上越数学教育研究，第 21 号，上越教育大学数学教室，2006 年，pp.69-80.

小数のわり算における子どもの学習過程に関する研究

－数直線への比例的な見方の操作に基づく授業を通して－

白石　信子
上越教育大学大学院修士課程 2 年

１．はじめに

小数のわり算は、小学校算数の学習の中でも難しさが指摘されている単元である。平成 15 年度の教育課程実施状況調査では、小数のかけ算と比べて計算、文章問題解決共に定着の低さが示されている。筆者も教職経験から小数のわり算の学習の困難さは感じていた。特に、筆算における誤りが多岐に亘っており、その定着を図るために技術習得に目が向きがちの指導を行ってきた。しかし、その指導では子どもたちの誤りが解消されることはなく、かえって子どもたちの学習を混乱させていった。

高橋(2002)は、「小数の除法の学習内容は、問題場面の中に含まれている数学的内容の複雑さや小数の概念自体の複雑さ、計算の複雑さ等が絡み合い、整数の除法の内容から大きな飛躍がある。特に、除法の意味を整数の場面での具体的な操作と結びつけたものから、『割合』の概念を中心とした抽象的な意味づけへと拡張していくことが求められる。」（p．5)として小数のわり算の筆算に見られる誤りには、単なる小数点の打ち忘れや打ち間違えといった単純な言葉一つで片付けられない問題を含んでいることを示している。

計算上の問題点として出発した問題意識であったが、小数のわり算の指導全般に対し、特に、その意味指導に関わり、問題意識を拡げていく必要があることを感じたのが研究の動機である。

そこで、本研究では、先行研究から得られた知見をもとに構成した授業における一人の子どもの学習過程を質的に分析、考察していく。そして、そこから小数のわり算の学習に対して、構成した授業に導入した数直線への比例的な見方の操作の果たす役割を明らかにすることを目的とする。

2. 実験授業の構想

小数のわり算の学習には意味の拡張が必要であり(板垣， 2002；中村， 1996；岡崎， 1996ｂ)、その意味の拡張を子どもたちに導入するためには、その思考を助ける道具として数直線が有効であるとされている(柄薗， 1983；中村，1996；高橋， 2000ａ)。しかし、単に数直線を導入するだけでは有効な道具とならない。数直線が有効な道具となるためには比例の考えを持ち込む必要があり、そこには子ども自身の思考過程が反映される形での操作の導入によって数値間の関係を捉えていく過程が大切である(日野， 2002；山本， 1995)ことも指摘されてきている。

そこで、小数のわり算の学習において、数直線の有効性を引き出し、活用できる道具とするためには、数直線を導入する場面や数直線の形式、操作方法等を指導過程に加味した授業構成を考慮していく必要があると考えられる。

まず、授業構成及び分析、考察における視点の一つである「意味の拡張」について本研究では以下のように定義した。

◎わり算の「意味の拡張」とは、
「1」へのアプローチを、これまでの「累加、累減」の方法から「倍関係」を使った方法に拡張することである。

中村(1996)らと同様に「基準量×割合」に着目し、割合で考えるということを「1」を基準に全体に対し離散的に思考していくことから連続的に捉えていく思考への拡張だと考える。それは、加減法による関係の捉えから乗除法による関係の捉えへの拡張であり、「1」と全体の間を乗除法による「倍」を媒介に関係付けていくことである。「1」と全体の間の関係を「倍」によって直観的に捉えられるようになることが意味の拡張に繋がると考え、定義を行った。

また、意味の拡張に有効とされる数直線に比例の考えによる操作を導入した形式（図 1）を授業に導入した。この形式を本研究では「数直線への比例的な見方の操作」と称していく。

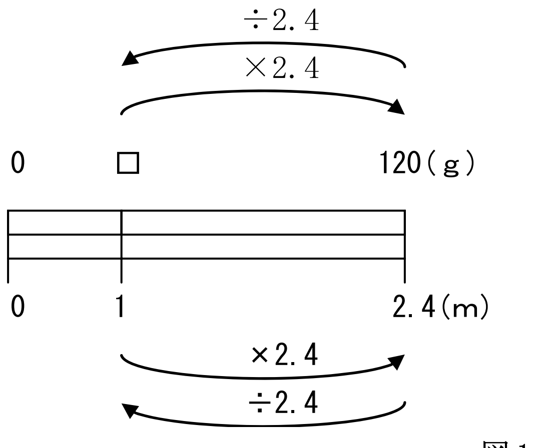

図 1

定義した「意味の拡張」により「数直線」に「比例の考え」を導入した「数直線への比例的な見方の操作」に基づいて、授業に 3 つの柱「整数の問題場面からの出発」「数直線への比例的な見方の操作」「筆算場面への発展」を設定し授業構成を行った。

（授業の 3 つの柱の展開については白石, 2005 を参照）

3 数直線への比例的な見方の操作を導入した授業構成による調査

3.1 調査の概要

本授業は、Ｓ県の公立小学校　5 年 3 組　児童 30 名を対象に行った。平成 16 年 9 月 27 日から 10 月 15 日まで、小数のわり算全単元 14 時間の授業をビデオカメラ及び IC レコーダーにより記録をした。本授業においては、第 4、5 時以外を筆者が指導者となり、ＴＴ担当教諭と担任には補助指導に当たってもらった。第 4、5 時は担任が指導者となり、ＴＴ担当教諭が補助指導に当たった。授業全体を記録するために、ビデオカメラを教室の前後に 1 台ずつ、計 2 台を設置した。抽出児童 2 名の学習過程を記録するために、ビデオカメラ各 1 台、計 2 台を、子どもの動き、学習ノートが映るように設置した。さらに、子どもの発話をより明確に記録するために、IC レコーダーを各 1 台、計 2 台を机上に設置した。

