上越数学教育研究，第 21 号，上越教育大学数学教室，2006 年，pp.191-200.

数学的な理解の深まりの顕在化を目指した子ども同士のコミュニケーション活動の場面設定について

早川　英勝
上越教育大学大学院修士課程 1 年

1. はじめに

普段の授業の中で，子ども同士の学び合いを大切にしながら，それを軸にして授業を組み立てて実践してきた。課題追究の時間の多くを子ども同士の自由交流に費やして，教え合いや意見交流ができる時間を確保してきた。いつも決まったグループ内での交流や，隣の席のペア同士の交流とは違い，子ども同士が交流したい相手と席を立って自由に学び合う様子には活気があり，生徒にも学習の充実感があるものと感じていた。学期末の授業アンケートでも「仲間と交流できて楽しい」という意見は多く，数学が嫌いだと答える生徒は少なかった。

ここであげた子ども同士の自由交流での学び合いの目的は，相手に自分の考えを伝えながら自分の考えを再確認したり，相手の考えを聞きながら自分の考えと比べたりするコミュニケーション活動が展開され，子どもの数学的な理解が深まっていくような学習づくりであった。

しかしこの目的が実現されているのか疑問にを感じるようになった。授業後の子どもの感想には，仲間との交流による発見や，自分が説明していく過程でさらに良く分かるようになったという感想など，授業者にとって手応えを感じるものも少なくなかったが，一方で仲間との交流に積極的で授業プリントの記述もしっかり書けている生徒がテストでは点数がとれなかったり，教師からの質問に答えられないという状況があった。交流の様子を観察してみると，できた生徒に安易に答えを聞いたり，解決方法を教えてもらったりする姿や，解決方法の中身ではなく，記述の仕方と他者への説明の仕方を習って同じ説明を広めていくというような姿も見られた。数学的な理解が深まっていくようなコミュニケーションにはなっていなかったのである。

では，数学的な理解が深まっていくコミュニケーション活動とはどう在るべきなのだろう。教師は何をどう指導すればいいのだろう。それを探るためには，まず子どもたちのコミュニケーションする場を整える必要があるのではないだろうか。そこから教師が何をどう指導すればいいかが見えてくるのだと考える。

本稿では，数学的な理解の深まりのあるコミュニケーションを起こすために，どのような工夫ができるかについて，題材の側面と子どもの側面から考えていきたい。

2. 数学的なコミュニケーションについて

まず先行研究を参考にして，数学的なコミュニケーションについて捉え直してみる。

久保(1998)は，生徒が数学を使って自分の考えを表現し，数学の知識を深めたり，生徒の数学的な考え方や数学への興味・関心を高めることに重点をおけば，生徒と教師，さらには生徒と生徒のコミュニケーション活動は中学校における数学指導の改善を考える上で

極めて重要な視点であると考えられる（p. 2）とし，数学的コミュニケーション活動を「生徒同士で考えを深め，生徒にとって新しい数学がつくられていく活動である」と捉え，数学的コミュニケーション活動が活発になると思われる指導法について明らかにしようと試みた。そして“発散的場面と収束的場面の繰り返し”が数学的コミュニケーション活動を活発にし，その際の教師の役割として，“発散と収束”を関連づけるための発問が重要な意味を持つことが分かった（p. 2）としている。

金本（1998）は，数学的コミュニケーションについて，「数理的な事象に関わるコミュニケーションであり，算数・数学の学習内容に関わるコミュニケーションである」とした上で，この「数学的」という部分について次のように述べている：

> コミュニケーションの仕方が数学的であるかどうかというようなことで規定しているのではなく，そのような規定の仕方は，例えばコミュニケーションの仕方が論理的であるかというような点にどうしても着目してしまうことになり，結果的に数学的であることの豊かさを無くしてしまうことになると考えている。それゆえ，コミュニケーションにおけるコンテクストの一部に数学のコンテクストを含んでいることでもって『数学的』ということを想定せざるをえない（p. 36）。

また金本（2001）は，「コミュニケーションとは，自己と他者との間でシンボルを用いて行われるものであり，それぞれの考えや問いの共有，また新しい考えや問いの創発を目指すものである」（p. 4）と述べている。

