上越数学教育研究，第 22 号，上越教育大学数学教室，2007 年，pp.33-44.

「式を読む」を視点とした文字式の授業改善に関する研究

鈴木　敬介
上越教育大学大学院修士課程２年

１．はじめに

筆者は，学習指導要領の総則にある，自ら学び自ら考えることができる生徒を数学の学習を通して育てたいと強く思っている。それは，数学の学習が，自ら調べ判断する力や，粘り強く考え続け考えたことを相手にわかるように説明したり表現したりする論理的な思考力や表現力（中学校学習指導要領（平成１０年１２月）解説－数学編－）を高めることができるものであり，自律した学習であると考えるからである。

しかし，筆者の現場における経験からも，授業者の意図に反して，ただ単に計算や解法のやり方を暗記しようとする生徒がいる。文字式の授業におけるこのような問題点を改善し，生徒が文字式の必要性と意味を理解し，それを利用できるようにするためには，何が大切であるのか。これを明らかにしたいと考えたことが本研究の動機である。

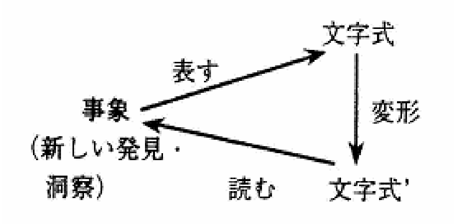
最初に，実践的先行研究より，文字式指導における「式を読む」ことの重要性を導きだす。次に，どのようにすれば生徒が「式を読む」ようになるのか。「式を読む」ことによって，文字式の理解や一般性の認識がどのように深まっていくのか。これらを明らかにし，文字式指導への示唆を得ることが本論文の目的である。

２．文字式指導について

２．１　文字式を学ぶ意義とは

最初に文字式指導を考えていくにあたり，文字式を学ぶ意義とはなにかを明確にする。中学校学習指導要領（平成１０年１２月）解説－数学編－より，文字式を学ぶ意義とは，事象の中にある数量関係を文字を使って表現し，文字を使って一般的に把握する見方や考え方を育てることと，文字式に形式的処理を施すことで新たな関係を見いだしたりする態度を育てるところにある。

このことについて，三輪(1996)は，文字式を数学における主要な思考方法として位置づけ，文字式利用の図式（【図 1】）を提案している。



【図 1】　三輪（1996）の文字式利用の図式

この文字式利用の図式は，文字式に表し，それを変形し，変形した文字式を読むことで新たな発見や洞察が得られるという点で，文字式を学ぶ意義を図で明解に表したものであるといえる。つまり，文字式を学ぶ意義とは，この文字式利用の図式にそって，文字式を利用できることであると捉えられる。これより，文字式指導においては，この文字式利用の図式にある，「表す」，「変形」，「読む」を総合的

に捉えた指導が必要である。

２．２　文字式の実践的先行研究より

では，文字式利用の図式にある，「表す」，「変形」,「読む」過程において，どのような問題点があり，どのようなことが明らかになっているのかを実践的先行研究を考察することで明確にする。

式で「表す」過程においては，未知である数量を自分で文字を決めて「文字の式」に表すことに困難がある（藤井，1998)。それに対して，文字で表す前に，数字の式で表し，その数字式の中に一般性をよみとることが大切であるといえる（藤井，1998；太田，1992)。つまり，式で「表す」過程において，数式を読むことが重要であるといえる。

式の「変形」過程においては，目的をもった式の変形に困難をもっている生徒が多く，それに対して，式の変形前に何を示せばよいのかということをはっきりさせること(三輪，1996）が大切であり，式を「変形」する前に式を読むことが重要であるといえる。

以上から，式で「表す」過程と式を「変形」する過程において,「式を読む」ことが深く関わっていることから,「表す」,「変形」,「読む」という文字式を利用するという点で「式を読む」ことが重要であることがわかる。

次に，式を「読む」過程における問題点として，中学校第１学年の各教科書における式を「読む」問題の数が少ないことから，実際の授業での扱いが非常に少ないことである。これについて，石田(1989)も同様に，式で表すことに比して，式を読むことは軽く扱われるか見過ごしにされてきた面があり，それゆえに式の理解や活用が十分になされていないと述べている。つまり,「式を読む」ことが式の理解や活用に深く関わっていることがわかる。また，式を具体化することで，文字式の理解が深まること（両角，1993)や，図と関連づけた式の読みが，一般化につながる（草野，1997)ことからも同様なことがいえる。

つまり,「式を読む」ことにより，文字式の理解を深め,活用することができるといえる。

以上から，文字式指導を行ううえで,「式を読む」ことの重要性が示唆される。

３.「式を読む」とは

３．１　三輪(1996)の式の読み方

ここでは,「式を読む」ということがどういうことなのかを明らかにしていく。

三輪（1996）は，文字式の読み方として，以下の４つをあげている。

ア　式を演算された数量と結びつける
イ　式を数値と結びつける
ウ　式と図形と結びつける
エ　式の形に着目して式を捉える

（三輪，1996，p．８）

この４つの読み方とは，どのようなものなのか考察していく。

ア　《式を演算された数量と結びつける》

この読み方は，文字式をその表した事象に結びつけるものである。例えば，三角形の面積公式に当てはめて考えると，Ｓ＝1/2 ab において，面積は，1/2×（底辺）×（高さ）と読むものと捉えられる。つまり，文字式をことばの式と結びつけたということができる。