このようにして収集したデータを授業プロトコルとして記述し、「数直線への比例的な見方の操作」が小数のわり算の学習に果たす役割に着目しながら分析、考察を行った。

3.2 抽出児童について

本研究での抽出児童奈々子さん（仮名）は教師の指示には忠実であり、具体物などを使った操作活動を好み、積極的に参加するという学習態度の児童である。しかし、その操作活動とその後の学習とがうまく繋がらず学習が定着していかないという特徴を持っている。

乗除の問題場面をどのように捉えているかを把握するために行った事前調査の除法の問題場面（6mの重さが 48kg の鉄のぼうがあります。1mの重さは何ｇでしょう。）で、6mの重さが 48kg であることは書き表すことができたが、1mの重さをその図の中にどう表現してよいか分からず消してしまった。消される前の途

中まで書かれた図からは、奈々子さんの全体と部分の関係の捉えが不確かであることが判明した。1mが 6mを構成している関係を明らかにできず図を消すことになったのである。さらに、2 問目の小数のかけ算の問題場面では、問題場面を図に表現することができなかった。わり算や小数に対し理解が不十分であることが伺えた。

奈々子さんの学習を追っていくことによって本研究の実験授業の実測や数直線への比例的な見方の操作が、奈々子さんの不十分な理解にどのような役割を果たすかを明らかにしていくことができると考えた。

3.3 実験授業の概要（4 つの場面の様子）

本実験授業は、小学校 5 年「小数のわり算」の全 14 時間の調査である。その中で数直線への比例的な見方の操作に関わって特徴ある学習が見られた 4 つの場面について取り上げ、分析、考察を行うこととする。

3.3.1　整数の問題場面（第 1 時～3 時）

高橋（2000）は次のことを示している。: 児童は、今まで学習してきた乗法を累加の考えでとらえている。そのため、乗数が小数になっても累加の考えを用いていこうとする。児童は累加の考えで答えを求めることができてしまうため、数直線の有用性を認められず終わってしまうことも多い。数直線の指導は、児童の比例の理解の仕方に左右される。児童の素朴な考えをもとに、比例の考えをどのように意識させ、数直線の指導を行っていくかということを考えていく必要がある。（p. 85）

そこで、第 1～3 時は数直線への比例的な見方の操作を小数のわり算場面に有効に導入するための前段階として構成した。

この第 1～3 時では、奈々子さんは数直線に対する幅としての見方から位置としての見方への変容がおき、自分が使用する数直線への比例的な見方の操作を作り出している。

【問題】3mの重さが 129g の発泡スチロールのぼうがあります。1mの重さは何 g でしょう。

奈々子さんは、この問題場面を図 2 のように表現した。

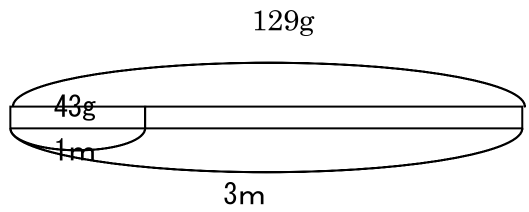

図 2

テープ図の長さや重さの表現から幅としての見方を有していることがわかる。

第 3 時の学習の終盤で、長さと重さを位置としてみる数直線への比例的な見方の操作の形式(図 1)が決定した。しかし、その直後に取り組んだ問題Aを表現した図には、幅としての見方が残留していた(図 3)。また、倍関係の数値は書かれているが、長さや重さの数値が何も書き込まれていなかった。

【問題A】5mの重さが 150g の発泡スチロールのぼうがあります。1mの重さは何 g でしょう。

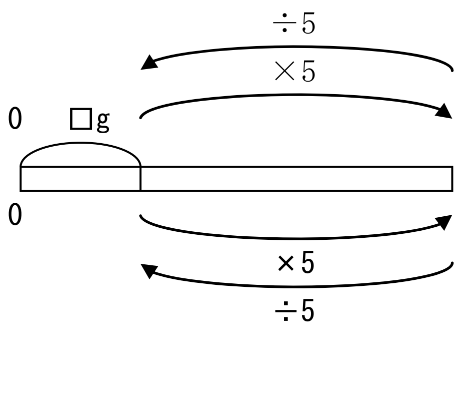

図 3

その後、教師から数直線への比例的な見方の操作の書き方を指導されたり、倍関係の数値の誤りを自分自身の力で修正したりする学習過程を通して，徐々に数直線への比例的な見方の操作を獲得していった。そして、2 量の関係を位置として見る見方が備わった頃、奈々子さん

の書く数直線への比例的な見方の操作は教師の提示した形式とは異なるものに変容していった(図4)。

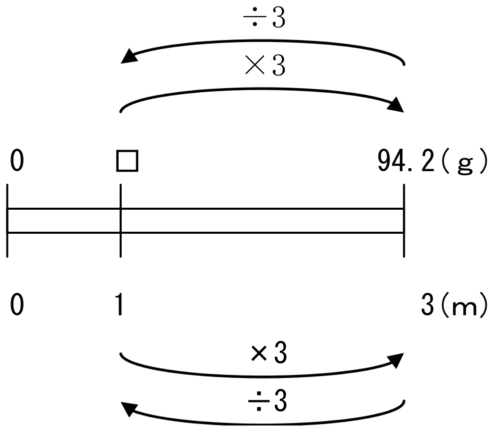

図4

長さの目盛りとして持ち込まれた数直線は省略され、重さのモデルであったテープ図を用いて、そのテープ図の幅を超える縦線を持ち込み長さと重さを直接繋いだ形式に変容した。この形式はこの学習以後、小数のわり算単元終了まで奈々子さんにより使用されていった。

