上越数学教育研究，第 20 号，上越教育大学数学教室，pp.109-120.

子どもどうしのコミュニケーションによる数学の理解の変容についての研究

山本　晋平
上越教育大学大学院修士課程２年

１．はじめに

今日、中学校数学の授業においてコミュニケーションが多く取り入れられている。筆者も教職経験において、仲間との関わりを大切にした活動の中で「数学を考えるって、楽しい」という気持ちを抱かせ、その活動を通して数学の力を付けてやりたいと願い授業実践をしてきた。しかし実際に、そのコミュニケーションが、子どもの数学の理解にとって価値あるものとなっているのかということはわからなかった。それと同時に、そのことを確かめる術もなかった。そのため、子どもの理解の様子を知った上で､子どもが喜びを感じ、さらに、理解に変容のみられる質の高いコミュニケーションをさせたいと考えるようになった。これが本研究の動機である。

本研究は、理解の変容を意味づけやその意味づけを支える根拠の変化として捉え、子どもどうしのコミュニケーションと意味づけやその意味づけを支える根拠の変化の関係を明らかにすることを目的とする。そして、明らかとなった知見をもとに、理解に変容の見られる質の高いコミュニケーションを行うための手だてについて考察を行う。

２．コミュニケーションの諸要因

山本(2004)は、布川(2003)、小林(1996)、清水(1993)、三宅(1985)の研究などを参考に子どもどうしのコミュニケーションでは「ゆれ」や「葛藤」が起きる条件が整えば、理解に変容の見られる学びを成立させる場合があることを述べている。そして、その「ゆれ」や「葛藤」を得ることで、それぞれの既存の理解状況で、様々な見方から矛盾を検討し、そのことで深まった理解状況になりうる可能性があることを述べている。また、そこには、一人ひとり独立した理解過程があり、互いにチェックするメカニズムが存在していることにも触れている。

しかし、一方で、理解を深められるであろう質の高いコミュニケーションの出現率は非常に少ないことも明らかとなっており、逆に理解に対し、悪影響を及ぼす場合があるという。

コミュニケーションを質の高いものにするために、清水(1990)はチェックのメカニズムを持たせることが理解にとって有効であると述べている。このことは三宅(1985)も同様の見解を示している。清水(1990)は、それぞれが別々に問題に取り組み各自の考えを確立してから比較検討することを提案している。実際に、別々の理解過程が存在することで、それぞれの意見に相違が見られ､「視点の補完」や「モニター」によりチェックがなされることが考えられる。このように考えると、チェックのメカニズムが理解に対してなんらかの影響を与えることが考えられる。そのため、このチェックのメカニズムが理解に変容の見

られるコミュニケーションを行うためのひとつの手だてとなることが予想される。

一方で、この理解に変容の見られるコミュニケーションについて、どのような理解の変容がどのようなコミュニケーションの様相と関わっているのかという詳細については、まだそれほど議論されていないようにみえる。そこで、本稿では、子どもどうしのコミュニケーションにおいてどのような理解の変容があり、その理解の変容がどのようなコミュニケーションの様相と関わっているのかを分析していくことで、理解に変容の見られる質の高いコミュニケーションを行うためのさらなる示唆を得ようと考える。

３．コミュニケーションの様相と理解の変容

3.1. 理解の変容について

コミュニケーションの様相と理解の変容の関わりについて捉えていくために、まず理解の変容について明らかにする必要がある。

守屋(2000)は、「わかった」といった理解において、新たな知識は、既有知識のネットワークに組み込まれ、新たな知識が組み込まれることで、ネットワーク自体の組み替えがおこなわれ新たなものになるという。このことから理解の変容とは、「既有知識のネットワークに、ある知識が組み込まれ、それまでとは違った新たなネットワークを形成すること」と捉えることができる。本稿では、布川(2003)の「対象に対する意味づけ」(以下「意味づけ」と省略)により、この新たな知識のネットワークである理解の変容を捉えることをおこなう。具体的にある意味づけが行われるためには、それまでの既有知識どうしの結びつき、または新しい知識と既有知識との結びつきが必要となる。そのため、これまでとは違った意味づけに変化したとき、もしくは新たな意味づけを支える根拠が生まれたときには、それまでのネットワークとは違った新たなネットワークが存在していると捉えることができる。つまり、ネットワークが変化しないときには当然意味づけの変化も見られない。逆に意味づけやその意味づけを支えている根拠が変化したときには、それ以前の知識のネットワークも変化していると捉えることができる。

以上のように、ネットワークの変化は意味づけの変化、もしくはその意味づけを支えている根拠の変化に現れていると考えることができる。また、ネットワークの形態について、詳細まではわからないにしても、その意味づけを支えている根拠に着目することで、どのようなネットワークの変化が起きたのかということもある程度捉えられるのではないかと考えられる。

