上越数学教育研究，第 20 号，上越教育大学数学教室，2005 年，pp.153-162.

中学数学への接続を視点とした算数の授業改善に関する研究

榧　根　　浩
上越教育大学大学院修士課程 1 年

1．はじめに

筆者は，これまでに算数的な活動を大切にし，具体物を対象にしながら学習を進めてきた。既習の学習内容を生かしながら，新たな学習が展開されるように，工夫しながら取り組んできた。

しかし，時々小学校に来る卒業生に会うと「小学校の時は算数が好きだったけれど，中学校の数学は嫌いだ。」「数学は，覚えることばかりで難しい。」といったことをしきりに話していく。このような実態から，筆者が取り組んできた算数の授業の在り方は本当にこれでよいのかと不安にさえ感じられるようになってきた。これまであまり意識してこなかったが，今教えている子供たちは，皆中学校へと進学し，そこで数学を学ぶのである。その時，子供たちは何らかの困難を感じているのである。これはいったい何なのか。この中学校数学への接続を意識した算数教育の在り方を探ってみたいというのが本研究の動機である。

小学校の時は，算数の授業を楽しみにしていた子どもたちが，数学嫌いになるのはなぜなのだろうか。中学校で求められる数学的思考に接続するために小学校ではどのような思考過程を大切に授業を行っていけばいいのだろうか。そこで，本研究の最終的な目的を中学校数学への接続を視点とした算数の授業改善について示唆を得ることとし，本稿ではその前にまず,算数と数学の特徴について調べ，その間にあるギャップの要因は何かを分析していく。特徴には多くの領域が考えられるが，今回は，特徴の違いが大きいとされる「式（変数）」と「論証」について取り上げていくことにする。

2．算数と数学の特徴（相違）について

2.1.実用性・生活性と教養性・学問性について

算数と数学の特徴の違いについてまず，カリキュラム史的観点から考えてみよう。平林(1993)は，これらの間には，理念上の違いがあり，初等教育の算数は，算術として社会に出るために誰もが必要となる教科として存在し，中等教育の数学は，エリート教育として高度な学問を必要とする指導者や学者のための教育であったと指摘している。また，藤澤(1895)は，

> 算術の理論は代数にして，算術の上に代数ありとするときは，算術中に理論なるものあることなし，

と，理論は代数にあって，算術（算数）にはないと述べている。さらに，算術は，類似法，法則，説明，解析はあるが，証明はなく，算術の法則は，帰納的，公理的性質を帯びていて，あえて算術中の法則を論理によって証明しようとすると非常に困難であると述べている。しかし，算術と数学は，連続する教科であることから，算術の終わりならよいが，始めから終わりまで理論をもとに構成するのは難解にするだけであると述べている。あくま

でも，論理的な部分は，数学で扱うべきという立場である。佐藤(1995)は，藤澤(1895)のこれらの言葉を受けて，算術と代数を両者の連続性という視点から，区別して扱っていただけで，分離しているのではなかったと述べている。つまり藤澤は，連続して扱うために，理論のあるなしでその違いを明確にしているというのである。

また，平林(1984)は，現在の小学校算数は，伝統的な算術教育をそのまま継承しており，中学校数学への接続には消極的であると指摘している。一部の知的エリートだけが，中学校へ進んでいた時代と同じカリキュラム理念が，中学校が大衆化された現在も継承されていることを問題視しているのである。カリキュラム理念上異なる算術と代数が，現在の算数・数学にも受け継がれていることからその不連続性は予想することができるだろう。

平林(1991)は，これらカリキュラム理念上の相違を初等教育の主要な理念は，実用性・生活性で，中等教育は教養性・学問性で特徴づけている。

筆者は小学校の現職教員であるが，算数は，実用性・生活性が強調されている教科であると感じている。例えば，小学４年の分数の学習を例に取ってみよう。分数の学習の導入では，教師は生活場面を取り上げ，その事実をもとに問題場面を構成していく。そして，子どもは問題を解決する活動を通して，分数の意味を構成する。その後，高学年になるにしたがって分数の四則を学習し，分数も数と同じように具体的に扱うことができるようになっていく。

一方数学では，教養性・学問性が強調されている教科であるように思われる。例えば，中学１年の正負の数の学習を考えてみよう。導入場面では，日常生活の中で，「マイナス」とつく数について考察し，正負の数を定義する。そして，具体から離れ，抽象である数直線をモデルとし，矢印の方向などを使って，負の数や不等号，絶対値などの意味を構成していく。