3.3.2 除数が小数になる問題場面（第7時）

第7時では除数が小数になるに伴って、数直線への比例的な見方の操作によって整数倍から小数倍への拡張が行われる場面である。それと同時に小数で割る筆算に意味の伴った操作を導入するために、数直線を発展的に使用することを構成した場面である。

この第7時では、数直線への比例的な見方の操作を整数の問題場面で使用してきた奈々子さんに、倍関係の決定における戸惑いが起きている。また、数直線での比例の関係を筆算と結びつけることができずに学習が進んでいった。

【問題】2.4mの重さが120gの発泡スチロールのぼうがあります。1mの重さは何gでしょう。

奈々子さんはこの問題に対して数直線の比例的な見方の操作に取り組んだが、倍関係「×2.4」を記入する際に10秒ほど動きが止まり思考をしている様相が見られた。

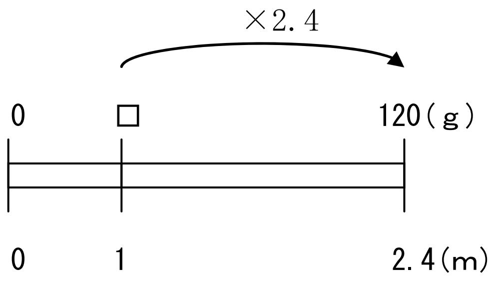

図5

「×2.4」を決定した後は、残りの3本の矢印を記入し、式「120÷2.4」を立てた。

その後、クラス全体の学習は「120÷2.4」の筆算へと進んでいく。奈々子さんは他の子どもたちが行う2.4を10倍して計算をするという方法をとらず2.4で割ることに執着し筆算ができない状態が続いていた。

数直線を発展的に使用する形式が教師と他の子どもたちのやりとりによって提示されても奈々子さんは納得の様相を示さなかった。

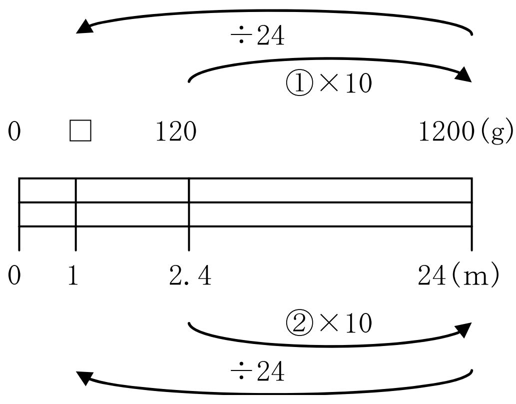

図6

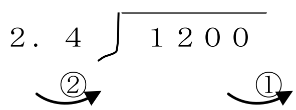

図7

図6の数直線上の10倍の操作と図7の筆算での10倍の操作との整合について黒板でまとめられ、筆算を行うように教師から指示が出て

も、黒板の表記(図 7)は写すものの、計算を行おうとはしなかった。

第８時で同様の問題場面（整数÷小数）を扱うが、奈々子さんの筆算は次のように行われていった。

【問題】3.8mの重さが 171g の発泡スチロールのぼうがあります。1mの重さは何ｇでしょう。

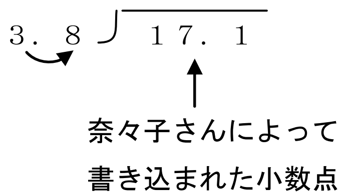

図８

はじめに、3.8 の小数点を移動させるための矢印を書き込み、続いて 171 の十の位と一の位の間に小数点を打った（図８)。ここで、教師から 171 が 17.1 になっていて、数値が間違っているといった指摘を受け、図９のように筆算は進められ、正解の 45 を出した。

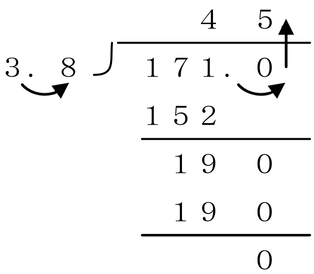

図９

しかし、奈々子さんはここで、次のように発話をしながら、図９で得られた商 45 では計算が終わりではなく、４と５の間に小数点を打つ必要性を主張している。

奈々子「ねぇ、ここまでは分かったんだけど、こっから分かんない。分かる？」
「ねぇ、ここまでやったけど（図９)。」
「こっから分かんないんだけど。こっから分かんない。ここまでやったけど。45ってさ、そしたらさ、ここが小数点の始まりだから(商45の後ろにある小数点)、このままでいいの？でも、**これ戻さなきゃいけないんだよ。**」

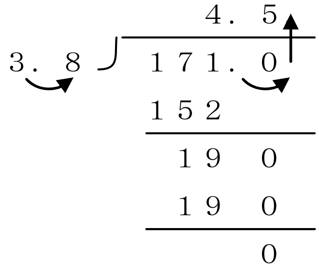

図 10

「だったら、ここに（と発言しながら商 45 の４と５の間に小数点を打つ。）小数点つけるんだよ（図 10)。」

また､ここで机間指導に来た教師と次のような会話がなされている。

教師　「どっから分かんない？」
奈々子「えっと、ここ（4 と 5 の間の小数点)、最初無かったんだけど、ここから（45 の後ろの小数点）**また戻すから点をつける。**」
教師　「戻すんだっけ？」
奈々子「あれ？戻すっけか？・・・え～っと、あ～こうだ。(4 と 5 の間の小数点を消す)あら？これでいいの？先生。」
教師　「なんで、これ戻した？」
奈々子「えっえっ、え～っと。あ～っと。**こっちだけ(3.8)やったと思ったから。**」
教師　「でも、今これ(4.5 の小数点)ばつつけたよね。何で？」
奈々子「えっ、**両方とも動かしたから**。同じ答えになったから。」