3.2. コミュニケーションの様相と理解の変容の関わりを捉える方法

3.2.1. 分析を行う対象

次にコミュニケーションと理解の変容の関わりを捉える対象について考える。先に述べたように山本(2004)は、「ゆれ」や「葛藤」を得ることで､それぞれの既存の理解状況で、様々な見方から矛盾を検討し、そのことで深まった理解状況になりうる可能性があることを述べている。同様に、藤井(1992)は、「２人が互いの考えの異同・矛盾を検討する場は、理解が顕在化する場であると同時に、理解が進化し、ミスコンセプションが解消・変容していく『学習の場』として見ることができる」(p. 5)という。そのため『ゆれや違和感を感じるがすぐには解決できない２つ以上の考え』が存在するであろう話し合いの様子を分析の対象として理解の変容する過程を探っていくこととする。

3.2.2. コミュニケーションの様相と理解の変容の関わりを捉える視点

本稿では、子どもどうしのコミュニケーションのどのような様相によりどのような理解

の変容が見られるのかを明らかにすることで、理解に変容の見られる質の高いコミュニケーションを行うためのさらなる示唆が得られるのではないかと考えている。そのため、コミュニケーションに参加している子どもがどのような理解をしていて、その理解がどのように変化したのかを捉える必要がある。先に述べたように、意味づけの変化やその意味づけを支えている根拠の変化はネットワークの変化である理解の変容を捉えることができる。そこで本稿では、この意味づけやその意味づけを支えている根拠をある子どもの発話内容より捉えていくこととする。つまり、コミュニケーションに参加しているある子どもがどのような意味づけをし、その意味づけを変化させているのか。または、その意味づけを支えている根拠はどのようなもので、その根拠はどのように変化しているのかといったことを具体的な発話や会話の様子から探っていこうと考える。このことが、コミュニケーションに参加している子どもの理解の変容を捉えていく際の視点である。

次に、この明らかとなった意味づけや、その意味づけを支えている根拠の変化が、どのようなコミュニケーションの様相と関わっているのかを明らかにする必要がある。そのため、意味づけの変化を捉えた後で、その変化が何を契機としてどのようなプロセスにより起きたのかを対話者との間で行われたコミュニケーションと関連づけながら分析を行っていく。そして、その分析結果を基にして、意味づけや意味づけを支えている根拠の変化が、どのようなコミュニケーションの様相と関わりをもっているのかを考察していく。

以上のように、本研究では『ゆれや違和感を感じるが、すぐには解決できない２つ以上の考え』が存在する話し合いを分析の対象とし、そこに参加している子どもの意味づけやその意味づけを支えている根拠の変化を会話の内容などから明らかにする。そして、その明らかとなった意味づけの変化について、変化のプロセスを探っていく。そのことで、コミュニケーションの様相と意味づけやその意味づけを支える根拠の変化の関わりを明らかにしてく。

４．インタビュー調査の概要

調査は、平成１５年の２月から３月にかけて岐阜県の公立中学校３年生に対して行った。はじめに調査１として、平方根の理解、平方根の含まれる式（$a+\sqrt{b}$）に対してどのような捉え方をしているのかをつかむことを目的として、５１人に対して調査問題を実施した。実施後、その解答をインタビュアーが確認し、調査問題中の$2+\sqrt{5}$の捉え方などをもとに葛藤が生まれることを予想して２人もしくは３人のグループを９組つくった。調査２として、それらのグループに対して、別の時間を利用して、調査１で行った問題をもとに話し合いをさせた。話し合いは、それぞれのグループに応じて解答を確認するところから行うようにした。お互い納得のいく説明をしてわからないところや疑問に思うところを質問しながら話し合いを行うよう指示した。話し合いが行き詰まった場合には、インタビュアーが介入し、話し合いが再開するように促し、より細部にまで話し合いが及ぶようにした。また、調査終了日にはクラス全員が$a+\sqrt{b}$を数として捉えられることをねらいとして授業を行った。

記録については、ＶＴＲを使い、やりとりの様子が記録できるように発話している場面、プリントに記述している様子を中心に撮影した。また、ＩＣレコーダを利用して、発話の詳細について記録した。後日、記録したデータをもとにプロトコルを作成した。

５．分析を行うデータの概要

本稿では、意味づけに変化がみられた安田・岡本（双方とも仮名，以下子どもの名前は

すべて仮名）のデータと意味づけに変化が見られないと考えられた大倉・原田のデータについて分析・考察を行う。

安田・岡本のデータで、安田は２＋$\sqrt{5}$を数として認めておらず、一方の岡本は数として認めていた。話し合いの様子は、話題ごとに大きく４つの場面に分けることができる。場面１では$\sqrt{2}$、－$\sqrt{3}$が数か数ではないかが話題となっていた。場面２では２＋$\sqrt{5}$について数といえるかどうかの検討がなされていた。場面３では２＋５$\sqrt{2}$＋１－４$\sqrt{2}$＝３＋$\sqrt{2}$の３＋$\sqrt{2}$がさらに計算できるのではないかといった発問がされ、その感想を交流していた。場面４ではインタビュアーの介入により与えられた２$\sqrt{3}$が数といえるかどうかの検討がなされ、そのあとで場面２で扱った２＋$\sqrt{5}$について再度検討がされていた。分析はコミュニケーションにより意味づけが変化したと考えられる安田を中心におこなう。

