上越数学教育研究，第 20 号，上越教育大学数学教室，2005 年，pp.195-204.

子どもの割合の概念形成にかかわる考察

～同種量の割合の思考過程について～

溝口　英麿
上越教育大学大学院修士課程１年

１　はじめに

平成 14 年度からの新学習指導要領の本格実施に伴い、「割合」の学習は、小学校段階では、同種量の割合（百分率・歩合）を『割合とグラフ』（小学校５年）、異種量の割合（平均・単位量あたりの大きさ・速さ）を『単位量あたりの大きさ』（小学校６年）の単元で学習することになった。この改訂前は、両単元とも小学校５年で学習することになっており、それまでは異種量の割合の後に同種量の割合を学習していたが、改訂後は指導する学年が変更になったこともあり、同種量の割合を異種量の割合よりも先に学習することになったわけである。

田端（2002）は、この改訂に伴った教授学習過程に基づいた子どもの思考の分析を行った結果、カリキュラム改訂前の異種量の割合の後に同種量の割合を指導した方が適切であることを主張し、新しいカリキュラム上の問題点を指摘している。

カリキュラム改訂後の筆者自身の指導経験でも、同種量の割合を先に学習した場合、「公倍数の考え」、「単位量あたりの考え」、「平均の考え」などが未習のために子どもたちからは出ることなく、逆に加法方略を用いる児童が多くなったというエピソードがあった。

割合は小学校で学習する単元の中でも難単元の一つである（中村, 2002a）と言われている。本稿では、その割合理解の困難性の背景を考察し、それを改善するための研究上の視点と子どもの相対的な思考を引き出すような導入問題の教材案を提示することを目的とする。

２　「割合」に関する用語のとらえ

2.1　異種量の割合と同種量の割合

次のような部屋に何人か人がいます。どの部屋が一番混んでいるでしょうか？

	面積（㎡）	人数（人）
A	１０	１２
B	１５	１２
C	１５	１５

図1．異種量の割合問題例

異種量の割合では、「面積（㎡）」と「人数（人）」のような異種の２量間の関係を公倍数の考えや比例の考えを使って一方を揃えて比べたり、単位量あたりの考えを使って、１あたり量や任意単位量あたりの大きさで比べたりする。この前段階で平均を学習しており、均質化していない混み具合をならして考えることにつなげている。（図１参照）

３人がバスケットボールのシュート練習をしました。だれが一番上手でしょうか？

	試投数（回）	成功数（回）
A	8	6
B	１０	6
C	１０	7

図2．同種量の割合問題例

一方、同種量の割合では、「試投数（回）」と「成功数（回）」のような同種の２量間の関係を一方の側から見て「何倍（何分の１）にあたるか」という乗法的な考えで数値化するものである。（図２参照）

「割合」の用語の今日的な使用を見ると、「15 人中６人」（40％）「25 a のうちの 15 a 」（60％）のように同種量として使われることが多いが、異種量の場合でも「３日に１回の割合で」とか「５分間に３㍑の割合で」というように使われている。そのような表現をするときは、「～と同じペース（率）で～」といった比例関係が含有されているときである。

2.2 割合と比

次に、「割合」と「比」についての言葉のとらえを述べる。

「割合」の考え方は、２つの数量のうち、一方が他方のどれだけにあたるかを数値で表したものである。つまり、２つの数量の一方の立場から他方の数量を見る見方である。表記としては、

・ ○倍　　　・○分の１
・ ○％　　　・○割（○分○厘）

などである。

それに対して、「比」は２つの数量の関係をどちらかの立場から見るのではなく、その関係を客観的に簡単な数値で表したものである。表記としては、

・ a ： b

である。「比」の学習では、「比の値」という用語も出てくるが、「比の値」とはａ／ｂ又はｂ／ａのことなので、これは、一方を基準にした割合分数のことであり、比の値は割合と同義である（森林, 1987）と考える。

教科書での扱いは、「比」が同種量間の関係を表すことが多いことに対し、「割合」は異種量間の関係（単位量当たりの大きさ，速さ等）も表すため、意味としては「割合」の方が「比」よりも広いものとなっていよう。

2.3 割合と倍

和田（1959）は割合の概念について、次のように述べている。

> 要するに割合とは、二つの量、それが同種量であろうと異種量であろうと、これらを見比べるときに生まれてくる観念である。
> （和田，1959，pp. 206―207）

