

中学校における空間図形指導の改善に関する研究

板垣 元一

上越教育大学大学院修士課程 1 年

1. 研究の動機と目的

筆者は, これまでにコンピュータソフトを使用した授業を多く受けてきた。コンピュータを使用した授業は板書を中心とした授業とは違い, アニメーションなどで見やすく作られており, 問題解決の過程が理解しやすく感じた。そのため, コンピュータを使用した授業に興味があり, そのような授業を行うことで生徒はよりよく, 授業の内容を理解できるのではないかと考えた。

コンピュータソフトを数学の授業で活用する利点として筆者が現段階で考えられることがある。例えば, 何度も立体の切断を繰り返し操作することができ, いろいろな視点から見る事が可能であることである。また, 正確な作図を容易に描くことができるという利点があると考えた。実物の模型と比較する。例えば, 切断を行う授業では, 何個も模型や教具を準備しなければならないため膨大な準備, 時間を必要となるのではないだろうか。また, 実物の模型を児童生徒に配り, 観察を行う授業の場合では, 全員が同じ視点から一平面を見ることは容易ではないと考えた。このような場合に Cabri3D などの図形提示用ソフトを用いた場合, 全員が同じ視点からの観察することができたり, 児童生徒が同じ行動を起こすことが可能になりやすくなると考える。このように立体の観察や切断の操作などの場面において, 生徒および教師に対して利点

がコンピュータを使用する授業にはあると考えている。また, 生徒が画面上に表された図形を自由に操作することもできるため, 自由な発想をすることもできると考える。

そこで, これらのソフトなどの使い方, 教材として使うために操作し, 大学生を対象にマイクロティーチングを実施した。その際に問題点があることがわかった。それは, コンピュータのソフトが描けるものはどれもが 2 次元の画面で表現された図形である。いくら 3D 表示の画面をみても, 図形を 3 次元の立体と判断しづらいという問題点である。これは, 2 次元上に表された見取図の見え方に関する問題点ともつながる部分であることが, 先行研究を調べることでわかった。

これにより本稿の目的は, 見え方に問題があるとする先行研究を調べることで, 生徒が困難に感じる部分を明らかにし, それを解決しうる研究より, 授業構成に関する示唆を得ることである。

本稿では, 第一に先行研究より明らかになっている問題を確認, 生徒がどこに困難を感じているのかを考察する。それによって, あらためて問題点を解決するための研究方針を設定する。第二に, 明らかになった問題を解決するための学習指導への示唆を得るための論文や実践研究をみていく。その際にコンピュータを用いた研究より, 特に Cabri3D を扱う利点も明らかにしてい

きたいと考える。最後に本稿のまとめと課題を記す。

2. 調査研究からの新たな問題点

先行研究では、見取図の作図法に関する研究や切断の指導方法に焦点をあてた研究などがあり、見取図に関する研究は数多くある。(富山,1997;久米・村上,1997;中西,1996;他)

これらの先行研究より、見取図の問題点を調べる間に切断面を見取図に書き入れた際の見え方に関する問題があることがわかった。それが八田(2002)である。

八田(2000,2001,2002)の研究をみていくことで、生徒が困難に感じる部分を明確にしていく。そして、本研究を進める上で、八田(2000)の観点を調査問題作成に使用する。また、八田(2002)の生徒の発達水準を分析の視点とする。

八田(2000,2001,2002)の研究の目的は、空間図形の理解に関して、小中高校生の実態をとらえ、その発達の様相を明らかにして、空間図形についての好ましい学習指導のあり方を追求することにある。

そして、調査問題を行うことで中学生の空間図形に関する発達の様相を明らかにしている。

これらの観点から調査問題を作成し実施

ア、基本的な立体図形に関する理解

イ、空間における直線や平面に関する理解

ウ、空間図形の操作能力

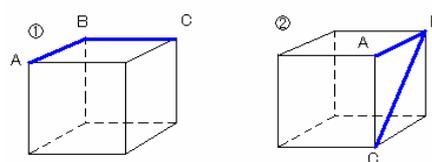
エ、空間図形への活用能力

(八田,2000,2001,2002)

