上越数学教育研究，第 22 号，上越教育大学数学教室，2007 年，pp.101-112.

# 割合における児童の学習過程に関する研究

## －「割合のイメージを生かした表象」の効果－

山 口 潤
上越教育大学大学院修士課程２年

### １．はじめに

割合について、沢田（1990）が、国際数学教育調査の結果、日本は、正の数や分数の計算の成績が他の国より高いのに比べて、比や百分率の成績は低いと報告しているように、割合は、小学校算数の中でも、最も難しいとされている教材である。そのような難教材である割合の学習において、筆者は、公式とそれに当てはめる数値を問題文から見つけ出す手段を覚えさせる指導を行ってきた。その結果、児童は形式的に問題解決を行うだけで、割合の理解には至っていないと感じていた。

割合の指導としては、概念を視覚化するため、乗除法との関わりから、背腹を利用した１本の数直線や、２本の数直線を組み合わせた複線図を用いることで、演算決定の一助とし、効果が見られたという事例は多い。しかし、加藤（1980）は、複線図を使用した授業実践を行った結果、形式的に考えを進めていくうちに答えが出てきた感があり、身についた理解とすることができにくいと感じたと述べている。

一方、吉田・河野（2003）は、割合の実験授業を通して、割合のイメージが割合の概念の理解を促したことを示している。また、佐伯（1978）は、対象をイメージすることで、その対象の本質が明らかになると述べている。

これらの研究を踏まえると、割合のイメージと問題解決のための手続きが結びつくことで、割合の意味を実感しながら問題解決を進めることができ、その結果、割合の概念の理解とそれに基づいた問題解決に至ると考えられる。

そこで、本稿では、割合を理解するためには、複線図のように数値同士の関係を表すだけではなく、そこに割合のイメージをもつことが必要であるという考えのもと、「割合のイメージを生かした表象」を取り入れた実験授業を構想すると共に、実施された授業に参加した児童のビデオ記録を分析・考察することで、「割合のイメージを生かした表象」が児童の学習過程に果たす効果を示していくことを目的とする。

### ２．割合のイメージを生かした授業構想

#### 2.1. 割合のイメージを生かした表象

田端（2002）は、２量が伴って変わるという比例の考えが、割合の概念を理解する上で重要な要素の一つであると述べている。また、土屋（2002）は、その比例の考えを生かすため、数直線（図１）を用いた実践を行っている。

| |
|---|
| 問題　４ｍをもとにしたときの３ｍと６ｍの割合をそれぞれ出しなさい。 |

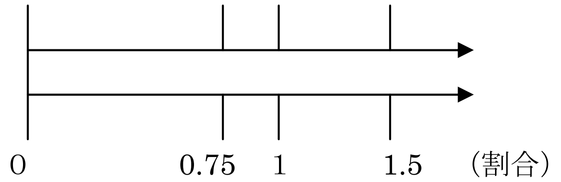



**図１**

その結果、問題解決には効果があったとしているが、同時に、数直線の使用だけでは割合の概念の理解には不十分であったことも示している。

そこで、吉田・河野（2003）の提案する割合モデル（図２）に着目する。

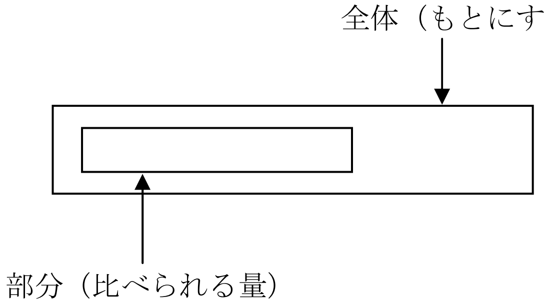
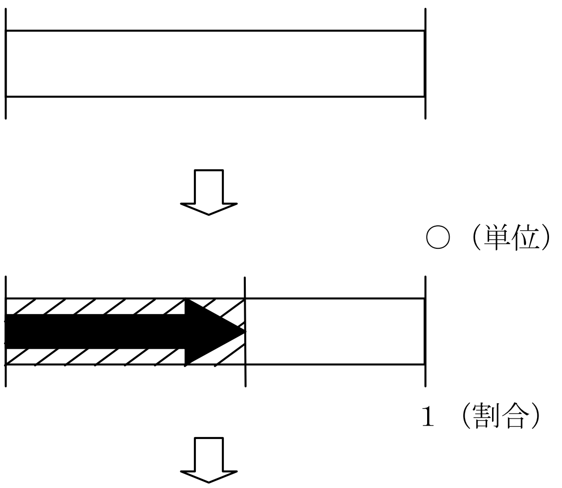



**図２**

この割合モデルは、割合を視覚化することで、割合とはもとにする量に対して比べられる量がどれだけつまっているかというイメージの表象となっている。

この割合モデルと２量の比例関係を表す数直線とを統合することで、割合がもとにする量に対する比べられる量のつまり具合であるというイメージの中に、比例の考えを持ち込むことができると考えられる。