２量を比較するにあたっては、和田（1959）が述べているように、「差による比較」と「倍による比較」の２つの観点がある。割合の考え方は、倍による比較に相通じるものであるが、田端（2002）、土屋（2002）らは、割合は倍の言い換えではないことを主張している。土屋（2002）は、割合を理解することについて次のように述べ、割合はＡ＝Ｂ×ｐという一面的な倍関係の理解にとどまらないものであると主張している。

> ２量Ａ，Ｂという関係で表された割合は、Ａ′とＢ′，Ａ″とＢ″・・・という具合にたくさんの同じ割合の関係をつくれないと理解したとはいえない。（土屋，2002，ｐ. 30）

田端（2002）は、倍による比較の中でも、比較する２量Ａ、Ｂ間に比例関係が前提とされ、全体と部分の関係同士を比較する段階から「割合」としている。例えば、「50 ㎡の花壇のうち、20 ㎡にチューリップが植えてあるとき、チューリップの植えた面積は、花壇全体のどれだけにあたるか？」という問題では、花壇の面積を基準量にして倍の見方で２量の関係（2/5）を把握している段階である。ところが、これに「もう一つの 60 ㎡の花壇に、20 ㎡のチューリップが植えてあるとき、どちらの花壇の方がよりチューリップが多く植えてあると言えるか？」という問題が加わったとする。チューリップの植えてある面積はどちらの花壇も同じであるが、「全体を１とみたときに、チューリップが植えてある面積がどれくらいか」となってくると、50 ㎡の花壇の方が占める割合が大きくなる。このように全体と部分との関係を把握している段階では倍であり、割合の見方であ

るが、全体と部分との関係同士を比較する段階から「割合」と定義している。

筆者も土屋（2002)、田端（2002）らの考えに賛同するものとして、「割合」の用語を以下の稿で用いていく。

３　割合の理解の難しさ

中村（2002a）は、割合の理解の難しさの要因として、次の３点を挙げている。

① 割合は２量の関係を表すため、数の相対的な見方が必要になること

② 割合が２量の関係の結果を表すとき、様々な表し方があること

③ 割合は百分率だけでなく、乗除の意味づけや、速さなどの異種の量を数値化する際にも用いられること　（中村 2002，ｐｐ.14―15）筆者概略

子どもたちが、実生活の場で２量を比較する際は、差による比較を用いることが圧倒的に多い。倍による比較は、２量の関係が２倍や３倍などの整数倍や半分（０．５倍）などの簡単に計算できる場合に限られている。それに対して、２量の関係が小数倍や分数倍のように簡単に計算できない場合になると、簡潔性からして差による比較を必然的に用いるのである。

さらに、相対的見方をする際に、どちらをもとにするかという難しさもある。例えば「２」と「５」を相対的にみると、２をもとにすれば、５は２．５にあたり、５をもとにすれば２は０．４にあたる。このように、どちらを基準量にするかによって、数値化した際の絶対値が異なってくる。さらに２．５（倍）や０．４（倍）といっても、基準量によって比較量の数値がかなり違ってくる結果となる。一方、差による比較では、「３小さい」又は「３大きい」という結果となり、大小の違いこそあるが、数値の「３」だけが違うことに変わりがない。分かりやすさからしても、子どもは、差による比較を用いることが多いと考えられる。

割合は、次のような小数，分数，百分率，歩合などで表され、表現方法は多様である。

- ０．１
- １/10
- １０％
- １割

これらは、同じ割合を表しているが、表している数値の桁数や表現が違っているために、それらが意味するものも違っていると考えるのである。小数と分数の関係だけでなく、そこに百分率や歩合も入ってくるため、それらの関係を理解することが難しくなっている。

乗除の意味づけについては、整数倍は比較的理解しやすいが、小数倍や分数倍になると途端に理解が難しくなってくる。例えば、「□ｍの０．７倍」といったとき、「倍」という言葉のイメージによって、比較量が基準量より大きくなると考えたり、小数倍の意味するものが分からなくなったりする（７倍は分かるが、０．７倍とはどういうことなのか？）からである。