している。対象は、東京都公立中学校の1～3年生である。調査問題は、以下の通りである。

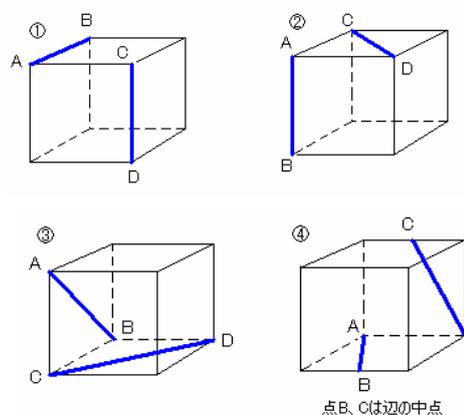
問題 1

次の見取図で表された立方体で、 $\angle ABC$



問題 2

次の見取図で表された立方体で、2本の線分 AB と CD の長さを比べたとき、どちらが長いですか。図の下のア～エから正しいものを1つ選んで、記号に○をつけなさい。(選択肢は各問共通)また、具体的に理由も述べなさい。



ア、ABの方が長いイ、CDの方が長い

ウ、ABとCDの長さは同じ

エ、どちらともいえない

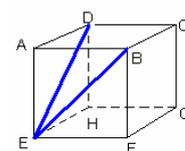
問題 3

右の見取図で表された立方体 ABCD - EFGH

で線分 EB と線分 ED を

引きます。 $\angle BED$ は何度ですか。またその理由を答えなさい。

(八田,2002)



この問題による生徒の解答結果より、八田(2002)は次の生徒の発達水準を定めている。

[水準 I] 直観的にだけ判断してしまう。

[水準 II] 直観的に判断してしまうことなく、

[II a] 論理的に考察しようとするが、正しい結論が得られない。

[II b] 不適切な操作を加えて考察し、

正しい結論が得られない。

〔Ⅱc〕適切な操作を加えて考察するが、正しい結論が得られない。

〔水準Ⅲ〕適切な操作を加えて論理的に考察し、正しい結論を得ること。

問題 1, 2 の結果は全学年を通じ、よく出来ていることがわかった。しかし、問題 3 においては極端に出来がよくなかったこともわかった。問題 3 における生徒の解答を八田(2002)にあげた水準に分類し、各水準の分布を表にしたものが次の表 1 となる。

	I	Ⅱ a	Ⅱ b	Ⅱ c	Ⅲ	判定不能
中 1	17	69	6	1	2	5
中 2	15	71	6	3	3	2
中 3	10	53	15	6	14	2

表 1 : 発達水準別分布(数値は%) (八田,2002)

この水準の分布より、水準Ⅱ a とⅡ b の間に差がみられる。これは水準と生徒の解答より問題を解く際に操作(投影、切断など)を加えて考察することが出来ない生徒が多くいることを表している。

八田(2002)の生徒の解答例より、Ⅱ a とⅡ b の間には、観点ウで述べられていた操作 5 つ(見取図表現、展開、運動(回転、平行)、切断、投影)の他に視点移動などのように何らかの操作が加えられるかがⅡ a とⅡ b の差となっている。この操作を加えられることは、問題を解くに当たっての考察の幅を広げられると考える。

これより操作をしようとしないうで直観によって答える傾向が子どもの中にあることがわかった。筆者は、このような傾向がある子どもを、操作を使用し始めることで問題に対して様々な解き方を考えることができるようになり、論理的思考をし始めることができるようになるのではないかと考えた。