ここで，実用性・生活性という点から分数の学習について考えてみよう。分数はそれほど生活場面に密着しているのだろうか。実際，子どものまわりを見渡してみても，なかなか分数の場面を見つけることが難しい。小学校での学習が，実用性・生活性を強調しているのならば，分数は，小学校で扱うのに適さないとみることができる。また，負の数にしても，日常生活の中で，「マイナス」とつく場面は多くみられる。中学校ではなく，生活性・実用性を強調している小学校で扱うのに，適しているともみることができる。

このことに対して，平林(1994)は，「小学校でなぜ分数をやるのか。」というようなことは「小学校でなぜ負の数をやらないか」という問いと対置できると述べている。分数は「量」の表現に欠かせないものであり，負の数はマイナスの温度や借金など量として考えないことはないが，日常生活ではむしろ，詭弁的なものであると続けている。つまり，分数とその計算は，人が量の世界を処理するのに必要な知識技能であるとして，教育上では負の数よりも優先的に位置づけられると主張している。形式的に計算することを考えるための知識技能として，分数の考え方は算数教育の中でとても重要になってくることがわかる。最終的に，分数のわり算では，「ひっくり返して掛ける」という具体を離れ形式的な方法を自然と身に付けることができるようになる。このことから，分数の学習は小学校に，負の数の学習は中学校にそれぞれ橋渡しとして位置付くと考えることができる。

算数では，実用性・生活性が強調され，数学では，教養性・学問性が強調されていることが，これまでのことで明らかになった。しかし，それはあくまで強調しているだけであって，分数の例をみてもわかるように，小学校でも教養性・学問性を取り入れたカリキュ

ラムが考えられているし，中学校でも同様である。

2.2. 帰納的と演繹的について

次に，両者が強調している考え方の違いについて考えてみたい。算数では，ある事柄を明らかにするとき事実をもとに理解していく。その特徴は帰納的な考え方として特徴づけることができるであろう。問題となる対象に対して，いくつかの実例をもとにしたり，その規則的な部分に着目したりして，数理を導き出していく。つまり，対象に帰納的に働きかけることを通して，結論を導き出していくのである。一方，中学校数学でも，帰納的な考え方は大切にされている。むしろ新しい命題を発見する場面では積極的に使われるであろう。しかし，論証指導などで代表されるように，この命題を演繹的・論理的に導くことが目指されている。それは，既有の命題を根拠にして，新たな命題を導き出すという考え方である。明らかになっている命題に対して他の命題や性質を使って，論理的に説明していくのである。

まず，式を例にとってみよう。算数・数学における式の扱いについて，岡崎・黒田(2003)は，小学校で扱われる式は，具体的な答を導く手段であるが，中学校で扱われる式は，式それ自体が論理的に考察する対象になると述べている。また，藤井(2003c)は，論理的な表現について，小学生は，帰納的推論に基づいて一般性を思考することができるがそれを表現することができない。つまり，算数では，中学校のように「文字の式」を用いることができないために，思考した論理的な思考を表現する手段がないと述べている。さらに，岡崎・黒田(2003)は，算数において式は，具体を数字式化したものと捉えられるが，数学では式は，数字式を思考の対象として文字式化したものとみることができると述べている。

これらのことから，算数では，具体的な事象を式に表し，いくつかの場面について，結果を計算することによって，帰納的にその結果の確かさを確認している。しかし，中学校では，ある具体を表した式を考察し，その一般性について明らかにしていくことで命題の確かさを明らかにしている。

次に，図形についてみてみよう。算数・数学における図形学習について，橋本ら(1995)は，小学校から中１までは，いくつかのモデルの中に表れる図形の関係や性質を，そのモデルがもつ物理量の大きさに即して学習していると述べている。このことは，小学校段階（中学１年も含む）では，帰納的に図形を捉えているとみることができるであろう。前田(1979)は，このような学習段階を「図形の実験科学」と呼び，それに対して，中２からの学習段階は「図形の理論科学」と位置づけている。橋本ら(1995)は，中２からの学習段階では，図形の性質の間の関係が学習の対象となり，いくつかの原理に基づいて説明するという学習方法であると説明している。つまり，中学校の段階（中学２年以降）では，具体的なモデルを離れ，その性質や関係を対象にして論理的に図形を捉えているとみることができるであろう。

