上越数学教育研究，第 20 号，上越教育大学数学教室，2005 年，pp.163-174.

# 子どもの理解に基づいた小数のわりざんの指導について

## —数直線への比例的な見方を通した意味の拡張—

白石　信子
上越教育大学大学院修士課程 1 年

### 1．はじめに

これまで、小数のかけざん、わりざんの学習において子どもたちの学習に様々なつまずきが生じてくることを指導の中で感じてきた。特に小数のわりざんでは、その表れが顕著であった。立式でのつまずき、筆算においての商の小数点決定でのつまずきが多く見られた。

実際、筆者は小数のわりざんの指導にあたったとき、このようなつまずきに対し、何度も繰り返し練習をすることで問題を解決しようとしてきた。なぜそうするのかといった意味指導よりも、機械的に操作を覚えさせることを優先して行ってきた。しかし、子どもたちはできたり、つまずいたりを繰り返すばかりで力は定着していかなかった。

このような現状を考えると、これまでの指導法が子どもたちの小数のわりざんの理解に沿って行われていたのだろうか、子どもたちは何が分からなくてつまずいているのか理解して指導していたのだろうか、子どもたちに「小数で割る」ということを正しく伝えることが行われてきたのだろうかという疑問が生じてきた。

中村（1996）は、これまで行われている「言葉の式による数値の置き換えでは、逆に子どもが意味の拡張の必要性を意識しない原因になる」として、小数の乗法における「意味の拡張」の必要性と「数直線」の使用を提案している。ここで言う「意味の拡張」とは小数のかけざん・わりざんに対し、それまでの累加・累減の考え方から「割合」の考えを持ち込んでいくということを示している。

中村が提案しているように、教科書でも、小数のかけざん・わりざんの指導において必ず数直線やテープ図が用いられている。

しかし、山本(1995)は、図の有効性に対する教師の想いと児童の図の活用の実態との間には大きなギャップがあるとして、数直線や線分図等の図の学習指導に関わる問題点を指摘し、研究を行っている。そこから、問題解決における数直線や線分図等の図の効果は、図を提示するだけでは期待できないことを結果として得ている。そのため、必ずしも数直線や線分図等が有効な指導に結びついていないとしている。

そこで、本稿では、「小数のわりざん」の指導として「小数で割る」ことへの意味の拡張を獲得していくための手助けとなる数直線やテープ図の使用に関する先行研究を検討し、「小数で割る」ことを理解し、立式や筆算を有効に行える指導法について考えていくことを目的にしている。

### 2．小数のわりざんへの意味の拡張

板垣（2002）は、整数のわりざんはまさに「分ける」という統一したイメージを抱くことができるが、連続量（小数・分数）のわりざんは「分ける」というイメージで

通すわけには行かないとしている。そして、それまでの「分ける」というイメージから正真正銘「1 あたりを求める」または「いくつ分を求める」という意味に発展させる必要がある。そして、そのような発展したイメージを持つ教具が必要になってくると提案している。

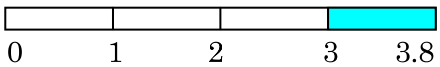


図 1

子どもたちがこれまでに持っている「分ける」というイメージでは、図 1 のような場合、3 や 4 には分けられるが、3.8 という端のある数では分けられないという状況になり「割れない」という考えに至ってしまう。

「分ける」という意味から「1 あたりを求める」という意味に拡張がなされると、そこに見られる比例関係からわりざんが可能になる。しかし、「1 あたりを求める」という見方は「単位量あたり」の学習の先取りになってしまうという問題点を含んでいると板垣は述べている。

そこで、板垣はわりざんの意味の拡張を図る発展的なイメージを持つ教具として「割合測定器」の使用を提案している。割合測定器はその名前のとおり「測定」する教具であるので、計算することなしに答えが求まってしまう。小数のわりざんのイメージを体感させる教具としては有効であると考えられるが、その使用が立式や筆算などの活動につながっていく教具とはなっていない。

子どもたちに意味の拡張を図るために行われた授業実践で興味深いものがある。麻柄（1995）は次のような実験授業を通して「分ける」から「1 あたりを求める」への意味の拡張を図り、子どもたちの持っていた「端があるから割れない」という考えを取り除いていった。

子どもたちは「÷4」を 4 つに「分ける」と考えている。そこで、はかりの上で羊羹を 4 つに切る。しかし、それだけでは重さは変わらない。そのうちの 1 つ分だけを取り出して重さを量ったとき、初めて 1 つ分の重さが出る。はじめの「4 つに切った」だけでは「わりざん」ではなく「分けざん」であるとした。さらに、4 つに分けるのではなく、1 つ分だけ切って重さを量っても同じになることから、すべてを切り分けなくてもいいことを実験した。

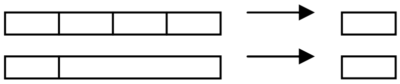

図 2

この実験から、「1」に対する意識が強まり、それまで子どもたちに定着していた「分ける」という意味から子どもたちの視点を「1」に向けることができた。

この見方が可能になると、「1」を取り出した残りが、端のある数値で、子どもたちにとって等分できないものであっても、「1」を取り出すことが意識されれば、「分けられない」から「割れない」という問題点を乗り越えていけることを麻柄はその研究の成果から述べている。