そこで、割合モデルと２量の比例関係を表す数直線とを統合した「割合のイメージを生かした表象」として、割合メーター（図３）を提案する。



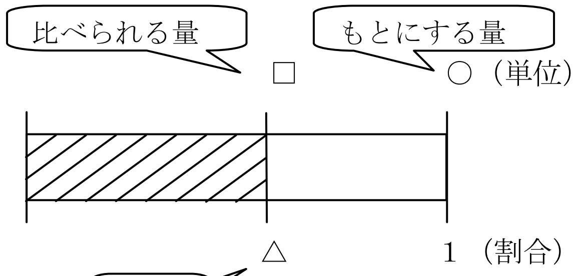




**図３**

この割合メーターは、黒い矢印のように（実際のメーターには表記されない）、中身が徐々に伸び、外枠を埋めていく様子を捉えることができるように動きを伴って提示することとする。このように動的に使用することで、全体に対する中身のつまり具合が割合であるという割合のイメージをもつことができ、さらに、比例関係を表す数値を統合することで、数値同士の関係とそれに伴う割合の大きさを視覚から捉えることができるようになることが期待される。また、その結果、数値同士を比例的に捉え、立式の拠り所として使用したり、答えの見積もりや問題との整合性を確かめる手段としても使用したりすることができると考えられる。

割合メーターは、割合の概念の理解と共に、問題解決にも有効であると考えられ、これを用いて問題解決を行うことで、割合を実感し、概念の理解もより深まっていくと考えられる。そこで、この割合メーターを単元全体を通して使用することとする。

### 2.2.　割合メーターを生かす授業構想

本授業構想では、割合のイメージを生かすため、割合メーターを単元全体を通して使用する。そこで、割合メーターの作成や使用に必要な諸要素も単元全体を通して計画的に構成することとする。

#### 2.2.1.　割合メーターへの移行

吉田・河野（2003）は、割合を学習する以前の子どもがもっているインフォーマルな知識はかなり豊かであり、彼らは日常生活の中で割

合の基本的な意味を獲得しているとし、また、%を量という視点からかなり理解していると述べている。

市川（1994）やMack（1990）は、インフォーマルな知識と新しく学ぶ知識をどのように関係づけ、意味づけをしていくかが重要であるとしている。

そこで、単元の導入場面では、インフォーマルな知識を生かすことのできる「メスシリンダーに50%水を入れる」という課題を設定する。

その後、50 点満点と 100 点満点という基準の異なるテストのできを比べる課題を設定する。ここでは、基準をそろえる必要があることに気づかせ、100 にそろえるという考えにつなげる。

図４のような思考の流れが期待される。

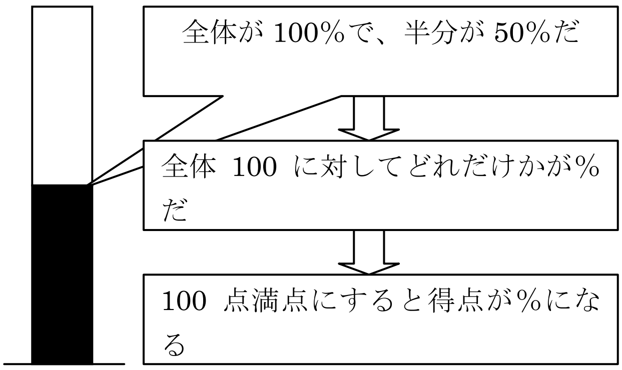



**図４**

次に、50 点満点、100 点満点のテストのできを図５のような100にそろえたメーターに表す課題を設定する。

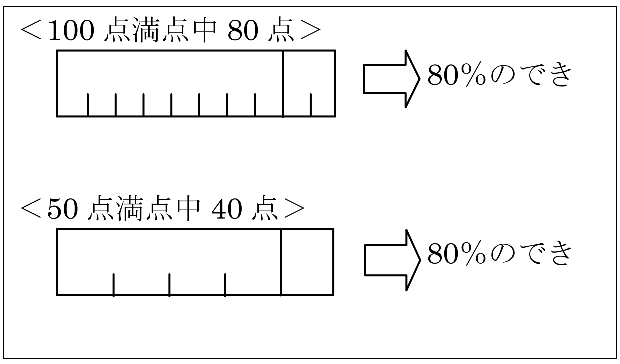



**図５**

そして、このメーターを、全体を 100 と見た割合メーターへと移行させ、さらに全体を１と見た図３の割合メーターへと移行させることとする。

このように、メスシリンダーの課題を割合メーターへと移行させることで、メーターが徐々に伸びていくイメージや器と中身のイメージ、さらに、器に対しての中身が割合にあたるという意味を与えるようにする。