イ　《式を数値と結びつける》

式に数値を代入して式の値を求めることであり，式の具体化としては，最も基本的なものである。

ウ　《式と図形を結びつける》

文字式と図形を結びつけ，視覚に訴えるものである。

エ　《式の形に着目して式を捉える》

これは，式の具体化を超えて，いろいろな式を統一的にみたり，式をより一般化したりしようとするときによく利用されるものである。例として，Ｐ＝ab（値段＝単価×数量)，ｓ＝vt（距離＝速さ×時間)，Ｓ＝ab（長方形

の面積＝縦×横)は,どれもｚ＝ｘｙの形で,ｚがｘ，ｙの積に比例する関係と読めるというものである。

３．２　言語学的視座から

ここでは，文字式の理解と文字式を利用するという点を区別して考えるためには，言語学的視座を用いることが適切であると考えた。そこで,先の三輪(1996)の式の読み方の特性を捉えながら,言語学的視座から,「式を読む」を考察していく。

言語学（田中編，1988）においては，記号と記号の関係を扱う統辞論。記号とそれが表す指示物との関係を扱う意味論。記号とその記号の使用者との関係を扱う語用論がある。

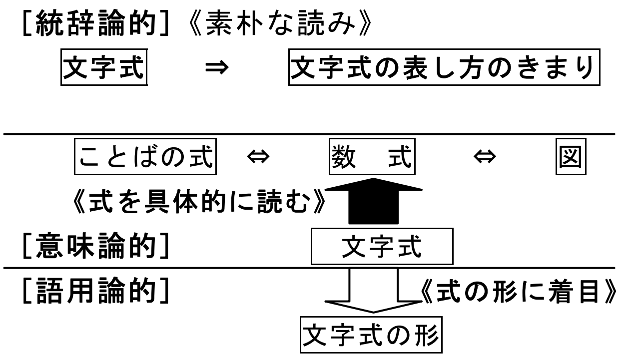
統辞論とは，いわゆる文法，構文を扱う学問である。そこで，統辞論を「式を読む」にあてはめて考えてみると，杉山(1990)のいう素朴なよみである，文字式を表すきまりを読むというものが考えられる。例えば，２ｘを「２かけるｘ」と読むものがこれにあたる。

意味論とは,いわゆる辞書的なものであり,記号と指示物の関係を扱うことから，式を具体的に読むという，式とことばの式，式と数値，式と図形を結びつける読みである，三輪(1996)の式の読み方ア，イ，ウがそれにあたる。これらをまとめて《式を具体的に読む》とする。

語用論とは，発話される場面の状況によって意味することが変わってくるというものであり，文脈や状況に応じた読みということができる。つまり，文脈に応じて式を多様に読むことができるという意味で，三輪(1996)の読み方エ《式の形に着目した読み》がそれにあたるといえる。この読みができることが，文字式を適切に使えるといえる。

なお，文字式を理解するという点においては，主に意味論的解釈があたり，文字式を利用するという点においては，語用論的解釈がそれにあたるといえる。

以上から,「式を読む」をモデルで表すと次のようになる（【図２】。以下，このモデルを「文字式を読む」モデルと呼ぶことにする。



【図２】「文字式を読む」モデル

また，実際に言語学的視座から文字式「２ｎ＋１」がどのような読み方になるかをまとめると次（【図３】）のようになる。

	文字式の読み方	２ｎ＋１（ｎ：整数）
統辞論	素朴な読み（杉山）	２かけるｎたす１
意味論	ア：式を演算された数量と結びつける	２×整数＋１
	イ：式を数値と結びつける	２×１＋１ ２×２＋１・・・・
	ウ：式と図形と結びつける	長方形などにおきかえる
語用論	エ：式の形に着目して式を捉える	「a＝２，ｂ＝１の一次関数」 「奇数」,「偶数＋１」

【図３】「２ｎ＋１」を読む

３．３　数式を読むとの関わり

これまでは「文字式を読む」というものを考えてきた。そこで，ここでは「数式を読む」を考察し,「文字式を読む」と「数式を読む」との関連を図ることで,「式を読む」を捉える枠組みを構築していく。

数式を読むについて，清水（1989）は，次のように述べている。

式をよむこととは，式から具体的な数量の関係を考えたり，式を活用して数量の関係を一般化したりすることなどを意味する。

（清水，1989，p.９）

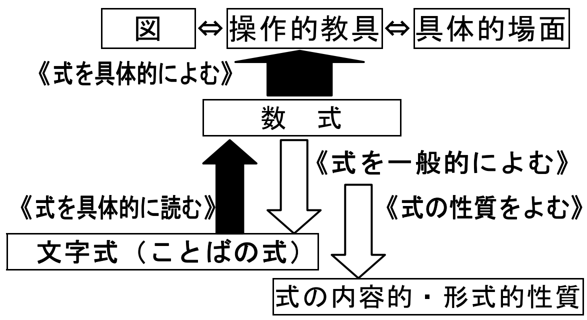
これより，「数式を読む」とは，《式から具体的な数量関係をよむ》というものと，《式を活用して数量の関係をよみ，一般化したりするよみ》というものがあると考えられる。

《式から具体的な数量関係をよむ》とは，５＋３＝８などの式を与えてお話づくりをさせて，具体的な場面を考えるというものである。この具体的なよみについて石田(1989)は，式から図，式から操作的教具，式から具体的場面によむと表現している。