久保の研究からは，子ども同士のコミュニケーションの重要性と，コミュニケーションを活発にするための教師の役割に関して，金本の研究からは数学的なコミュニケーションの捉え方に関しての示唆を得ることができた。これらのことから，本稿では数学的コミュニケーションを，「コミュニケーションの中に数学のコンテクストを含んでおり，子ども同士で考えや問いの共有が行われ，新しい考えや問いの創発を目指すものである」と捉えることにする。

3．数学的な理解の深まりについて

次に数学的な理解が深まったと言えるような理解の変化はどのようにして起きるのか考えてみる。

井出・志水（2002）は，「あれ？」「えっ？」という瞬間をずれの発生，「あっ，そうか」いう瞬間を「ずれ」の修正と呼び，教師と子ども，子どもと教材，子ども同士の３つの「ずれ」について，その発生の場面と修正の場面が，子どもの理解に影響していることを述べている。

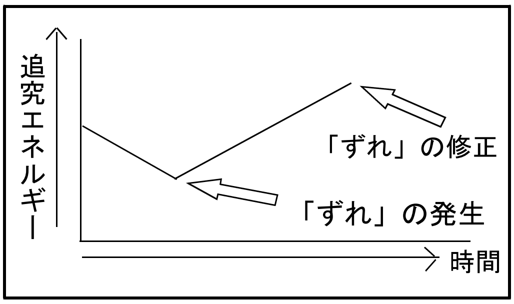

図1　「ずれ」の発生と修正

そして「ずれ」の発生と修正によって図１のように子どもの追究エネルギーに変動が起こるとしている。また，「ずれ」によって多面的な見方が促進され，子どもの理解が深まるという側面もある（p. 630）としている。

山口（1993）は，数学的概念の形成過程について，「不整合」の側面からアプローチし，その特徴を不整合の視座から解明しようとした。山口はこの研究の中で，「子ども同士の意見の対立・相互作用を経て概念形成を図るという視点，つまり「子ども」対「子ども」という視点に立った不整合の捉え方を抜きにはできない」（p. 201）としている。

そして概念形成の過程について，不整合を示すような事例が提示されると，子どもの内面あるいは子ども同士の考えの間に不整合が起こり，子どもたちはそれを解消しようと努めることになる。そして子どもたちの意見の対立，練り上げなどの相互作用を通して，数学の理論（定義）獲得・修正が行われる（p. 203）と述べている。

井出・志水（2002）は，「ずれ」という数学を考えていく上での一種の抵抗が追究意欲や，理解の深まりに影響していることを示している。山口（1993）からは，「不整合」が鍵となり，子ども同士のコミュニケーションが概念形成を促すことに関する示唆を得ることができる。概念形成がされるということは，数学に関して理解の深まりがあることと捉えることができよう。

以上を受けて本稿では，学習活動における数学的な理解の深まりに関わり，数学の学習内容について，それまでの理解や考えに不整合が起きたときに，それを解消して新たな理解へと変容する過程に焦点を当てて考えていくことにする。

4．数学的な理解の深まりを捉えていく題材の側面について

数学的な理解の深まりについて題材と子どもの両側面からアプローチしている研究の一つに藤井（1992）がある。藤井（1992）は，題材の側面から，文字の理解についてのミスコンセプションに焦点を当てている。文字を用いての学習は，「同じ文字は同じ数を表す」という規約にもとづいて行われている。しかし，生徒の中にはこれを正しく理解できていない場合があり，事前調査で捉えたミスコンセプションの２つのタイプをとりあげている。

> Aタイプ：「違う文字は違う数を表す」
> （ｘ＋ｙ＝１６の解としてｘ＝ｙ＝８を認めるのが困難）
>
> B タイプ：「同じ文字は，必ずしも同じ数を表すとは限らない」
> （ｘ＋ｘ＋ｘ＝１２のそれぞれのｘに当てはまる数として｛２，５，５｝を認めてしまう）