大倉・原田のデータでは、２＋$\sqrt{5}$について、大倉は「式」と捉え、原田は「数」と捉えていた。データはインタビュアーが話題の転換を図ろうと事例を提示したところを境として次の２場面に分けることができる。場面１は、「３＋$\sqrt{2}$は式だから本当はまだこの先計算できるよね」という調査問題の中の「すずき君」の考えについて問いがなされ、「計算できるかどうか」について話し合いが行われた。場面２は、「２＋$\sqrt{5}$が数と捉えられるかどうか」という問いがなされ、「２＋$\sqrt{5}$が数か数ではないか」の検討が行われた。会話が始まると原田はすぐに大倉の意見に納得し、早々に立場を変容してしまったため、途中の変化があまりみられない。一方、大倉はデータ後半に至るまで意味づけが一貫しており、変化した様子は見られない。このデータでは、安田・岡本データの安田との比較を行うため意味づけに変化の見られなかった大倉について分析を行う。

６．安田・岡本データの分析

6.1. 安田の意味づけの変化

安田は、３＋$\sqrt{2}$について『数ではない』と意味づけていたことを『数である』という意味づけへと変化させていたことが考えられる。また、その意味づけを支える根拠もはじめは操作的な見方のような『有理数と無理数はたせないから』、『この形でとどまっている式だから』といったものであったが、最終的には『正確な値がでないため代わりに３＋$\sqrt{2}$がおいてある』といった３＋$\sqrt{2}$をひとつの値としてみる構造的な見方のものへと変化したと捉えることができる。

さらに、このような変化の過程では、$\sqrt{2}$や－$\sqrt{3}$に対して『数である』という意味づけから『とり方によっては数とも式ともいえる』という意味づけに変化している様子や、２$\sqrt{3}$に対して『式である』と意味づけていたものから『とりようによっては数である』という意味づけへと変化している様子も見られた。次の表１は３＋$\sqrt{2}$に対する安田の意味づけの変化をまとめたものである。

表1

	場面２	場面４
意味づけ	数ではない →	数である
根拠	・有理数と無理数はたせないから ・この形でとどまっている式だから	・正確な値がでないため、代わりに２＋$\sqrt{5}$をおいてあるから
見方	操作的	構造的

6.2. 変化のプロセス

では前項で示したような変化が、どのようなプロセスを経て起きたのかということについて分析していくこととする。まず変化に関

わっているであろう契機として次に示す(ア)～(エ)のような要因が考えられる。

(ア)場面１で、$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$に対して「とりかたによって数とも式ともいえる」という意味づけをおこなったこと (イ)場面２で、$2+\sqrt{5}$を「数である」と意味づけた岡本の意見を完全に否定できなかったこと (ウ)場面４で、$2\sqrt{3}$について『数ではない』という意味づけから『とりようによっては数である』という意味づけへと変化させたこと (エ)場面４で、岡本より$2+\sqrt{6}$が提示され、それとの関わりで$2+\sqrt{5}$について考えたこと

この(ア)～(エ)についてコミュニケーションの様相を明らかにしながら、どのようなプロセスによって変化が起きたのかをみていくこととする。

(ア)について

安田は「ぜったい式じゃない」といっていた$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$（調査問題では数と捉えていた）を『とり方によって数とも式ともいえる』という意味づけをするようになった。以下のプロトコルはその場面の会話の様子である。

安田：ならんと思うけどなぁこっちで、これと（$\sqrt{2}$）これ（$-\sqrt{3}$）は式じゃないと思うおれは。
岡本：でもさあ。
安田：うん。
岡本：このルート2ってのは。
安田：うん。
岡本：2乗して2になる数やもんで。
安田：うん。
岡本：2かける2・・2かける2じゃなくて。
安田：ルート2かける・・・ルート2の２乗だろ。
岡本：１．何何かける1．何何っていう式か？

岡本が「１点何何かける１点何何っていう式か？」と発話したとき、安田は「近似値に変えれば…」と発話し近似値で表すといった条件のもと岡本の意見を認めていた。そして、岡本はその条件をはずすため新たな乗法の事例として「プラス×$\sqrt{2}$、マイナス×$\sqrt{3}$」を提示した。その事例が提示されたとき安田は「まあ、１かけるルート２とかマイナス１かけるルート３とかもできるけどな確かに、まあ、こういうたぐい（$5\times\sqrt{3}$）とかにもできるけどな確かに・・・」と「式」として認める発話をしていた。このことから岡本の「プラス×$\sqrt{2}$、マイナス×$\sqrt{3}$」といった事例が、安田にとって効果的に働いたことが考えられる。つまり、$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$を$1\times\sqrt{2}$や$-1\times\sqrt{3}$とみて、調査問題で式と捉えていた$5\times\sqrt{3}$と同じ形として捉えていたのである。