表 1 より仮説として、八田(2002)の行った調査問題と同じ問題を実施した際に、類似した結果が得られると考えられる。そこで、操作しようとしないうで子どもの状態から操作を用いて思考をする状態にしたいと考える。具体的には、切断面の角度を考える問題において、視点移動や切断の操作を用いようせず、見た目の直観で答えを出す状態の子どもを、見取図から切断の操作を使用し考え、論理的に考える状態にする授業を考える。調査研究だけでは、授業に対する示唆を見出せなかった。そこで、なぜ生徒は間違っているのかを八田(2002)の生徒の解答例と表 1 で見ていくことより、問題を解く際に直観にとらわれ間違っているということがわかった。この直観にとらわれて間違えることは、なぜ間違ったのかを考えることができていないことが原因と考える。これは、メタ認知ができていないということである。そこで、メタ認知的経験に関する論文と、空間図形に関する実践を行った研究をあたることにより、授業構成に関する示唆を得る。メタ認知的経験の考えを取り入れる理由として、操作しようとし始めた子どもが、論理的に考えるようになる段階に進む過程において、何が要素となるのか、どうして間違えたのかななどを振り返らせる場面を授業内に設けるためである。実践研究では、操作しない段階から操作をする段階へ促す教材・教具は何かを見るためである。

したがって、これらより操作活動をするようになる要素は何なのか。また、論理的思考を促すものは何なのか。それらをよりよく実現する教具は何なのかを考えること、そして、論理的に思考をするようになるためにはどのような活動が必要なのかを見ることで授業構成への示唆を得ていく。

3. 授業構成に関する示唆を与える研究

ここでは、操作をしようとしないう段階から操作をする段階へ、そして操作を行うことを通して、論理的に考察する力を培う授業構成に関する示唆を与える研究をみていく。授業構成に関する示唆を与える研究として、メタ認知的経験に関する研究、認知カウンセリングに関する研究をみていく。

3.1. メタ認知的経験とは

まずは、メタ認知的経験とはどのようなものかについて述べる。三宮(1996)よりメタ認知的経験とは、認知プロセスや状態のモニタリング(監視)、コントロール(制御)を行うことを言う。三宮(1996)はさらにそれらを「メタ認知的モニタリング」、「メタ認知的コントロール」と呼び、次のように述べている。

メタ認知的モニタリングには、「ここが理解できていない」といった、認知についての「気づき」、「なんとなくわかっている」と言った「予想」、「この考え方でいいのか」といった「点検」、「よくできている」といった「評価」などが含まれると考えられる。また、メタ認知的コントロールには、「完璧に理解しよう」といった、認知の「目標設定」、「簡単のところから始めよう」といった方略をはじめとする「計画」、「この考え方はだめだから、別の考え方をあてはめてみよう」といった「修正」などが含まれると考えられる。(pp.161)

この上記の内容は、メタ認知に関する活動的側面である。筆者が考える授業は、操作という活動を通じた中での授業を考えているため、メタ認知的経験を取り入れた授業を考えることは重要であると考え。そのため、授業の示唆を得るためにメタ認知的経験を取り上げていく。

3.2. メタ認知的経験に関する研究

メタ認知的経験に関する研究として2点を挙げる。この2つを見ることで、論理的

に思考をしたとはどのような状態・活動を行うのかということと、直観で判断してしまいう段階を制御しようとすることの重要性についてみていく。

A.L.Brown(1984)は、課題を解決するにあたって、以前に方略的な方法を経験した者としてない者では、課題の達成度に大きな違いが見られることを述べている。その方略は様々であり、知識の発達(予言と遂行)によって、より優れた方略を選択するようになるとしている。しかし、方略を用いようとするにあたっては、ある程度、問題が難しくなければならぬし、使おうと考えるにはさらなる知識が必要であるとも述べている。そして、次のような介入によって、方略の使用と維持をすることができるのではないかと述べている。

訓練された行動はさまざまな類似課題の遂行の助けとなるものであり、その骨はどの課題で助けとなるのかを見分けることであると子どもに教えてみてはどうだろうか。続いて、その子どもにさまざまな典型的な課題を提示し、そうした事態で方略が役立つことを実際にやってみせるのである。その際に、典型とはかけ離れた課題も考慮に入れ、なぜ訓練された行動が不適當であるのかその理由を検討し、また、実際にも示してみせるのである。そして、最後に別の典型課題と遠課題とを含んだ般化検査を子どもに提示し、その子どもの方略の適用が的確なものであるのか、あるいはばかげたものであるのか調べるのである。(pp.123-124)