その他にも、「１でないものを１と見ること」（中村，2002b）も理解の難しさの要因として挙げられる。４年生までの学習では、「１」というのは、正に単数の「１」そのものであり、子どもたちは、それ以外の見方はしてこなかった。ところが、この割合の学習になると、１でないものを１とみて他方の数との数量関係を表すことを要求される。「１でないものがなぜ１になるのか？」「この１とは何なのか？」というような疑問が生まれてくる。この背景には、子どもたちの学習経験が関係しているのではないだろうか。子どもたちが解決する問題は、ほとんどが「１ｍが 250 円の紙テープの 3.4ｍの代金は何円か？」のように、最初から１あたり量が示されている。そのため、子どもたちは、１あたり量をあまり意識せずに学習を進めてきている。このことが１でないものを１と見る難しさの理由であると推察する。

４　研究上の視点

前節で割合の理解の難しさを述べたが、本節では、子どもが割合の見方、考え方を身に付けていく上でのカギとなる概念について述べる。

4．１　数学的表記への着目

子どもたちが問題解決する際に、多くの場合は表記（式，絵図，数直線，表，グラフなど）を用いる。人が表記を使う以上、そこには表記を使用する人間の何らかの意味が存在する。研究者らが子どもたちの思考の内容やその背景を探る上では、子どもたちが用いる表記が重要な手掛かりになる。

日野（2002a）は、異種量の割合の学習において、児童の用いた表記に着目し、次のように指摘している。

> 授業中に教師によって導入される数学的表記であっても、子どもによる解釈は様々であり、心的道具として自由に操るに至る過程は複雑である。（日野，２００２ａ，ｐ．４）

さらに、数学的表記の内化の過程として、３つの相を特徴づけている。（図３参照）

相１：初期の使用 ●　自己中心的な解釈 ●　社会的ゴール達成のために表記を使う
相２：基準の構築 ●　表記の意味と規則の認識及び表記を問題に適用する基準の構築 ●　表記を使うこと自体が主要なゴール
相３：目的的使用 ●　適切な場面での表記の選択 ●　表記を使うことは二次的なゴール。新しいゴールの生成

図３．日野（2002a）による数学的表記の内化における３つの相

相１は、導入された表記に対する自分なりの見方が投影された段階である。混み具合を考える際に、「面積÷人数」という表記が導入されたとしても、その表記に対する意味付けは浅く、「大÷小」ととらえている段階である。

相２は、表記それ自体が明瞭な意味と規則を有することが認識される段階である。自分のそれまでの独特の使い方が修正され、新しい基準が構築される。「ａ÷ｂ」の除法では、何がａ（比較量）にあたり、何がｂ（基準量）にあたるのかという明確な判断基準を構築する。例えば、「35㍑で 420ｋｍ走る車Ａと 40㍑で 520ｋｍ走る車Ｂでは、どちらの方が得か？」という問題に対して、

Ａ；35㍑＝４２０ｋｍ
　　5㍑＝　６０ｋｍ
Ｂ；40㍑＝５２０ｋｍ
　　5㍑＝　６５ｋｍ

というように、３５㍑と４０㍑から５㍑あたりという任意単位を構築し、比較するようになる。問題の中にある情報（Ａ－Ｂ）と自ら見つけた対応（Ｃ－Ｄ）との間に、それまでにはなかったつながり（……）が生じ始める。（図４参照）

（５㍑）Ｃ………………Ａ（35㍑）
　　　　｜　　　　　　　｜
（60ｋｍ）Ｄ………………Ｂ（420ｋｍ）

図４．２量の対応の表記

日野（2002a）は、この１つにまとめてとらえた２量間の関係を「２量の対応の表記」（ｐ．13―16）と呼んでいる。

相３は、内化の過程がさらに進み、表記の使い方が柔軟になり、目標に達する手段として、より適切な表記を選択できる段階である。「１ｍの重さが６０ｇの針金の４．２ｍの重さは何ｇか？」という問題に対して、「０．１ｍあたり６ｇ」という単位を新たに構成したり、問題によって、それぞれに適した解決方法を選択したりするようになるのである。

一方、日野（2002a）は、数学的表記の内化に着目して一単元の授業を見たときに、相１から相３への内化がなかなかスムーズに進まないことや、数学的表記が導入された時点で、

相１からスタートする子どもと相２や相３といった進んだ使い方をはじめから見せる子どもがいたことも指摘している。

確かに、比例的推論は初めて学校で学習し身に付ける力ではなく、インフォーマルな知識として小さい頃から持ち始めているものであり、学年の発達段階とともに徐々に身に付けてきているものである。また、そこには発達の個人差や比例的推論を使う経験の有無などが絡んでくるため、日野（2002a）が述べているように、学習する段階でスタートする相が違う子どもたちが存在するのであろう。