しかし、こういった活動を通して、「1」への意識が高まり、わりざんが「1 を求める」ことであることが理解されただけでは不十分である。小数のわりざんを解決していくためには、この段階の子どもたちが未習である「1 あたりを求める」という見方を理解し、使用していくのを助けるものが必要になってくる。そこで、「1 あたりを求める」ことの背景にある「比例的な見方」を可能にするものについて考えていかなければならない。

日野（2004）は、比例的推論について次のように述べている。「一方が m 倍になれば他方も m 倍になるといったように、伴って変わる 2 量の間の比例関係を前提として未知の量を求めたり、比較したりすることおよびそれに準じる考え方」を比例的推論

とし、小学校5年生を対象に児童の比例的推論がどのように発達していくのかをとらえることを目的に調査活動を行った。調査は3回行われ同一の問題が与えられている。1 年間を通して児童はある程度比例の問題へ正しく答えられるようになっていった。特に、第2回から第3回での変化は大きく、これらの調査の間に行われた「単位量あたりの大きさ」や「割合」の指導の影響がうかがえるとしている。

その変化で最も大きかったものは、倍比例の使用の増加である。続いて帰一法の使用の増加も見られ、乗法・除法を使って比例の問題にアプローチするようになった。

さらに、数直線の用い方が第3回では大きく変化していた。□を使ったり、矢印を縦横に使ったりするものへと変わっていた。これらの変化を受け、日野は児童による倍比例の使用の増加は、数直線の指導と関わりがあるかもしれないとしている。

日野は比例的推論がどのように発達していくかに着目しているが、その研究からは倍比例や帰一法の使用の増加によって、乗法・除法を使った問題解決が可能になっていることが見られる。さらには数直線と指導との関係性にも触れている。小数のわりざんの意味の拡張に必要とされる「比例的な見方」「1あたりを求める」には数直線とのかかわりを考えていく必要があることを日野の研究から得ることができる。

## 3．数直線の有効性を生かす操作

乗法･除法の意味の拡張を図るための「比例的な見方」を子どもたちに捉えさせるのに有効であるとして「数直線」を用いた指導については、いくつかの先行研究に見ることができる。

### 3.1　中村の研究

中村（1996）は、小数の乗法において、子どもが意味の拡張の必要性を意識しない原因は、「言葉の式」による立式指導にあると考えている。

そこで、子どもに乗法の意味の拡張を意識させるためには、「言葉の式」に頼らず立式すること、その立式の根拠を数直線とすることを提案している。

数直線に表すことは、数量間の比例関係が見やすくなるとともに、数直線を立式の根拠として用いることで、乗数が小数になったときに乗法の意味を見直し、割合の意味づけへと拡張することを子どもが意識するとしている。

はじめに､整数÷整数の問題場面を扱い、既習事項だけで解決を可能にした上で整数倍の意味の見直しを図り、数直線に比例関係を表した。その後、次の問題場面を扱って、小数倍への拡張を図った。

| |
|---|
| 3mの重さが 36ｇの針金があります。<br>この針金 7.5mの重さは何ｇですか。 |

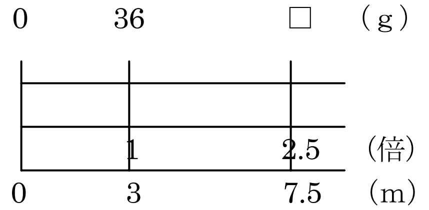

図3

7.5mは 3mの何倍かを求める。式は 7.5÷3=2.5 となる。この意味は「3mを 1 とみたとき､2.5にあたる大きさは7.5mになる」である。そして、長さが 2.5 倍になっているから､それに伴って重さも 2.5 倍になる。この比例関係から 7.5mの重さは 36×2.5 で求めることができる。

先の数直線は重さと長さの比例関係を表していると同時にそれぞれの割合の関係も明らかにしている。

このように、比例関係に基づいて割合を数直線によって明示することで、小数の乗法の意味づけを同数累加から割合へと拡げることができるとしている。

### 3.2　柄繭らの研究

柄繭ら（1983）は、数直線を用いて乗法の意味の拡張をする際、数量の関係を比例

のイメージで捉えるようにしたいと考えた。

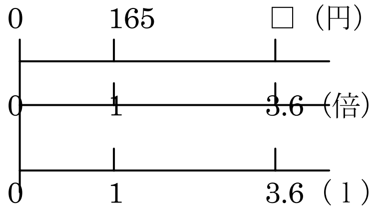


**図 4**

「1ℓ165 円のガソリン 3.6ℓの代金」を求める式を数直線と対応させると上図のような数直線になる。

さらに、柄薗らは、これだけでは比例のイメージ化を十分に図れていないとして、比例のイメージで乗法の意味を表現でき、操作もしやすい数直線の用い方を工夫し、移動できる教具を考えた。その教具を使って小数のかけざんの単元で実践活動を行っている。