という２つのタイプである。そして，それぞれのミスコンセプションの強さについて明らかにするために，子どもの側面から A タイプと B タイプの一人ずつのペアをつくり，そのペアに対するインタビュー調査を実施している。その結果，B タイプから A タイプへの変容は比較的容易であるのに対し，A タイプから正しい理解への変容が困難であることが明らかとなった。言い換えれば，A タイプと B タイプの子ども同士のコミュニケーションの結果，両者が A タイプを示しミスコンセプションが完全に解消されない傾向があるということである。では，そこから理解を深め，正しい理解に変容させる為にはどうすればいいのだろう。

鈴木ら（1998）は，文字式を利用する場面はいろいろあるが，中学校においては，文字を理解しているかどうかは文字の論証の場面で初めて分かるのであり，逆に文字を理解させるためには文字の論証の場面が重要な指導場面になると考えられる（p. 9）と述べている。

藤井（1992）は，ミスコンセプションの強さという視点で，「違う文字でも同じ数を表すことがある」という理解がなかなか出来ない子どもの実態を，異なる理解を示す子ども同士を話し合わせ，反例を示し，評価問題で理解の深化を確かめることで明らかにしたが，それを解消していくプロセスについては明らかにしていない。しかし鈴木ら（1998）から，文字式の論証の場面での解消を試みれば，文字の理解が変容し深まっていくプロセスが明らかになってくるのではないか。そういったプロセスの中に，理解を深めていくコミュニケーションのヒントがあると考える。

以上を受けて，文字の理解に関するミスコ

ンセプションを，文字式の論証の場で解消していく過程を題材としてコミュニケーション活動を考えていく。

5．数学的な理解の深まりを捉えていく子どもの側面について

先行研究から，題材の側面として文字の理解が深まっていくプロセスが文字式の論証の場面で捉えられる可能性を得ることができた。ではどのようにしてそのプロセスを顕在化させていくか，子どもの側面から考えていきたい。

藤井(1992)は，異なる考えを持つと思われる子ども2名を選び，理解の顕在化と，理解の深化の両面を備えたインタビュー調査を行った。それは，2人が互いの考えの異同・矛盾を検討する場が，理解の顕在化する場であり，理解が深化し，ミスコンセプションが解消・変容していく場と捉えたからである。しかし先にも述べたように，本稿では A タイプの子どもが理解を深めていくプロセスを顕在化させることから示唆を得たい。よって A タイプのミスコンセプションを持つ子ども同士をペアにしてインタビュー調査を行うが,2人が互いの不整合を解消させながら理解が深まっていくという立場で，文字に関するミスコンセプション以外に，文字式の論証の場面で不整合が生じるような子どもの組み合わせを選んで，インタビュー調査でコミュニケーション活動をさせることにする。

そのためには子どもの実態を把握するための事前調査として，子どものミスコンセプションを把握する問題と，文字式の論証の場での理解や論証能力を把握するための問題を工夫する必要があると考える。

5.1. 文字のミスコンセプションについての事前調査問題

藤井(1992)は，文字に関するミスコンセプションについて次のような事前調査を行い，子どもをA，Bの２つのタイプに分類した。

事前調査問題１

ｘ＋ｘ＋ｘ＝１２

この式のｘにあてはまる数を求めなさい。あき子さんは次のように答えました。よいものには○，まちがっているものには×を書きなさい。またそのわけも書きなさい。

（　）　２，５，５　わけ〔　　　　〕
（　）１０，１，１　わけ〔　　　　〕
（　）　４，４，４　わけ〔　　　　〕

事前調査問題２

ｘ＋ｙ＝１６

この式のｘとｙにあてはまる数を求めなさい。よし子さんは，次のように答えました。よいものには○，まちがっているものには×を書きなさい。またそのわけも書きなさい。

（　）　６，１０　わけ〔　　　　〕
（　）　９，　７　わけ〔　　　　〕
（　）　８，　８　わけ〔　　　　〕

結果から次のようにAタイプ，Bタイプを判断した。

A タイプ :「同じ文字には同じ数，異なる文字には異なる数が当てはまると考える」
　＊問題（１）正答
　＊問題（２）誤答

B タイプ :「文字の異同を考慮せず文字には任意の数が当てはまると考える」
　＊問題（１）誤答
　＊問題（２）正答

本稿でもこの問題と同じ問題を事前に行い，子どものミスコンセプションを２つのタイプに分類する。

5.2. 文字式の論証場面に関する事前調査問題

小関ら(1988)でとりあげられている命題「奇数と奇数の和は偶数である」を調査問題に取り入れる。小関らは，文字に対する中学生の認知様式とそこに見られる文字概念の形