A.L.Brown(1984)のより優れた方略を選択する活動をするようになる介入の仕方を、八田(2002)の問題3に当てはめて考える。問題を解くにあたって用いた操作は類似課題でも使えるのものであって、どうしてその操作が有効なのかを考えることで、操作す

ることが他の問題でもすることができるようになる。つまり、問題 3 では切断の操作を使い、似た問題においても切断が有効な操作である。また、他の操作よりも、この問題において切断の解き方がわかりやすいとわかるためには、他の操作(展開・投影など)で問題を解くことを経験する必要がある。また、操作ができるようになったのかを調査することについても記している。

A.L.Brown(1984)より、筆者は、子どもが問題を解く際により優れた方略を選択した活動の中に論理的思考があると考える。その活動の中には、選択した操作がこの問題には優れていると判断している思考があると考えるからである。そして、この活動を行わせるために、どうして失敗したかを考える授業を組む。これにより、見た目では間違ふことがあるということに気づかせ、同時にどのようにすればよいのかを問いかける授業を展開する。その中で、より優れた方略(操作と論理的な分析)を選択する内容を盛り込む。操作とは、見取図表現・展開・運動(回転・平行)・切断・投影・視点移動などである。論理的な分析とは、平面と平面は平行なのだから交わることはない」と空間的な位置関係を捉えることなどである。これらを用いるためには、問題がある程度難しくなければならぬ、つまり、直観では判断できない問題でなければならぬということである。つまり、直観でわかってしまう問題では、より優れた方略を選択しようとせずに、直観だけで答えてしまうからである。例えば、次のような問題である。

次の立方体に描かれている 2 つの線分の長さはどのような関係にあるか、次の選択肢から選べ。

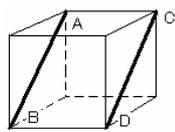


図 1

ア、AB の方が長い イ、CD の方が長い

エ、どちらともいえない

この問題は、見た目で長さが同じことがわかってしまうため、優れた方略を考えさせるためには不十分である。したがって、八田(2002)の問題 2 のように見た目では判断できない問題が適している。

以上より、授業構成への示唆として、より優れた方略を選択するようになる授業を組むことが重要であることはわかった。このためには、問題はある程度難しくなければならぬことと、類似課題と遠課題を扱い、なぜこの課題に関してはこの方略が有効なのかを考える必要があるということがわかった。

次に Fischbein.E(1989)は、子どもにはそれぞれ暗黙のモデルを持っていて、それが推論の過程において制御できずに影響を与えているために困難が生じているとしている。

ここでは、その暗黙のモデルは取り除くのは不可能であるということ述べ、それを制御することが重要だと記している。そして、その直観的なモデルを引き起こしてきた実践的なシチュエーションをみきわめることを学習することで、自分たちの初期的な解法や初期的な解釈をすることに慎重になるであろうと述べている。

直観を制御しようとする活動を、八田(2002)での問題 3 に当てはめて考える。直観的な解法により誤った解を、なぜ誤ったのかということを考えることで、次に考えるときに慎重になる。つまり、直観的に「見ただ目で 90° 」や「立方体だから、各面は正方形で 6 つある。直角に見えるから 90° 」などの水準 I・IIa の段階から、毎回、見ただ目で間違っていることに気づき、「(展開図を書いて) $45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ 」のように答える。これは正解には至っていないものの、操作をしようとする段階(水準 II b)に上がり、論理的に思考をし始めた段階と考える。

A.L.Brown(1984), Fischbein.E(1989)より, より優れた方略を選択した活動を重視し, どうして失敗したかを考える授業を組むことで, 直観を制御しようとする授業を実現しようと考えている。後に, それらの活動を実現しうるであろう教材・教具を考えるために実践研究を見ていく。次は, 学習者にメタ認知を促す活動と近似した活動として, 認知カウンセリングを行っている市川(1993)が挙げる。