その結果から、比例関係にある 2 つの数量を数直線に表し、それをもとにしてかけざんの意味や計算方法を考えていくことは、比例のイメージをふくらませることであり、とりもなおさず「関数的な見方・考え方」を伸ばすことである。この点からも数直線の使用は有効であるとしている。

### 3.3　中村、柄薗らの研究について

これらの研究は、小数のかけざんに関して、その意味の拡張を図るために数直線の活用が有効であることを述べている。中村の研究は、子どもに意味の拡張を意識させることや「1 とみる」見方をどのようにとらえさせるかの具体的な方策が明確でなかったことから、比例関係に基づいて割合を数直線によって明示することで、小数の乗法の意味づけを同数累加から割合へと拡げることを提案し、3 本の数直線で見る形を提示している。問題の数値だけを数直線に表現するのではなく、そこにもう一つの操作である「比例（倍）」の関係を取り入れている。

同じように、柄薗らも、問題をそのまま数直線に表すと比例のイメージが生かされず形式的な立式になるとして 3 本の数直線で見る形を提示している。柄薗は 3 本の数直線は乗法を構造的に捉えさせる効果はあるが比例のイメージを図るのには不十分として、「比例（倍）」の関係を動かす操作によって視覚化も図っている。

このように、数直線を用いることは乗法・除法の意味の拡張をする上で有効なものであるということであるが、数直線そのものだけをそのまま使用しても意味の拡張を手助けするものにはならない。数直線に「比例（倍）」の関係を見出す操作が加わって、はじめて「意味の拡張」につながる数直線の有効性が生じてくる。

数直線を有効なものとして使用するためには、数直線の中にある数値に対して、「比例（倍）」を見る力や見ることを可能にする操作が必要であることが分かる。

日野は比例的推論が発達する中で、数直線の用い方が大きく変化していたと述べている。この変化は、発達した比例的推論が数直線に持ち込まれていくことで、数直線の中に比例的な見方が操作されたことにつながっている。

つまり、数直線に比例的な見方を操作することで、比例的推論の発達が促され、その発達した比例的推論を数直線に持ち込み、操作することによって、数直線への比例的な見方をより効果的なものにしていくという関係が見えてくる。

そこで、数直線の中に「比例（倍）」の関係を見る力がどのように子どもたちに備わっていくのかについて、検討していかなければならない。

## 4.　数直線の導入について

### 4.1　教科書での数直線の扱い

乗法・除法の意味の拡張を図る上で有効とされる数直線への比例的な見方は教科書ではどのように指導されることになっているのであろうか？

G社で扱われているテープ図や数直線の中で、演算決定や倍概念を学習する際に用いられているものを取り出し、子どもたちがどのようにテープ図や数直線を獲得していくのか、指導系列について考えてみる。