以上のように、岡本が安田の提示した$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$を式としては認められないとする根拠をもとに、安田の「乗法の形で表されるものは式」といった既有知識と関わりのある「プラス×$\sqrt{2}$」、「マイナス×$\sqrt{3}$」といった事例を提示したことがここでの変化に影響を与えていたと考えることができる。また、岡本から事例が提示されたとき、安田は自分の「式ではない」とする根拠と見比べ、その提示された事例に即した反応をしていたように考えられる。つまり、このような様相が関わり、最終的に$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$を「とりかたによって数とも式ともいえる」と意味づけていったことが考えられる。また、ここでの$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$についてのやりとりが$2\sqrt{3}$の意味づけを行う場面につながっていく。

(イ)について

（イ）に至るまでに安田は、演算記号の見えるものは数ではないと判断し、２や$\sqrt{2}$、$-\sqrt{3}$といったひとつの数値で表されているものは数と判断していたことが考えられる。そのよ

うな状況で、安田は自分の考えとは相反するであろう岡本の２＋$\sqrt{5}$を数と捉える意見を聞き、否定するどころか新たな事例まで想起していた。次のプロトコルはそのときのやりとりの様子である。

安田：俺、2と、2とプラス５（$\sqrt{5}$）たしとるもんで、2と近似値、ルート5の１．７７ならいいけど、今近似値じゃなくてルートやもんで、これちょっと無理数やもんで、計算できんもんで（できないので）、っていうかルートとか計算できんもんで、無理数ってなっとるもんで、有理数やったらとっくにもう、これ2たすして別の数になっとるもんで、それやっぱ違うんじゃないかなって。

岡本：え、でもこれって、これ全部見たときに、プラスが入っとるだけで、これってのは最終的には絶対、なんかひとつになるもんで・・やもんで数っぽい。

安田：すー、ま、とれるけどさあ、まあ、2とプラス5（$\sqrt{5}$）とか言えるけどさあ確かに。

安田：これ以上はちょっと、これ近似値に直しちゃってもいいんやけどさあ、そうしたら数とか、計算とか無理が出るでしょう。

安田ははじめ「近似値ならいいが、無理数であるから計算できない」といった数ではない根拠について発話していた。その根拠に対し、岡本は「全部みたとき、タスがはいっとるだけで…なんかひとつになるもんで…」といった数である理由について発話をしていた。その発話を受けた安田は「２とプラス５（$\sqrt{5}$）」といった既知の帯分数のようなものを想起し、岡本の意見を自分なりに解釈した様子が見られた。つまり、演算記号の入っているものを式と捉えていた安田ではあったが岡本の「全部みたとき」「タスがはいっとるだけで」といった数である根拠を聞くことで、安田の数についての既有知識と結びつき「○と○なら数」といった内容が想起されたことが考えられる。結局、安田はこのあとで「近似値に直しちゃってもいいんやけどさあ、そうしたら数とか計算とか無理がでるでしょう」と発話し、数であることを否定していた。しかし、この場面で「２とプラス５（$\sqrt{5}$）」といった既知の帯分数のようなものを想起したことは、このあと２＋$\sqrt{5}$の意味づけを変化させることに関わっていることが考えられる。

そして、このように既知の帯分数のようなものを想起したプロセスでも、（ア）で見られたように、岡本は安田の「無理数だから計算できない、ひとつにできない」といった根拠をもとに、「ひとかたまりでみればよい」とする数である理由について述べ、安田も岡本の発話した内容に対し、自分の既有知識と照らし合わして、岡本の発話内容に即した「帯分数のようなもの」を提示するといった様相が見られる。

(ウ)について

調査問題において「式」と捉えていた２$\sqrt{3}$が提示されたとき、２＋$\sqrt{5}$のような「数ではない」という意味づけや、それまでの数の捉え方とは違う「とりようによっては数である」という意味づけをしていた。演算記号が見えないにしても２＋$\sqrt{5}$と同じくひとつの数値で表せない２$\sqrt{3}$をどうして「とりようによっては数である」と意味づけることができたのだろうか。

安田がこのような意味づけを行った理由を「２かける、えっと岡本が言ったみたいに、２かけるルートなんたらで、1.74 があって、かける２として考えれば･･･数にもなるし、式としてもとれるし」という発話から探ることができる。この発話の「岡本が言ったみたいに」という部分やその後の「２かけるルート」といった演算記号を入れて言い直す様子から、安田は(ア)の場面を想起していたことが考えられる。つまり、この場面では、２$\sqrt{3}$

を２×$\sqrt{3}$と捉え、(ア)の場面で$\sqrt{2}$や－$\sqrt{3}$と比較するために提示した５×$\sqrt{3}$と同じ形と見ていたことが考えられる。そのため、ａ×$\sqrt{b}$で表されるものであれば$\sqrt{2}$や－$\sqrt{3}$と同じように「数」としても捉えられると考えたのではないだろうか。このように、(ア) の場面を想起しながら２$\sqrt{3}$について検討することで、「$\sqrt{2}$や－$\sqrt{3}$のようにひとつの数値で表されないものは数ではない」といった数ではないとする根拠が吟味され、結果としてひとつの数値で表すことのできない２$\sqrt{3}$を「数」として意味づけていったことが考えられる。

(エ)について

ここでは、岡本から２＋$\sqrt{16}$が提示されたことで、２＋$\sqrt{5}$について最終的に『数である』という意味づけへと変化している。安田の２$\sqrt{3}$についての発話後、次のような会話がおこなわれた。