《式を活用して数量の関係をよみ，一般化したりするよみ》とは，５＋３において，被加数の５や加数の３は他の数でもよいのかを問題にするという，一般化するよみである。この一般化するよみについて石田(1989)は，式からことばの式によむと表現している。なお，ことばの式を文字に置き換えることで文字式になるといえる。

その他に，石田（1989）は，《式の性質をよむ》として，式を他の表現方法に表し変えてよむというものではなく，式の性質をよむというものであり，式の関数関係や依存関係をよむという，式の内容的性質を導きだすよみと，式の形に着目した，式の形式的性質を導きだすよみがあるとしている。

以上から，数式と文字式における「式を読む」の関連を図ると次の（【図４】）のように表せる。ここで，《文字式を具体的に読む》と《数式を一般的によむ》ことが対の関係にあることがわかる。また，数式を具体的に読んだ，図，具体的教具，具体的場面の間にも関連があるといえる（石田，1989）。以下これを「式を読む」モデルとする。



【図４】「式を読む」モデル

以上から，「式を読む」を捉える枠組みとして，この「式を読む」モデル（【図４】）と先の「文字式を読む」モデル（【図２】）を用いる。

４　「式を読む」に焦点をあてた実践

４．１　授業構想

ここでは，文字式の指導において，「式を読む」という活動場面をどこで，どのように取り入れていけばよいのかを考えていく。

「表す」，「変形」，「読む」という三輪(1996)の文字式利用の図式の観点から考えると，それを総合的に捉えることができる「文字式を利用した説明」の単元が適していると考える。そこで，生徒が課題を解決するうえで，文字式を必然的に読むことができる課題が必要であることから，両角(1993)の実践を参考にする。

同氏は，生徒の中に自分の論理と数学的に正しい論理との比較・検討を促すことを意図して，文字式の変形場面から他者の論理を想定することと，想定した他者の論理と自分の論理を比較・検討させるという実践を行っている。その結果，文字式から数字式へという特殊化の読みが，自分の論理を顕在化し，文字式の意味を深めるということを明らかにしている。つまり，この他者の論理と自分の論理を比較・検討させるという活動を取り入れ

れば，《式を具体的に読む》ことが必然的におこり，藤井(1998)がいうように，その具体化された数式の中に一般性を読みとることで，文字式の意味を理解することができる。

そこで，文字式の学習において，論理を比較して読むという場面を考えると，偶数・奇数の問題は，その適切な場面となりうる。というのも，筆者の教職経験から，同じ文字には同じ数が入るという点において，偶数と奇数の和を文字式で表すとき，「２ｎ＋（２ｎ＋１)」という「連続する偶数と奇数の和」を表す生徒が多く，この式と，「２ｎ＋(２ｍ＋１)」という「２つの偶数と奇数の和」を表す式との違いが，比較・検討できるからである。これにより，文字式を「読む」という活動を促すと考えられる。つまり，実践をデザインする上での重要な課題となりうるとともに，文字式の表している意味理解を深めることが期待できると考える。

４．２　分析の対象

実験授業は，平成 18 年５月に計４時間，新潟県内の公立中学校第２学年の１学級（習熟度別クラスの中のクラス，生徒数２６名）を対象として行った。授業者は筆者自身である。授業の様子は３台のビデオカメラで記録した。１台は授業者の活動を中心に記録し，もう２台は特定の子どもを中心として記録した。これらの記録をもとに，授業分析のための詳細な筆記録(プロトコール)を作成した。これらのデータ及び，生徒が授業中に記録したプリントを分析の対象とした。

４．３　課題について

課題は，「２つの奇数の和」と「連続する２つの奇数の和」を読むというものである。具体的には，「２つの奇数の和」と「２つの連続する奇数の和」の証明の一部を与え，それが何を意味しているのかを解読するというものである。つまり，「２ｎ＋１」，「２ｍ＋１」，「２ｎ＋３」の式を比較・検討しながら，式の意味を理解するというものである。

《実際に生徒に提示した課題》

> 宝箱から正しいことを説明している紙が２枚発見された。しかし，それは，ところどころ消えて見えなくなっている。さあ，あなたはそれを解読して，それが何を説明しようとしていたのか知ることができるか。

《なつめさんの説明》

> ｎ，ｍを整数とすると，２つの　　　　　は，
> ２ｎ＋１，２ｍ＋１と表せる。
> その　　　は，（２ｎ＋１）＋（２ｍ＋１）＝

《のぐちさんの説明》

> ｎを整数とすると，２つの　　　　　は，
> ２ｎ＋１，２ｎ＋３と表せる。
> その　　　は，（２ｎ＋１）＋（２ｎ＋３）＝

５　分析と考察

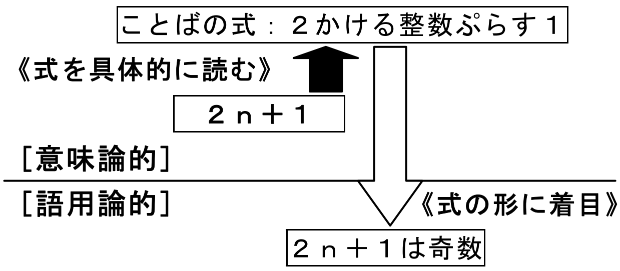
５．１　「２ｎ＋１」を読む場面

ここでは，課題を提示した後に，４人の生徒（Tomi，Onta，Tuka，Saka）が課題解決に向けて話し合っている場面を分析・考察する。課題提示後，「２ｎ＋１」が何を表しているのかを読んでいる場面である。