成過程を発達的に分析する際にこの命題を用いている。

本稿では次のように事前調査問題３として位置づけ，後にインタビュー問題でも扱う。

事前調査問題３

（１）　奇数＋奇数＝偶数であることを説明するとき, どんな説明がよいと思いますか。

Ａ）具体的な数字で，いくつも計算したもので説明する。

Ｂ）文字を使って説明する。

Ｃ）ＡとＢを組み合わせて説明する。

わけ〔　　　　　　　　　　　　　　　　　〕

（２）（１）で選んだ方法で，奇数＋奇数＝偶数となることを説明してください。

この問題によって，文字式を使った論証場面での考え方や表記の違いが把握でき，不整合を生じさせるための要因が顕在化すると考えられる。

5.3. 事前調査の実施とその結果

事前調査問題の実施時期

平成１７年１２月上旬

調査問題問題

5.1.，5.2.で示した問題１から問題３

調査対象

岐阜県公立中学校３年生２クラス合計７７名

事前調査問題は３年生Ａ組３９名，Ｂ組３８名を対象として行った。問題１，２で判断できたミスコンセプションのタイプ分けの結果は表１のようになった。

表1　タイプ分けの結果

	A 組	B 組	合計	割合
Aﾀｲﾌﾟ	25	30	55	71%
Bﾀｲﾌﾟ	13	2	15	20%
不明	1	2	3	4%
正答	0	4	4	5%
合計	39	38	77	100 %

正答がわずか５％しかなく，Ａタイプの割合が７割を占めている。また，表２に示すように A タイプ３４人，B タイプ５人の合計３９人が何らかの形で文字を用いて 2 奇数を表現し，命題を証明しようとした。これは全体の約５１％に当たる。

文字を用いて命題を証明しようとした生徒はＢタイプの１５人からは５人と約３３％，Ａタイプの５５人からは３４人で約６２％と，B タイプの生徒より，A タイプの生徒の方が文字を活用していこうという意識が高い傾向があることが伺える。

表2　文字の記述の特徴

2 奇数の表し方	特　徴	A タイプ	B タイプ
2n+1,2m+1	違う文字	2	1
2n+1,2n+3	連続奇数	**5**	0
2n+1,2n-1	連続奇数	**11**	1
2n+1,2n+1	2 つの同奇数	**3**	1
n+1,n+1	n を偶数	5	2
n , n	n を奇数	4	0
その他	x，　x + 1　etc	4	0
合　計		34	5

事前調査問題から，Ａタイプの生徒が圧倒的に多く，B タイプの生徒よりも命題の証明に文字を使おうという意識が強いということが明らかになった。このことから，A タイプの子ども同士を文字の論証の場面でコミュニケーションさせることが，この集団の中では妥当な設定だと判断できる。

5.4.　インタビュー調査対象の子どもの選出

事前調査問題３の文字式の論証に関する結果から，記述の特徴として奇数の表現はできるが，１つの文字しか使っていないために，全ての奇数をの場合まで表せていない生徒が A タイプで 19 人〔表 2 太文字 5,11,3〕と最も多いことが分かる。この中から理解や考え方の異なる部分のある 2 人の子どもを選出し，コミュニケーションの中で不整合を発生し解消しながら文字の理解を深めていくプロセスを捉えるために，ペアにあったインタビ

ュー問題を考えていく。

5.4.1. 吉井と河野のペアについて

事前調査問題の結果から，インタビュー調査を行うペアを抽出した。本稿ではその中から図 2.1，図 2.2 のような特徴を持つ，吉井と河野のペアに焦点を当てる。

二人の特徴を比べると，どちらも A タイプのミスコンセプションを持っているという共通点以外に，２つの共通点に注目する。１つめは問題の把握がしっかりできていないという点である。２奇数の表記から，全ての奇数の場合が考えられていないことが伺える。２つめは２人とも偶数を表す文字表記が捉えられていないために，式変形して２×（文字式）の形にできておらず，偶数と判断するのに，偶数＋偶数＝偶数という考え方をしているという共通点がある。

