上越数学教育研究，第 22 号，上越教育大学数学教室，2007 年，pp.155-162.

割合の授業改善に関する研究
― 統合的な考え方を視点とした指導の工夫 ―

佐藤　満
上越教育大学大学院修士課程 1 年

1．はじめに

平成 13 年度教育課程実施状況調査(2001)の５年の結果を見ると割合に関する問題の正答率は 20 ％を下回り，無答率も 35 ％を超えている。この結果からわかるように，割合の学習は一般的に難しいと言われている（沢田，1990; 吉田，2002)。筆者も以前に行った５年「割合」の授業で，割合指導の難しさを実感したことがある。

佐藤(2002)は，５年「割合」の学習で，割合と環境問題を結びつけた授業を行った。具体的には，単位量当たりの考えをもとに，「南アメリカ」「アジア」「アフリカ」の３つの地域で森林破壊が一番進んでいる地域を見つけ出す活動を位置づけた。子どもは，総面積と森林の面積の２量の関係から，森林の減少率を導き出し，３つの地域の森林の減少について追求した。この授業では，社会科の学習と関連させながら身近な環境問題について考えたことにより，子どもは意欲的に取り組む姿が見られた。しかし，単元後にテストを行ったところ，学習意欲の高まりに比べ，平均点は思ったほど高くはなかった。このテストを分析すると，もとにする量と比べられる量が何であるのかが正しく判断できないという誤答が多かった。

このテストで見られた，もとにする量と比べられる量が何であるのかが正しく判断できないことは，割合を理解するうえでの問題点になると指摘した研究は多い（多鹿，1996; 中村，2002)。このことに関して末次(1983)は，「単位量当たりの考えは，量が視覚としてとらえにくく，また，二つの量の割合としてとらえなければならないために，理解が困難のようである」(p.7)と述べている。

筆者の経験と先行研究から割合の理解の難しさは確認できる。実際，2002 年の日本数学教育学会誌でも，割合に関する特集号が組まれるなど，近年においても割合をどのように指導したらよいかという関心は依然高いことが伺える。そこで，本稿では，先行研究を再検討しその知見を統合することで，割合の授業改善に向けた示唆を得ることを目的とする。

2．割合の捉えと指導の現状

割合といっても多様な捉えがある。ここでは，割合の捉えと現在行われている割合の指導について明らかにする。

2.1．割合の捉え

和田(1959)は，割合という教育用語導入について，比と比の値の２つの概念を指す用語の必然性が背景にあることを示し，割合について，「要するに割合とは，二つの量，それが同種であろうと異種であろうと，これらを見比べるときに生まれてくる概念である」(pp.206-207)と述べている。割合をこのような立場で広く捉えると，割合と比例的推論との密接な関係が顕在化してくる。日野(2003)

は，比例的推論を「一方がｍ倍になれば他方もｍ倍になるといったように，伴って変わる２量の間の比例関係を前提として未知の量を求めたり量を比較したりすること及びそれに準じる考え方」（ｐ.17）と定義している。

このようなことから，学習指導上で見た割合の捉えは，同種の２量を扱う「割合」と異種の２量を扱う「単位量当たりの大きさ」とされているが，「比」や「比例」の学習は当然のこと，「乗法」「除法」の学習とも密接な関係をもつなど，割合に関する学習は，多岐に渡っていると捉えることができる。

2.2. 割合の指導

このように，割合を広く捉えたうえで小学校における割合の学習を見る。５年では，「小数の乗除法」「割合」，６年では，「分数の乗除法」「単位量当たりの大きさ」「比」「比例」が割合に関する学習とされる。このように見ると，高学年の算数の中で割合は，比較的多く取り上げられていることがわかる。

ここで，実際の授業の中でどのような指導が行われているかを考察する。教科書では，問題解決の手がかりとして，数直線，表，絵や図を記載している。その中でも数直線は，難しいと言われている「小数の乗除法」「分数の乗除法」「割合」「単位量当たりの大きさ」の学習に共通して用いられている。一方，割合に関する先行研究では，教科書同様，数直線，表，絵や図を用いた研究が見られる。その中でも特に，２本の数直線の有効性は，多くの研究で実証され（白井, 1997; 柄薗, 1983），この方略は，割合のみならず比例的推論を用いた多くの学習の授業改善に大きく寄与していることが明らかになっている。