また，橋本ら(1995)は van Hiele(1959)を引用し，第２水準では，辺の長さが等しいなど諸性質の集合体であるのに対して，第３水準では，これらの諸性質が互いに関係づけられており，諸性質の組織体であると説明している。

	第0	第1	第2	第3	第4
対象	具体物	形	性質	命題	論理
方法	形	性質	命題	論理	

岡崎・岩崎(1998)も，図形指導における第２水準と第３水準の間には，具体的な操作や視覚的確認を許す許さないといった，基本的な差違が隠されていると述べている。このことは第２水準では，操作などを活用して学習

を進めるが，第３水準では，具体から離れ論理的に学習を進める段階に入ることを意味していると考えられる。つまり，小学校段階（中１を含む）を第２水準として捉え，モデルから帰納的に性質や命題を導き出す段階，中２以降を第３水準として捉え，図形の概念を論理的に表象する段階と捉えることができる。

ここまで，算数と数学の理念と考え方を対置させることを通して，それぞれの特徴及び相違点について述べてきた。実生活に結びつく具体を対象にして学習を進めていく算数に対して，抽象されたことを対象にして論理的に学習を進めていく数学は確かに対照的である。算数と数学の間にギャップが生まれるのは当然のことであろう。そのことについて，実際に認知的特徴について述べることを通して明らかにしていきたい。

３．算数・数学の各領域における認知的特徴

平林(1984)は，算数から数学へは，自然に発展しているようには見えず,そのことは「変数」と「論証」で特徴づけられると述べている。そして，中等教育では「代数」・「幾何」に対応するものが重要になってくるが，初等教育では，「代数」・「幾何」に対応するものがほとんど見られないという歴史的経緯があると述べている。では，現在の算数教育ではどうだろうか。式と図形に焦点を絞って考察していきたい。

3.1. 式について

3.1.1. 操作的と構造的について

小学校でも，「変数」の考え方は，式の学習と共に，それぞれの学年に応じて，系統立てて扱われている。しかし，その扱いが操作的であるが故になかなか中学校以上の構造的な「変数」につながらないことが指摘されている。

まず，式の扱いについて考えていきたい。小学校において，式は，数字と演算記号と括弧によって構成されている。（平林 1996）例えば，文章題で「リンゴ３個にリンゴ５個を加えたらいくつになるでしょう。」と問われると，「８個」と答える。式で答えなさいと問われれば，「３＋５＝８」と答えることもあるが，「３＋５」と答えるのはなかなか難しい。つまり，文章題は具体の場面であることから，どうしても「８個」という具体的な量を答として捉えてしまう。この場合，式は答を出すための操作的な手段となっている。

このことについて，三輪(1996)は，算数的な見方に固執する場合，ａ＋ｂを手段と答の両方とみることが難しいと述べている。その理由として，式が閉じていないままになっていることへの不安から，無理やりａ＋ｂ＝ｃと閉じた形にしてしまうと説明している。また，藤井(2002b)は，中学校の段階では，式がプロセスを表すと同時に答えを表すということが解釈できないと指摘している。つまり，中学校数学においても，小学校での式の扱い方に固執することが，文字式を学習するうえで大きなギャップを生んでいると捉えることができる。

また，数字を使わない式の取り扱いについても同様である。言葉の式で表したり，公式として表したりして，手段として扱われてしまうことが多い。低学年でも，□や△を使って指導をしている。しかし，ここでは式をそのままみるのではなく，その□や△を求めるための手段として扱われている。

これに対して，中学校では，式の扱いが変わってくる。文字の使用によって，数量やその関係を簡潔・明瞭にしかも一般的に表すことが求められる。そして式表現されたあとは，その式を形式的に扱い，一般性を把握する考え方が求められる。ここに，大きなギャップが生まれると考えられる。

これらのことから，小学校での操作的な式の見方から,中学校での構造的な式の見方へ,移行するには認知的にみて大きなギャップを含んでいることが明らかになった。

3.2. 図形について

3.2.1. イメージ的と構造的について

図形の学習において，小学校と中学校の扱われ方の違いについて考えてみよう。小学校では，図形そのものを対象にして，具体的な量を扱いながらその性質を明らかにしていく活動が主になっている。例えば，図形の名前を学習したり，二等辺三角形は，同じ角が２つあるなど，その図形に働きかけ，実際にその量を測定することによって，性質を明らかにしていくことが考えられる。一方，中学校では，明らかである性質を，より明らかなものを根拠に論理的に説明していく活動に移っていく。例えば，二等辺三角形には同じ角が２つあることを三角形の合同条件を使って明らかにするという活動が考えられるだろう。