再度､45 の間に打たれた小数点は消され正しい筆算に書き直された。

以後の類似の問題(整数÷小数、小数÷小数)では、数直線を引き伸ばして 10 倍の操作は行うが、１へ帰る矢印への倍関係の操作は常に誤った状態で書き込まれていった。

一方、筆算は問題場面が小数÷小数になり、

除数、被除数の双方に小数点が存在するため筆算上の小数点移動の操作は両数に対して行われ、商の小数点が戻されることもなく、表面上は誤りのない状態で学習が進んでいった。

3.3.3 除数が純小数になる問題場面（第 10 時）

第 10 時では純小数倍に対し、奈々子さんがこれまでの学習から得てきた知識を活用して問題解決を行っている。

【問題】0.8mの重さが 9.6g の発泡スチロールのぼうがあります。1mの重さは何 g でしょう。

奈々子さんはこの問題に対して数直線への比例的な見方の操作を行った。

奈々子さんの操作(図 11)では、1 と 0.8 の大小関係を誤ってはいるが、1 と 0.8 との倍関係の数値を 0.8 と決定して立式に繋げている。また、ここまで、間違い続けてきた 1 へ帰る矢印が 1 本だけではあるが正確に書き込まれた。筆算もスムーズな操作によって計算が進められた。

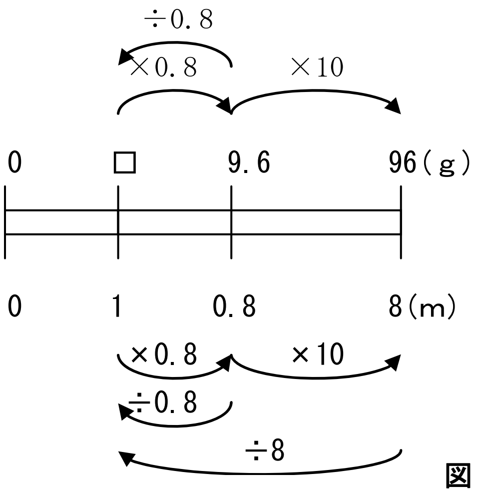

図 11

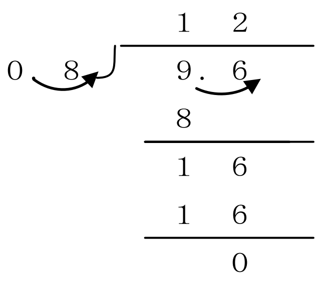

図 12

その後、1 と 0.8 の大小関係の誤りについては教室全体の話し合いの中で訂正されていった。その上で教室全体では 3 つの数直線への比例的な見方の操作(図 13～15)が発表された。

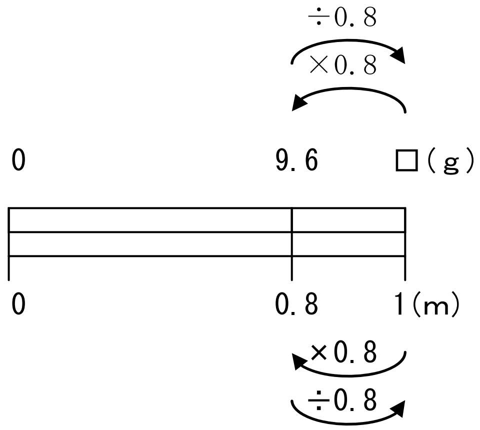

図 13

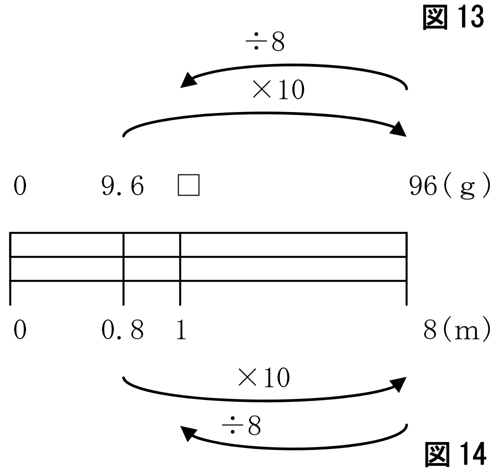

図 14

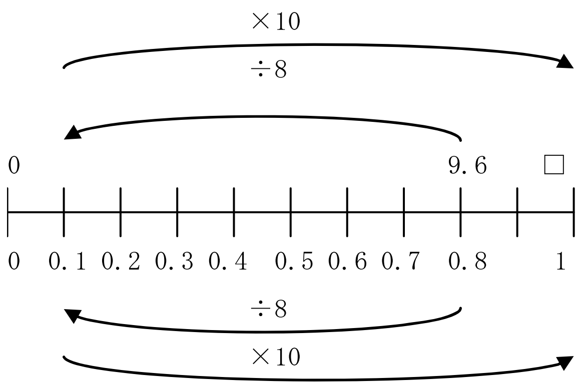

図 15

それぞれ説明がなされた後、教師からどの数直線への比例的な見方の操作に理解を示すかの質問に対し、奈々子さんは図 13 の形式を選択した。

3.3.4 学習のまとめの問題場面（第 14 時）

第 14 時では、一貫して行ってきた「長さ」と「重さ」の問題場面以外の数量関係を取り入れた問題に挑戦していった（たとえば値段と長さなど)。その第 1 問目で再び整数÷小数の問題を計算する際、奈々子さんは誤った筆算への操作を行っている。（この学習過程では数直線への比例的な見方の操作は行っていない。）