岡本： え、じゃあ、この2プラスルート16とかだったら、2プラス4。
安田： おい、ルート16、これ分解できるぞ。
岡本： うん、4で。
安田： うん確かに分解すればな。
岡本： これ(２＋$\sqrt{5}$)も、同じこといえたら、ひとつにまとめれる。
安田： うん、まあね、同じこと言えればな。

安田はこれまで２＋$\sqrt{5}$を「数ではない」と意味づけていた。そのような状況で、岡本から「２＋$\sqrt{16}$とかだったら…」と２＋$\sqrt{16}$が提示された。安田にとって２＋$\sqrt{16}$は「６」に直すことができ、ひとつの数値に表すことができるものであった。そのため、安田は「うん確かに分解すればな」と条件をつけ２＋$\sqrt{16}$を数として認める発話をしていた。このときはじめて演算記号が入っていて、なおかつ$\sqrt{\ }$がついているものについて「数になる」と認めていたと考えられる。このような状況で、さらに岡本より２＋$\sqrt{5}$が提示された。安田にとって２＋$\sqrt{5}$はひとつの数値で表すことができず、演算記号がはいっているものであるため「数ではない」と意味づけたものであった。しかし、(ウ)において２$\sqrt{3}$を数と意味づけた安田にとって「ひとつの数値で表せないから」といった数ではない根拠は使用できない状況にあった。そのため、２＋$\sqrt{5}$についてひとつの数値で表せないものでも数と捉え、「とりようによっては数である」という発話を行ったことが考えられる。このように２＋$\sqrt{16}$が提示されたあとで、再度２＋$\sqrt{5}$について検討したことで「ひとつの数値で表せないから」、「演算記号が入っているから」といった数ではないとする根拠は、安田にとって「数」の判断基準ではなくなっていったことが考えられる。そのため、安田は『正確な値がでないため、代わりに２＋$\sqrt{5}$をおいてあるから』といった根拠により『数である』と意味づけていったことが考えられる。また、安田がこのあと「なんか方程式とかでもｘプラス１イコール５とかそんな感じ」とｘ＋１＝５の事例を提示したことも、２＋$\sqrt{5}$を『数である』と意味づけたことをより強固なものにしていくことに役立っていたように考えられる。

6.3. 意味づけの変化とコミュニケーションの様相の関わり

以上のように変化のプロセスをみていくと、２＋$\sqrt{5}$に対する意味づけは、最終的に岡本の提示した２＋$\sqrt{16}$という事例が有効に働いたため、変化した様子がみられる。しかし、実際には２＋$\sqrt{16}$の事例のみがこの変化に関わっているとは捉えにくい。つまり、２＋$\sqrt{16}$が有効に働いたのは、それ以前の会話の中で提示された事例に対しての意味づけを変化させながら、「数ではない」とする根拠が安田の中で徐々に吟味されていったことが影響していたと考えることができる。具体的に (ア) において$\sqrt{2}$や－$\sqrt{3}$を「とりようによっては数

とも式ともいえる」といった意味づけをおこない「$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$を乗法の形に直せる」と知ったことが（ウ）と関わっていた。そして、(ウ)の$2\sqrt{3}$に対する意味づけの変化で「ひとつの数値で表せないもの」を数と認めたことが、最終的に$2+\sqrt{16}$を提示した場面の$2+\sqrt{5}$の意味づけを変化させていたと捉えることができる。さらに(イ)において既知の帯分数のようなものを想起していたこともここでの変化に影響を与えていると考えることができる。また、意味づけの変化後、安田が$x+1=5$を提示したことも、この変化をさらに確かなものにしていくために役立っていたと考えられる。このようなプロセスにより「ひとつの数値で表せないから」、「演算記号が入っているから」といった数ではないとする根拠が吟味され、最終的に意味づけが変化していったことが考えられる。

そして、このプロセスを支えているコミュニケーションとして次の２つの様相が考えられる。（ア）で、岡本は、安田の式とは認めないとする$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$の事例を受け、「プラス$\times\sqrt{2}$、マイナス$\times\sqrt{3}$」と言い直していた。安田は再び岡本の言い直した事例を「乗法の形で表せるものは式」といった既有知識と結びつけ意味づけを変化させていた。また、(イ)では、岡本は安田の「無理数だから計算できない、ひとつにできない」といった根拠をもとに、「ひとかたまりでみればよい」とする数である理由について述べ、安田も岡本の発話した内容に対し、自分の既有知識と照らし合わして、岡本の「ひとかたまりで見ればよい」とする発話内容に即した「帯分数のようなもの」を想起するといった様相がみられた。（エ）においては、安田の$2\sqrt{3}$を「式としても数としても考えられる」とする捉え方を聞いた後で、岡本は$2\sqrt{3}$と同じ演算記号が入っていてなおかつ整数に直すことのできる「$2+\sqrt{16}$」を提示していた。その時には安田は$2+\sqrt{5}$の意味づけを変化させていた。このように、「岡本が、根拠を明らかにした安田の発話を受け、安田の既有知識と関わりのある事例や反論を提示する」といった様相や「安田が岡本から提示された事例や反論について、自分の根拠としていることと見比べ、その結果その事例や反論に即した反応をする」といった様相が変化に関わっていると捉えることができる。