日野（2002a）の研究では、割合を考える上で、相２における基準の構築が、子どもの思考過程においてのキーポイントになっている。２量の関係を取り直し、新たな基準となる単位（２量の対応の表記）を作り、表記に対する意味づけを図ることで、子どもの割合に対する理解が進んでいく。この相２における基準の構築は、本研究での同種の割合の学習を進める上での大きな示唆となり得ると考える。

4.2　基準の構築における２量の対応の表記

ここでは、前項で挙げた基準の構築における「２量の対応の表記」について述べる。

割合を考える上での基準としては、２つの数量間（Ａ，Ｂ）の関係を１つのまとまりとしてとらえ、そこから同値の比になるような新たな構成単位（Ｃ，Ｄ）を作ることが考えられる。(図５参照)

```
C………………A
|            |
D………………B
```

図5．2量の対応の表記

日野（2002a）の研究では、２量の対応の表記を次々に創り出し、これらの表記を用いることで、量と量を対応させて単位を構成するという思考活動を活発に行っていった児童の事例が挙げられている。初期段階では、２量の関係を見いだせず、自己中心的な表記を用いていた児童が、２量に同じ乗数を掛け、同値な比という基準で対応する２量を表記することで、新たな基準を構築し、割合に対する理解を深めていった事例である。この新たな基準を構築できるかどうかは、割合を理解して問題解決する上での大きなカギとなると考える。

Parmjit(2000)は､比例的推論においては、乗法的思考が重要であることを明らかにし、次のように述べている。

> ２量の対応の表記を構成することと繰り返しが比例課題において児童が乗法的思考をする際に重要な役割を果たす。そして、２量の対応の表記を構成したり、その指示対象に繰り返したりすることによって、ある割合の不変量を保存することができる。
>
> (Parmjit, 2000, ｐ.271)

具体的には、比や単位量当たりの考えが未習である児童が２量の対応の表記の構成、繰り返し、累加などを行いながら問題解決できた事例を示している。以下にその詳細を示す。

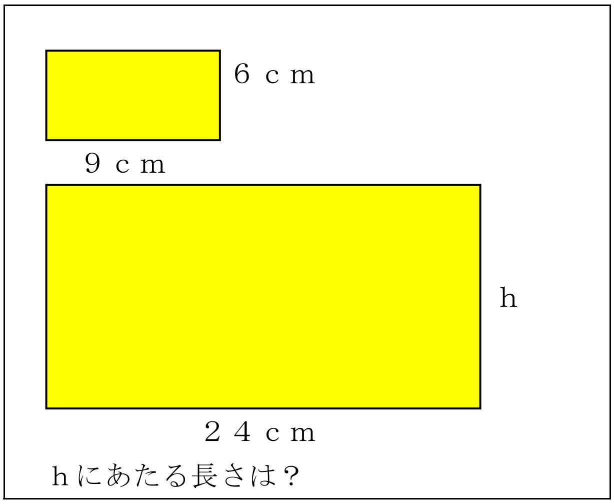

図6．Parmjit(2000)での事例問題

この事例で挙げられている子どもは、上記の問題（図６参照）に対して、「９ｃｍ―24ｃｍ」という横の長さに着目したが、その関係が整数倍にならないために、もとの長方形の「９ｃｍ―６ｃｍ」のたてと横の長さの関係に着目し、同値の比である「３ｃｍ―２ｃｍ」の

対応の表記を導き出し、そこから累加によって答えを導き出すことに成功した。

３ｃｍ………９ｃｍ………２４ｃｍ
｜　　　　｜　　　　｜
２ｃｍ………６ｃｍ………　ｈ

この解決できた児童の思考過程を考えてみる。まず、横の長さとして「９ｃｍ」、たての長さとして「６ｃｍ」の表記が構成される。それと同時に、両者が対応づけられる「９ｃｍ―６ｃｍ」という表記が構成され、それをもとに同値の比である「３ｃｍ―２ｃｍ」という対応の表記を構成する。そして、新たに構成することができたこの「３ｃｍ―２ｃｍ」の表記を「基準」として、２量を同時に繰り返し増やしていくことができ、「24ｃｍ―ｈｃｍ」のｈに当たる長さを決定できたのである。