1	Tomi	これ〈２ｎ＋１を指差して〉，奇数の形なんだ。奇数の形。だってさ，２ｎぷらす１
2	Tomi	奇数の形っていうのが，２かける整数ぷらす１
3	Saka	おお！
4	Tuka	あまりが１になる？
5	Tomi	だから，奇数の形は・・これでしょう。〈Tuka のプリントに書いてある「奇数の形は２ｎ＋１」を指差して〉
6	Onta	これ〈奇数の形は２ｎ＋１のところを指差して〉
7	Tuka	これねー。あーあ〈うなずく〉
8	Tomi	だから，だから，これじゃん。〈２ｎ＋１を指差して〉
9	Tuka	だな

最初に，Tomi が，２ｎ＋１が奇数の形であ

ると述べる（１)。その理由は，2 Tomi **奇数の形っていうのが，２かける整数ぷらす１**といっているように,「２ｎ＋１」と「２かける整数ぷらす１」と「奇数の形」が結びついているからであるといえる。つまり，Tomi は「２ｎ＋１」に対して，Sfard (1991) のいう構造的理解をしているといえる。この Tomi の式の読みは,「２ｎ＋１」をことばの式である「２かける整数ぷらす１」という《式を具体的に読む》を行い，その後，語用論的な読みにあたる《式の形に着目した読み》により，「２ｎ＋１」を奇数と読んだといえる（【図５】）。



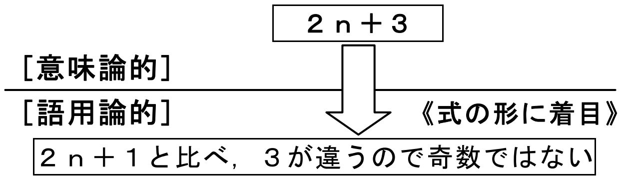
【図５】　Tomi の「２ｎ＋１」を読む

Tomi の「２ｎ＋１」についての説明を聞き,Tuka は，4 Tuka　**あまりが１になる？**という疑問を示す。この発言より，Tuka は奇数について，「２×（整数）＋１」という構造的理解をしていたというよりもむしろ「２でわったとき,あまりが１となる数」という操作的理解をしていたことが伺える。

「２ｎ＋１」が何を表しているのかを解決した後に，４人は,「２ｎ＋３」が何を表しているのかという話題に移る。

10 Onta　そしたらさー,これは,これは何という形？ <2n＋3の方を指差して>
11 Onta　こっち<2n＋1を指差して>だけ奇数の形でしょ。の形で,こっちは<2n＋3を指差して>
12 Tomi　3が違う
13 Onta　3とかありえないし
14 Saka　ぷらす3だから

「２ｎ＋３」に対して，12 Tomi **３が違う**と述べる。これは，「２ｎ＋３」を奇数の形（２ｎ＋１）ではないと判断したものと思われる。この式の読みは，「２ｎ＋３」をこの文脈に照らして，奇数ではない数と読んだことから，語用論的読みにあたる《式の形に着目した読み》を行ったといえる。



【図６】　Tomi の「２ｎ＋３」を読む

しかし，その後，４人は,「２ｎ＋３」が奇数ではないと読めたが，それが何を表しているのかまでは読めない状態であった。

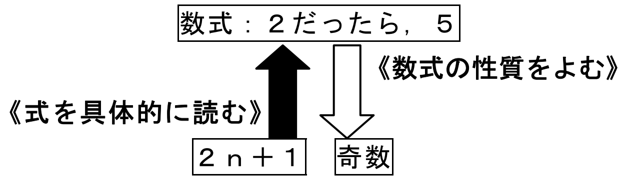
次に，教師がなぜ「２ｎ＋１」が奇数の形であるのかを Tomi に聞いている場面である。

15 T　これ，本当に奇数の形なの
16 Tomi　はい
17 Tomi　２かける整数ぷらす１
18 T　これ，本当に整数，あっ奇数。なんで <２ｎ＋１を指差し>
19 Tomi　だって，２かける整数
20 Tomi　だって，これ，２だったら
21 Tomi　２かける整数ぷらす１は・・・
22 T　２だったらって，２になってない
23 T　２だったら
24 Tomi　２だったら・・・
25 Onta　２だったら・・・５になる
26 T　５だ<２ｎ＋１を指差して>
27 Tomi　あっ，そういうことね

Tomi は,「２ｎ＋１」が奇数である理由を「２かける整数ぷらす１」(17) であるからと述べる。しかし，それでも納得しない教師の問いかけに 20 Tomi **だって，これ，２だっ**

たら と,文字ｎに２を代入して説明しようと試みる。しかし，うまく代入することができずに言葉を詰まらせる。そこで，Onta はすぐに２ｎ＋１のｎに２を代入し，５であると述べる。それを聞いて Tomi は《式を具体的に読む》ことから,「２ｎ＋１」が奇数であるという認識を深めたといえる（27)。