3.3. 認知カウンセリングについて

認知カウンセリングとは, 学習者に対し, 学習者は自分を教える教師であり, そのためには, 自分をよく把握し, 策を練らなければならない。(市川,1993, pp.18)

という考え方のもとに学習を援助する実践的活動である。これは, A.L.Brown(1984)に述べたより優れた方略を選択するようになる考え方と同じである。

市川(1993)は, 認知カウンセリングを行う方法として, 次の6つを提案している。

- (1)自己診断 (2)仮想的教示
 - (3)診断的質問 (4)比喩的説明
 - (5)図式的説明 (6)教訓帰納
- (市川,1993,pp.27-31)

(1)自己診断とは, 学習者が「どこがわかっていないのか」「なぜわからないのか」をはっきりさせることである。学習者にとってどこが問題点なのかをはっきりさせるというメタ認知を促すことである。(2)仮想的教示とは, (問題の答え方などを)知らない人に教示するつもりで説明させることで, 説明できないときは, 本当はよくわかっていないことに気づかせたりすることで自己診断を促すことである。(3)診断的質問とは, どこまでわかっているのかを試すためにこちら側から質問をすることである。(4)比喩的説明は, 理解した内容を比喩で説明させ

ることである。(5)図式的説明とは, 理解した概念を図式化して書き表せることである。その書いた図に対して, どのような解釈を伴っているのかを見るのである。(6)教訓帰納とは, 問題などを解いた後に, 「なぜはじめは解けなかったのか」を問うことである。また, 1問解くごとに, 「自分はどのような点で賢くなったのか」を明らかにすることである。また, 問題から一般化したルールの形で教訓を抽出しておくことも必要である。

これらは, メタ認知を促す活動と近似していると述べた。例えば, (1)自己診断の「なぜわからないのか」ということをはっきりさせることは, 三宮(1996)のモニタリングの「気付き」と対応し, (6)教訓帰納は, 「なぜはじめは解けなかったのか」ということを問う活動は, Fischbein.E(1989)の直観により誤っていたことを気付かせる行動と近似している考えである。

このことより, 認知カウンセリングによる学習方法も授業構成への示唆のひとつとして捉える。特に重視すべきところは, (6)教訓帰納であり, 一般化したルールの形で教訓を抽出しておくことは, A.L.Brown(1984)の「より優れた方略を他の問題で使えるようになるために新たな知識が必要である」とする考えの知識を与える活動と捉える。これは, 授業構成の示唆を与えるものである。

4. 実践研究より

ここでは, 授業構成の示唆を与える研究として, 模型を用いた研究, コンピュータソフトの中でCabri3Dを用いた研究をみていくこととする。

4.1. 模型を用いた実践研究

次に立方体の切断を中心に研究した実践研究として2つをみていく。1つ目は, 実物模型を用いた研究として松原・戸水(2005)を見ていく。2つ目は, Cabri3Dを

用いた研究として新井(2006)を見ていく。

まずは、松原・戸水(2005)を見ていく。この研究は、教具として実物模型を用いている。ここでは、実物模型が操作を促す教具として有効であったと見ることができる。

この研究は、図2のように、模型と見取図に方眼を入れることで、切断面がどのような形になるのかを考えやすくなっている。

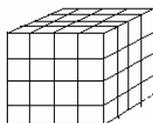


図2

(松原・戸水,2005)

授業では、生徒が次のような実験を行う。まず、方眼あり、なし両方の見取図がかかれた見取図で切り口の予想をし、次に模型を作成し、切れ込みをいれ、予想を行う。最後に切り口にそって切り、切り口の確認を行う。

この授業内で、生徒が考えにくい切り口も見取図の方眼を数えることで正しい切り口を考えることができた結果を得ている。さらに立方体を目の高さまで持ち上げてみるなど、図形を様々な視点から見ることでほとんど正しい切り口を考えることができたという結果を得ている。