７．大倉・原田データの分析

7.1. 原田の意味づけの変化

大倉は、終始$3+\sqrt{2}$や$2+\sqrt{5}$を式として捉え、なおかつ量を表すものとして認識していたことが考えられる。また、このような認識のもと『項（数）が２つあるものは式だから』といった根拠や『数とはそれひとつでダイレクトに数値が表せるもの』といった根拠により『数ではない』という意味づけを行っていたことが考えられる。そして、この意味づけは会話終了まで変化した様子はみられない。このように、大倉には、これまでに分析を行ってきた安田とは違った様相がみられる。そこで、このデータのコミュニケーションの様相について捉え、安田・岡本データとの比較を行う。

7.2. コミュニケーションの様相

どのようなコミュニケーションの様相がみられたのかを場面１から順を追って見ていくこととする。

場面1

場面１では大倉と原田の間で「$3+\sqrt{2}$が計算できるかどうか」についてはじめ意見の相違がみられた。しかし、原田が大倉の「$3+\sqrt{2}$は計算できない」とする意見にすぐに納得してしまったため、大倉の意見について会話の中で触れられることはなかった。そのため、インタビュアーが大倉の「$3+\sqrt{2}$は計算できない」という意見に対して「分数のときには

計算できたのになぜ３＋$\sqrt{2}$では計算できないのか」といった疑問を投げかけ、その疑問に大倉が答えるといったやりとりが行われた。

場面2前半

この場面ではインタビュアーより調査問題の「２＋$\sqrt{5}$が数と捉えられるかどうか」について問いがなされた。大倉は、「数ではない」と答え、その理由として「項（数）が２個ある」ことを挙げていた。インタビュアーは場面１において大倉が、３＋$\sqrt{2}$を答えとして認識していたり、正方形の辺の長さが３＋$\sqrt{2}$になることを示していていたりしていたことから、大倉が２＋$\sqrt{5}$を数として認識しているものと考えていた。そのため、そのインタビュアーの認識とは違う大倉の発話があったことで大倉の数ではないとする発話に疑問を抱いていた。

つまり、この場面で大倉は『項（数）が２つあるものは式で数ではない』といった根拠や『数とはそれひとつでダイレクトに数値が表せるもの』といった数である根拠を判断基準として３＋$\sqrt{2}$を『数ではない』と意味づけていたことが考えられる。しかし、インタビュアーはそのことに気がつかず大倉の発話に疑問を抱いたまま会話を進めていた様子がみられる。また、もう一人の対話者である原田も同じような様子が見られた。このような状況でインタビュアーは「とりあえず、式に入るのは原田も式やと思うし、大倉も式やと思うんやな」と式であることを確認した上で、「ほんなら式は間違いないと、式って意味もあるし、もう一つ今考えとるのは、数に入れていいかどうか、数に入れていいかどうかそこに絞るとどうなる」と発話し「式だから数ではない」といった根拠を断ち切ることを行った。しかし、大倉はそれまでの発話内容と同じように「それ一つで数値が表される」ということと「数と数が別々にある式だから」といった根拠により「数ではない」ことを述べていた。

以上のように、場面２で大倉は、『項（数）が２つあるものは式で数ではない』、『数とはそれひとつでダイレクトに数値が表せるもの』といった数である根拠を判断基準として２＋$\sqrt{5}$は『数ではない』と意味づけていたにも関わらず、インタビュアーと原田はそのことには気がつかず会話が進んでいた。そのため、「項が２つあること」といった根拠に触れるような会話はなされていない。それどころかインタビュアーは『式だから数ではない』という根拠を断ち切り、大倉の『数ではない』とする理由をそれまでの内容以外で見つけさせようとするやりとりがみられる。

場面2後半

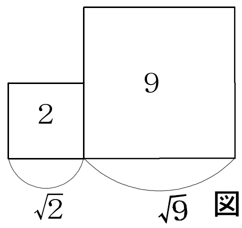

図１

大倉の認識を理解していないインタビュアーは、大倉の発話した「ダイレクト」という言葉を利用して３＋$\sqrt{2}$を数として認めさせようと考えていた。そこで、大倉が場面１で提示した正方形の図（図１）を利用し、辺の長さが３＋$\sqrt{2}$で「ダイレクト」に表されることを再確認させようと考えた。この場面で大倉の認識とインタビュアーの事例提示の意図を探ってみると「ダイレクト」という言葉の捉え方に違いがあることがわかる。大倉は「“＋”が入っていたらダイレクトではない」といった捉え方をしていたにもかかわらず、インタビュアーは「量そのものをはっきりと表せるもの」といった意味で「ダイレクト」を使用していた。このようなズレが生じた中でやりとりが行われた。その結果として、大倉はそれまでの数の捉え方を変えることはなく、３＋$\sqrt{2}$を長さを表す数と言わざるを得ない状態に追い込まれていった。つまり、これまでの自分の数の捉え方に変化がないまま、その捉え方とは違う発話を行っていたように考えられる。その