［意味論的］



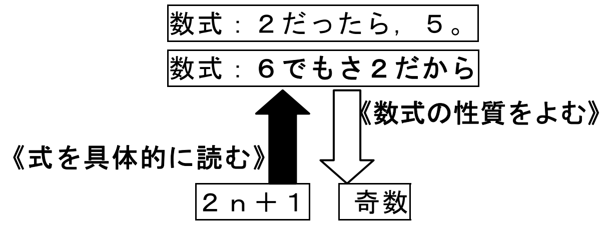
【図７】　Tomi の「２ｎ＋１」を読む

しかし，この後すぐに，Tomi，Onta は次のように述べる。

28　T　　だから，これとこれが ＜2n＋1と2m＋1＞
29　Tomi　あっ，でもこれさ ＜2n＋1を指差して＞
30　Onta　でもさ，6でさ，6でもさ2だから･･･なんでもない。なんでもない。

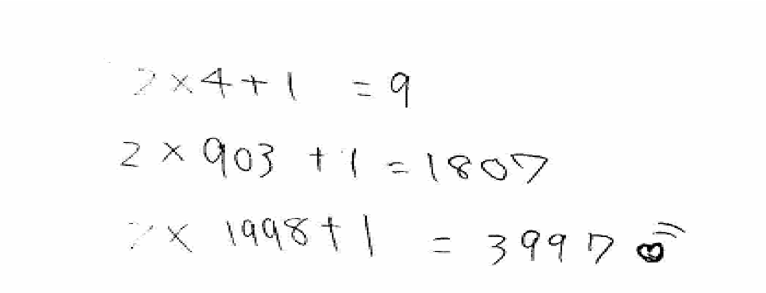
この 29 Tomi **あっ，でもこれさ**という言葉より，Tomi は,《式を具体的に読む》と《数式の性質をよむ》になんらかの疑問を感じたことが伺える。また,次の Onta の発言 30 Onta **でもさ，６でさ，６でもさ２だから・・・なんでもない。なんでもない**について,「６でさ，６でもさ２だから」から，ｎ＝２のときの値が，５だけではなく，６も表しているのではないかという疑問を感じたことが伺える。また,「なんでもない，なんでもない」より，ｎ＝２では，６は表せないことに気付き，すぐにその発言を取り消したと考えられる。つまり，Onta は，先の具体的な数式１つでは，納得がいかずに,他の数式で確かめることで「２ｎ＋１」が奇数であることを確かめることができたといえる（【図８】)。

［意味論的］



【図８】　Onta の「２ｎ＋１」を読む

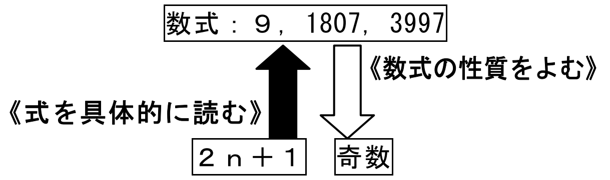
その後，Miya（前述の４人以外の生徒）が全員の前で,「２ｎ＋１」と「２ｍ＋１」について，ｎに６，ｍに３を代入し，ｎとｍにどんな整数をいれても奇数になると発表する。その発表直後に,Tuka は次のような計算を自分のプリント（【図９】）に行う。



【図９】　Tuka のプリント

Tuka は自分のプリントにいくつか適当な数値を代入して計算する（【図９】)。これは，Tuka が自ら「２ｎ＋１」に数値を代入するという《式を具体的に読む》ことを行ったといえる。ここで，Tuka の読みについて，代入した数値は３つであり,計算を３回行っている。また，その代入した数値をみると，ｎ＝903 やｎ＝1998 など，自分でも計算することが大変である数値にも関わらず代入して計算している。そこには，どんな数値でも奇数になることを確かめたかったという Tuka の気持ちが伺える。

［意味論的］



【図１０】　Tuka の「２ｎ＋１」を読む

ここで,「２ｎ＋１」が奇数であることを構造的に理解していたとみられる Tomi と,操作的に理解していたとみられる Tuka の「式を読む」活動を考察し,「式を読む」ことで,「２ｎ＋１」についての認識がどのように深まっていったのかを明らかにすることとする。

①　Tomi の「２ｎ＋１」についての認識の深まりについて

Tomi は，最初「２ｎ＋１」を「２かける整数ぷらす１」と読み，それが「奇数」であると読んだ。しかし，この式の読み方は,「２ｎ＋１」と「２かける整数ぷらす１」と「奇数」とがつながっていることが前提での読みであり,「２ｎ＋１」を構造的に理解していたといえる。しかし，この読み方では,「２ｎ＋３」などのような今までにみたこともない式であると「２ｎ＋１」とは違うということしか，読めないということになる。実際に,Tomi は,「２ｎ＋３」が,「２ｎ＋１」とは違うという認識を示した。

次に，Tomi は，教師に「２ｎ＋１」が奇数であることの説明を聞かれ，教師を納得させるために，自ら《式を具体的に読む》ことを行おうとする。そして，数式１つから式の性質をよみ奇数と認識する。つまり，Tomi は,「２ｎ＋１」に対して，構造的に奇数であると理解していたが,《式を具体的に読む》という操作的結果から，奇数であることの認識を深めることができたといえる。また，いくつか実際に自分で《式を具体的に読む》ことで,「２ｎ＋１」が奇数であることの認識をさらに深めることができたといえる。