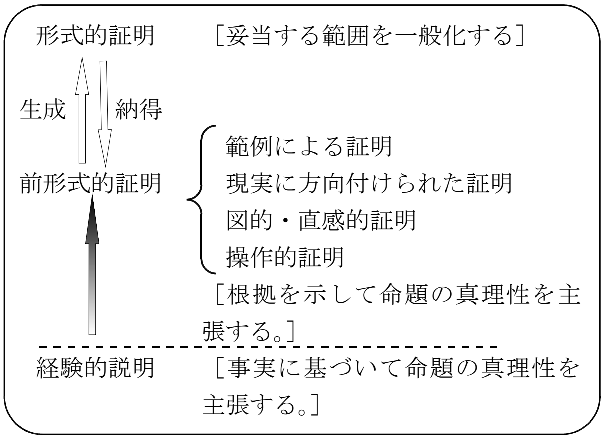
この違いについて，岡崎，岩崎，黒田（1999）は，算数の図形学習では，具体物の仲間分け，形作り，あるいは切る，折る，測るといった実験的作業が行われ，その「結果」に基づいて形やその特徴としての個々の性質が理解されると説明している。個人の中にあるイメージをもとに直感的に判断していくことが考えられる。一方，中学校数学の特徴は，演繹的推理によって理論的正しさを自ら納得させ，他人を説得する論証が出現することであると説明している。他人を意識し，分析的な視点から対象を考察し，論理的に説明していく活動が考えられる。中学校に入ると突然，論理的思考がでてくるようにも見えるが，その発達段階について前田（1995）は，以下の３段階を挙げつながりを説明している。

第1期：図形認識能力を養う時期
第2期：主体的に論理的推論が可能になる時期
第3期：漸次具体的な図形を離れて，記号や観念上の対象についてもある程度主体的に論理的推論が可能になる時期

そして，第１期は，小学校の低学年，第２，３期については，小学校中学年から中学校が相当するが，子どもにとって慣れていて，判断しやすい場合には，早くからはたらくと説明している。

このことから，現実に存在しうる図形を考えている第２期は小学校高学年，現実に存在し得ない図形をも考えている第３期は中学校２年生以降が相当すると考えられる。つまり，イメージ的な活動を基にして図形を捉え，説明していく活動が重要になってくる。

では，どのようにして，分析的な論理的推論が可能になる段階に移行していくのだろうか。そのつながりについて，國本ら（1995）は，次の図のように説明している。



ここでいう，経験的説明というのが，小学校の段階であると考えられる。2.2 節でも述べたように，事実に基づいて命題を考え，具体的な手続きをもとに，いくつかの例を出して考えるという，いわゆる小学校算数で行われていることにあたるからである。そして，形式的な証明が中学校２年の段階であると考えられる。論理のみによる演繹的推論を行うのは，中学校の数学であろう。この２つの段階つまり，いくつかの例をもとに考える段階と抽象的な段階の間には大きなギャップがあると考えられる。そこで，その間を繋ぐために，具体的な水準に位置する前形式的証明という段階を意識していく必要性を感じた。

ここまで，式と図形について，算数と数学におけるいくつかの対置する認知的特徴について述べてきた。その中から，対照的な違いが明らかになった。さらにその違いが，算数

と数学の間のギャップとして存在することもわかってきた。では，そのギャップはどのようにして取り除かれるのか。その試みについて次に述べていきたい。

４．算数から数学への橋渡しの試み

4.1. 数字式

式について，これまでに操作的な見方と構造的な見方のギャップが明らかになった。手段として式をみていた子どもにとって，式それ自体が結果であると考えさせるのは難しいだろう。また学習の対象について小山(1988)は，算術から代数への移行について，算数の学習の対象が記号や文字によって表されうる未知の数量であるのに対して，数学の学習の対象が記号や文字を用いて表された関係であることに飛躍がみられると述べている。つまり，学習対象が，数量から関係に変わることにギャップを感じているというのである。では，その橋渡しをするためにどのような手だてが考えられるのでろうか。