その誤りからは、第 7 時以降行ってきた筆算での小数点に対する操作の捉えが明らかになった。

【問題】2.8ℓで 560 円のジュースがあります。
1ℓのねだんはいくらでしょう。

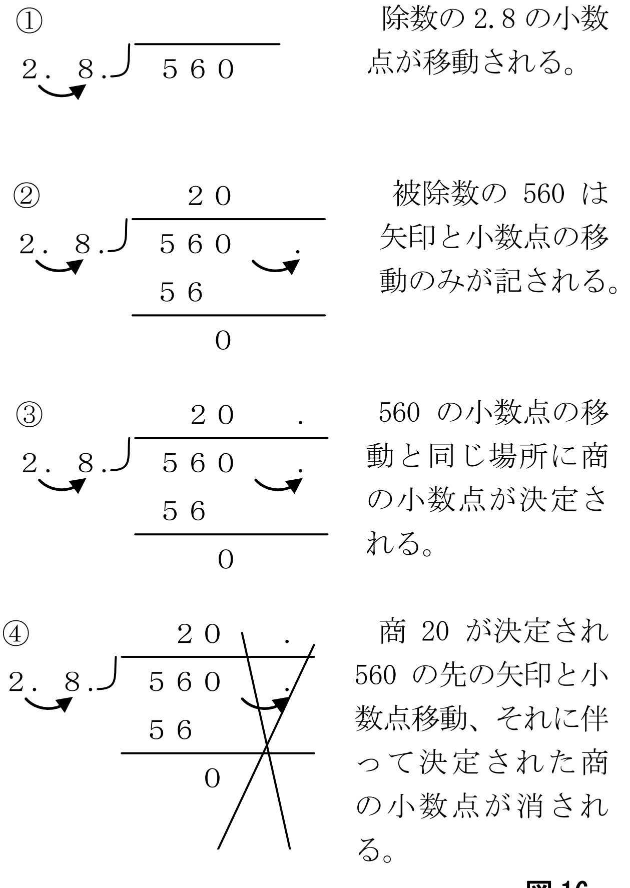

図 16

その後、正解をもらった友達の筆算を見て修正が行われた。

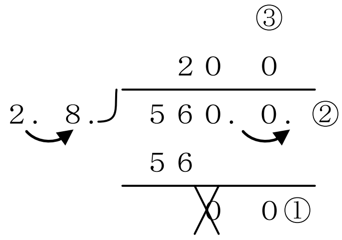

図 17

図 17 の○番号は奈々子さんが筆算を完成させる際の 0 を書き込んだ過程である。

4. 奈々子さんの学習の分析

4.1 整数の問題場面（第 1～3 時）

第 1～3 時にかけて行われた整数の問題範囲での数直線への比例的な見方の操作の導入において、奈々子さんの表記には幅としての見方が残留していた。図 3 の表記は教師とのやりとりによって修正が行われていくが、その後、別の問題場面では倍関係の数値が前の問題の数値に決定されるという様相が起きた。しかし、奈々子さんはその誤りを自力で修正し、矢印に書き込む数値は長さの右端の数値が関係していることに気づいていった。また、友達に「この図を書くと便利だよ。」といった発話をするなどして数直線への比例的な見方の操作を積極的に使用していこうという姿勢が見られるようになった。

このような過程の中で奈々子さんの操作は図 4 に示すように教師が与えた形式から変容していった。重さの模型であるテープ図を用いて、そこにテープ図の幅を超える縦線を書き込むようになった。この縦線によって長さと重さの関係を直接繋いでいる。2 量が伴って変化する量であることが意識され始め、位置としての見方が導入された形式になった。

位置としての見方は「1」との関係を乗除で捉えるために必要な見方である。奈々子さんの表記にこの位置としての見方が意識された表現がなされたことからは、2 量の関係を乗除によって捉え始めていると考えられる。しかし、この

段階では整数の問題場面であるため乗除の表現の背景に累加の思考が残留している可能性も否定することはできない。

4.2 除数が小数になる問題場面（第7時）

この時間の数直線への比例的な見方の操作で 10 秒ほどの学習の停滞が起きたことより、奈々子さんは、整数の問題場面の範囲で乗除により倍関係を表現していたが、そこには図 18 に示すような累加、累減の思考が残留していた可能性が高いと考えられる。

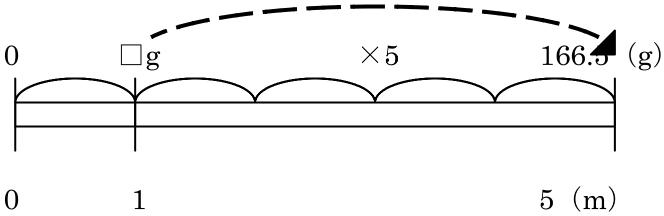

図18

そのため第7時の問題場面では累加の思考が適用できない「×2.4」の倍関係を書き込む際に動きが止まったのである。ここで奈々子さんの学習を先に進める契機になったのは、整数の問題範囲で倍関係の数値は長さの右端の数値と関係がありそうだという感覚をつかんでいたことである。その思考に支えられる形で小数倍「2.4」を決定していった。迷いながらも自分で決定したこの数値の正解が教室全体で確認されたことによって、奈々子さんの倍関係の数値決定の捉えは乗除による倍関係へと変容していったと考えられる。その後の類似の問題場面や除数、被除数の双方が小数になる問題場面でも混乱なく倍関係の数値は容易に決定されていった。