②　Tuka の「２ｎ＋１」についての認識の深まりについて

Tuka は奇数に対して,「２×（整数）＋１」という構造的理解をしていたというよりもむしろ「２でわったとき,あまりが１となる数」という操作的理解をしていた。その後，Tuka は，Miyaの発表を聞き，自分で，本当に「２ｎ＋１」が奇数になるのかを確かめたいと思い，自ら《式を具体的に読む》ことを行った。そして,「２ｎ＋１」という形からではなく，いくつかの数式を読むという操作的結果に照らして初めて奇数であることを確信したといえる。それは，式の後のハートマーク（【図９】）からも，理解できたといううれしい気持ちがわかる。つまり，Tukaは奇数に対して操作的理解をしていた状態で,「２ｎ＋１」を認識するにあたり,《式を具体的に読む》ことにより,操作的に理解したということができる。また,そのときの数式は,ｎ=903 やｎ＝1998 など，計算が大変なものまで読んでいることから，どんな数でも，という一般性の意識がより強かったともいえる。

以上から，自ら「式を読む」ようになるには，文字式に対して，疑問や不安，何を表しているのかを確かめたいと思ったときであるといえる。

ここで,「２ｎ＋１」に対して構造的理解をしていた Tomi と操作的理解をしていた Tuka が,「２ｎ＋１」をどのように読み，文字式の理解や一般性の認識がどのように深まっていったのかをまとめると，次の図（【図１１】）のように捉えることができる。

Tomi の認識の深まり	Tuka の認識の深まり
２ｎ＋１	奇数を「２でわって，あ
↓《ことばの式によむ》	まりが１」
２×整数ぷらす１	
↓《式の形に着目》	２ｎ＋１
奇　数	↓《式を具体的に読む》
２ｎ＋３は，読めない	数式３つ
２ｎ＋１	２×　４＋１＝９
↓《式を具体的に読む》	２×903＋１＝1807
数式１つ	２×1998＋１＝3997
↓《数式の性質をよむ》	↓《数式の性質をよむ》
奇　数	奇　数
２ｎ＋１が奇数である	２ｎ＋１を奇数と認識
という認識を深める	する

【図１１】　「２ｎ＋１」の認識の深まり

５．２　「２ｎ＋３」を読む場面

この場面は,「２ｎ＋３」が何を表しているのかを話し合っているところである。

４人の生徒は,「２ｎ＋３」について,「２ｎ＋１」とは形が違うので，奇数ではないという認識を示したが，それが何を表しているのかわからない状態であった。そこで，教師が４人に「２ｎ＋３」が何を表しているのかを聞く。

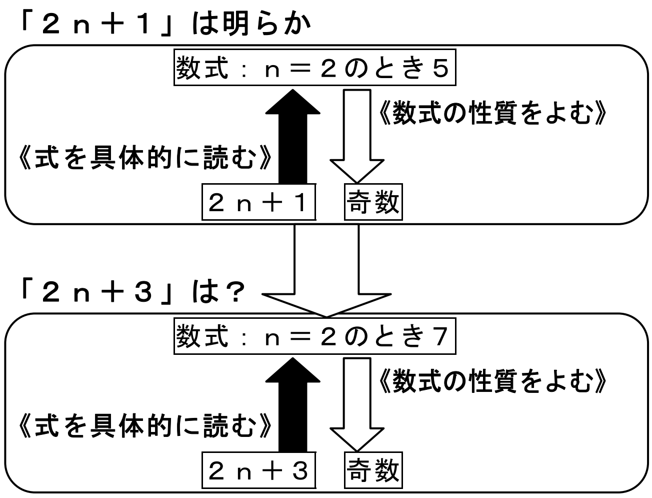
31 Saka　これもさ奇数だよ ＜2n＋3を指差して＞
32 Tomi　まって，でもこれはさー，nとnだからさー
33 Onta　これはおかしいよ
34 Tomi　nとnだから
35 Saka　整数だから2，2，2で
36 Tomi　これも2のときと，2，2，2　5でしょう。＜2n＋1を指差して＞
37 Tomi　2，2，2，2 ＜2n＋3を指差して＞
38 Onta　7でしょ
39 Tomi　7。奇数だ
40 Saka　奇数だよ

それに対して，Saka が **31 Saka これもさ奇数だよ**とつぶやく。しかし，この発言に対して Tomi は，ｎとｎだから（34）という理由でそれを否定する。それに対して,Saka は文字に数値を代入するという《式を具体的に読む》ことを行おうとする(35)。つまり,Saka は《式を具体的に読む》ことにより,「２ｎ＋３」が奇数を表していることを確認しようとしたと考えられる。

その後，Tomi，Onta も一緒になって《式を具体的に読む》。つまり,《式を具体的に読む》ことにより,「２ｎ＋３」が何を表しているのかを明らかにできることを期待したと考えられる。

ここで,Saka は，いきなり「２ｎ＋３」に数値を代入するのではなく,先に明らかとなった「２ｎ＋１」について《式を具体的に読む》ことを行ってから,「２ｎ＋３」に対して《式を具体的に読む》ことを行っている。

そして，数式から式の性質をよみ，Tomi は思わず **39 Tomi　7。奇数だ**と発し,「２ｎ＋３」が奇数を表していることを認識する。



【図１２】　Saka の「２ｎ＋３」を読む

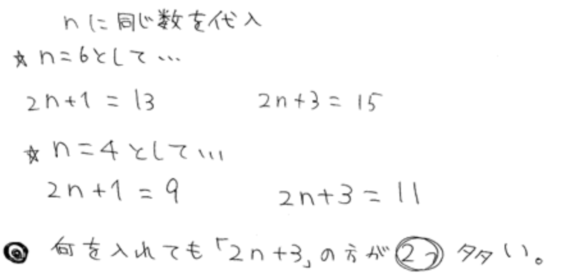
その後，教師は「２ｎ＋１」,「２ｍ＋１」と「２ｎ＋１」,「２ｎ＋３」が同じなのかと問う（41)。