藤井(2002a)は，表記としては数字であるが一般性を内包している擬変数を用いて文字式の素地指導が展開できることを具体的に明らかにするために，小学校１，２年生の子どもに擬変数式の理解が可能かどうかインタビューをしている。その結果，計算をして式を「閉じ」ることを強く望む子ども（例えば，３＋５という式を結果とみることが困難な子ども）にとって，数字式から一般性を見つけることは困難であることが示された。つまり，式を式のまま考察の対象として捉えることの重要性を示していると思われる。また，平林(1984)は，数よりも演算そのものへの着目を視点として具体的な説明をしている。

1+2+3+…+9=(1+9)+(2+8)+…+(4+6)+5
=10+10+10+10+5=10 × 4+5=45

37 × 2 × 3=222　　37 × 3 × 3=333
37 × 4 × 3=444　　37 × 5 × 3=555
一般に，
37 × a × 3=aaa　となる。なぜか。

これらの課題に取り組むことによって，具体的な数の計算の中で，計算手順や計算構造をしっかりと意識することができると主張している。これまでの小学校の授業でも，このような課題は実際に行われている。しかし，それは，計算手順が変わることによって，計算が速く簡単にできるという便利な方法として扱われてきたということであり，計算構造まで意識して授業を行うことは少なかったように思う。計算構造を意識し，一般性を考えていく活動の重要性を示していると思われる。

4.2. 作図

3.2 節では，主に図形について，その扱われ方や発達段階の違いについて述べてきた。小学校において，具体的な図形をイメージして活動をもとにその性質を明らかにしてきた子どもにとって，中学校で図形を構造的に捉え，論理的に説明していくことに困難を感じていることもわかってきた。岡崎・岩崎(1998)は，たこ形の作図を通してその橋渡しを行った。小学校の学習で，具体的な操作で明らかになった性質を，作図を通して論理的に捉え直す活動を組織している。

①２組の隣辺が等しい → たこ形の作図 → ②対角線が垂直
　　　　　　　　　　　　　　　　　 → ③角が二等分

小学校の段階では，①，②，③は，それぞれ独立した性質としてイメージ的に扱われていたが，ここでは，作図を通して，①→②，①→③の図形の性質を関連づけ，構造的に構成していこうという試みである。

このことについて，岡崎・岩崎・板垣(1999)は，中学校を対象にして実際に授業を行い，分析を行っている。その中で，現実，見た目，測定といった経験領域に真理を求めていた子どもが，構造的に論理を構成していくことへ移行する際に，いくつかの乗り越えなくてはならないギャップが表れている。

１つ目は，直角についてである。これまで，定規１本だけを使い，見た目で図形を描いていた子どもは，定規とコンパスを使って直角を描くことに困難を感じている。しかし，たこ形が描けたことによって，直角を作図することができた。このことについて岡崎らは，たこ形というかたちが子どもにとって認知的道具であることが示唆されたと述べている。

２つ目は，長さについてである。たこ形を描くことによって，垂線が作図できるようになってもかたちの「枠」は消えず，実際の図形をイメージしていることがわかる。また，どんなたこ形でも垂線を引くのに十分であることが認識されていなかった。そこで，岡崎らは，作図の手続きの顕在化を行った。そのことが，証明の議論へとつながっていった。

ここまで，数字式，作図に焦点を当て，橋渡しの試みを取り上げてきた。どの試みにも，操作的な活動の中に，構造的，論理的な仕組みを見いだすことを重視していることが共通している。一方，操作的活動を重視し，論理的な学習内容につなげる文献は，中学校の立場からはいくつかみられるが，小学校の立場で述べられている文献は少ない。そこで，小学校の立場から実践を行い，分析を行っていきたい。

５．実践

前章で，小学校から中学校への橋渡しについて述べてきた。その中で式の計算構造について，小学校でも取り扱われているにもかかわらず，うまく接続されていないことが明らかになった。そこで，今回は，小学校段階で答を出すための式から考察の対象としての式へ見方を変えるという視点から実践を行い，分析をしていきたい。

考察の対象とする授業実践は，平成１６年９月３日に，新潟県内の公立小学校６学年の１学級（女子２５名，男子１５名，計４０名）において筆者が行った授業である。授業時間は２単位時間（４５分×２時間）をかけて行った。授業全体の様子と抽出した子ども３名の様子をそれぞれ４台のＶＴＲで記録し，全員のノートをコピーした。分析は，発言，つぶやき，記述されたものを対象にして行った。