相異点としても次の２つに注目する。１つめは，吉井が２奇数を（２ｎ＋１，２ｎ＋１）としているのに対して河野は（２ｎ＋１，２ｎ＋３）としている点，２つめは，ｎの値の範囲を吉井は自然数としているが，河野は整数としている点である。２人のコミュニケーション活動では，互いに共通した間違いをしている点と，互いが異なる間違いをしている点が不整合となって顕在化されると予想できる。

5.4.2. 吉井と河野のインタビュー問題について

インタビュー調査では，命題『奇数と奇数の和は偶数である』について，二人がコミュニケーションしながら正しい証明の記述を完成させていくという課題を与える。しかしこの課題を解決していくためには，5.4.1.で述べた共通の間違いや相異なる間違いが，不整合として顕在化し，解消されていくコミュニケーション活動の場面設置が必要になってくる。そういった文字式の論証の場面が２人に

吉　　井

問題１，２
Ａタイプ：違う文字には違う数
問題３（１）
選んだ方法：文字の説明と具体例
問題３（２）

奇数を　２ｎ＋１　と表す
（２ｎ＋１）＋（２ｎ＋１）
＝２ｎ＋１＋２ｎ＋１
＝４ｎ＋２

ｎは自然数で４は２の倍数、
２も２の倍数になる。
よって奇数＋奇数＝偶数　といえる。

具体例として　　３＋３＝６
１９＋１９＝３８
両方とも言える。

記述特徴：同じ文字で記述の演算は正確
２奇数の文字表現：２ｎ＋１，２ｎ＋１
数の領域の記述：ｎは自然数
演算の終わり：２×（　式　）の形になってない
偶数判断の源：＜偶＋２→偶＋偶＝偶＞

図2.1. 吉井の実態

河　　野

問題１，２
Ａタイプ：違う文字には違う数
問題３（１）
選んだ方法：文字の説明
問題３（２）

（２ｎ＋１）＋（２ｎ＋３）
＝４ｎ＋２

ｎは整数でｎ×２は偶数である。
それに奇数をたすと奇数になる。
それらをたすと４ｎ＋２となる。
ｎ×偶数は偶数で、それに２をたしても偶数になる。
よって奇数＋奇数＝偶数といえる。

奇数　　奇数　　偶数
（２ｎ＋１）＋（２ｎ＋３）＝４ｎ＋２

記述特徴：同じ文字で記述の演算が不正確
２奇数の文字表現：２ｎ＋１，２ｎ＋３
数の領域の記述：ｎは整数
演算の終わり：２×（　式　）の形になってない
偶数判断の源：＜偶＋２→偶＋偶＝偶＞

図2.2. 河野の実態

とって共有できるように，インタビュー調査の導入を工夫する必要がある。その工夫として，第三者の登場人物（郷田）を設定して郷田の間違った証明を２人で検討する場面から始める。郷田の証明の記述は，図 3 のように，吉井と河野の 2 奇数の表現より 1 段階低い水準にあたる（ｎ＋１，ｎ＋ 1）からはじまっており，これを２人で検討していく過程で，互いの不整合が浮き彫りになることを期待しての工夫である。また，コミュニケーションしながら必要な記述ができるようにインタビュー問題用紙には充分な空きスペースをとった。教師は，インタビュアーとして必要な時に介入をすることとした。

郷田君は、奇数と奇数の和が偶数であることを説明する問題で、文字を用いて次のように説明しました。

２つの奇数を、
ｎ＋１　，　ｎ＋１　とすると、
奇数＋奇数は、
（ｎ＋１）＋（ｎ＋１）
＝　ｎ＋１＋ｎ＋１
＝　ｎ＋ｎ＋１＋１
＝　２ｎ＋２
となるから、
奇数＋奇数＝偶数　となる。