これにより、方眼に書き込むことは模型においても見取図においても切断面が考えやすくなるだけでなく、模型は観察や操作がしやすかった。模型を用いて実際に切断をすることで切り口を確かめ、予想を裏付けることができたという有効性があったと考える。

また、立体の切断は小学校における直観的な思考と中学校における論理的な思考をつなぐ教材であったと松原・戸水(2005)は述べている。

松原・戸水(2005)より、切断を行う授業では、直観で考えてしまう問題を、方眼をかき入れた模型と見取図を使うということが有効であったことは明らかである。これ

は、先に述べたより優れた方略を教師側から提示することで、生徒がそれを利用し考えていることである。このような介入方法を松原・戸水(2005)はとっていた。

4.2. Cabri3D を用いた実践研究

新井(2006)は、Cabri3D を用いたときの生徒の変容を見ている。

ここで、Cabri3D を説明する。Cabri3D は、3次元空間で平面図形や立体を作図し、それらを動かすことができる。これらの平面図形、立体は、空間図形の基礎に基づいている。例えば、直線を引くにあたっては、空間内に点が2点定義されていなければならない、平面の決定においては、3点が定義されていなければならないなど、直線の決定条件・平面の決定条件にしたがって作成しなければならない。よって、Cabri3D を扱えるようになるまでに、空間図形の基礎的な知識が身につけることができる。

新井(2006)は、Cabri3D を用い、立方体の切断だけでなく、円錐の切断も行っている。

立方体の切断では、切り口が正五角形にならないことの証明を行っている。ここで、生徒はCabri3Dを使って何回も立方体を切断したり、五角形の辺を延長させたりしながら、視点を様々に変化させ、観察を繰り返している。その前に、生徒たちは「正五角形であれば、向かい合う平行な辺は存在しない」ことを確認している。よって、観察を繰り返すことで、切断面において、「五角形はできるけど、必ず向かい合う辺の組み合わせができてしまうこと」、「立方体には向かい合う平行な平面が3組あるので向かい合う平行な辺が出て仕方がないこと」、などを生徒自身が発見していき、「向かい合う平行な辺ができてしまうので、絶対に正五角形にはならない」と結論を得ている。

この活動は、生徒がCabri3Dを自由に扱

い、立方体の切断を行ったり、様々な角度から観察を繰り返すことで、論理的に考え結論を得ている。

また、このような授業を行った後に、円錐の切断を行っている。円錐の切断では、切断面として、円・楕円・双曲線・放物線(三角形)が現れる。これらを様々な角度から観察するという題材として価値があるとしている。これは、切断面において、曲線グラフの一端に触れることができるからであるとしている。また、この授業の際に、生徒が明確に視点を定め、観察する姿が見られたそうである。

新井(2006)より、正五角形の切り口ができないという証明を通し、観察が生徒の中で論証を行うにあたっての有効な手立てだということが認識された結果、円錐の切断において、明確な視点を定め、観察することが行われたと考える。

Cabri3Dを用いることで、切断面を無理なく何度も繰り返し行うことができたため、観察・操作が多く行え、そのことが論理的な思考を高めた要因と考える。その結果として、円錐の切断において、以前の活動で観察とCabri3Dの操作がより優れた方略と生徒の中にあるため、明確な視点を定めた観察が行われたと考える。よって、観察を無理なく行わせ論理的な思考を促した教具としてCabri3Dは有効であったと考えられる。

5. 成果と課題

本節では、メタ認知的経験に関する論文と実践研究より得られた授業構成への示唆を成果としてまとめ、今後の課題について記す。

5.1. 成果

授業構成を行う際の示唆として次の点が得られた。

- ① 学習課題は、直観だけでは判断しにくい課題であること
- ② より優れた方略を選択するようにな

るためには、類似課題や遠課題を扱う中で、どうしてその方略が有効であったのかを考える必要があること

- ③ 直観を取り除くことは不可能であるため、直観を制御する活動が重要であること
- ④ (問題などから)一般化したルールの形で、教訓を抽出しておくこと
- ⑤ 切断を取り入れた空間図形の授業を行うことは、直観での思考から論理的思考へとつなぐ教材であること
- ⑥ 教具は扱いやすく、見た目でわかりやすく、考えやすいものであること