一方筆算においては、数直線上に発展的に比例の考えを持ち込んだ操作と筆算とが同じ関係を扱っているということが繋がっていかなかった。

奈々子さんには筆算での小数点移動の操作は計算をしやすくするための操作として認識されている。それは、第8時に行われた筆算（図8〜10）で、動かした小数点を戻すという操作やその操作に関わる発話から判断できる。動かした小数点を戻すという思考は小数のかけ算の筆算で行われる手続きに類似している。また、第4時小数÷整数の問題場面において、子どもたちが行った「被除数を 10 倍して整数にして計算し、求めた商を 1/10 する」という筆算の手続きにも類似している。つまり、比例の考えによる2量の保存という意識がなされていないと考えられる。

さらには、第8時の筆算の操作に関わる発話の中で教師からの質問に対し、「**こっちだけ(3.8)やったと思ったから。**」と答えているように、見えている小数点には動かすという操作が行われるが、小数点が表面上存在しない整数にはこの操作が持ち込まれないことからも、計算をしやすくするための操作として認識されている可能性が高いと判断できる。その後の小数÷小数の学習になると、除数、被除数双方に小数点が表面上存在するので、小数点を動かすという感覚の操作のままでも正答を得ることができる。実際、奈々子さんはしばらくの間、筆算で困惑する様相を示すことはなかった。しかし、再度整数が登場してくると整数に対して 10 倍の操作は行われないという様相が第 14 時の学習のまとめ問題場面で登場してくる。

4.3 除数が純小数になる問題場面（第10時）

第 10 時では、奈々子さんのテープ図への操作は1と 0.8 の大小関係の誤りがあるものの自分の力で数直線への比例的な見方の操作を完成させ、そこから 9.6÷0.8 を立式し、数直線を発展させた使用によって、筆算も正確に行っていった。

この場面では、多くの子どもたちに純小数である「0.8」という倍関係の数値が弊害となって、数直線への比例的な見方の操作に対し混乱が生じていた。

奈々子さんは第7時の倍関係の数値決定に累

加の思考が持ち込めず、長さの右端の数値が関係ありそうだという直観的に決定した倍関係により乗除の思考を獲得していった。そのため、この問題場面での数直線への比例的な見方の操作でも、1 と 0.8 の関係に「×0.8」「÷0.8」を持ち込むことができたと考えられる。

周囲が混乱する中で、ほとんど迷わず答えまでたどり着けたことによって乗除による倍関係の決定にさらに自信を持っていくことになった。そして、乗除による倍関係の決定に確信を持ったことは、教室全体で紹介された 3 つの数直線への比例的な見方の操作（図 13～15）の選択で、倍関係が 0.8 である図 13 に理解を示していることからも伺える。

奈々子さんが授業の最後に選択した図 13 は、多くの子どもたちがその倍関係の数値決定の根拠に難色を示した図であったが、奈々子さんはここまでの学習の積み重ねによって直観的に決定した倍関係が正確であったことが支えとなり、この図への理解を示すことになったと考えられる。

一方、筆算では除数、被除数双方に小数点が存在する数値であったために混乱が起きず正しく計算が進められていった。

4.4 学習のまとめ問題場面（第 14 時）

この場面では、4.2 でも述べたように、第 7 時「除数が小数になる問題場面」における、数直線の発展的使用と筆算との整合が図られなかったことによる影響が端的に表れた。

第 9 時以降は小数÷小数（純小数）の問題であったために、除数、被除数には小数点が存在するため、小数点を動かすという感覚で筆算を行っても表面上は誤りが生じてこない。そのため支障が生じてこなかった。

しかし、表面上小数点が存在しない整数が登場するこの問題場面における奈々子さんの操作からは、比例の考えによる量を保存して 10 倍の操作をしていたのではなく、小数点を移動して計算を行っていたと推測できる。

図 16 に見られるように、整数である 560 には矢印だけが書き込まれた。除数、被除数共に矢印の操作が行われたのは、ここまでの学習経験によるものと考えられるが、560 を 5600 にしていない操作からは、奈々子さんの捉えには小数点の移動という感覚が存在していると言える。

小数のわり算の単元を通して、奈々子さんは累加の思考から乗除の思考への変容によって数直線への比例的な見方の操作を行いながら問題解決していくことができるようになっていった。しかし、筆算においては除数、被除数が小数である問題場面では支障なく行われていったが、整数が関わってくる問題場面では筆算操作への意味理解が伴っていないことによるつまずきが生じている。

4.5 奈々子さんの学習の考察

奈々子さんの 14 時間の学習を追っていくと、数直線への比例的な見方の操作に関わり、小数のわり算の意味を理解した思考過程に基づいて学習を成立させた場面が見られた。

第 3 時までの学習から位置としての見方を獲得したことによって、教師の与えた数直線への比例的な見方の操作の形式を変容させ、1 本の縦線によって 2 量が伴って変化する量であることを意識付けた。

日野(2003)では、児童の表記に対し指導の立場から見ると素朴な、あるいは、当たり前の表現に対しても、児童は注目をしていることや、児童は、表現を自分なりに選び取り、焦点化したり変形を加えたりして、思考に積極的に関わらせていることが示されている。奈々子さんの数直線への比例的な見方の操作の変容は、日野（2003）の示す児童の様相と類似したものであり、幅として見ていた 2 量を対応させるために、縦線で直接繋ぐことによって位置としての見方を焦点化しながら、それによって累加の思考から乗除の思考への変容を徐々に促し、小数倍、純小数倍の導入を図る契機になっていったと