３．割合の理解状況

これまで，割合の範囲と指導を明らかにしてきた。ここでは，子どもの理解状況について明らかにする。

3.1. 筆記調査から見た割合

Ｎ県の全県学力調査（2005）の中で，割合に関する問題を見る。

> 長さ３.５ｍで，重さ４.２ｋｇの水道管のパイプがあります。このパイプ１ｍの重さは，何ｋｇですか。答えを求める式をア～エの中から１つ選び，番号を答えましょう。
> ア　３.５÷４.２　　イ　３.５×４.２
> ウ　４.２×３.５　　エ　４.２÷３.５

図１　小学校５年小数のわり算の適応問題

> 水そうに水を入れています。２／３分間に４／５ℓの水が入ります。同じ割合で水を入れていくと，１分間では何ℓの水が入りますか。答えを求める式をア～エの中から１つ選び，番号を答えましょう。
> ア　２／３×４／５　イ　２／３÷４／５
> ウ　４／５×２／３　エ　４／５÷２／３

図２　小学校６年分数のわり算の適応問題

この２つの問題は，分類としては小数と分数の除法の問題だが，１当たり量を求めていることから，割合に関する問題であると捉えてもよいだろう。この問題の正答率は，５年の問題（図１）が 52.2 ％，６年の問題（図２）が 38.9 ％であった。この結果は，５，６年ともテスト問題の中で２番目に低い正答率であった。この調査結果を見ると，割合は難しいということと，問題に小数や分数が扱われると，さらに困難さが増すことが明らかになった。

次に，山本（1995）の調査を見る。山本は，乗除法を適応して解く問題と割合の問題について，５，６年で調査し，数直線や線分図等の図の効果を明らかにした。その結果として，図を提示するだけでは，問題解決上の効果は

それほど期待できないことと，図がプラスに寄与したと思われる問題は，１より小さい小数や分数で割るわり算の問題であったと述べている。

ここで，山本の調査の中にある，５，６年共通の割合問題を見る。

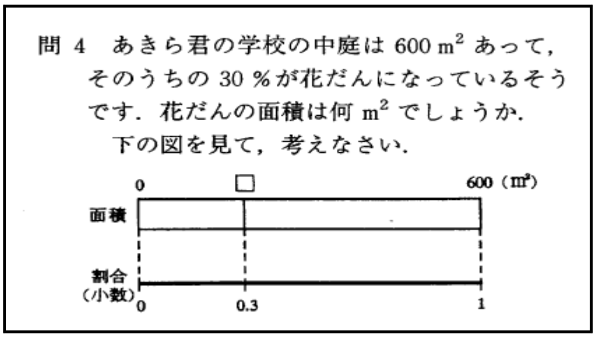

図３　割合の問題

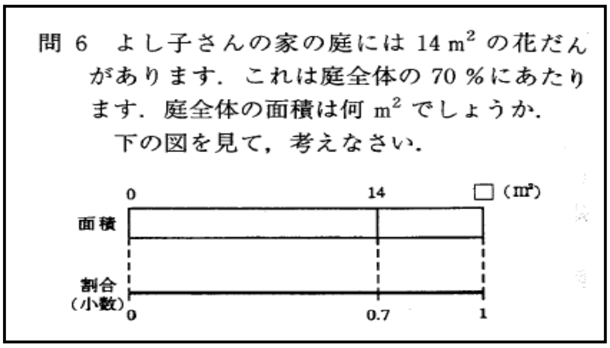

図４　割合の問題

これらの問題の正答率は，問題４（図３）は，５年 71.6 %，６年 60.6 %であり，問題６（図４）は，５年 64.7 %，６年 60.6 %であった。この調査結果を見ると，６年が５年より正答率で下回っていた。さらに用法別に見ると，第３用法である問題６は，５，６年とも共通して正答率が低いことが明らかになった。

3.2. 個の学びから見た割合

個の学びから見た割合の研究として布川(2005)を挙げる。布川は，子どもの学習過程を見て子どもがよりよく理解するための支援の可能性を探るため，５年「割合」で授業の観察を行った。その中で，個における理解状況を観察し，三用法の問題における子どもの考え方に主眼をおいた分析を行った。この調査における抽出児五月の割合の理解の特徴は以下の２点であった。第１は，基本的なベンチマークや比例的な見方の利用が見られる一方で，割合を求める式を変形したものを使おうとしながら使い切れなかったこと。第２は，割合の問題で三用法の考え方が互いに影響し混入したことであった。ここで着目したいのは，五月が三用法の考えを混入するつまずきである。このようなつまずきに対する支援として，布川は，「三用法及びその中での多様な考えを統一する場，そしてそれらを自覚的に区別し利用するための場を提供することが考えられる」(p.16)と述べている。さらに，「乗法構造の学習における数直線の利用は広く提唱されており，教育史的な考察からその利用を支持する研究もある(金井，2002)が，五月に関して特に多様な考えを統合する場としての利用が考えられる」(p.16)と述べ，２本の数直線の利用を提唱している。そして，２本の数直線を用いながら多様な２量の関係を示すことでベンチマークが豊かになり，「素朴な割合概念と算数的な割合概念とを接続することが期待されうる」(p.19)と述べている。