①,③,⑥は、直観のみで考えていた状態から操作を用いて考えるようになるための示唆である。②,④,⑤は、操作をする段階から論理的に考察しようとする段階へつなぐ授業構成の示唆と捉える。

①より、直観だけでは正答を得られない問題が適していると述べた。よって、八田(2002)で使用されていた問題は、直観で答えると間違える問題であるため適していると考える。八田(2002)の問題は、事前調査で使用したいと筆者も考えている。授業は、その解答用紙を返却した後に、調査問題を考え直すことから始める。これは、③における直観を制御するために、自分がどのような思考を行っていたかを振りかえさせるためである。この振り返る活動を行うことは、直観を制御するようになるだけでなく、②の類似問題や遠課題をやる中で、どうしてその方略が有効であったのかを考える機会となると考える。そして、④を踏まえ、八田(2002)で使用された問題3のような切断を行う問題を通し、切断を学んでいくこととする。⑤について、Cabri3Dは有効な教具と考える。また、Cabri3Dの使い方を学ぶ活動は、教材としても適しているとも考える。そこで、Cabri3Dの導入時期は、なるべく早い段階を考えている。直線

や平面の位置関係の項においては導入していきたいと考える。

以上のような授業構成の示唆より授業を考えていくことで、研究の目標の達成を目指したいと考える。授業構成を考える上で、調査問題を実施し、授業を实践する子どもの状態を知っておくことは、重要なことである。

5.2. 今後の課題と調査問題

今後の課題として、授業で使用する Cabri3D のコンテンツの開発や教材を考えることである。新井(2006)では、信州大学教育学部数学教育分野において開発されたコンテンツ(「ENJOY MATHEMATICS in 3D」<http://www.schoolmath3d.org/>を参照)を使用し、立方体の切断や、円錐の切断を行っている。ここでの開発とは、問題に沿って扱いやすいコンテンツのことであり、問題解決に適したコンテンツを今後考えていく。

そして、もう 1 点として、5.1.で成果としてまとめた①~⑥をもとに授業構成を考え、授業を実施することである。現在、授業を実施する生徒を抽出するためと空間図形の授業の実際を探るための 2 点を行うため中学校に観察参加の依頼をしている。そして、空間図形の単元終了後に調査問題を実施し、抽出生徒を選出し、4 月ごろに教授実験として授業を行うことを計画している。その際に行う調査問題に関して述べる。

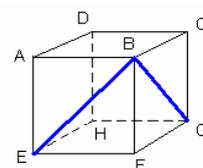
筆者が調査問題を実施する理由として 2 点挙げる。1 つ目として、事前調査をすることで、子どもの思考の状態はどの水準の段階なのか、問題の解答にはどのような傾向がある子どもなのかを把握することである。問題を解くにあたってどのような時に困難を感じ、直観で答えてしまうのかを知ること、後の授業構成にいかしていこうと考えているからである。2 つ目は、事前・事後調査の子ども状態はどのように変化したのかを調べるためである。その変化に

基づき、何がその変化の要因になっていたのかを授業を分析・考察していくことで明らかにしたいからである。

調査問題は、八田(2000,2001,2002)で用いた観点と授業構成の示唆①にそって作成し、操作を使用し解く問題を中心に調査を行うこととする。また、調査問題にあたっては八田(2002)で使用された 3 問も使用していく。

【問題 A】

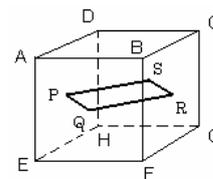
右の見取図で表された立方体 $ABCD - EF$ GH で線分 EB と線分 ED を引きます。∠ E BG は何度ですか。