41 T　　あの，今ちょっとね，なつめさんとのぐちさん同じじゃないかと聞こえてきたんだけど
42 Tomi　同じじゃないよ。
43 Tomi　でも，長くない
44 Onta　2つの奇数の形だ？
45 Onta　あー，わけわからん

ここで，４ 人は「２ｎ＋３」が奇数を表してると読むが，「２ｎ＋１」や「２ｍ＋１」との違いまで理解できていなかった。

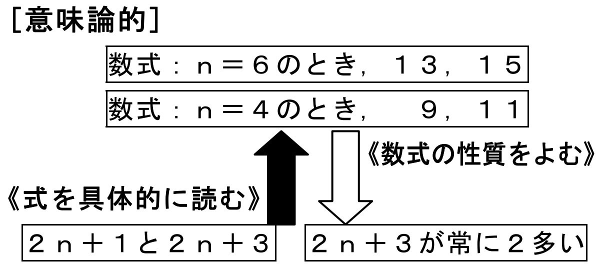
教師のつぶやきに対して，４ 人は「２ｎ＋３」が奇数であると読んだのだが，Ontaの「２つの奇数の形 (44)」や，「あー，わけわからん (45)」という発言より，「２ｎ＋３」を奇数の形だと認められないでいた。これは，ｎ＝２を代入し，その結果が７となること，つまり数式から《数式の性質をよむ》ことにより，「２ｎ＋３」が奇数であると認識したのだが，奇数の形である「２ｎ＋１」との区別がつかないで悩んでいるといえる。

その後、教師に指名されたHigu（前述の４人以外の生徒）が黒板で「２ｎ＋１」，「２ｎ＋３」にｎ＝６を代入する。そこで授業は終わる。授業後のOntaのプリント(【図１３】)には，次のものが記入されていた。



【図１３】Ontaのプリント

このOntaのプリントの最初のｎ＝６は、Higuが発表したものである。その後、Ontaは自ら「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」のｎに４を代入するという《式を具体的に読む》。そして，この２つの数式から，《数式の性質をよむ》ことにより，何をいれても「２ｎ＋３」の方が２つ多いということができたといえる。つまり，「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」との間を数式のレベルで関連を図ることに成功したといえる。



【図１４】　Ontaの「２ｎ＋３」を読む

ここで，「２ｎ＋３」をどのように読んで，式の意味を認識したのかを明らかにするために，SakaとOntaの読みを考察していく。

① Sakaの「式を読む」について

最初は，「２ｎ＋３」を「２ｎ＋１」と読み比べ，「２ｎ＋１」とは，定数項の部分が違うので，奇数ではないという読みを行った。しかし，それでは，「２ｎ＋３」が何を表しているのかまで読めないという状態であった。そこで，Saka は，「２ｎ＋３」も奇数ではないかと予想する。Saka　は，「２ｎ＋３」が奇数を表していることをみんなに認めてもらうために，《式を具体的に読む》。これは，「式を読む」ことにより，「２ｎ＋３」が何を表しているのかを明らかにすることができると考えたからである。理由として，Sakaがいきなり「２ｎ＋３」に数値を代入するのではなく，先ほど明らかになった「２ｎ＋１」について《式を具体的に読む》ことで確かめてから，「２ｎ＋３」について《式を具体的に読む》ことを行ったことから推測できる。また，そこには，前に自ら（４人で)「２ｎ＋１」に数値を代入し，「２ｎ＋１」が奇数を表していることを実際に確認した経験も影響していると考えられる。

しかし,「２ｎ＋３」が奇数を表していることは理解できたが,「２ｎ＋３」の形まで読むことができなかった。そこには，数式１つから《数式の性質をよむ》ことから奇数は読めるが,「２ｎ＋３」という式の形まで読むことができなかったといえる。

② Onta の「式を読む」について

Onta は，Higu（全員の前で，ｎに６を代入する）の発表後に「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」の両方について式を読む。そして，２つの数式から,「２ｎ＋３」の方が常に２多いという《数式の性質をよむ》ことで,「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」を数式のレベルで関連付けることができた。

これは，最初,「２ｎ＋３」について，式の形を「２ｎ＋１」とは違うというように読んでいたものが,《式を具体的に読む》ことから，数式の性質から奇数とよんだり，「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」を関連付けたりすることにより，数式の性質である「２ｎ＋３」が常に２多いということを読むことができたといえる。

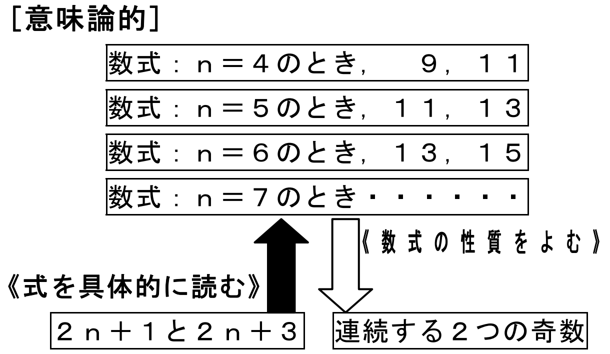
つまり，文字式の理解において，いきなり文字式の形に着目するのではなく,《式を具体的に読む》ことから,《数式の性質をよむ》ことを行う必要があることが示唆される。