これについてあなたはどう思いますか。

図3　インタビュー問題

６．インタビュー調査の実施

インタビュー調査を始める前に二人には，分からないことがでてきたらそのまま進まずに二人で解決し合って，お互いが納得いく結論を出していくということを指示した。

二人の正しい証明の記述は，大きく６つの段階を経てできあがっていった。

ⅰ）郷田の証明の記述に具体的な値を代入して不適であることを判断する。
ⅱ）2 奇数を（２ｎ+１，２ｎ+１）として証明を記述していくことを確認する。
ⅲ）2 奇数を（２ｎ+１，２ｎ+１）として証明の記述を完成させる。
ⅳ）ⅲ）の証明の記述について，ｎに整数を代入して正しくないと判断する。
ⅴ）2 奇数の表現を（２ｎ+１,２ｍ+１）と判断する。
ⅵ）2 奇数の表現を（２ｎ+１,２ｍ+１）とし，証明の記述を完成させる。

5.4.1.であげた不整合が発生すると予想した両者の間違いは，次の場面で顕在化した。

＜共通の間違い＞

・全ての奇数の場合が考えられていないこと→ⅴ）**場面**

・偶数を表す文字表記が捉えられていないから，式変形して２×（文字式）の形にできないこと→ⅴ）**場面**

＜相異なる間違い＞

・吉井が２奇数を（２ｎ＋１，２ｎ＋１）としているのに対して河野は（２ｎ＋１，２ｎ＋３）としている点→ⅳ）場面

・ｎの値の範囲を吉井は自然数としているが，河野は整数としている点→ⅱ）場面

また，文字のミスコンセプションが解消されたのもⅴ）**場面**だった。

6.1.　コミュニケーション活動のプロトコル

吉井と河野のコミュニケーション活動から，２つの場面のプロトコルを示す。

6.1.1.　ⅱ）場面のｎの値の範囲が整数であると捉えていく過程

２人は一旦吉井の考えに合わせて，ｎを自然数として考えていくことにする。しかし河野が２奇数の和の演算結果の４ｎ+２を偶数としてどう判断するかについて話題にあげた後，次のようなコミュニケーション活動があった。

1049 河野：うん最終的な説明をすると，・・これで１つの奇数，でこれも同じやない。やっぱりこれ（４ｎ）も同様に偶数×整数

は偶数になるんじゃない？
1050 吉井：うん？
1051 河野：偶数×整数は偶数になる。
1052 吉井：偶数×？
1053 河野：整数
1054 吉井：ど，どういうこと？
1055 河野：うーんまぁ，偶数×自然数が，偶数になる。
1056 吉井：ああ，そういうことかぁ。
1064 Ｉ：2 人別の言葉（自然数と整数）使ってるから，そこをはっきりさせようか。
1065 吉井：うーんと，この場合はどっちだろう。
1066 河野：確かに自然数だと・・・
1067 吉井：マイナス
1068 河野：ｎはもしかしたら－８っていいうふうかもしれんし
1069 吉井：奇数自体は別にマイナスのことも指すし,偶数もマイナスのことも指すし，自然数はどっちやったっけ
1077 Ｉ：じゃあ，確認するわ。自然数ってのは，１，２，３，４，５って自然に数える数で，整数ってのはマイナスの数も含める。それで０も含めるのが整数と。この場合どちやと思う？
1078 河野：この場合は整数，ｎイコール，マイナスいくつで代入しろっていう式がでた場合はやっぱりｎはもしかしたらマイナスかもしれんしプラスかもしれんし，
1079 吉井：ああそうかぁ,・・・ああそうやなぁ。
1080 河野：そうしたらｎイコール整数
1081 吉井：整数かぁ。

6.1.2. ｖ）場面の文字のミスコンセプションの解消にいたる過程

次にｖ）場面から,（２ｎ＋１，２m+1）の和が式変形によって２（ｎ+m+１）となることから,偶数といえることを確認した後,（２ｎ＋１，２m+1）の 2 奇数表記では，同じ奇数同士の場合が考えられなくなってしまうのではないかという疑問が吉井の反例によって解決され，文字のミスコンセプションの解消にいたるまでのプロトコルを示す。