3.3. 筆記調査と個の学びから見た割合の理解状況

筆記調査の正答率が示すように，割合の理解状況は決して十分であるとは言えない。その中でも小数や分数が関わってくると難易度が増し，さらに正答率が低くなることが示された。また，山本の調査では，６年が５年より正答率で下回るという結果が示された。

個の学びから見た布川の研究では，子どもは三用法を混入して考えることが示された。割合の問題は，もとにする量と比べられる量が何であるかの判断に困難さを要し，この問題を乗り越えても三用法の混入という困難さ

が残されている。このことは，割合の中に顕在する理解過程の複雑さを示している。

これまで割合の理解状況を見てきたことにより，子どもが割合を十分に理解していない実態と，割合の理解過程の複雑さが明らかになった。さらには，学年が上がっても割合の理解は深まらず，定着すら危ういということが判明した。このことは，系統的な学習と言われる算数教育の特徴が発揮されず，割合指導のどこかに問題があることを示している。

4．割合の理解状況と指導における変遷

これまで，近年における割合の理解状況について述べてきた。本節では，金井(2002)と直(1990, 1991)の史的考察から，割合の理解状況の変遷と学習指導要領との関連性を分析し，割合指導の問題点と授業改善への手がかりを探る。

4.1　史的考察から見た割合の理解状況の変遷

金井は，昭和 27 年から平成 10 年まで行われた比較的規模が大きな調査から，時代別に割合に関する子どもの実態を分析し，以下のように示した（表１,２参照)。

①小学校５年と６年では，５年の方が正答率が高い。

②小学校の正答率は指導要領が改訂されるにつれて全体的に向上している。

③比の第２用法の問題の正答率が他の用法に比べると高い。

（筆者概略)

表１　小学校５年生の時代別正答率の変化

	昭和 35 年以前	昭和 36~昭和 45 年	昭和 46~昭和 54 年	昭和 55~平成３年	平成４年以降
第1用法	57.4%	56.1%	72.0%	57.5%	67.5%
第2用法	60.9%	59.9%	77.0%	79.4%	
第3用法	49.0%	48.1%		63.7%	56.0%

表２　小学校６年生の時代別正答率の変化

	昭和 35 年以前	昭和 36~昭和 45 年	昭和 46~昭和 54 年	昭和 55~平成３年	平成４年以降
第1用法	28.9%	29.1%	55.4%	51.2%	64.8%
第2用法	35.3%	38.8%		74.9%	60.4%
第3用法	41.4%	58.1%	48.7%	57.2%	

この調査問題の中で，正答率の低い問題に共通していることとして，金井は，数量の関係が捉えにくいことと，２つの量を比べる必然性が必ずしも明確でないことを挙げている。また，正答率の高い問題に共通していることとして，「全体」と「部分」が捉えやすいことと，問題文に出てきた数値の順に立式できることを挙げている。

金井の調査分析①から見えてくる問題点として，割合の定着が安定しないことを挙げる。その中でも，特に注目したいのは，山本の調査と同様に６年の正答率が５年よりも低いことを挙げる。分析②から見えてくる問題点として，昭和 45 年以前のデータでは，正答率が低く，特に６年では２割台のものがあることを挙げる。この結果に対して金井は，昭和 43 年以降の教科書会社６社全てにおいて，割合の指導内容に線分図や数直線を使った内容が入ったことで正答率が上がったと述べている。

このような２つの問題点を指摘するとともに，昭和 46 年から平成３年の結果についてさらに分析を進める。金井の分析にある数直線の導入が割合指導の改善策の決め手となるならば，昭和 43 年以降も正答率は順に上がっていくと考えられる。しかし，昭和 46 年から昭和 54 年と昭和 55 年から平成３年までのカテゴリーを比較すると，第１用法の問題で正答率の逆転現象が起きている。さらに，金井は，小学校の指導要領が改訂されるにつれて全体的に向上していると述べているが，昭和 46 年から 54 年における５年生の結果を見ると，第