ため、この場面で提示された「正方形の面積の図」は、大倉の意味づけを変化させるためのものとはなっていなかったことがわかる。また、このような「ダイレクト」の捉え方のズレは、大倉の認識にインタビュアーが気がついていなかったことが影響していたと考えられる。

7.3. 大倉・原田のコミュニケーションの様相のまとめ

以上のように大倉・原田データの分析を行ってみると、安田・岡本データとは違う様相がみえてくる。安田・岡本データでは、ある事例がきっかけとなり対象に対する意味づけが変化するのではなく、そこに至るまでの会話の中で取り上げられた事例の意味づけを変化させながら、安田の中で次第に数ではないとする根拠が吟味され意味づけが変化するといった様相がみられた。しかし、大倉は３＋$\sqrt{2}$に対して『数ではない』と意味づけたことを終始変化させることはなかった。そのため、大倉の様相は意味づけの変化の見られた安田とは違ったものとして捉えることができる。そして、このような違いはコミュニケーションの様相にも現れている。

大倉は『項（数）が２つあるものは式で数ではない』、『数とはそれひとつでダイレクトに数値が表せるもの』といった数である根拠を判断基準として２＋$\sqrt{5}$は『数ではない』と意味づけていた。しかしながら、インタビュアーと原田はそのことには気がつかずにいた。そのため、インタビュアーや原田は、「項が２つある」といった根拠に触れるような発話はしていない。それどころかインタビュアーは大倉が２＋$\sqrt{5}$について「式だから数ではない」という根拠を述べているにもかかわらず、その根拠以外で『数』について考えるよう指示を出していた。つまり、安田・岡本データのように意味づけの変化に関わった事例が提示されるような様子は見られなかった。

このように大倉の認識に気がつかなかったことは場面２後半の大倉の発話した「ダイレクト」の意味の理解不足にも影響を与えていた。インタビュアーが大倉の発話した「ダイレクト」の意味を捉えていなかったことで、インタビュアーが３＋$\sqrt{2}$を「数」と認めさせようと提示した「正方形の図」は大倉の数を判断する根拠に迫ることはなく意味づけは変化することはなかった。

以上のように、対話者が大倉のａ＋$\sqrt{b}$に対する認識をはっきりと捉えていなかったことで、安田・岡本データのコミュニケーションのような意味づけの変化に関わる効果的な事例を対話者は提示することができなかったことが考えられる。そのため、大倉が根拠を吟味するような会話の流れも作りだすことができなかった。このようなコミュニケーションの様相であったため、大倉の３＋$\sqrt{2}$に対する『数ではない』という意味づけは変化しなかったと考えることができる。

８．コミュニケーションによる理解の変容

安田の２＋$\sqrt{5}$に対する意味づけの変化には、会話の中で提示された$\sqrt{2}$や－$\sqrt{3}$、さらには２$\sqrt{3}$に対しての意味づけの変化が影響していた。そして、その変化の中で「数ではない」とする根拠が彼の中で徐々に吟味されていき、最終的に２＋$\sqrt{5}$に対する意味づけが変化したと考えることができた。そのような変化の過程では、「岡本が根拠を明らかにした安田の発話を受け、安田の既有知識と関わりのある事例や反論を提示する」、「安田が岡本から提示された事例や反論について、自分の根拠としていることと見比べ、その結果その事例や反論に即した反応をする」といった様相が見られた。

つまり、コミュニケーションに参加している子どもの対象に対する意味づけは、その対象に関わる様々な事例の意味づけの変化が影響し、その中で意味づけを行うときの根拠と

していることが徐々に吟味され、最終的に意味づけが変化していくことが考えられる。そして、その場合、対話者が相手の発話した内容を理解し、相手の既有知識と関わりのある事例や反論を提示する様相がある。さらに、ある事例や反論を提示された側は、その事例や反論について意見を述べるため、その事例をこれまでの根拠と重ね合わせて検討し、解釈する必要がある。その解釈で、これまでの根拠に矛盾が生まれるような場合、既有知識をもとにして再度根拠を構築していく必要が出てくることが予想される。このようなやりとりを重ねることで最終的にある対象に対する意味づけ自体も変化していくことが考えられる。現に、安田は、$3\sqrt{2}$が提示されたとき、$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$に関わるやりとりを思い出し、$3\sqrt{2}$の意味づけを変化させ、さらに、$2+\sqrt{16}$が提示されたとき、$3+\sqrt{2}$の意味づけを変化させていた。

逆に、大倉・原田のデータでは、根拠に関わるような事例は提示されず、$3+\sqrt{2}$や$2+\sqrt{5}$について『数ではない』とする意味づけが変化した様子は見られなかった。また、そこでは大倉が$3+\sqrt{2}$に対し、『項（数）が２つあるものは式で数ではない』、『数とはそれひとつでダイレクトに数値が表せるもの』といった数である根拠をもとに判断し会話を進めていたことに、対話者の立場であるインタビュアーと原田が気づかずにいた様相があった。そして、大倉の認識に気がつかずにいたことで、大倉の数ではないとする根拠に矛盾が生まれるような事例を提示することはなかった。

