を作ることは出来るが、対象として増え方の構造を見ているかは明らかではない。

増え方の構造を見て、対象として「ｎ番目の碁石のかたまり」を見ると、4 個ずつ増えていることがみえる。ここでは増え方を言葉で表すことで、どのように見ているかが明らかになる。10 個で出来ている三角形に 4 個の列が増えていると見れば 10＋4ｎが作れる。また、ｎ番目の 1 列目がｎ＋1 個の碁石からなるかたまりであることを見ると、2 列目はｎ＋2、3 列目はｎ＋3、4

列目はｎ＋4 であり、この合計がｎ番目の碁石の数を表すとして 4ｎ＋10 という式を作ることが出来る。4ｎ＋10 が作られる過程の式を対象と見ると、最終的な姿として想定している数列の一般項としてみる姿にシフトしていく。

これまでの分析から、例えば 5 番目の次の 6 番目の個数を求めることから、何番目でも簡単に求めることの間にはシフトのあることが分かる。しかし、その間を教材の面からだけで想定することは出来ない。この間のシフトは生徒の相互行為を細かく分析することで明らかにされるだろう。

４．まとめと今後の課題

授業という相互行為をとらえる枠組みとしてシフトという概念を「見ている対象が変わる」「話題・課題・問題としているテーマが変わる」の 2 つを視点に授業を分析し、考察してきた。その結果、2 つの視点からシフトという概念で授業をとらえる有効性が見えてきた。シフトすることにより、それまでの見方が変わり、更に、そこでの知識や、方法など、システムも変更がおきてくる。したがって、これまでの数学教育の中で言われてきた、「一般化」「抽象化」「構造化」などははシフトであると言える。つまり多くの場合、「シフト」することは学習のねらいに直接結びつくといえる。そして、シフトを考えていくことは教材の分析と切り離しては出来ない。

これまでのことから、シフトという概念を用いて、教材の面から核心となる部分を限定していくことが可能であり、更に、授業の中でなされる相互行為のプロトコルをシフトの概念から更に詳しく分析していくことで、出来るということが明らかになった。

しかし、シフトの過程において対象が変わることとテーマが変わることの関係性については明らかにすることが出来なかった。この点については文字の式の分野でシフトの概念から分析をした教材をもとに授業を実践し、生徒の姿と教材の面から授業における相互行為の詳細な分析を行い、明らかにしていきたい。

謝辞：本稿で取り上げた事例の使用をお許しくださいました川島稔先生にお礼申し上げます。

引用・参考文献

Coob,P., Boufi,A., Mcklain,K., Whitenack,J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for research in mathematics education, 28*(3), 258-277.

清水美憲．(1987)．数学的問題解決における問題意識と「問題」の変容に関する一考察．筑波数学教育研究，*6*，15－22．

谷沢浩明．(2000)．文字式の学習過程に関する研究　―事象と文字式の関連に焦点をあてて―．内地留学研修報告書．

中村光一．(2003)．算数授業における反省的ディスコースの生成過程への着目．上越数学教育研究，*18*，1 - 10.

福森信夫他．（2003）．数学 1 年．啓林館．

ブルーマー，H．(1991)．シンボリック相互作用論　パースペクティブと方法．勁草書房．（後藤将之訳）

三輪辰郎．(1996)．文字式の指導序説．筑波数学教育研究，*15*，1－14．

三輪辰郎．(2001)．文字式の指導に関する重要な諸問題．筑波数学教育研究，*20*，23－38．