1275 Ｉ：そんじゃあさぁ，吉井君が気になっとることって何？
1276 吉井：今気になってるのはぁ，さっき，うんと，必ずｎとｍってのは違う数ってことが言えるのでぇ，そう考えると，もしこれが３+３っていう形にしたいときにぃ，その場合は，ｎとｍが同じにならないといけないのでぇ，同じ奇数+奇数にしたいときは，これは成り立たないのかなぁと思いました。
1277 Ｉ：じゃあそうなるとぉ，
1278 河野：うーあーそうなるなぁ。
1279 吉井：でもマイナスまでありだから，
1280 Ｉ：マイナスだったらいけそう？
1281 吉井：例えば・・・
1282 Ｉ：河野君，吉井君の意見納得した？
1283 河野：はい，確かに３+３の奇数でいきたいとなると，ｎとｍはまったくの別物なんで変わってくる。かなぁ，いえー。
1284 Ｉ：でもちょっと待って，ｎとｍは両方とも整数っていうふうにしたんでしょ？
1285 河野：はい。
1286 Ｉ：全くの別物？
1287 吉井：ん？同じでもいいってこと？
1288 河野：ていうか，整数でｎとｍは違う文字やもんで，違う数字になるけどぉ，絶対値が同じになるってことはあるかもしれん。
1289 吉井：あぁ，そうか，えっでもどっちにしろ・・・
1290 河野：+３と+３の組み合わせができない。
1291 吉井：うーん，どうなんだろう。
1292 Ｉ：じゃあちょっと今整理するとさぁ，
1293 Ｉ：えーっとぉ，計算してやってみて，違う奇数同士をたして，偶数になるってい

うことは，今言ったみたいに２（ｎ+ｍ+１）の式で分かるんだけれどぉ，同じ奇数どうし，５＋５とか，最初に吉井君が書いたみたいに２ｎ＋１，２ｎ＋１で表されとったものが表せなくなっちゃった。そういうことで今こまっているんだよね。

1294 吉井と河野：はぁ・・

1295 Ｉ：そこから先に進めそう？

1296 吉井と河野：(しばらく考えている)

1297 Ｉ：じゃあさぁ，本当に文字が違うと数字がちがう，同じでもいいのかってさっき吉井君が言ったけど，で，マイナスも考えれるしなぁって，ｎとｍは本当に同じじゃダメかなぁ。

1298 吉井：ああ，別にいいじゃん。あははっ。よく考えたら別にいいじゃん。だって，まぁ１次関数で言うとさぁ，ｙ＝ｘってあるじゃん。

1299 河野：うん

1300 吉井：実際。だから別にｎ＝ｍでもありじゃん。

1301 河野：あっそうかぁ。あっそっかぁ。そのとおりやねぇ。

6.2.　プロトコルの分析

まず，6.1.2.のプロトコルに注目する。吉井は，〔1297 Ｉ〕の，「さっき吉井君が言ったけど，で，マイナスも考えれるしなぁって，ｎとｍは本当に同じじゃダメかなぁ。」の直後に，ミスコンセプション「違う文字は違う数を表す」の反例にあたる一次関数の（ｙ＝ｘ）をひらめいたかのように提案して，一気にミスコンセプションの解消に至った。では，この一次関数（ｙ＝ｘ）の反例につながったと考えられるコミュニケーション活動へ目を向けてみる。

吉井は〔1276 吉井〕でｎとｍは違う数だから同じ奇数を（２ｎ+１，２ｍ+１）で表せないという立場だが，〔1279 吉井〕で，マイナスまで考えればｎとｍが同じということが言えないかという思考を示している。この文字に当てはまる値に負の数を含んで考えるという思考と，これまでのコミュニケーション過程で奇数を表す文字式にいろいろな数を代入して確かめてきた背景から，ｎ，ｍを変数的にみる経験もしてきている。これらのことから吉井の思考過程において，整数を表す２つの文字がその範囲で変化していくという意味で，比例や一次関数が想起されたと推測できるのではないだろうか。そうだとすれば，吉井がミスコンセプションを解消するに至った一次関数の反例の源は，ｎ，ｍを整数と認識したことだと考えられる。