2年生：「かけざん（九九）」

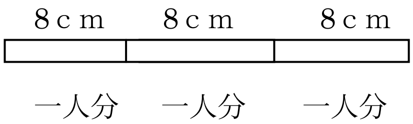


図5

3年生：「わりざん」

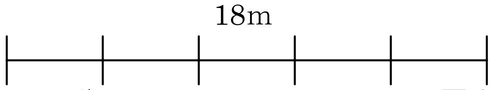


図6

3年生：「倍の計算・テープ作り」

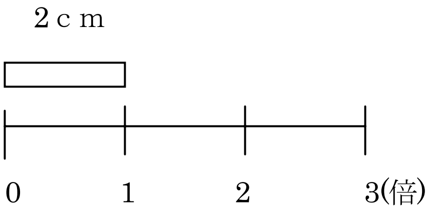


図7

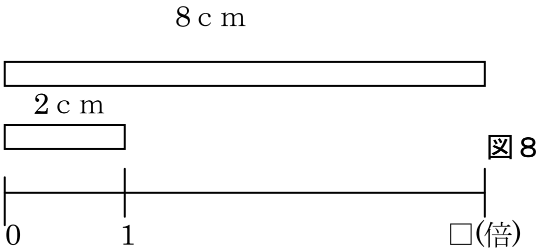


図8

4年生：「1けたでわるわりざん」

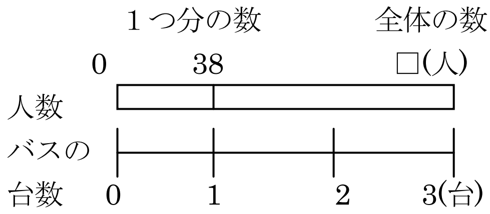


図9

4年生：「倍の計算・とんだ長さ」

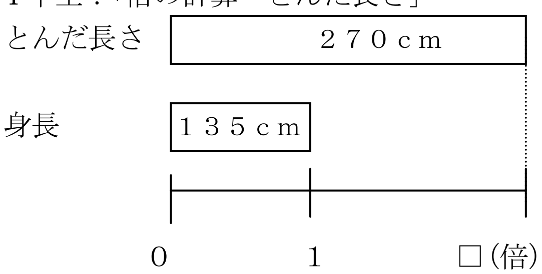


図10

このような流れで子どもたちは小数のかけざんやわりざんの学習に入る前に数直線やテープ図を立式や計算の方法の手立てとして学んできている。この流れを見ると、数直線よりもテープ図の方が多く取り上げられているので、数直線よりもテープ図の方が子どもたちには馴染みある図になっている。そのため、区間の巾としての見方は多く経験しているが、端点の位置としての見方はほとんど経験していないことが分かる。巾としての見方で、累加・累減的な思考をして問題解決していく経験は積んでいるが、この見方(巾)ではテープ図や数直線の中に比例的な考えを見る操作ができない。子どもたちは5年生の小数のかけざん・わりざんの学習をする以前には、数直線の中での「比例的な見方」をするための操作をほとんど経験していないことが分かる。

テープ図や数直線に比例的な見方を取り入れているのは、3,4 年生で行われている倍概念を獲得する学習である。この学習では、テープ図と数直線（倍を示す）とを併用して扱って「倍」の見方の経験をしている。これは、テープ図に倍関係を示す数直線を併用することで、比例的な見方を可能にしようとした形式である。しかし、ここでは、2量を対応させた見方はなされていない。

異なる2量を対応させた見方として取り上げられているのは、4 年生の「1 けたでわるわりざん」のときだけである。この見方のときにも、テープ図と数直線を併用して扱っている。ここでは巾としての見方ではなく、端点の位置としての見方がテープ図や数直線に導入されている。しかし、この形式にはテープ図や数直線に比例的な見方をするための操作はなされていない。

このように指導系列を見ていくと、子どもたちは、中村や柄薗らが示しているような数直線の見方のように、テープ図や数直線の中に、異なる2量を対応させ、同時に

比例的な見方をするための操作を経験していない状況で小数のかけざん・わりざんの学習に入り、教師から数直線を問題解決の道具として提示されることになる。

### 4.2 白井の研究

白井（1997）は乗法・除法の演算決定の方法の中では、数直線が最も有効であるという立場にたち、数直線の有効性を明らかにしている。一方、数直線そのものは数量の関係を表したものであり、そのままでは演算の決定はできない。したがって、数直線で演算が決定できるようになるには、いくつかの段階を踏む必要が出てくるとしている。

数直線を演算決定の方法として導入しても、児童がすぐによさを感じ、進んで演算決定に活用していくわけではない。そのためには低学年からいくつかの段階を踏んでいく必要があるとして、次の5段階を挙げている。

Ⅰの段階は、数を数直線上の点に表すまでの段階で、使う数直線は1本である。主に、数の概念を形成するために有効な段階である。

Ⅱの段階は、「もとにする量」と「いくつ分」の2本の数直線に表せる段階である。

Ⅲの段階は問題文から異種2量を見つけ出し、対応関係をつかみ、2 本の数直線に表すことができる段階である。

Ⅳの段階は 2 本の数直線の一方が 2 倍、3 倍になるともう一方の線も 2 倍、3 倍になることを整数を用いて理解できるようにし、その関係を利用すれば演算の決定ができることを知る段階である。

Ⅴの段階は数を小数、分数に拡張したり、有用性を感じられたりする段階である。

| | |
|---|---|
| Ⅰ | 数を数直線上の点に表すまでの段階 |
| Ⅱ | 異種２量の数直線に移行する段階 |
| Ⅲ | 数量の対応をつかむ段階 |
| Ⅳ | 比例的な関係を基に演算決定する段階 |
| Ⅴ | 活用する段階 |

そして、５年生で初めて数直線指導を行った学級と５年生から数直線指導を行った6 年生の学級とで、数直線の活用状況を比較、考察している。

これらの調査から、数直線には数の意味の理解に役立つ数直線と、乗法・除法の演算決定に有効な数直線の2種類に分類すると指導上有効であること、乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線を活用できるようになるためには、数を数直線上の点に表す段階を素地として、異種2量を数直線に移行する段階、数量の対応をつかむ段階、比例的な見方を養い演算を決定する段階があることを明らかにした。

そして、それぞれの段階を順に積み上げていくことによって、児童は数直線を用いて容易に演算決定を行うことも明らかにした。

小数の乗法・除法では整数の乗法・除法から、数値の拡張だけでなく、意味の拡張をすることが必要になってくる。意味の拡張を行うために数直線が有効であるというのは、数直線の中に「比例(倍)」の関係を見ることができ、その見方を活用して割合の思考が育成されるからである。

白井は演算決定に焦点を置き、数直線を活用できる段階を 5 段階に分けているが、その4段階目に「比例的な関係を基に」という言葉が出てくる。つまり、小数の乗法・除法の学習で、子どもたちが数直線を活用できる段階になるためには、白井の挙げる4 つの段階を乗り越えていなければならない。

しかし、前述したように、実際には1年生から4年生までに4つの段階を乗り越える学習はほとんど行われていない。小数の乗法・除法で数直線の有効性を可能にするためには、子どもたちに数直線を活用する