この２量の対応の表記に至る過程では、「１でないものを１とみて新たな構成単位を作ること」や「任意単位あたりの考えで同値の比を作ること」などの２量間の関係が比例するものとしてのとらえが重要になってくる。

同種量の割合でも、**2.1 同種量の割合問題**を例とすると、試投数として「8 回」、成功数として「6 回」の表記がまず構成され、そして、試投数と成功数の対応の表記である「8回―6 回」が構成される。

4 回……… 8 回………16 回………24 回
｜　　　｜　　　｜　　　｜
3 回……… 6 回………12 回………18 回

次に、比例的推論を生かして「４回―３回」「16 回―12 回」「24 回―18 回」などの同値の比となる対応の表記を新たに構成していくことで、新たな基準を構築し、２量間の関係を明らかにすることができる。

このように、割合を考える乗除法においては、２量の比例関係や対応する数量関係に着目して、対応の表記を構成しながら新たな基準を構築していくことが、児童自らの考えに基づく知識構成の過程を見ていく上での有効な視点となり得ると考える。

５　「同種量の割合」の単元構成

教科書会社６社の『同種量の割合』の学習の単元構成は、次の①～⑤の順序である。

①割合の意味　②百分率・歩合　③割合を使った文章題　④割合を表すグラフ　⑤練習・まとめ

小単元名の違いこそは、あるが、６社中５社は、このような流れで構成されている。（１社のみ③と④が逆になっている。）

①では、割合の意味について考え、割合を小数で求める。次に②で、表した小数を百分率や歩合にして表す。③では、比の三用法にかかわる文章題を解き、割合についての理解を深める。そして、④では、割合を表すグラフには帯グラフや円グラフがあることを知り、グラフの数値をよんだり、割合を求めて帯グラフや円グラフに表したりする。最後の⑤では、既習事項の確認、まとめをするといった展開例である。

筆者自身は、この単元構成については、特に異論はない。しかし、子どもたちが「割合」というものをイメージして、「割合」を考えるきっかけとなる導入問題については、検討の必要があると考える。というのも、６社の導入問題を見ると、カリキュラム改訂によって、同種量の割合を異種量の割合よりも先に学習することになったにもかかわらず、異種量の割合を先に学習していた改訂前と同じような導入問題となっている。子どもたちは、「平均の考え」や「単位量あたりの考え」、「公倍数の考え」などが未習のために、教科書に掲載されているような「○○は□□の何倍ですか？」「シュートした回数を分母に、シュートが決まった本数を分子にして分数に表しなさい。」といった指示がなければ、相対的な見方を自然な流れですることが難しく、加法的な見方をしやすい傾向がある。そのため、子どもたちは「割合」というものをイメージしないまま、ただ単に教科書の指示に従って解決しているだけという結果になっている。

つまり、子どもたちは、教科書の指示に従って「何倍になっているか？」という一面的な見方で計算処理はできるが、「割合とは何なのか？」「割合とはどういう見方なのか？」という意味の理解をともなわないまま、その後の学習を進めていくことになってしまっているのである。

以下に平成 17 年度版の６社の教科書からその事例を挙げ、問題点を指摘する。

5.1 各教科書会社の導入問題

クラブの希望調査をしました。各クラブの定員と希望者数は次の通りです。

クラブ	定員（人）	希望者数（人）
サッカー	２０	３０
バスケット	１５	２４
陸上	４０	３０
テニス	３０	２１

どのクラブが入りやすいですか？

① サッカー　と　バスケットボール

② 陸上　と　テニス

図7. 定員に対する倍率を求める問題例

定員に対する倍率の問題（図７参照）は、２社が採用している。これは、特に子どもたちが加法方略を用いやすい問題である。一見、割合をイメージする問題と思われるが、子どもたちにとってはどうだろうか。教科書に掲載されているような「何倍ですか？」という指示がなければ、

①「サッカークラブは、１０人オーバー。」
「バスケットクラブは、９人オーバー。」

②「陸上クラブは、あと１０人入れる。」
「テニスクラブは、あと９人入れる。」

と考えがちなのではないだろうか。子どもたちにとって現実的な「入りやすさ」とは、「希望者数/定員」という全体に対する割合ではなく、「あと何人入れる」「何人が抜けなければいけない」といった加法的な見方である。実生活の場で考えてみても、委員会活動やクラブ活動の際に、「あと○○人必要。」と言うことはあっても、「あと○○％足りない。」と言うことは、ほとんどない。このような実態からしても、明らかに加法方略を用いることが多いと予想される問題である。