１用法，第２用法とも突出して正答率が高く，７割を超えている（表１,２）。確かに数直線の導入は割合指導の改善策の１つであるだろう。しかし，このような結果を考えると，この時代には数直線以外の何かしらの要因があると捉える。そして，この要因を明らかにすることは，割合指導の困難さを解消するための１つの手がかりになると考える。そこで，この逆転現象の要因を解明するため，学習指導要領の変遷を辿ることにする。

4.2. 学習指導要領から見た割合指導の変遷

直(1990)は，昭和 33 年版学習指導要領の割合に関する内容について，「割合の考えは分数の乗除の意味づけのためだけでなく，数量の関係をとらえるときの基本的な見方のひとつとして重要視されたのである。そして，割合の素地指導の名のもとに数と計算，量と測定などさまざまな内容を低学年から割合に関連させて指導するようになった」(p.26)と述べている。また，直(1991)は，昭和 43 年版学習指導要領で，割合の項目が消えたことに関して，「割合の項目を解消し，その内容を各領域に分散したことにより，割合の内容の働きが明確になった点では発展的な解消である。しかし，33 年版学習指導要領に見られた低学年からの割合の素地指導という考え方はやや弱まった」(p.2)と述べている。昭和 52 年版学習指導要領で，割合に関する内容としては５，６年だけに設定されていることに関して，「割合の指導は高学年だけで行うものとも取られやすい」(p.3)と述べている。

金井の研究で指摘された５年と６年の逆転現象と突出した正答率について，直の研究から考察する。直の研究で，昭和 43 年から昭和 52 年の間に，割合は複数の学年や単元との関連や統合を図る学習指導が積極的に行われていたことが明らかになった。このことから，関連や統合を図る学習が割合の困難さを解消するための１つの手立てになるという可能性を見出すことができた。一方，ここで問題になってくるのは，昭和 52 年以降は，関連や統合を図る学習が行われていないかということである。直の研究からも繋がりが弱くなっていることは明らかであるが，全く繋がりが無くなったとも言い切れない。その理由として，割合に関する学習である「小数や分数の乗除法」「割合」「単位量当たりの大きさ」では，共通して２本の数直線を用いた指導が行われていることを挙げる。

これらのことから，関連や統合に関する先行研究を探るとともに，現在の割合に関する学習で導入されている数直線の立場についても明らかにする必要が出てくる。

５．割合と統合的な学習から

ここでは，統合的な学習についてと数直線の立場について明らかにする。

5.1. 割合の定義と統合することの意義

まず，統合の定義について述べる。統合という語は，昭和 43 年の現代化教育課程時代には統合・発展の考えとして強調されてきた。片桐(1995)は，多くの事柄の中から，本質的な共通点を抽出し，同じものとしてまとめていこうとする考え方を指し，中島(1995)は，統合を狭い意味でとらえるのではなく，拡張や一般化などの場合も含むと述べている。

次に，統合することの意義について述べる。金井は，割合の理解と数直線の影響を示しながら，今後の課題として，割合の理解と除法の理解，小数倍，分数倍の理解との関連について挙げている。彦阪・村田(1988)は，乗除法と関連する「単位量当たりの大きさ」「割合」といったものも統合的に見ていく指導過程を考えていきたいと述べている。この他にも分数や小数の乗法の研究で，乗法を「基準量×割合（倍）」で位置づける立場に立った研究が

多く見られる（中村，1996）。このことは，割合を乗除法と関連，または，統合させたりすることが子どもの理解を深めることに有効であることを示している。

5.2. 比例的推論における統合

杉山（1990）は，現代化教育課程時代の学習指導要領に導入された「統合的，発展的考察」について触れ，その中で，統合し続けることは大切であり，学習したことをもとに発展的に考察することの大切さを述べている。そして，統合的な視点として，「比例は，乗法，除法に関連する内容，したがって，割合も含めて，それらの根底にある基本的なアイディアなのである」（p.84）と述べている。また，「比例は，かけ算の場に盛られる基本的な性質であると同時に，割合の根底にもあるものでもある。比例は，割合や比と別物と考えている人もいるが，実は，割合や比が使われる場は，比例の関係が見られる場でなければならない」（p.84）と述べている。

布川（2006）は，「高学年の算数においては比例的推論が直接関わる学習が多い」（p.1）と指摘し，さらに，「比例的推論やその一つの表象である数直線については，その重要性が小数の乗法（馬場，2005; 高橋，2005）といった乗法構造の概念フィールド（Vergnaud, 1997）の学習に関わり述べられてきているが，子どもたちのそれらの使用が十分でないことも同時に指摘されている」（p.1）と述べている。