以上のように意味づけの変化がうまくいかなかったデータから考えても、先に述べたようなコミュニケーションの様相が意味づけの変化に影響を与えていることが考えられる。そこで、これらのデータから、子どもどうしのコミュニケーションによる理解の変容について、次のような知見を得ることができる。

> コミュニケーションに参加している子どもの対象に対する意味づけは、その対象に関わる様々な事例の意味づけの変化が影響し、その中で意味づけを行うときの根拠としていることが徐々に吟味され、最終的に意味づけが変化していく過程がある。そして、そのような過程では次のようなコミュニケーションの様相がある。
> ・対話者は、相手の発話した内容を受けて、相手の既有知識と関わりのある事例や反論を提示する
> ・その事例や反論を受ける側は、その事例や反論を自分の根拠としていることと見比べ解釈した上で、その事例や反論に即した反応をしていく

９．コミュニケーションにおいて理解の変容を促すための手だて

分析・考察の結果から得られた知見をもとにして、理解の変容を促す手だてとして次のような２つの示唆を得ることができる。

１つめとして、安田・岡本のデータではインタビュアーによって$2\sqrt{3}$が提示され、そのことで場面１の$\sqrt{2}$や$-\sqrt{3}$についてのやりとりのことまで取り上げながら安田と岡本の会話が進んでいる。$2\sqrt{3}$が提示される前には、それぞれが$3+\sqrt{2}$について検討を行っていたが、ある程度意見を交換して会話が停滞している状態であった。つまり、子どもどうしのコミュニケーションにおいてある程度検討が行われているにも関わらず、会話が進まないとき、その会話の対象となっていることに関わっていて、それぞれの根拠をもとに考えられる事例が提示されることで、会話が進み、新たな根拠の絞り込みが見られるのではないかと考えることができる。

２つめの視点として、今回の安田・岡本のデータのように徐々に根拠が絞り込まれ意味づけが変化した過程では、コミュニケーショ

ンに参加している子どもが自分の主張に対して根拠をもち､その根拠に従って発話したり、相手の発話した内容に即した反応をするといった様子が見られた。つまり、コミュニケーションにおいて理解を変容させるためには、長期的な展望に立ち、このようなコミュニケーションが行えるようにしていかなければならない。熊谷(1998)は、小学校５年生の算数の授業における正当化に関する研究で、正当化の対象を明確化するため、文脈の構成と正当化の試みの繰り返しは、社会数学的規範を構成するために貢献しているという。逆に、社会数学的規範と社会的規範は、この相互行為のパターンを構成することに貢献しているとも述べている。同様に考えると、本稿で見いだされた相手の発話した内容を理解し、相手の既有知識と関わりのある発話をしたり、その発話に対し自分の根拠としていることと見比べ解釈した上で、相手の発話に即した反応をしていくといった相互行為のパターンを作り上げていくためには、普段の授業の全体のコミュニケーションなどを通して、自分の根拠を明らかにして発話したり、相手の発話した内容に即した反応をしたりする力を養っていく必要があると考える。つまり､「自分の根拠を明らかにする」､「相手の発話した内容に即した反応をする」といった発話ができるよう繰り返し指導していくことが重要であると考えられる。

10．今後の課題

今回のデータはインタビュー形式による子どもどうしのコミュニケーションの過程を見てきた。そのため、実際の授業場面での子どもどうしのコミュニケーションの様子についても、今後明らかにしていく必要がある。また、それと同時に今回の研究より得ることのできた手だてを実践し、そのときのコミュニケーションの様相についても分析を行い手だての有効性について検討する必要がある。

参考・引用文献

藤井斉亮．(1992)．児童・生徒の文字の理解とミスコンセプションに関するインタビュー調査. 数学教育学論究, *58*, 3-27.

小林智．(1996)．分数概念における認知的葛藤に関する研究．上越数学教育研究，11, 61-70.

熊谷光一．(1998)．小学校５年生の算数の授業における正当化に関する研究：社会相互作用論の立場から． 数学教育学論究, *70*, 3-38.

三宅なほみ．(1985)．理解におけるインターラクションとは何か. 佐伯胖（編), 理解とはなにか(pp. 69-98)．東京大学出版会.

守屋慶子(2000). 知識から理解へ: 新しい「学び」と授業のために. 新曜社.

布川和彦．(2003)．算数の授業における個々の子どもの学びの成り立ち．上越数学教育研究, *18*, 11-22.

清水美憲．(1990)．数学的問題解決の過程における対話の意義（Ⅱ）．数学教育論文発表会論文集, *23*, 49-54.

清水美憲．(1993)．協同による問題解決の過程における対話の構造について：２名の小学生による対話場面の分析．三輪辰郎先生退官記念論文集編集委員会（編), 数学教育学の進歩（pp. 264-282)．東洋館.

山本晋平．(2004)．子どもどうしのコミュニケーションにおける理解の変容に関わる諸要因について．上越数学教育研究，*19*, 149-158.