授業では，以下のような課題を取り上げた。最初に，図１の①〜③のドットの個数を式で表す課題を出した。

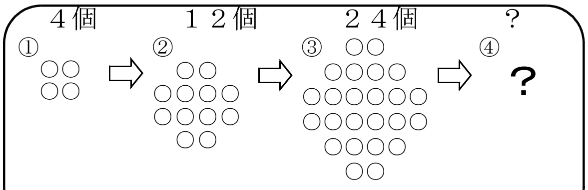


図１　提示した課題

①，②，③の図形についてその個数を式で表す活動を行ったあと，この先の図形（４番目）について考えさせた。その個数をたずねたところ，「倍になっているから４８個。」「１２ずつ増えるから３６個。」といった数の規則性から答えを求めようとしていた。式から４番目の図形を予想することが難しいと感じたので，まず，４番目の図形を作るように指示した。松川は，図２を自ら作り上げた。みんなでその個数を数えてみると４０個になり，最初の予想とちがっていた。

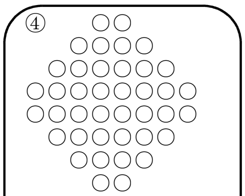


図２ 松川の考え

【相﨑と石田の姿】

そこで，筆者は，①〜④を指して「この仲間にきまりはあるのかな。」と聞き，自力解決の時間をとった。

相﨑と石田は，それぞれの用紙に図３のように，式をたてに書いて２人で考えていた。図ではなく，この３つの式の間にあるきまりを見つけようと話し合っていた。このことは，具体的な図から離れて式をもとに話し合って

４×１＝４
４×３＝１２
４×６＝２４
４×１０＝４０
図３ 最初の姿

いる姿であると捉えられる。

筆者は，図３にある１，３，６を指して，これらは何かとたずねた。相﨑は，それぞれ図４の①の●，②の●，③の●を指して「これ」といった。筆者が「それって何？」とさらに問いかけた。少し悩んでいたので，筆者が他の部分を指で隠し，●のところだけを見せて同じように問いかけた。すると，図５のように，１＋２，１＋２＋３と用紙に記入し始め，最後に１と記入した。このことは，式をもとにして図を見直し，これまでの式表現を修正している姿と捉えられる。

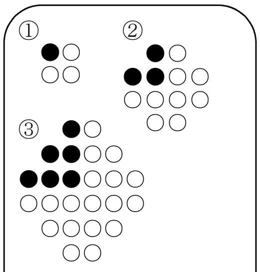


図４　相﨑・石田が取り上げた図

４×１＝４	１
４×３＝１２	１＋２
４×６＝２４	１＋２＋３

図５ 関係を式に表した姿

自力解決の時間が終わり，全体での話し合いになった。何人かの子どもが発表した。その中で，４番目がわかれば，５番目のドットの数が６０個になることもわかるのではないかという予想が出された。

これに対して，相﨑と石田は，黒板の前で，①は４×１，②は４×（１＋２），③は４×（１＋２＋３），④（松川の考え）は４×（１＋２＋３＋４）と説明した。多くの子どもが納得しない様子だったので，筆者は彼らのノートと同じように，式を図６のように並べ替え，何がきまりなのか２人に聞いた。２人は相談して，図７を指して，括弧の中が４つに分けた１つ分であることを説明した。同じように，③，④についても４つに分けて説明した。多くの子どもがこの考えに納得をしたので，筆者は，「次はいえそう？」と問いかけた。相﨑は，次は６０個，その次は８４個と答えた。

４×１＝４
４×（１＋２）＝１２
４×（１＋２＋３）＝２４
４×（１＋２＋３＋４）＝６０

図６　板書を並べ替えた

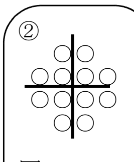


図７
４つに分けた図

授業後，相﨑と石田のノートには，図８が記述されていた。このことは，式それ自体を対象として考え，さらに先の式を予想している姿であると捉えられる。

４×１＝４
（１）
４×３＝１２
（１＋２）
４×６＝２４
（１＋２＋３）
４×１０＝４０
（１＋２＋３＋４）
４×１５＝６０
（１＋２＋３＋４＋５）
４×２１＝８４
（１＋２＋３＋４＋５＋６）

図８　先の形を考えた姿

【小林の姿】

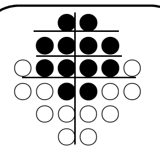
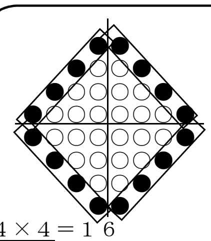