大谷・中村（2002）は，６年「比例」の学習指導についての研究を行った。その中で，中学校との接続性を配慮し，数表，グラフ，式を比例のシンボルになるよう指導する必然性を示している。また，比例は６年で正式に学習されるが，その基本的な考えは，小数や分数の乗除法の立式における考え方の基礎になり，「単位量当たりの大きさ」「割合」「比」「面積」「体積」などの公式等においても意識されることを示している。このことから，「小学校における比例は，倍概念や割合概念を統合する役割を果たしている」（p.14）と述べている。

これらの先行研究に共通して見られることは，倍概念に関わるいくつかの学習は関連性があり，統合できるということである。このことから，比例的推論のいくつかの単元を統合的に扱うことができる可能性を見出すことができる。一方，2.2 で示したように，「小数の乗除法」「分数の乗除法」「割合」「単位量当たりの大きさ」の学習では，２本の数直線が多く導入されている。このことは，現在の算数教育では，割合に関する学習のシンボルの１つとして２本の数直線が導入されていると捉えることができる。

しかし，実際の理解状況を見ると，布川が指摘しているように子どもは数直線をうまく使いこなしていないという実態も見られる。ここに割合指導の問題点を見出す。教師の立場から見ると，統合を意識した学習を子どもに提供しているかのように見えるが，子どもにとっては，２本の数直線が必ずしも教師の意図したような意味合いをもっていないことが考えられる。子どもが２本の数直線を自由に使いこなすことができない状態で，割合の理解を深めるための統合的な学習は困難であると考える。また，２本の数直線は割合に関する学習のシンボルの１つとして導入されているが，実際のところ，「比」「比例」の学習では，数直線による指導はほとんど行われていないのが現状である。2.2 でも示したように，この２つの学習も割合と同様に比例的推論に関わる学習と捉えることができる。このように考えると，比例的推論に関わる学習の中でも，２本の数直線がシンボルとして位置づけられている学習と，比や比例のように違うものがシンボルとして存在する学習があることを示している。これらのことが，3.3 で示した

算数教育の特徴である系統的な学習が十分に発揮されていない問題点であり，この問題点により，現在においても割合の難しさが解消しきれていないのではないかと考える。理解過程が複雑で，しかも，単元的にも多岐に渡る比例的推論の学習が系統的・発展的に理解されるには，現在，多くの単元で導入されている２本の数直線が，比例的推論全体のシンボルとなる必要があるのではないかと考える。

5.3. 比例的推論を２本の数直線で統合する

子どもの立場から見ると，現在の算数教育では，２本の数直線が比例的推論におけるシンボルになりきれていないことを述べたが，数直線を用いて多くの学習を統合しようと試みた研究として金子(1980)を挙げる。金子は，言葉による文章題の理解の難しさを指摘し，数直線の導入がこの難しさを解決する方略になることを示している。また，立式に関しても，「文章題に含まれている問題の構造をはっきり認知しなければ，確実な立式は不可能になる」(p.2)と述べ，線分構造図を用いた指導をすることにより，多くの単元における文章題の立式が容易になることを示している。金子が線分構造図を導入した単元として，比例的推論である「乗除法」「割合」「単位量当たりの大きさ」はもちろんのこと，現在の算数教育で数直線が導入されていない「比」「比例」も含まれている。さらに，金子は，線分構造図を用いた具体的な活用法を示し,「比例」では,２本の数直線を変形させ，グラフ指導へと繋げる発展的な扱いまで示している。

このことから，「比」「比例」も２本の数直線を用いた指導が可能であり，比例的推論のシンボルとなり得る可能性を見出すことができる。そして，このような可能性の実現化を図るためには，子どもにとって意味があり，そして，自由に使いこなせる２本の数直線の存在が不可欠である。子どもにとって使いにくいものであれば，比例的推論の統合の面で弱さを表出し，子どもにとって比例的推論のシンボルとはなり得ないだろう。教師と子どもの双方の立場で２本の数直線が比例的推論のシンボルとなり得たとき，比例的推論が強固な繋がりを維持し，理解を深める統合的・発展的な学習が実現されると考える。