下の表は、かず子さんのバスケットボールの試合でのシュートの記録です。

２月１０日	○×○×○○○○
２月１３日	○○××○×○○×○
２月１５日	×○○○××○○○○

何日が一番成績がよかったと言えるでしょうか？

図8. シュートの成功率を求める問題例

サッカーの試合をしました。どのチームがよく勝っていると言えるでしょうか？

チーム	試合数（回）	勝利数（回）
赤	１２	6
黄	１５	6
青	１０	7
緑	１５	9

図9. 勝率を求める問題例

シュートの成功率の問題（図８参照）と勝率の問題（図９参照）も、それぞれ２社ずつが採用している。この事例の場合は、「平均」が未習である子どもたちが、シュートの成功数や勝利数を、均質であると仮定して比較できるかが問題となる。さらに、「倍数」の学習も未習のために、シュート数や試投数，勝利数や試合数をそろえることも難しい。仮に一方の数をそろえたとしても、同じペースでシュートが決まったり、チームが勝ったりすると比例的に考えられるかということも問題になってくる。

加えて、「成績がよい」「いちばんよく勝っている」という判断基準も明確ではない。バスケットボールやサッカーは、そもそもゴール数を競うスポーツである。そのことから、

「ゴール数が多い日が一番成績がよい。」と考える子どもがいてもおかしくはない。この問題を考える上では、何をもって「成績がよいと考えるのか」という明確な判断基準が、子どもたちにないわけである。

６　同種量の割合における導入問題の工夫

筆者自身としては、この「同種量の割合」の導入場面から、もっと、子どもたちが「割合」というものをイメージしながら問題解決していくような問題（教材）が必要であると考える。そうすることで、子どもたちが割合のイメージを持ち、意味理解を伴いながら、割合の見方や考え方を理解していくことにつながるであろう。

本節では、異種量の割合が未習である子どもたちが、同種量の割合の学習を行う上で、加法的な見方ではなく、割合をイメージして、相対的な見方をするような導入問題を提示し、その問題に対しての子どもたちの反応や解決方法、思考の葛藤や思考過程を考察する。

6.１　外延量問題からの導入

一般的な指導では、内包量の問題から導入され、割合を小数で表したり、表した小数と百分率や歩合とを結びつけたりする。その後、割合の見方や考え方をある程度身につけた時点で、外延量の問題を１より大きい割合として扱っている。

しかし、子どもたちの「倍による比較」の実態を分析すると、「倍」という言葉のイメージとのギャップを見ることができる。例えば、「○○（比較量）は◇◇（基準量）の何倍か？」という問題があるとき、比較量が基準量よりも大きいときは、「比較量÷基準量」として求めることができ、正答率は高いものがある。しかし、比較量が基準量よりも小さくなると、「倍」という言葉のイメージから「答えが大きくなる」ととらえ、「比較量÷基準量」ではなく、「基準量÷比較量」の誤った式を用いてしまう傾向が出てくる。これは、子どもたちの日常生活とも少なからず関連があり、「○○倍」という言い方をするのは、比較量が基準量より大きい場合であり、比較量が基準量より小さい場合には、まず用いることはないからと考えられる。

このような実態をふまえると、相対的な見方として「倍による比較」を子どもたちの思考から引き出すためにも、割合が１より小さくなる内包量の問題よりも、１より大きくなる外延量の問題を扱った方が適切であると推察する。以下にその問題例を示す。(図 10 参照)

ある会社が作った８ｃｍのゴムがあります。このゴムを伸ばすと、１２ｃｍになりました。

$\boxed{\text{8 c m}}$ → $\boxed{\text{1 2 c m}}$

さて、次の２つのゴムのうち、この会社が作ったゴムはどちらでしょうか？※もう片方は別の会社が作ったゴムなので、違う伸び方をします。

	もとの長さ	伸びた後の長さ
A	１０ｃｍ	１４ｃｍ
B	１０ｃｍ	１５ｃｍ

図10. 同種量の割合における導入問題例

導入におけるもう一つの工夫としては、上記の問題にあるように同じ割合を考えることである。一般的な指導の流れでは、５節に示した問題例のように、２量の数量関係が複数示され、それらの異なる割合を比較する問題である。そのような場合、倍による比較の方法でただ機械的に計算しただけで、「割合＝倍」という一面的な理解で終わるおそれがある。それに対し、この問題では、「同じ（割合の）ゴムの伸び方」を考えるわけであるが、何をもって「同じ（割合の）伸び方」とするかという点に焦点を当て、同値の比となる２量の対応の表記を作りながら、比例関係に目を向け、割合の意味理解を図っていくことをねらう。