５．３　Onta の読みを発展させる可能性

ここで, Onta の読みを発展させる可能性について２つ述べる。

① 「２つの連続した奇数」と読む可能性について

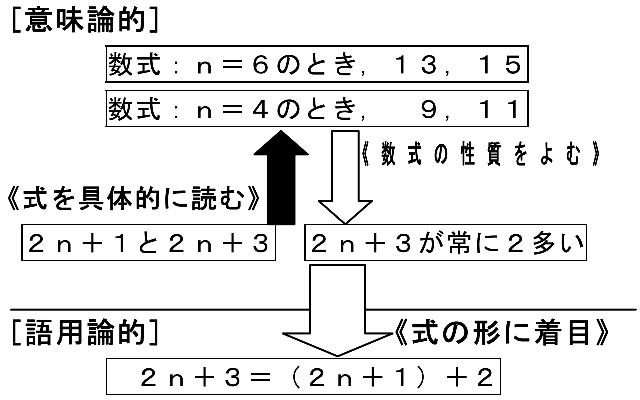
Onta は,「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」の数式レベルでの関係を理解することはできたが，この２つが連続する奇数を表していることに気付かなかった。そこで，Onta の《式を具体的に読む》ことをもっと多く行い，その数式を規則正しく並べるなどして視覚的に表現することにより,「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」が連続する奇数を表していることに気付くことができたと考えられる。



【図１４】「２つの連続した奇数」と読む

② 目的をもった変形につながる可能性について

Onta は,「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」の式を比較したのではなく,「２ｎ＋１」と「２ｎ＋３」に数値を代入した結果,「２ｎ＋３」の方が常に２つ多いことを帰納的に導きだした。そこから，数式と文字式を対応付けることにより，どうして２ずつ多いのかということを文字式に戻って考えることができれば,「２ｎ＋３」を「（２ｎ＋１）＋２」と変形するという，目的をもった式の変形につなげることもできるであろう。つまり, 目的をもった式の変形において, 式を具体的に読み, それら数式と文字式を関連付けることが重要な役割を果たしうるということである。また，このことが文字式を語用論的に読むことであり，文字式を適切に使えるといえる。



【図１５】　「２ｎ＋３」を読む可能性

６．おわりに

どのようにすれば生徒が文字式を読むようになるのか。式を読むことによって，文字式の理解や一般性がどのように深まっていくのかを明らかにすることを目的として,「式を読む」に焦点をあてた実践を行ってきた。そして,「式を読む」モデルを視点として授業を分析・考察した。その結果、次の３つのことが示唆される。

① 《式を具体的に読む》ことができるようにするために有効な方法の１つは，実際に文字式に数値を代入し、式が何を表しているのかを明らかにする経験である。特に、文字式指導において、「式を読む」ことを継続的に行うことが重要であり，その意味で，1年生の段階から十分に「式を読む」指導を行うことが大切である。また，文字式が何を表しているのか疑問や不安に思ったときに自ら「式を読む」ようになる。

② 文字式の理解や一般性の認識を深めることにおいて，いきなり《式の形に着目した読み》を行うのではなく,《式を具体的に読む》ことが,《数式の性質をよむ》ことにつながり，文字式の理解や一般性をより深めることができる。つまり，文字式指導において,《式を具体的に読む》ことが重要である。

③ 《式を具体的に読む》ことが、数式と文字式を対応付けることで,《式の形に着目した読み》につながりうることから、文字式指導において、《式を具体的に読む》ことを意識した授業を行うことが、目的をもった式の変形につながり，文字式を適切に利用できるといえる。

今後の課題は，どのようにすれば，生徒が数式と文字式の対応付けを行うのかを明らかにすることである。

引用・参考文献

藤井斉亮.(1998).「文字の式」の理解に関する一考察：疑変数について.日本数学教育学会，第３１回数学教育論文発表会論文集，123-128.

藤井斉亮.(2000).「式に表す」ことの困難性について.日本数学教育学会，第３３回数学教育論文発表会論文集，349-354.

石田忠男（1989). 式に表すこと，式をよむこと. 新しい算数研究 No. 221，35-38.

片桐重男(1995).数学的な考え方を育てる「式」の指導，「算数教育の新しい体系と課題」第２巻，明治図書.

国宗進.(1997).確かな理解をめざした文字式の学習指導. 明治図書.

草野収.(1997). 算数における式をよむ活動についての一考察.上越数学教育研究，12,81-92.

三輪辰郎.(1996).文字式の指導序説.筑波数学教育研究,15,1-14.

文部科学省（1999). 中学校学習指導要領（平成１０年１２月）解説―数学編－.

両角達男.(1993).学校数学における「式を読む」ことに関する一考察－文字式の理解のために－.日本数学教育学会，第26回数学教育論文発表会論文集,133-138.

太田伸也.（1992）.中学生の文字式に対する認識について.日本数学教育学会誌 74(9),11-19.

Sfard，A．(1991)．On the Dual Nature of Mathematical Conceptions：Refelections on Processes and Objects as Different Sides of the same Coin． *Educational Studies in Mathematucs*．22（１)，１－36.

清水静海．(1989)．算数科のキーワード６「式の意味やはたらきの理解を深める」．明治図書.

杉山吉茂.（1990）.式をよむことについて.学芸大数学教育研究，２,17-25.

田中春美編.(1988).現代言語学辞典. 成美堂.