またその理由を答えなさい。

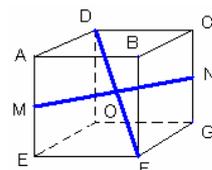
【問題 B】

図のように立方体 $ABCD - EFGH$ があり、各側面の対角線の交点をそれぞれ P, Q, R, S とする。このときの四角形 $PQRS$ の∠ SPQ の大きさを求めなさい。また、そのように考えた理由も述べなさい。



【問題 C】

右の見取図で表される立方体で、 M, N はそれぞれ辺 AE , 辺 CG の中点です。点 D と点 F , 点 M と点 N とを結んだとき、線分 DF と MN は点 O で交りました。∠ DOM は何度ですか。また、その理由を述べなさい。



問題 A は、八田(2001)で使用されていた問題である。八田(2002)内でも同一の問題が使用されてはいるが、描かれている見取図、求める角の位置が違う。

問題 B は、四角形 $ABCD$ からの投影により、四角形 $PQRS$ を正方形と捉えて問題を解くことができる。これは、見た目でも四角

形 PQRS を平行四辺形と直観で考えやすい問題である。

問題 C は、切断、視点移動の操作により四角形 DMFN をひし形と捉え、ひし形の対角線どうしは垂直で交わるので 90° と正答を得ることができる。

以上、八田(2002)で使用された問題 3 問と作成した問題 3 問、計 6 問をそれぞれ事前・事後調査の問題とし使用していくものとする。事前調査では八田(2002)の問題を使用、事後調査では問題 A~C を使用する。そして、八田(2002)で設定された水準に基づき、生徒の発達水準を特定する。

これらの課題を一つ一つ達成し、研究を進めていきたいと考える。

【引用文献】

- A.L.Brown(1984) : Knowing when, where, and how to remember : A problem of metacognition. In R.Glaser(Ed.) , *Advances in Instructional Psychology . Volume 1*. 湯川良三, 石田裕久共訳. メタ認知 : 認知についての知識. サイエンス社.
- 新井仁. (2006). 論証の基礎を培う空間図形の指導 - 3 次元動的幾何ソフトの活用を通して -. 第 39 回 数学教育論文発表会論文集, pp.337-342.
- Fischbein.E . (1989) : Tacit Models and Mathematical Reasoning , *For the Learning of Mathematics 9-2*, pp.9-14.
- 八田弘恵,久保良宏,熊倉啓之,国宗進. (2000). 空間図形についての理解に関する研究. 第 33 回 数学教育論文発表会論文集, pp.319-324.
- 八田弘恵,久保良宏,熊倉啓之,国宗進. (2001). 空間図形についての活用能力に関する研究. 第 34 回 数学教育論文発表会論文集, pp.445-450.
- 八田弘恵,中西知真紀,熊倉啓之,国宗進. (2002). 空間図形についての理解に関する研究. 第 35 回 数学教育論文発表会論文集, pp.289-294.
- 市川伸一. (1993). 学習を支える認知カウンセリング - 心理学と教育の新たな接点 -. 市川伸一編. ブレーン出版.
- 久米康子・村上一三. (1997). 立体図形指導における見取図指導のあり方についての一考察 - 立方体を例として -. 第 30 回 数学教育論文発表会論文集, pp.331-336.
- 松原敏治・戸水吉信. (2005). 立体の切断の指導に関する考察. 第 38 回 数学教育論文発表会論文集, pp.355-360.
- 中西正治. (1996). 立方体の切断面の作図法についての一考察. 第 29 回 数学教育論文発表会論文集, pp.277-282.
- 三宮真智子. (1996). 思考におけるメタ認知と注意. 市川伸一編. 認知心理学 4 思考, pp.157-180.
- 富山伸治郎. (1997). 立方体の切断の見取図と切断面の認識に関する調査. 第 30 回 数学教育論文発表会論文集, pp.337-342.