考えられる。
第７時の「÷小数」の問題場面では小数倍という新たな視点を数直線への比例的な見方の操作に持ち込んで、「÷小数」の立式に意味を伴った理解を可能にした。その思考過程は単元の後半でも保ち続けることができ、難しいとされる「÷純小数」の問題場面で倍関係の数値の決定を容易に行うことができた。
第７時の「÷小数」の筆算場面では、発展的に使用した数直線上の操作と筆算の操作との整合ができないまま学習が進んでいった。除数、被除数がともに小数である問題場面では表れてこなかった認識の違いは第 14 時の学習のまとめ問題場面の「整数÷小数」に表面化してくることになった。
第 10 時の「÷純小数」の問題場面では、ここまでに奈々子さんが獲得した学習内容を用いた解決過程が見られ、立式から筆算まで順調に行っていった。
第 10 時の「÷純小数」の問題場面の数直線の操作では、10 倍した数値から１へ帰る矢印が初めて正しく書き込まれるという様相が見られた。そして、その結果、自分の力で数直線への比例的な見方の操作と式、発展的な使用と筆算が整合された形での解決をしたという自信を持つことができた。

そこで本節では、第 14 時に再び学習のつまずきを生じさせた第７時における数直線の発展的な使用と奈々子さんの学習過程に焦点を当てた考察を行い、奈々子さんの獲得を妨げている背景や要因について考察を行う。
奈々子さんが獲得できなかった数直線の発展的な使用には、操作として３つの段階がある。
一つ目の段階は図 19 に示すように 2.4 を 10 倍して 24 にするという数直線を引き伸ばす過程である。筆算をする上で 2.4 を整数の 24 にするという子どもたちの考えから数直線を引き伸ばす操作を導き出した。ここでは、長さが 10 倍になったら重さも 10 倍になるという比例の考えが持ち込まれる。

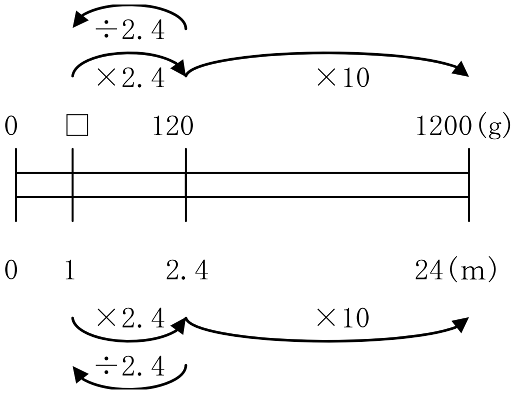

図 19

奈々子さんの図にもこの操作は書き込まれていることから、2 量が伴って変化する量であることや 10 倍することに対しては理解を示していると考えられる。

次の段階は、図 20 に示す 24 から 1 に帰る矢印を操作する過程である。ここでは、10 倍の操作によって作られた新たな数値から 1 へ帰っていく操作を行うが、奈々子さんはこの場面でつまずいて先に進めなくなってしまった。

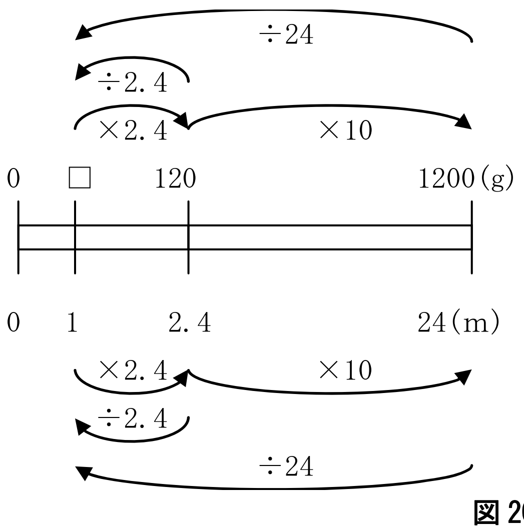

図 20

24 と 1200 の関係から 1 と□に向かう矢印操作の意味が理解できず、1200÷24 と 120÷2.4 との整合ができなかったので、黒板に書かれた筆算は写したが計算を進めようとしなかった。1200÷24 の計算ができなかったわけではなく、1200÷24 の計算をすることが、今計算を必要と

している 120÷2.4 の計算に何故繋がるのかが納得できなかったことによって表れた様相であった。

奈々子さんには、立式「120÷2.4」による筆算 120÷2.4 と 10 倍して登場した数値による筆算 1200÷24 とは別の計算として理解されていると判断できる。そしてその背景には、既に□に向かう矢印（120 から□）は決定されているのに、さらに 10 倍した数値から□に向かう矢印が 2 重になって登場することに対して奈々子さんが違和感を抱いていることが影響していると考えられる。

この違和感を抱く背景には、□に向かう関係は一つではなくほかにも存在すること、120 と 2.4 の関係と 1200 と 24 の関係は共に 1 と□の関係と同じものであることが理解されていないことが関わっていると考えられる。つまり、奈々子さんは 2 量を縦に関係づける比例の考え「ユニットの構成」を数直線上に見出すことができなかったのである。そのことにより、1200 から□、24 から 1 に帰る矢印の意味を理解できず、その計算を求められている 1200÷24 の筆算を行おうとしなかったと判断することができる。

奈々子さんは数直線への比例的な見方の操作を図 4 のように変容させたことによって 2 量をペアとして捉えることは可能としたが、そこにはユニットの構成の思考を支えるのに必要な見方が十分に備わっていなかったことが、上述したような様相を生じさせる要因になっていると考えられる。同様に、奈々子さんの様相からは教師が持ち込んだ数直線への比例的な見方の操作にもその要素が十分に備わっていなかったことが示されていると言える。

第 14 時において整数が数値に登場する場面では、数直線上の 2 量を 10 倍する操作と筆算上の小数点の移動との間に乖離が生じ、再び、筆算には意味を伴った思考過程より形式的な過程による操作が優先される。