このように，比例的推論が強固な繋がりをもつことにより，統合の可能性もさらなる発展性を帯びてくる。これまで，再検討してきた先行研究では，ほとんどが１，２単元程度の統合しか見られなかった。しかし,「乗法」「除法」「割合」「単位量当たりの大きさ」「比」「比例」といった多数の単元の強固な繋がりが得られることにより，5.2 の先行研究で示したように，多くの単元の学習を統合させることが実現可能となってくる。子どもにとって今まで関連性を意識できなかった複数の学習を統合させることにより，比例的推論に関わる多くの学習理解を深めることができると考える。このことは，小学校で難しいとされる割合指導の改善だけではなく，小学校６年間の算数で指導されてきた比例的推論に関わる学習の系統性を子どもに示す面から見ても重要なことだと考える。

６．まとめと今後の課題

本稿では，先行研究を再検討しその知見を統合することで，割合の授業改善に向けた示唆を得ることを目的とした。その結果，比例的推論のシンボルである２本の数直線の適切な指導と，意図的・発展的な統合を図る系統的な学習が割合の難しさを解消する１つの手立てになる可能性を見出すことができた。今後は,「割合」を「乗法」「除法」「単位量当たり」「比」の学習と統合させた実験授業を行い，そこで生ずる子どもたちの学習過程を探求することが必要となろう。

引用・参考文献

柄薗高士．(1983)．関数の考え方を用いた乗

法の指導（五年小数のかけ算）：数直線を使った指導を通して．日本数学教育学会誌，*65*(6)，34-38.

彦阪栄克・村田克也．(1988)．子どもの思考を生かした乗除法の指導について．日本数学教育学会誌，*70*(8),3-8.

平山秀人．(2002)．割合の理解・活用の促進を目指した問題の開発：比例関係を前提とした同種２量間の差の変化に着目して：．第35回数学教育論文発表会論文集，343-348.

金井寛文．(2002)．割合に関する児童生徒の理解の実態についての一考察．日本数学教育学会誌，*84*(8)，3-12.

金児功．(1980)．子どものつまずきを防ぐための文章題の指導.東洋館出版社.

片桐重男．(1995)．数学的な考え方を育てるねらいと評価．明治図書.

国立教育政策研究所教育課程研究センター．(2001)．平成13年度小中学校教育課程実施状況調査報告書小学校算数．東洋館出版社.

溝口英磨．(2005)．割合の学習における児童の思考過程にいついての研究：小学校５年同種量の割合に焦点をあてて：．第38回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集，397-402.

中村享史．(2002)．割合指導に関する研究の動向と今度の方向．日本数学教育学会誌，*84*(8)，14-21.

中島健三．(1982)．算数・数学教育と数学的な考え方：その進展のための考察．金子書房.

中島健三．(1995)．数学的な考え方と問題解決研究理論編．金子書房.

直芳子．(1990)．小学校における「割合」指導の変遷(1)．日本数学教育学会誌，*72*(12)，22-27.

直芳子．(1991)．小学校における「割合」指導の変遷(2)．日本数学教育学会誌，*73*(2)，2-9.

新潟県教育委員会．(2005)．平成16年度「全県学力調査」．新潟県教育委員会.

布川和彦．(2005)．子どもの学習過程に基づく支援の構想：５年生「割合」単元における学習過程の分析を通して：．上越数学教育研究，*20*，11-20.

布川和彦(2006)．比例的推論の授業における小学校４年生の学習の様相．上越数学研究，*21*，1-12.

大谷実・中村雅恵．(2002)．中学校との接続性を配慮した比例の学習指導：文化：歴史的活動理論に基づく教授実験のデザイン：．日本数学教育学会誌，*84*(6)，11-21.

佐藤満．(2002)．森林はどれくらい減っているの.長岡算数教育を語る会，学び合う喜びを感じる算数的活動(pp. 132-143)．明治図書.

沢田利夫．(1990)．日本の小学生の「実力」を検討する．児童心理，*44*(12)，49-54.

白井一之．(1997)．乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線の指導．日本数学教育学会誌，*79*(6)，191-195.

末次久利．(1983)．意味指導に重点をおいた単位量当たりの考えの指導．日本数学教育学会誌，*65*(12)，7-12.

杉山吉茂．(1990)．力がつく算数科教材研究法：21世紀の算数教育のためのバイブル：．明治図書.

多鹿秀継．(1996)．算数問題解決過程の認知心理学的研究．風間書房.

山本正明．(1995)．問題解決における数直線や線分図の図の効果．日本数学教育学会誌，*77*(8)，2-9.

吉田甫．(2002)．関係の推理と量的推理：割合概念の場合．立命館人間科学研究，*4*，1-8.