以降、この問題における授業の想定プロトコルを提示し、子どもたちの思考過程につい

て考察する。

想定プロトコルと子どもの思考の分析

Ｃ１　Ａのゴムの伸びが４ｃｍ、Ｂのゴムが５ｃｍ伸びているから､Ａがその会社のゴムです。

Ｃ２　賛成です。４ｃｍ伸びているからＡです。

Ｔ　　なるほど。どちらも４ｃｍ伸びていることからＡのゴムが同じゴムだと考えたのですね。

Ｃ３　わたしはＢだと思います。その会社のゴムは、１.５倍伸びているので、同じ１.５倍伸びているＢだと思います。

Ｔ　　何倍になっているかで考えたらＢになるという考えも出てきました。みなさん、それぞれの意見について、どう思いますか？

Ｃ４　Ｂだとすると、その会社のゴムが４ｃｍ伸びていて、Ｂのゴムは５ｃｍ伸びているから同じゴムの伸びじゃありません。

Ｃ５　でも、Ａだとすると、８ｃｍのゴムが４ｃｍ伸びていて、１０ｃｍのゴムも４ｃｍ伸びるということは４ｃｍの伸びは同じなんだけど、伸び方は違うと思います。

Ｔ　　何が違うのかな？

Ｃ６　全部のゴムが４ｃｍ伸びるのであれば、１ｃｍのゴムは５ｃｍになり、１ｍのゴムは１ｍ４ｃｍになります。そうすると、１ｃｍのゴムは５倍に伸びているのに、１ｍのゴムは２倍にもならないのは変です。

Ｃ７　そう言われれば、Ａではないのかも・・・。

Ｔ　　なるほど、同じ会社が作ったゴムなのに、５倍に伸びるゴムがあったり、２倍にもならないゴムがあったりするのはおかしいね。

Ｃ８　じゃあ､何が同じになればいいのかな･･･。

Ｔ　　そうですね。何が同じになれば、その会社が作ったゴムなのか、もう一度考えてみましょう。

子どもたちからは、Ｃ１,Ｃ２に見られる「差による比較」やＣ３の「倍による比較」の考えが出てくる。Ａと答える子の根拠は、「４ｃｍの伸びが同じ」,Ｂと答える子の根拠は､「１．５倍の伸びが同じ」というものである。Ｃ５の発言から、同じ４ｃｍの伸びであっても､「１ｃｍが４ｃｍ伸びる。」ことと「１ｍが４ｃｍ伸びる。」ことは、同じ４ｃｍの伸びでも、伸び方は違うことに気付き始める。これを起点に、では何をもって「同じ伸びなのか」ということに焦点を当てる。

具体例として、８ｃｍのゴムを２本つなげた 16ｃｍのゴムの場合の伸び方を考えてみる。

加法的思考の子どもは、「16ｃｍ＋４ｃｍ」あるいは「12ｃｍ＋８ｃｍ」として「20ｃｍ」と答えるであろう。(図 11 参照)

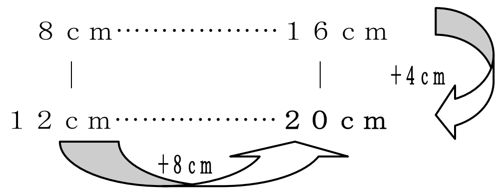

図11. 加法的思考の2量の対応の表記

しかし、そうなると、８ｃｍのゴムを２本つなげたのに、８ｃｍのゴム１本分の伸びしかないことが問題となり、加法的な考えでは解決できないことを認識するようになる。

一方、乗法的思考の子どもは、８ｃｍと 16ｃｍの２量の関係が整数倍であるため、比例的推論によって､「もとの長さ（８ｃｍ）が２倍になれば、伸びる長さ（４ｃｍ）も２倍になる。」と考えるであるだろう。(図 12 参照)