段階までに必要な段階の力を養う方策をとっていく必要がある。

### 4.3 高橋の研究

高橋（2000）は、小数の乗法の授業構成を行うにあたって次のような見解を述べている。

児童は、今まで学習してきた乗法を累加の考えでとらえている。そのため、乗数が小数になっても累加の考えを用いていこうとする。児童は累加の考えで答えを求めることができてしまうため、数直線の有用性を認められず終わってしまうことも多い。数直線の指導は、児童の比例の理解の仕方に左右される。児童の素朴な考えをもとに、比例の考えをどのように意識させ、数直線の指導を行っていくかということを考えていく必要があるとしている。

そこで、高橋は、小数の乗法は、自然なアプローチである累加の方法から比を使った方法に移行していく傾向があることを踏まえ、授業構成を具体的に次のように行った。

児童の最も自然なアプローチである累加による方法を生かすため、多くの児童に状況がイメージしやすい長さと値段を複合した問題場面を提示して、テープの模型をつなげる活動を設定し、累加による方法で答えを求めさせた。

次に、長さと値段の２量を対応させた単位の構成を意識させ、繰り返し累加して求めた数値が記入されたテープ図を対象に、長さが２倍、３倍になると、値段も２倍、３倍になっていることに気づかせ、比例の見方で解決することによって、状況における比例のモデルを形成した。

高橋の授業構成で注目したいのは、小数の乗法に入る以前に、累加の方法から比を使った方法に移行させる段階の問題場面の数値を「整数」で、5 年生に対し行ったことである。

実際の授業における児童の活動の様子を分析した結果、整数の乗法問題において、児童の累加モデルをもとにしたつなげる活動、それを図に表し比例の性質に気づかせる活動、さまざまな状況を比例の見方で解決する活動の設定は重要であるとしている。

そして、このような活動を設定することによって、児童の比例モデルは model-of から model-for へと発展していくことも明らかにしている。さらに、児童のモデルが自己発展するにつれて、テープ図も抽象化してくるので、児童の考えを絶えず図に表させる活動は意味のあるものとしている。

数直線に比例的な見方を操作して、わりざんの意味の拡張をするためには、白井の挙げた数直線を活用する段階までの 4 段階を子どもたちが獲得していることが必要である。白井の定義では、その 4 段階目は「（比例的な見方を）整数を用いて理解できるようにし、その関係を利用すれば演算の決定ができることを知る段階」としている。高橋の授業構成にある、整数の問題場面で比例の見方を用いて解決していくことは、白井の述べるⅣの段階にあたる。そこを乗り越えていくことが、次の段階の、数を小数・分数に拡張することや意味の拡張につながっていく。

小数のわりざんの指導には、意味の拡張が必要である。そのためには、数直線に比例的な見方を操作することの必要性が中村や柄薗らの研究から明らかになった。日野は比例的推論の発達と数直線との関係を示している。さらに、白井の研究から、段階的に数直線の見方を獲得していくことで、数直線に比例的な見方を操作する段階へと発達していくことや、高橋の研究にあるように、その段階を整数の問題場面で扱うことで、数が小数になったときにも、数の拡張とともに、その意味を、数直線を用いて比例的な意味に拡張することを可能にする

ことが示された。

## ５．小数のわりざんにおける意味の拡張を図るための授業構成についての提案

先行研究から小数のわりざんの授業では、わりざんの意味の拡張を可能にするために、数直線に中村や柄薗らが言うような「比例的な見方」を可能にする操作を入れていく活動が、授業の構成として組まれていく必要がある。

### 5.1　数直線への「比例的な見方」

数直線への「比例的な見方」を可能にするためには、白井の「数直線を活用する段階」までの３段階のうち、演算決定に有効となるⅡ「異種の２量の数直線に移行する」段階とⅢ「数量の対応をつかむ」段階を含んでいる数直線が必要になる。子どもたちの学習経験の中で、この２段階を含んでいる形式は、4 年生の 1 けたでわるわりざんの学習に用いられた形式である。

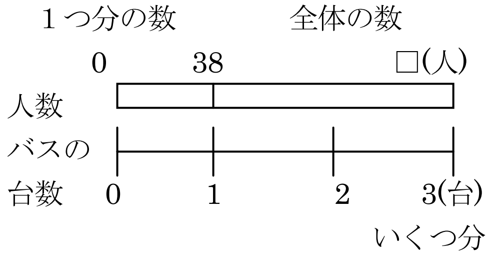


図 11

山本(1995)は、数直線や線分図等の図の効果を見るために行った調査結果の中で、数直線や線分図等の図が問題解決にマイナスに寄与する原因の１つとして、教科書には見られない形式の数直線、つまり、子どもたちが初めて目にする形式の数直線であったことを挙げている。そこで、あらたな形式を提示するのではなく、4 年生で学習に使用した上図のような形式を使用する。

次に、Ⅳ「比例的な関係を基に演算決定する」段階が必要になってくる。これは、中村や柄薗らが言う「小数のわりざんにおける意味の拡張」を行うためにはテープ図（数直線）の中に比例的な見方をする操作が必要であるということにつながる。