### 2.2.2.　問題スキーマを構成する

最も多く言及されている割合の難しさの要因は、もとにする量と比べられる量の見極めが児童にとって困難なことである（中村，2002；多鹿，1996）。

そこで、単元を通して、問題文中から問題を解くのに必要な情報を抜き出す機能をもっている問題スキーマ（鈴木ら，1989）を構成させることとする。そのため、問題の形式を、「ＡはＢの〇%です（Ａ：比べられる量　Ｂ：もとにする量）」という基本形から、形式に捉われない発展形へ移行する形を取り、全用法内で包含関係の問題を扱った後、対比関係の問題へ移行することとする（山口，2006）。

包含関係の問題では、問題場面の全体―部分の関係をもとに、つまり、問題場面のイメージをもとに割合メーターを作成することで、もとにする量と比べられる量の見極めができると考えられる。そして、割合メーターと問題文とを対応させることで、問題の形式からもとにする量を見極めることができる問題スキーマが構成されると考えられる。

一方、対比関係の問題では、包含関係で構成された問題スキーマをもとに問題文からもとにする量と比べられる量を見極め、割合メーターを作成することが期待される。

このように、問題文中からもとにする量という情報を抜き出すことのできる問題スキーマを構成することで、割合のイメージができない問題でも、割合メーターを作成し、それを割合のイメージの表象として捉えることができる

ようになると考えられる。

また、割合メーターの中で、割合のイメージと問題スキーマが統合することで、もとにする量に対して比べられる量がどれだけにあたるかが割合であるという割合の意味を実感できるようになると考えられる。

### 2.2.3. 比例的な見方を育てる

割合は、もとにする量を１と見た場合、それに対する比べられる量がいくらにあたるのかを示したものであるため、その理解には、２量が伴って変わるという比例的な見方を必要とする。また、割合メーターを作成後、そこから立式を行うためは、数値同士を比例的な関係で捉える必要がある。そのため、割合の学習以前に比例的な見方を育てておく必要があると考えられる。

そこで、割合単元の学習前に、「数直線の見方」の授業と位置づけた、小数のかけ算（図６）・小数のわり算（図７）の学習を行うこととする。

＜小数のかけ算＞

| | |
|---|---|
| 問題 | １ｍの重さが4.8ｋｇの鉄のぼうがあります。0.8mの重さを求めましょう。 |

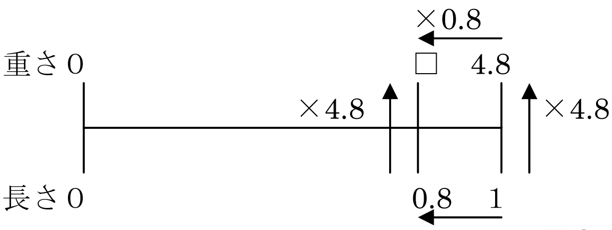



**図６**

１本の数直線の背腹で２量の関係を捉える見方であり、これは、（単位）量と割合を１つの図で表している割合メーターにも共通する見方である。

かけ算に関しては、縦・横双方の見方ができるため、どちらからでも２量の関係を捉えることができるようにする。

＜小数のわり算＞

| | |
|---|---|
| 問題 | 0.6mの重さが 1.5ｋｇの鉄のぼうがあります。１ｍの重さを求めましょう。 |

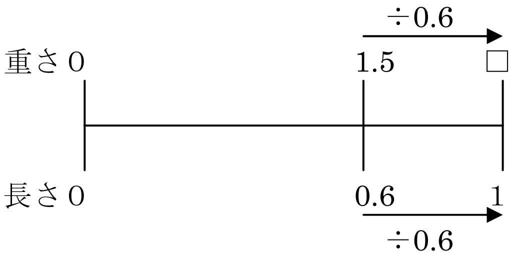



**図７**

わり算に関しては、白石（2006）が、児童らは、ある数をその数自身でわると１になるという感覚を十分に経験してきていないと報告しているように、割合の第３用法で必要とされる１へ向かう横の見方が児童にとっては困難であると考えられるため、重点的に指導することとする。

## ３．調査の概要

本稿のデータは、2006 年２～３月にＡ県の公立小学校　５年２組で行われた「割合」の授業（10 時間・「割合のグラフ」２時間を除く）から収集されたものである。授業は前節で述べた構想に従って実施された。24 名の児童の中から２名を抽出し、学習過程をビデオカメラ及びＩＣレコーダーで記録した。

その記録を授業プロトコルとして記述し、割合メーターが児童の学習過程に果たす効果に着目しながら分析・考察を行った。

本稿では、そのうちの１名、英（仮名）の学習過程の分析・考察を示していく。英は、算数が得意で、理解が速く、学力的にも上位にあたる児童である。

## ４．実験授業の分析と考察

英の問題解決では、問題場面が包含関係の時と対比関係の時とで変容が見られた。そこで、ここでは、英の学習過程の様相を「割合の意味指導の場面」「包含関係の問題場面」「対比関係