図９最初の考え

小林は，③のドットを数えるときに，図９のような増え方に着目していた。その考えをもとに次の図形を考えていたが，なかなか規則性を見つけられないでいた。相﨑・石田の考えを聞いた後，中心から広がる考えを思いついた。そして，図 10 を書き，増える部分について規則性を見つけた。授業後の感想には，「次（に増える数は）は５×４で考えられそうだ」と自分の考えをもとに，先の形について考えることができた。このことは，「周りに広がる。」という考えをもとに，相﨑・石田の考えを聞くことで，図そのものの構造を捉え直し，その規則性に着目することができた姿と捉えた。


４×４＝１６
図 10 規則性に気付いた考え

授業後，この２人だけではなく全員に，今日の学習でわかったことや感想を書いてもらった。「たぶん，後は４×（１＋２＋３＋４＋５）とか，＋６，＋７でも（答えが）でてくると思います。」「この式（相﨑と石田の式）は，その先の求め方もわかるし，次の数

もわかるからとってもお得な式だと思った。」と，具体的に式で考えるよさを書いていた子どもが多かった。

これらのことから，計算のための式から，対象としての式への変化を引き起こすために大切なことがわかってきた。

一つ目は，先を考える（一般化）という文脈を入れたことである。このことによって，考える対象を図から式それ自体に変える必要を感じることができたと考える。二つ目は，より複雑な対象化が考えられる課題を提示することである。ドット図の変わり方が複雑なことが，式をもとにもう一度図を見直し，これまでの式表現を修正しようとする姿につながったと考える。三つ目は，ドットの個数が通常の数列の規則で考えにくかったことである。４番目のドットの数を考えるとき，数の規則性だけでは解決できなかったことから，式それ自体を対象にすることができたと考える。また，授業後の感想から，式それ自体を対象として考えることの意義に気付いた子どもが多かったこともわかった。

６．成果と今後の課題

ここまで,算数と数学の特徴について調べ，分析を行ってきた。その中で，得られた成果についてまとめてみたい。

算数では，実用性・生活性が強調され，実生活に結びつく具体を対象にして帰納的に学習し，一方，数学では，教養性・学問性が強調され，抽象されたことを対象にして論理的に学習するという理念的な違いが明らかになった。また，算数が，式を操作的に見たり，いくつかの例をもとに帰納的に考えるという認知的特徴を持っていることに対して，数学では，構造的に式を見たり，抽象的に考えるという認知的特徴を持っていることも明らかになった。さらに，操作的活動を重視し，論理的な仕組みを見出す学習内容につなげるという橋渡しも示された。

しかし，その橋渡しは，中学校の立場からはいくつかみられるが，小学校の立場で述べられている文献は少なかった。

そこで，実際に小学校の立場から実践を行った。成果も見られたが，小学校のどの段階で行われるべきかという課題も残った。また，ギャップの存在が明らかになっている図形の領域や，今回取り上げることができなかった関数の領域についても，接続について考える必要がある。今後は，その点についても明らかにしていきたい。

【引用・参考文献】

文部省(1999)．小学校学習指導要領解説算数編．東洋館出版社

文部省(1999)．中学校学習指導要領解説算数編．大阪書籍株式会社

平林一榮(1984)．中等数学学習の可能性－一つの提言－．西日本数学教育学会.

平林一榮(1986)．数学教育の有効性のために．奈良教育大学紀要第 35 巻第 2 号.

平林一榮(1987)．数学教育の活動主義的展開．東洋館出版社

平林一榮(1991)．数学嫌いにするための算数教育．新教育課程の実践と数学的な考え方・問題解決(pp.1-29)．東洋館出版社

平林一榮(1993)．算数教育についての理解．皇學館大學講義叢書 71

平林一榮(1994)．算数教育における数学史的問題．皇學館大學講義叢書 75

平林一榮(1996)．式について－算数優等生を数学落第生にしないために－新しい算数研究 No.309. (p.6-9). 東洋館出版社

平岡賢治(1995)．算数・数学教育の接点について－方程式の指導を通した考察－．第 28 回数学教育論文発表会論文集(pp.285-288)．日本数学教育学会.