中村や柄薗らは、2 本の数直線で 2 量の対応をつかむ段階を示した中に、さらに 3 本目の数直線を挿入して倍関係を示した。

白井の述べる段階と、山本の調査結果から、上図に示したテープ図(数直線)に、倍の数直線の導入が考えられるが、中村や柄園らが持ち込んだ倍の数直線は、乗法場面を扱っていることもあって、一方向での倍関係を見ることは可能になっているが、除法場面に必要な逆方向の関係を示せない。

そこで、中村や柄薗らのように、比例的な見方を可能にする操作を両方向から見られる形式として、次のようにテープ図（数直線）に倍関係を示す「矢印」を記入するようにした。矢印にすることで、何に対してその数値が何倍の関係になっているかという流れや方向性を示すことができる。

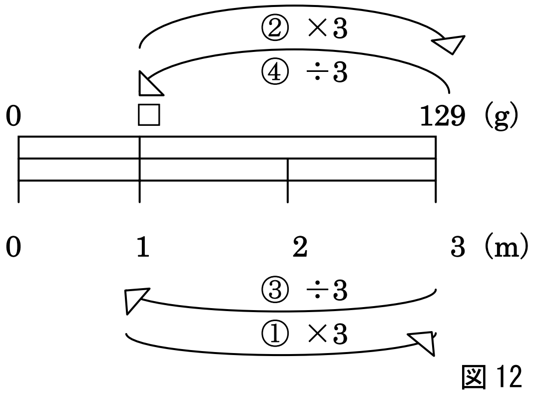


図 12

まず、1m と 3m の関係の 3 倍を乗法の考えをもとに求める（①の矢印）。この①の矢印の関係を見つけることは、低位の子どもでもそれほど抵抗なくできる。そこから、長さが 3 倍になったら重さも 3 倍になるという見方をして、□と 129 の関係も 3 倍になることに気づく（②の矢印）。長さの 3 倍の関係の逆の見方、または 3m と 1m の関係の÷3 を除法の考えをもとに求める（③の矢印）。そこから、長さが÷3 になったら重さも÷3 になるという見方をして、129 と□の関係も÷3 になることに気づく

(④の矢印)。

以上のような見方の構築を行うためには、高橋(2000)が提案しているように、整数の除法の問題場面においてテープ図(数直線)を扱う必要がある。

数値が整数のときに、テープ図（数直線）に比例的な見方を操作する力が備わっていることで、数値が小数になる問題場面においても、テープ図（数直線）に比例的な見方を操作して、立式や計算の手立てとしていけると考えられる。高橋(2000)も、小数の乗法の単元ではあるが整数の乗法問題の場面を設定し、2 量が対応する単位の構成をして、比例の考えで見られるようになっていることが、乗法の意味の拡張を可能にしていくことにつながっていくとし、その授業構成には効果があったことを述べている。

そこで、小数のわりざんの学習過程において､整数のわりざん問題の場面を設定し、テープ図(数直線)に比例的な見方を操作する学習を取り入れていく。

### 5.2　付随する問題点

数直線に比例的な見方を操作する必要性やその方策を提案したが、その過程において次のような問題点が考えられ、その解消方策を考えていく必要がある。

子どもたちのこれまで培ってきた「わりざん」には「分ける」や「累減」の発想がある。比例的な見方､「１」を意識する見方をするためには、この発想から離れなくてならない。それは、除数が小数になったときに起こる「分けられない」という考えを引き起こす原因となり、それが立式・計算の妨げになってしまうからである。

この問題点を解消するために、麻柄の実験授業で扱われた「分ける」からの意味の拡張を感じる実験授業を、整数のわりざんの問題場面で行う。

麻柄はその実験に羊羹を用いて行った。同じように子どもたちが量を意識しやすいように「長さ」と「重さ」を問題場面に設定する。さらに、この実験授業が次のテープ図（数直線）へのモデルとなり、思考が抵抗なくできるようにと考え、素材として「発泡スチロール」を模型として扱う。

| |
|---|
| 3mの重さが 129ｇの発泡スチロールの棒があります｡1mの重さは何ｇでしょう｡ |

得られる式「129÷3」を図で表現する活動を行う。子どもたちにはこれまでに培われてきた「分ける」イメージから次のように表現すると考えられる。

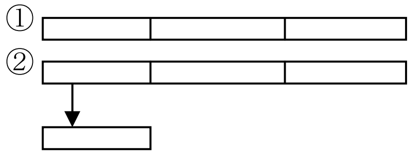


図 13

はかりの上で 3 つに切り分け、重さを確認する。重さが 129g のままであることから 3 つに分けただけ(図 12①)では 1mの重さにはならないことを確認し、3 つのうちの 1 つ分を取り出すこと(図 12②)が 1mの重さを求めることを意識する｡この段階で、子どもたちに「１」または､「1m」が大きく存在してくることになる。