の問題場面」の３つの場面に分けて分析していくこととする。

### 4.1. 割合の意味指導の場面

第１時､メスシリンダーに水を入れる場面では､１／３程度が 30%､半分が 50%､満タンが 100%､その中間辺りが 80%、さらに、水を溢れさせた場合は 110%と、割合が 100%を超えることを含め理解していた。

このことから、割合を量の視点から捉えることのできるインフォーマルな知識を所有しており、量感覚も確かであることが示された。

４つの教科のテストのできを比べる場面では、一番できがよかった教科について次のように発言した。

| 教　科 | 満　点 | 得　点 |
|---|---|---|
| 国　語 | １００ | ８０ |
| 算　数 | １００ | ７０ |
| 社　会 | ５０ | ４０ |
| 理　科 | ５０ | ３０ |

英：はい、えっと、社会だと思います。わけは、満点が 50 点で、得点が 40 点で、で、10 点しか違わないから、国語の満点が 100 点で得点が 80 点より､社会の満点が 50 点で得点が 40 点の方が一番できがよかったと思います。 どうですか。
教師：社会が一番いいんじゃないかなって言いました。理由は、何て言ったっけ？
英：満点に近いから。

このように、間違えた点差に着目した差による比較を行っていたが、その後、光の意見を聞くことで、考えが変わった。

光：私は国語と社会ができがいいと思います。理由は、結花さんが言ってたのとちょっと似てるけど､社会の 50 と 40 にかける２をすれば､100､んんと､満点のところが 100 になって､得点のところが 80 になるから､国語と社会の点数が同じになるから、社会と国語が一番いいと思ったからです。

倍にしてそろえて比較するという考えであるが、この意見を聞いた後のグループによる話し合いの場面で、英は、「光さんの意見も取り入れていくぞ。」､「光さんがかいた、だからさ、100 点にするとさ､かける２なんだよ。」､「２倍、２倍にすれば国語と同じ点数になるから。わかった？」と発言するなど、差で比較する考えから倍を用いる考えに変わっている。

実際、算数と理科のできの比較を行う場面では、理科の満点と得点を 2 倍し、満点を 100 にそろえた上で算数との比較を行った。

このように、英は、2 量の比較を差で行うのではなく、倍で行うという知識を得たことが示された。

４つの教科のテストのできを 100 にそろえたメーターに記す場面では、社会を記す際、国語のメーターを見ながら「同じだ。」と発言し、４教科とも迷うことなくメーターを作成した。そして、そこからできを％で表すことも正しくできていた。

また、理科を 30%とした翔の質問に対して、次のように発言した。

翔：60%？何で？
英：(国語と社会が）同じだから。

社会を 100 点満点にして、得点の 80 点が％になるので､理科も 100 点満点にした 60 点が％になるという意味である｡これは､全体が 100%で､半分が 50%といったインフォーマルな知識が、国語と社会の全体を 100 にそろえると両者が同じ 80%のできになるため全体 100 に対してどれだけかが％になるという理解を経て、100 点満点にすると得点が％になるといった理解へつながったことを示している。

また、割合を量の視点から捉えることのできるインフォーマルな知識は、もとにする量に対する比べられる量の位置を決めたり、完成した割合メーターから割合の大きさを読み取ったりと、以降、単元全体を通して割合メーターの作成や読み取りに生かされていた。

第２時､150 点満点中 90 点のできを考える場面では、図８のような数直線を作成した。

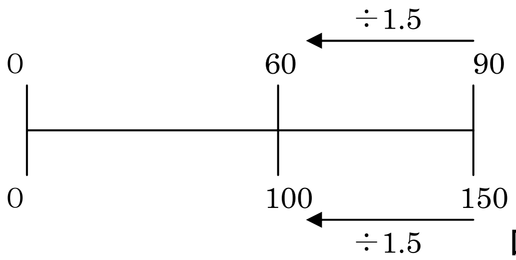



**図８**

150 を 100 にするために 1.5 で割るので、90 も 1.5 で割って 60 にするというように、２量が伴って変わることを理解しており、事前に行った「数直線の見方」の学習で学んだことが生かされていることを示している。

第３時、８人がけのイスに５人が座った時のこみぐあいを考える場面では、もとにする量を８と見極め、正しく割合メーターを作成し、矢印のように縦の見方で立式を行い、答えを求めた（図９）。