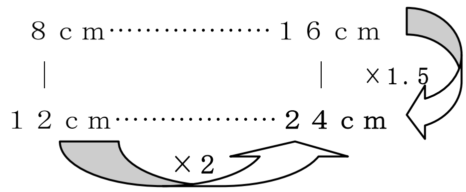

図12. 相対的思考の2量の対応の表記

このような比例的推論を生かした相対的な見方で、８ｃｍのゴムが３本、４本・・・の場合を考え、同値な比となる２量の対応の表記をつくっていく。

そして、この２量の関係は､「何が同じなのか？」を考え、「もとの長さが１.５倍になっている。」「もとの長さの半分だけ増えている。」といった気づきを引き出し、割合の意味

理解を図る。(図 13 参照)

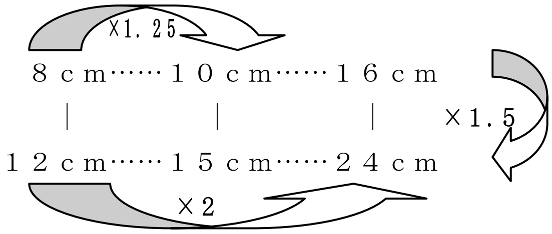

図13．相対的思考の2量の対応の表記

このように、異なる割合を倍による比較で比べるのではなく、同じ割合を見つける活動を通して、２量の比例関係や相対的な不変関係に気付き、割合の意味理解を伴った学習の展開になると考える。

7　おわりに

本稿では、同種量の割合における子どもの理解の難しさを分析し、子どもの相対的な見方を引き出すような導入問題を示した。しかし、教授実験授業でのデータも収集しておらず、構想の段階である。それだけに、テーマにかかわる文献、先行研究を精読し、研究の視点、理論枠組みをさらに明確なものとし、導入問題以降の授業計画を綿密に立てる必要がある。

また、事前調査を行い、同種量の割合の学習以前に子どもたちが持っているインフォーマルな知識などを把握した上で、スタートする相の異なる抽出児童を選出し、その子どもたちを中心に実践データを取り、割合の見方や考え方をどのような思考過程で理解していくのかといった点について、分析、考察を進めていきたい。

引用・参考文献

日野圭子．(1997)．一人の児童を通してみた数学的表記の内化の過程の分析―比例的推論との関わりにおいてー（１)，日本数学教育学会誌第 79 巻，第２号，２―10.

日野圭子．(2002a)．授業における個の認知的変容と数学的表記の役割:「単位量当たりの大きさ」の授業の事例研究を通して．日本数学教育学論究．79 巻，3―22.

日野圭子．(2002b)．比例的推論に関する近年の研究の動向から．日本数学教育学会，第 35 回数学教育論文発表会，課題別分科会発表収録，125―129.

Lamon，S．(1993)．Ratio and proportion：Connecting content and children’s thinking．Journal for Research in Mathematics Education，24（１)，41―61.

文部科学省検定済教科書．(2005)．新版　たのしい算数５年下．大日本図書.

文部科学省検定済教科書．(2005)．みんなと学ぶ小学校算数　５年下．学校図書.

文部科学省検定済教科書．(2005)．わくわく算数５下．啓林館.

文部科学省検定済教科書．(2005)．小学算数５下．教育出版.

文部科学省検定済教科書．(2005)．小学校算数５年下．大阪書籍.

文部科学省検定済教科書．(2005)．新編新しい算数５下．東京書籍.

森林久雄．(1987)．割合指導の一考察．上越教育大学修士論文．77―84.

中村享史．(2002a)．割合指導に関する研究の動向と今後の方向．日本数学教育学会誌，第 84 巻，第８号，14―21.

中村享史．(2002b)．書く活動を通して数学的な考え方を育てる授業．東洋館出版.

Parmjit．(2000)．Understanding the Concept of Proportion and Ratio Constructed By Two Grade Six Students．*Educational Studies in Mathematics*．43，271―292.

田端輝彦．(2002)．同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察．日本数学教育学会誌，第 84 巻，第８号，22―29.

土屋利美．(2002)，比例の見方を用いた「割合」の指導実践．日本数学教育学会誌．第 84 巻，第８号，30―37.

和田義信．(1959)．算数科指導の科学．東洋館出版社．205―223.