さらに、1mだけを切り取り、残りの 2 mを切り分けない状態で重さを確認する。

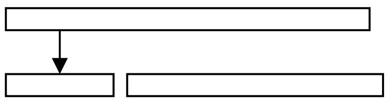

図 14

残りの 2m を分けないで 1 つ分だけ取り出しても重さが答えの 43g になることで、「1」「1m」を求めることが式「129÷3」の「÷3」が示すことを意識する。

残りの 2m を切り分けなくてもいいという見方は、この先、除数が小数になったときに子どもたちに「分けられない」という考えによる立式の困惑やつまずきを解消する見方にもつながる。

わりざんの意味の拡張には、この「1 あたりを求める」というとらえ方が必要で、

麻柄の実験授業はそのとらえを可能にさせるものになっている。しかし、「1あたりを求める」見方が可能になっても、分けるや累減な見方からの拡張は十分になされていない。実験授業でも1mを取り出す方法は切るか切らないかの違いはあっても、4つに分けている見方を抜け出していない。例えば、3.8のように等分できない数値になったとき、1と3.8を直接結びつける見方が必要になる。この見方が「比例的な見方」である。

中村や柄薗らの数直線でも、倍の関係をみる数直線では、1と2.5の間を直接関連付けて見ている（図3)。この「1」ともう一方の数との間の関係を比例的な見方で見られることが意味の拡張である。そのためには、麻柄の実験授業での「1あたりを求める」見方を獲得するとともに、数直線を用いて比例的な見方を操作することによって、2量間の関係を比例的に捉えられることが必要である。

## 5.3　筆算へのつながり

除法の意味の拡張を図るために、テープ図（数直線）に比例的な見方を操作する方策と、その扱いを小数のわりざんの学習以前に、整数のわりざん問題場面に行うことや、「1」と見るための授業構成について述べてきた。

しかし、小数のわりざんの学習にはさらに、筆算という学習が残されている。これまでの指導では数直線は立式を考えさせるために使用されたり、提示されたりしてきているのに、学習場面が筆算の場面になるとこれまで学習を支えてきた数直線から離れ、計算の方法として、下位単位（0.1）を考えたり、計算のきまりで考えたりしている学習過程がほとんどである。

先行研究でも、問題解決のために数直線の有効性を挙げていても、数直線を使用した学習過程はそこで途切れ、筆算と数直線とのつながりについて述べられているものはない。

小数で割ることの意味を拡張することの助力となったテープ図（数直線）に比例的な見方を操作するという学習過程を筆算場面にも持ち込むことで、子どもたちの学習過程を途切れさせることなく、数直線(テープ図)が単元を通して、子どもたちにとって更なる有効な道具となると考えられる。

筆算の学習以前までに使用してきたテープ図（数直線）の中に、新たに筆算の仕方を根拠付ける操作について考える。

> 2.4mの重さが120gの発泡スチロールの棒があります。1mの重さは何gでしょう。

この問題の数値をテープ図（数直線）に表現すると次のようになる。

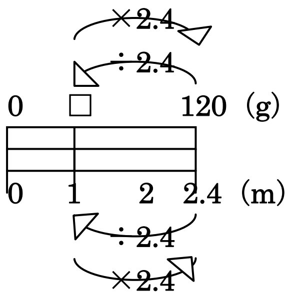


図15

立式は120÷2.4となり、筆算を行う場面になる。

ここで、1つの考え方としては「2.4は0.1が24である。120を24で割って0.1の重さを求め、それを10倍して1mの重さを求める」がある。つまり、下位単位を基準とした考え方である。この流れを数直線の中に見ることは可能であるが、その倍関係を示す数直線の動きと筆算の仕方との関連がない。

また、別の考え方では計算のきまり「除数・被除数に同じ数をかけても商は変わらない。」を使って、両数を10倍していく考えである。この考えは、問題場面の量から離れており、「1」を意識してきたこれまでの学習からも離れ、数直線との関連性が薄

い。

これまで、子どもたちはわりざんの意味を拡張し、数直線に比例的な見方を操作して問題を解決してきている。比例的な見方を筆算と結びつけていくことは、子どもたちの学習の流れをつなげていくものだと考える。そこで、つぎのように筆算場面を数直線と関連付けていく。

子どもたちの既習の筆算においては整数で割ることは可能であるが､小数である 2.4 では割ることができない。そこで、2.4 を 10 倍して整数の 24 にという考えが出てくると考える。そのことを数直線上に表現するとき、比例の見方を用いる。2.4 が 24 になるということは長さが 10 倍になったということを示し、長さが 10 倍になれば重さも 10 倍になるという比例の考えをこの場面でも使う。これを数直線上で表すと下図のようになる。

このように 10 倍という考えを数直線上に意味づけていくと 2.4 の 10 倍の 24 は長さ「24m」を示し、120 の 10 倍の 1200 は重さ「1200ｇ」という問題の中に提示された「量」として存在する形にもなる。