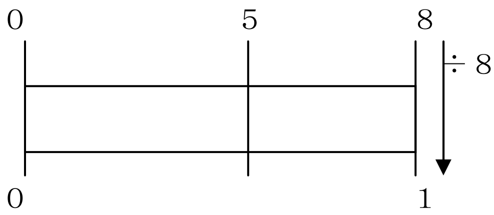



**図９**

続く 12 人が座った時のこみぐあいを考える場面では、メーターの作成の際、次のような行動が見られた（図 10）。

英：（もとにする量が 12 だった場合、８にあたる付近にペンを置く）

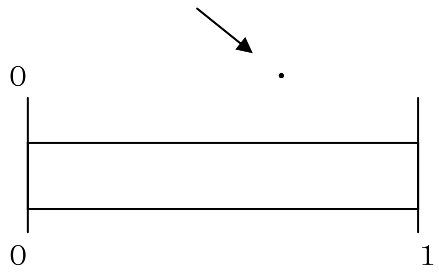
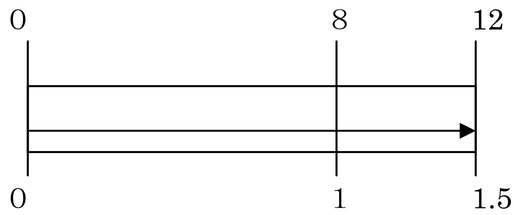



**図 10**

このように、初めはもとにする量を 12 としてメーターを作成しようとしたと考えられるが、途中でやめている。これは、問題場面をイメージすることで、８が器にあたり、12 が中身にあたるということに気づいたためであり、イスの数と座る人の包含関係を意識してのことと考えられる。

この後、初めて割合が 100％を超える割合メーターを作成する。その際、教師の、中身は伸びているというアドバイスにより、メーターの１までの枠をかいた後､図 11 の矢印のように、中身にあたる分を、左端から枠をなぞりながら伸ばして、さらに１の枠をはみ出すようにして作成した。

左端から中身を伸ばすということは、器に対して中身が徐々につまっていくことを意識していることを示している。そして、この 100％を超えるメーターのかき方は、包含関係の問題を解く際に常に用いられるようになった。




矢印は筆者が記入　**図 11**

このように、英は、２量を包含関係で捉えること、そして、その２量の割合を全体に対する部分のつまり具合として捉えることを意識するようになった。

以上より、英は、当初は２量の比較は差で行うという考えをもっていた。しかし、他者の意見を聞くことで、倍を用いて行うという考えに変わり、割合を求めるためには、数値同士を比例的な見方で捉える必要があるという理解に至った。

また、問題解決の場面において、割合メーターを作成することで、問題場面の全体―部分の関係（包含関係）や割合とは全体に対する部分のつまり具合であることを意識するようになったと言える。

### 4.2. 包含関係の問題場面

第４時

| | |
|---|---|
| 問題 | 畑全体の面積は 250 ㎡で、その中の花だんの面積は 45 ㎡です。花だんの面積 45 ㎡は畑全体の面積 250 ㎡の何％ですか。 |

問題場面のイメージとして、他の多くの児童は図 12 のような図をかいた。

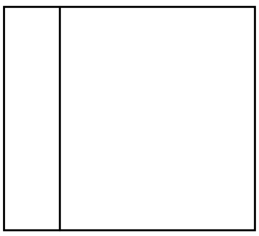


**図 12**

それに対し、英は、図 13 のようにかいた。

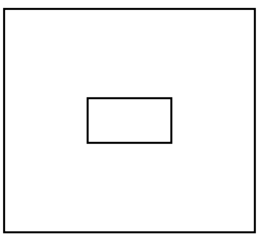


**図 13**

図 12 の方が形としては割合メーターに近いが、畑と花だんが分断されて捉えられている可能性もある。それに対し、英の図 13 は、畑の中に花だんがあることが明確であり、畑と花だんを全体と部分として捉えていることが伺える。よって、この図をもとに作成された割合メーター（図 14）も全体と部分の関係を意識して作成されたと考えられる。

英：(左端に線を引き、そこから横に線を引き、枠をかき、右端に線を引く）
英：（17 秒間、プリントを見つめる）
英：（もとにする量に 250、下に１と書く）
英：（中身の線を引き、比べられる量に 45 と書く）
英：(250 から１へ矢印を書き、隣に÷250 と書く）
英：（45 から割合の部分へ矢印を書き、隣に÷250 と書く）

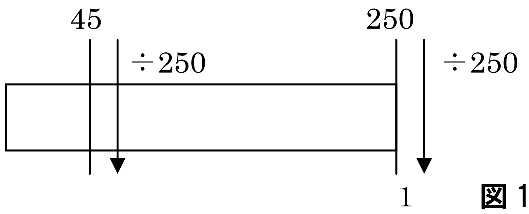


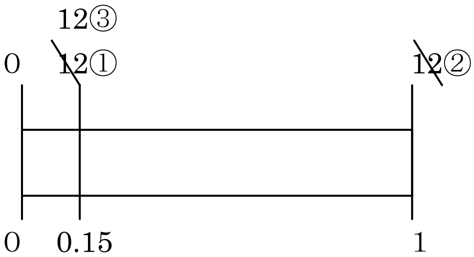

**図 14**

また、問題解決に関しては、縦の関係で見ている矢印が書き込まれており、それをもとに立式を行い、答えを求めていた。

第６時

| | |
|---|---|
| 問題 | 田んぼ□㎡に苗を植えています。今までに植えた面積は 12 ㎡です。今まで植えた面積 12 ㎡は田んぼ全体の面積□㎡の 15％です。田んぼ全体の面積は何㎡ですか。 |