しかし、この時間の誤りの修正過程には友達の操作を見ながら、形式的な過程と意味を伴った思考過程の間で揺らいでいる発話があった。第 9 時以降の「小数÷小数」や第 10 時の「÷純小数」の数直線を発展的に使用してきた学習経験によって、奈々子さんの中に「整数÷小数」の筆算に意味を伴った操作を持ち込む必要感がわずかではあるが意識され始めていると類推することができる。

5. まとめと今後の課題

奈々子さんの学習過程の分析及び考察から 2 量のペア化が行われることとテープ図または数直線に対し「位置としての見方」ができることとは切り離して考えることができないものであることが示された。また、数直線を発展的に使用し筆算との整合を図るためには、2 量のペア化だけでなくユニットの構成が必要であることも示された。筆者が授業構成に当たって子どもたちに導入しようとした数直線への比例的な見方の操作は、奈々子さんの第 7 時において意味の拡張を図る有効な道具として働いた。また、奈々子さんの学習の過程において、式を立てたり、困難を乗り越えたりするのに便利な道具であることが意識されている様相も示された。一方で、小数のわり算の学習に必要である 2 量のペア化及びユニット化を図るための要素が十分に組み込まれていないことが明らかになった。整数の問題範囲においてユニットの構成を目論んだ授業構成の必要が明らかになってきた。

白石(2005)では、もう一人の抽出児童伸二さん(仮名)の学習過程の本研究と同じ視点による分析、考察について示した。伸二さんの場合、数直線への比例的な見方の操作を発展的に使用し、筆算場面に持ちこむ第 7 時の学習において、ユニットの構成を行い数直線上の操作と筆算上の操作を整合させていくことができた。そして、数直線にユニットの構成を行った比例の考えを活用しながら第 10 時の純小数で割る問題場面を解決していくことができた。

そこで、2 人の学習過程の比較、特に学習の

獲得に大きく差が見られた第 7 時に焦点を当てながら、提案した実験授業の問題点を明らかにし、その問題点に対する改善策を加えた授業構成の改善を行っていくことが今後の課題であると考えている。

引用・参考文献

柄園高士. (1983). 関数の考えを用いた乗法の指導(5 年　小数のかけざん):数直線を使った指導を通して. 日本数学教育学会誌, *65*(6), 34-38.

日野圭子. (1993). 小数の乗法の学習における子どものインフォーマルな方法についての一考察. 三輪辰郎先生退官記念論文集. 編集委員会(編), 数学教育の進歩(pp. 283－299). 東洋館.

日野圭子. (2002). 授業における個の認知的変容と数学的表記の役割:「単位量あたりの大きさ」の授業の事例研究を通して. 数学教育学論究, *79*, 3-23.

日野圭子. (2004a). 教室における子どもの学習プロセスを視座とする比例的推論の指導ユニットの開発. 平成 12 年度～平成 14 年度科学研究費補助金（基盤（C）(2)）研究成果報告書.

日野圭子. (2004b). 比例的推論の発達に関与した数学的表記の産出過程:「単位量あたりの大きさ」の授業での個の学びの分析. 算数数学教育論文発表会論文集, *35*, 331－336.

板垣賢治. (2002). 連続量（小数・分数）の乗除. 日本数学教育学会誌, *84*(8), 38-44.

麻柄啓一. (1995). 子どものつまずきと授業づくり：わかる算数をめざして. 岩波書店.

中村享史. (1996). 小数の乗法の割合による意味づけ. 日本数学教育学会誌, *78*(10), 7-13.

中村享史. (1999). 乗除法の指導における数直線の教育的役割. 新しい算数・数学教育の実践をめざして：杉山吉茂先生ご退官記念論文集(pp. 87－95). 東洋館.

岡崎正和. (1996ａ). 均衡化理論に基づく数学的概念の一般化における理解過程に関する研究:「包含除」の一般化における理解過程. 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, *2*, 91-100.

岡崎正和. (1996ｂ). わり算概念の一般化における理解過程に関する研究：「等分除」の一般化. 広島大学教育学部紀要第 2 部, *45*, 83-92.

白石信子. (2005). 小数のわり算における子どもの学習過程に関する研究：数直線への比例的な見方の操作に基づく授業を通して：日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集, 38, 229-234.

田端輝彦. (1999). 割合指導の改善に関する一考察：前提となる比例関係に着目した割合の意味指導. 新しい算数数学教育の実践をめざして. 杉山吉茂先生ご退官記念論文集(pp. 122－131). 東洋館.

田端輝彦. (2001). 小数倍の導入についての一考察ー小数倍に表すよさに焦点をあててー. 日本数学教育学会誌, *83*(12), 2－12.

高橋久誠. (2000a). 小数の乗法の授業構成に関する考察：比例の考えをもとにして. 上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文.

高橋久誠. (2000b). 小数の乗法の授業構成に関する考察：比例の考えをもとにして. 上越数学教育研究, *15*, 85-94.

高橋久誠. (2005). 5 年　小数のかけ算ー既習を生かし、考え方を高める授業ー. 新しい算数研究, 416, 12－15.

高橋裕樹. (2002a). 小数の乗法と除法における子どもの知識の構成過程について：子どもが比の三用法を活用していくまで. 上越教育大学大学院学校教育研究科修士論文.

高橋裕樹. (2002b). 小数除法における認知モデルの発達について. 上越数学教育研究, *17*, 117-186.

山本正明. (1995). 問題解決における数直線や線分図等の図の効果. 日本数学教育学会誌, *77*(8), 2-9.

平成 15 年度教育課程実施状況調査結果. 2005. 文部科学省.