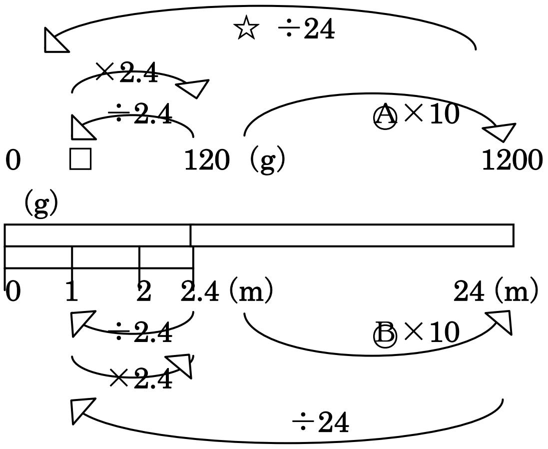


図 16

この数直線上の現れた矢印を筆算にも見ることができる。

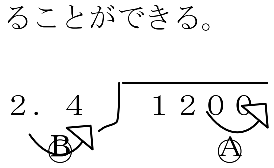


図 17

そして、ここで行われる筆算 1200÷24 は数直線上では 1mの重さを求めるために書き込まれた☆印の矢印となって表れてくることが分かる。1200÷24 が元の 120÷2.4 の商になっていることは､「1mの重さ」を求めることがわりざんであるという、事前の実験授業での「1 あたりを求める」という理解に支えられている。

テープ図（数直線）と筆算の学習を、つないでいくことを考えて、このような見方を新たにテープ図(数直線)にしていくことを授業構成の中で取り上げていく。

整数の範囲で、テープ図(数直線)に比例的な見方を操作する活動やその流れを筆算場面にも持ち込むことは、これまでの小数で割るために見られたつまずきに対する方策になると考える。

## ６．まとめと今後の課題

本稿では、まず小数の乗法・除法における意味の拡張の必要性と、その指導に有効であるとされる数直線について、数直線の持っているどのような機能が意味の拡張に有効であるかについて先行研究から明らかにしてきた。

数直線の中に「比例的な見方」を操作することがその有効性を発揮し、意味の拡張につながることが明らかにされた｡しかし、白井の示す「数直線が活用できる段階」までに、子どもたちが乗り越えなくてはならない段階の存在が明らかになった。

そこで､高橋（2000）が提案したように、整数の段階での数直線への比例的な見方の操作の指導の時間を授業構成に取り入れ、「数直線への比例的な見方のための操作」という観点から授業構成を考え、さらに、そこに付随する問題点への解消と筆算への数直線の導入を含めた提案をした。

今後は、これらの提案した授業構成が、子どもたちにわりざんの意味を拡張させることを可能にするのか、テープ図(数直線)

への操作が数直線への比例的な見方を可能にし、その有効性を発揮させる操作になっているのか、数直線と筆算へのつながりの有効性などを観点にして、子どもたちの授業における活動や思考過程を分析し、明らかにしていくことが課題であると考える。

**引用・参考文献**


板垣賢二．(2002)．連続量（小数・分数）の乗除．日本数学教育学会誌，*84*(8)，38-45.

柄園高士．(1983)．関数の考えを用いた乗法の指導(5 年　小数のかけざん)：数直線を使った指導を通して．日本数学教育学会誌，*65*(6)，34-38.

岡崎正和．(1996ａ)．均衡化理論に基づく数学的概念の一般化における理解過程に関する研究：「包含除」の一般化における理解過程．全国数学教育学会誌，数学教育学研究，*2*，91-100.

岡崎正和．(1996ｂ)．わり算概念の一般化における理解過程に関する研究：「等分除」の一般化．広島大学教育学部紀要第 2 部，*45*，83-92.

長田修一郎．(1998)．算数の授業における速さの学習過程に関する研究：数直線を道具とした児童の比例的な考えを視点として．上越数学教育研究，*13*，73-82.

白井一之．(1997)．乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導．日本数学教育学会誌，*79*(6)，191-195.

高橋久誠．(2000)．小数の乗法の授業構成に関する考察：比例の考えをもとにして．上越数学教育研究，*15*，85-94.

高橋裕樹．(2002)．小数除法における認知モデルの発達について．上越数学教育研究，*17*，117-186.

中村享史．(1996)．小数の乗法の割合による意味づけ．日本数学教育学会誌，*78*（10），7-13.

日野圭子．(2002)．授業における個の認知的変容と数学的表記の役割：「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究を通して．数学教育学論究，*79*，3-23.

日野圭子．(2004)．教室における子どもの学習プロセスを視座とする比例的推論の指導ユニットの開発. 平成 12 年度～平成 14 年度科学研究費補助金（基盤（C）(2)）研究成果報告書.

麻柄啓一．(1995)．子どものつまずきと授業づくり：わかる算数をめざして．岩波書店.

松田恵里．(2004)．数学的ライティングを通してみる算数学習における学習者の思考の変容：小数・分数の乗除における「計算のきまりの活用」「意味の拡張」に焦点をあてて. 日本数学教育学会誌, *86*（12），2-12.

山下　智．(1962)．整数の乗法、除法の意味指導：小数、分数の乗法、除法への段階の研究．日本数学教育学会誌，*44*(6)，24−28.

山本正明．(1995)．問題解決における数直線や線分図等の図の効果．日本数学教育学会誌，*77*(8)，2-9.