割合メーター作成の際、初め、12 を比べられる量とし、正しいメーターを作成した(図 15①)。しかし、白石（2006）の報告のように、第３用法の比例的な見方である１への横の見方ができなかったため、メーターが間違っていると考え、12 をもとにする量とした(図 15②)。その後、立式をせず、しばらくプリントを見つめた後、再び 12 を比べられる量とし、正しいメーターを作成した（図 15③）。




①②③は記入した順番　**図 15**

図 15②のように 12 をもとにする量とした場合、苗を植えた面積が田んぼ全体の面積より大きくなるという非現実的な状態が生ずる。また、メーターで考えると、求める田んぼ全体の面積が 15%にあたり、苗を植えた面積が田んぼ全体の 15%にあたるという問題場面との不整合も生ずる。このように、問題場面を包含関係で捉え、問題場面のイメージをもつことで、正しいメーターに戻ることができたと考えられる。

第 6 時

| | |
|---|---|
| 問題 | バーゲンで、ある品物を定価の 70%の 2100 円で買いました。定価はいくらですか。 |

2100 を比べられる量とし、割合メーターを正しく作成した（図 16）。そこから 2100÷0.7 を立式し、3000 円という正答を出すが、その後、悩む様子が見られた。

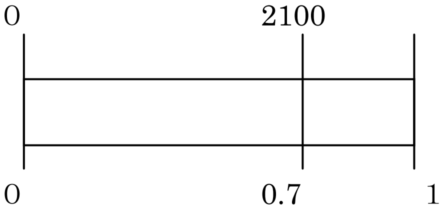



**図 16**

英：70%って・・・、あれ？

英：（翔に向かって）3000 円の半額ってさ、1500 円だべ。70%って・・・。

英：50%で半額でしょ。

英：半額より安いのかなあって、2100 円になるか？もとの数 4200 円だとよ・・・。

英：（美奈に向かって）でもさ、50%って半額？だよね。だから、70%、半額よりも安いんだよね。じゃあ、何で 2100 になるの？（独り言で）3000 円で、半額すれば 1500 円・・・。

英：50%ってさ。半額のことで、それで、3000 円って出て、70%だから、半額よりも下かなあって思って、でも・・・。

これは、定価の 70%を 70%オフと勘違いし、定価が 3000 円ならば、50%で 1500 円になるので、70%（オフ）が 1500 円より高い 2100 円であるのはおかしいという意味である。

英は、問題場面の包含関係を生かし、メーターを作成することで、3000 円という答えを出している。一方で、問題場面の中に割合のイメージ（70%オフのイメージ）を見ているため、計算により正しい答えが出ているにも関わらず、割合のイメージに捉われて迷いが生じたと考えられる。

この後、教師の 70%オフではないという指摘により、英は、割合メーターから導き出した 3000 円という答えに納得した。

以上より、英は、包含関係の問題では、問題場面を包含関係で捉え、問題場面及び割合のイメージをもつ。そして、それを割合メーターに表すことで、数値同士を比例的に捉え、問題解決に至っていた。

また、その問題解決は、割合メーターの作成から立式までを一連の手続きとして行っているのではなく、第 6 時の定価の問題での悩む様子から伺えるように、割合のイメージを加味することで、割合の意味を考察しながら問題解決を行っていた。そして、その割合のイメージとは、意味指導の場面で意識された、全体に対する部分のつまり具合であったと考えられる。

英にとっての割合メーターは、問題場面及び割合のイメージの表象であり、同時に、その数値同士の関係を比例的に捉えるための表象になっていたと考えられる。

### 4.3. 対比関係の問題場面

第７時

| | |
|---|---|
| 問題 | 太郎さんの身長は 140ｃｍで、お父さんの身長は 175ｃｍです。太郎さんの身長 140ｃｍはお父さんの身長 175ｃｍの何%でしょう。 |

初の対比関係の問題であるが、もとにする量の見極めに悩む様子が見られ、結局、もとにする量を誤って 140 として、100%を超える割合メーターを作成し、答えも 125%とした。

この問題の形式は、「A は B の何%でしょう：B がもとにする量」という基本形であり、これまでにやってきた問題と同じ形式である。これまでの英は、同じ形式の問題では、用法に関わらず、もとにする量の見極めがきちんとできていた。

しかし、この問題になり、見極めを誤っている。これまでの問題とこの問題の違いは、包含関係か対比関係かであることを考えると、英がこの問題で正しい割合メーターを作成できなかったのは、もとにする量と比べられる量がイメージしやすい全体―部分の関係になっていなかったため、太郎さんとお父さんの関係性がつかめず、問題場面をイメージできなったためと考えられる。