その場面が 6.1.1.のプロトコルで示した場面である。ここでは，ｎの値の範囲は自然数だと考えていた吉井に対して，河野は整数としてコミュニケーションしている場面がある。〔1049 河野〕や〔1051 河野〕に対して，〔1054 吉井：ど，どういうこと？〕と，問い返している。河野は一旦吉井に合わせて自然数として話をするが，〔1068 河野〕〔1078 河野〕に示されているように，河野の考え方が中心となってコミュニケーション活動が進み，〔1079 吉井：ああそうかぁ，・・・そうやなぁ。〕という，吉井が河野とのコミュニケーションによってｎは整数であり，負の数の値もとりうるという考えを受け入れるに至っている。

6.1.2.の場面では吉井の一次関数の反例が出され，〔1300 吉井〕のｎ＝ｍも認められるという意見に〔1301 河野：あっそうかぁ。あっそうかぁ。そのとおりやねぇ。〕というように河野が納得する場面がみられ，吉井の考えが中心となってミスコンセプションの解消に至ったが，その直接的な引き金になった一次関数の反例は，河野とのコミュニケーション活動の中で「ｎは自然数を表す」から「ｎは整数を表す」への理解の変化があったからだと考えられるのではないだろうか。

２つの場面のプロトコルから，文字に関するミスコンセプションの解消に直接つながっ

た吉井の一次関数の反例は，その場面だけをみてみると，一見インタビュアーの介入から出てきたものとも捉えられそうであるが，反例につながった理解の変化をたどっていくことによって，かなり前の子ども同士のコミュニケーションから生じた吉井の理解の変化が影響しているという側面が伺えた。

7．まとめと課題

本稿では，先行研究を検討し，数学的なコミュニケーションと理解の深まりについての捉え方を明らかにした上で，数学的な理解の深まりのあるコミュニケーション活動には，不整合を解消させるプロセスが重要であるという示唆を得た。それを受け，題材と子どもの両側面からアプローチし，子どもが文字のミスコンセプションを解消していく場面における, 文字に対する理解を深めるプロセスを，文字式の論証の場面で顕在化させるコミュニケーション活動の設定を試みた。

そこで得られた発話記録から，同じタイプのミスコンセプションを持った子ども同士でも，そのミスコンセプション以外の部分で子どもと題材の側面で不整合を発生させることによって，その解消の過程が理解の深まりやミスコンセプションに間接的にでも，影響するという可能性をかいま見ることができた。しかしながら今回の事例にあるように，理解の深まりに影響するコミュニケーションは，理解が深まった場面からかなりさかのぼった以前に存在したり，間接的だったりする場合がある。したがって，そのことを踏まえた上で注意深く捉えていく必要がある。

今後の課題は，発話や記述として現れる子ども同士のコミュニケーション活動と，そこに現れてこないが理解の深まりに影響していると考えられる子どもの思考過程との関わりについて捉えていく枠組みをつくることである。

【註および引用・参考文献】

１）〔1298 吉井：‥‥〕は，本稿のインタビュー調査の 298 番目の吉井の発話内容を表す。（Ｉはインタビュアー）

井出誠一・志水廣. (2002). 算数科の授業における教師と子どもの「ずれ」に関する一考察. 日本数学教育学会第３５回数学教育論分発表会論文集, 629-630. 鳥取大学.

金本良道(1998). 数学的コミュニケーション能力の育成. 明治図書.

金本良通. (2001). ある算数科の授業における意味とシンボルとコミュニティとの相互的構成. 日本数学教育学会誌論究, *77*, 3-20.

久保良宏. (1998). 中学校の指導における数学的コミュニケーション活動に関する実践的研究. 日本数学教育学会誌, *80*(9), 2-9.

小関熙純ら. (1988). 中学生の文字認知について；基本調査. 第 21 回数学教育論文発表会発表要項, 46-51.

鈴木裕・中西知眞紀・熊倉啓之他. (1998). 文字式による論証（第 6 次報告）；指導上の問題点とそれらを克服するための留意点. 日本数学教育学会誌, *80*(11), 8-15.

藤井斉亮(1992). 「児童・生徒の文字の理解とミスコンセプションに関するインタビュー調査」. 数学教育学論究, *58*, 3-27.

山口武志. (1993). 数学的概念の形成過程における不整合に関する研究；不整合の類型化とそれを視点とした概念形成過程に関する一考察. 第 25 回数学教育論文発表会論文集, 199-204.