中谷太郎(1966)．日本数学教育史１　藤沢理論を中心として（その１）(P.18)．数学教室 149 号．国土社

佐藤英二(1995)．藤沢利喜太郎の数学教育論の再評価－「算術」と「代数」のかかわり－．第 28 回数学

教育論文発表会論文集(p585-590). 日本数学教育学会
藤澤利喜太郎(1895).「算術條目及教授法」. 丸善.
三輪辰郎(1996). 文字式の指導序説. 筑波数学教育研究第 15 号(p.1-p14)
藤井斉亮(1998).「文字式」の理解に関する一考察：疑変数について. 第 31 回数学教育論文発表会論文集(p123-128). 日本数学教育学会
藤井斉亮(2000).「式に表す」ことの困難性について. 第 33 回数学教育論文発表会論文集(p.349-354). 日本数学教育学会
藤井斉亮(2002a). 数と計算に学習指導における擬変数の役割に関する研究. 第 35 回数学教育論文発表会論文集(p.163-168). 日本数学教育学会
藤井斉亮(2002b). 数と計算・代数における先行研究の整理と課題. 第 35 回数学教育論文発表会「課題別分科会」(p.74-83). 日本数学教育学会
藤井斉亮(2003a). 関数関係を「式に表すこと」の困難性について. 第 36 回数学教育論文発表会論文集(p.235-240). 日本数学教育学会
藤井斉亮(2003b). 数と計算・代数：昨年度の成果と課題. 第 36 回数学教育論文発表会「課題別分科会」(p.83-86). 日本数学教育学会
藤井斉亮(2003c).「数と計算・代数」分科会の研究討議の焦点：計算のきまり. 第 36 回数学教育論文発表会「課題別分科会」(p.87-92). 日本数学教育学会
岩崎秀樹・岡崎正和(1997). 算数から代数への移行とその指導に関する研究（１）－学校数学における代数和の位置づけとその指導－. 第 30 回数学教育論文発表会論文集(p.241-246). 日本数学教育学会
岩崎秀樹・岡崎正和(1999). 算数から数学への移行について－代数和の位置づけとその指導－. 数学教育学研究第 5 巻(p.85-90). 全国数学教育学会
岡崎正和・黒田匠(2002). 代数導入過程における正負の数の加減の学習指導と, それに託される教育理念. 第 35 回数学教育論文発表会論文集(p.193-198). 日本数学教育学会
岡崎正和・黒田匠(2003). 算数の式から代数の式への転換を促す正負の数の乗除の単元の再構成に関する研究. 第 36 回数学教育論文発表会論文集(p.157-162). 日本数学教育学会
岡崎正和(2003). 全体論的視座からの正負の数の加減の単元構成に関する研究. 数学教育学研究第 9 巻(p.1-13). 全国数学教育学会
小山正孝(1988). 算数から代数への移行に関する認識論的考察. 第 21 回数学教育論文発表会論文集(p.57). 日本数学教育学会
橋本是浩・礒田正美・飯島康之・能田伸彦・狭間節子・風間喜美江(1995). 論証導入期の指導について. 第 28 回数学教育論文発表会論文集(pp.285-288). 日本数学教育学会
前田隆一(1979).「算数教育論」p.61. 金子書房
van Hiele(1959). "La pensee de l'enfant et la geometrie",Bulletin de l'Association des professuers de Mthematipues de l'Ensignement Public. no.198. p.458
前田隆一(1995).「小・中学校を一貫する初等図形教育への提言」. 東洋館出版社.
岡崎正和・岩崎秀樹(1998). 算数から数学への移行とその指導に関する研究（２）－図形学習の転換点－. 第 31 回数学教育論文発表会論文集(p.165-170). 日本数学教育学会
岡崎正和・岩崎秀樹・板垣正樹(1999). 図形教育における算数から数学への移行を促す授業開発に関する研究. 第 32 回数学教育論文発表会論文集(p.233-238). 日本数学教育学会
國本景亀（研究代表者）(1995). 空間直感力と論理的思考力を育成するための教材開発と指導法の改善. 平成６～７年度文部省科学研究費補助金　一般研究（C）. 課題番号 06680256 第１次報告書（中間報告）
正田良(1995). 中１幾何におけるエッセイの試み－性質の理論付けへの授業展開－. 第 28 回数学教育論文発表会論文集(p.431-436). 日本数学教育学会
榧根浩(2004). 中学数学への接続を視点とした算数教育の改善に関する研究・第 37 回数学教育論文発表会論文集(p.695-696). 日本数学教育学会