この後、この問題の答え合わせの際、スクリーンに太郎さんの身長 140cm に見立てた板とお父さんの身長 175cm に見立てた板を表示し、「太郎さんの身長はお父さんの身長の何%だから・・・」という教師の発言に合わせて、140cm の板の色が濃くなり、175cm の板の色が抜ける様子を見せた時点で、英は、「間違えた。」と発言している。ここで英は、対比関係の問題でも、２枚の板が重なることで、それを問題場面及び割合のイメージとして捉えることができることを認識した。そして、問題文の形式と下の板にあたるもの（この問題では 175cm）、つまり、もとにする量とがつながったと考えられる。

実際、その後の第７時の問題では、問題文の形式に着目してもとにする量の見極めを行う姿が見られた。

第８時

| | |
|---|---|
| 問題 | 学校の高さは 25m で、役場の高さは 28m です。役場の高さは学校の高さの何%でしょう。 |

次のように割合メーターを作成した（図 17）。

英：（左端に線を引き、そこから横に線を引き、枠をかき、右端に線を引く）
英：（左端の上下に 0 を書く）
英：（もとにする量の下に 1 と書く）
英：（もとにする量に 25 と書く）
英：（右端からはみ出すように上の横線を付け足し、下も同様にし、右端に縦線を引く）
英：（比べられる量に 28 と書く）
英：（25 から 1 へ矢印を書き、隣に÷25 と書き、28 から割合の部分へ矢印を書き、隣に÷25 と書く）

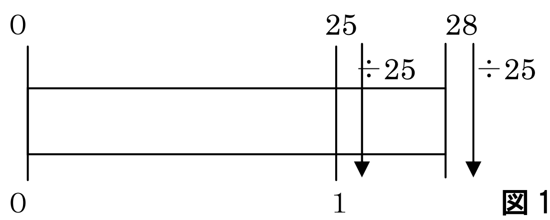


図 17

もとにする量の見極めに関しては、問題文中の「学校の高さの何%でしょう」という部分に着目して行ったという発言をしており、やはり問題文の形式に着目して見極めを行っていたことがわかる。

また、この問題は割合が 100%を超えるのだが、メーターを作成する際、100%を超える分をこれまで（包含関係）は図 18 のように左端から伸ばしてかいていたのを、この問題では、図 19 のように右端に付け足す形でかいた。

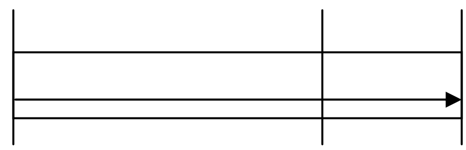


図 18

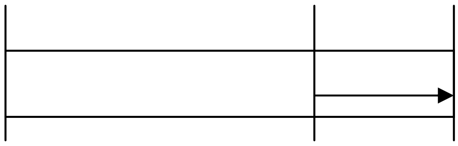


図 19

これは、包含関係では、つまり具合を意識してかかれていたのものが、対比関係に移り、それを意識しなくても割合のイメージとして捉えることができるようになったためと考えられる。

なお、これ以降、割合が 100%を超える問題に関しては、包含関係、対比関係問わず、図 19 のように右端に付け足す形でかかれるようになった。

この他にも、包含関係と対比関係とで、割合メーターの作成の仕方に違いが見られた。

それは、包含関係ではメーター作成の際、枠、もとにする量、1 の順でかいていた（図 20）が、対比関係では、枠、１、もとにする量の順でかいていた（図 21）。

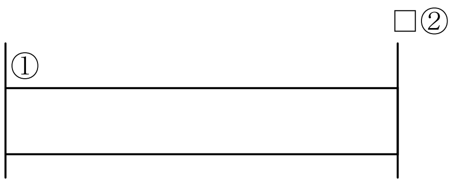


図 20

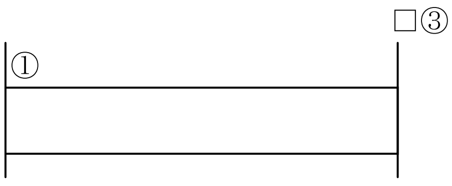


図 21

①②③は記入した順番

これは、包含関係では、問題場面のイメージからすぐに判断できるため、全体にあたるもとにする量を書いてから 1 を書いていたが、対比関係では、まず 1 を書き、その後、1 と見るものを問題スキーマを生かして考察する過程を経て、もとにする量を書いていたからだと考えられる。

単元の最後に行ったテストの場面では、包含関係と対比関係の問題が混在していたが、どちらの場合も対比関係の問題に見られた図 21 のように、枠、1、もとにする量の順でかかれるようになった。

第８時

| | |
|---|---|
| 問題 | 赤い玉が 42 個、白い玉が 75 個あります。白い玉に対する赤い玉の割合は何%ですか |

問題文の「白い玉に対する赤い玉の割合」という部分に着目して、割合メーターを作成した（図 22）後、42÷75 を計算し、56%という答えを求めた。

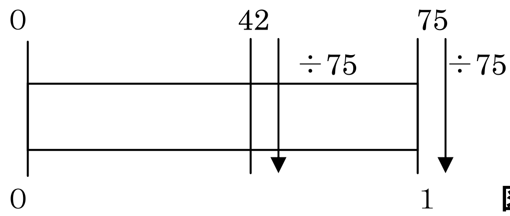


図 22

そして、どのように割合を求めたのかという質問に対して、次のように発言した。

**英：えっと、75 を 1 にするには、わる 75 をするから、42 も同じようにわる 75 をすれば答えが出ると思います。**

「同じように」という発言からわかるように、もとにする量を 1 と見るので、比べられる量もそれに対応して変化するという考えのもと、割合を求めていることが示された。

第９時

| | |
|---|---|
| 問題 | ある遊園地の昨日の入場者数は 820 人でした。これは今日の入場者数の 80%にあたります。今日の入場者数は何人ですか。 |

割合メーターを作成し（図 23）、そこから 820÷0.8 と正しい式を導き出した。

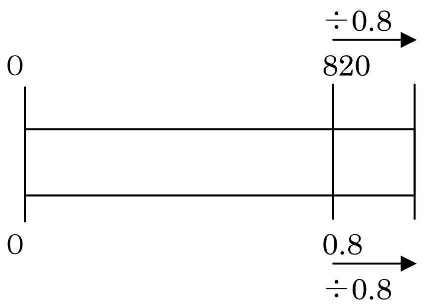



**図 23**

しかし、820÷0.8 の計算を誤り、1250 と出した。

ここで英は、1250 をすぐに答えとせず、首を捻った後、再び 820÷0.8 を計算し、正しい答え 1025 を求めた。

これは、1250 は英のもつ割合のイメージと合わなかったため、答えとせず、計算し直したと考えられる。このことは、包含関係の問題と同様、対比関係の問題でも、手続きのみで問題解決を行っているのではなく、割合のイメージを加味しながら問題解決を行っていることを示している。

以上より、英は、対比関係の問題では、問題スキーマを生かして、問題文の形式からもとにする量を見極め、割合メーターを作成した。そして、それを問題場面及び割合のイメージの表象と捉え、さらに、数値同士を比例的に捉えることで、問題解決に至っていることが示された。

また、その問題解決は、包含関係の問題と同様、手続きとしてだけ行っているのではなく、第８時の赤白の玉の問題や第９時の問題解決の様相に見られるように、割合の意味を考察しながら行っていることが示された。そして、割合のイメージは、これまでの全体に対する部分のつまり具合から、それぞれ独立した２枚の板が重なったイメージになったため、もとにする量に対して比べられる量がどれだけにあたるかに変化したと考えられる。

対比関係の問題を学習して以降、割合メーターの作成の仕方が、包含関係の問題においても、対比関係の問題の作成の仕方に統一されることから、英にとって、割合メーターは、問題場面を問わない、問題解決のための統一的な表象となったと言える。

## ５．英の思考の変容と割合メーターの効果

英は、第１時、割合を量の視点から捉えることのできるインフォーマルな知識を所有していたことが示されたが、それを、1 と見た場合、どれだけにあたるかが割合であるという理解へとつなげることができた。さらに、メスシリンダーの活動を割合メーターへ移行させたことで、割合メーターを器と中身の関係と捉え、器に対して中身が徐々に伸びていくイメージをもった。

そして、それらが割合メーターによって結びつくことで、割合とは、全体を１と見た器に対して中身がどれだけ入ったか、すなわち、全体に対する部分のつまり具合であるというイメージをもつに至った。

また、第４時では、問題場面のイメージ図をもとに割合メーターを作成させたことで、割合メーターを問題場面のイメージと捉えるようになった。

その結果、包含関係の問題においては、問題場面を割合メーターに表し、その数値同士の関係を比例的な見方で捉え、さらに割合のイメージによって考察を加えることで、問題解決を行うようになった。つまり、英は、割合のイメージと問題解決のための手続きを結びつけ、割合の意味を考察しながら問題解決を行うようになったと言える。

しかし、その割合のイメージは、全体―部分の関係の問題場面に限定されていたため、第７時の対比関係の問題は解決に至ることができなかった。

そこで、２枚の板が重なり、割合メーターになる様子を提示すると、英は、全体―部分の関係になっていない２量も割合メーターに表すことで、問題場面及び割合のイメージの表象と捉えることができることに気がついた。そして、

これまでと同じように割合のイメージを生かして問題解決ができるということにも気がついた。

その結果、対比関係の問題においても、これまで同様、割合メーターの数値同士の関係を比例的な見方で捉え、さらに割合のイメージによって考察を加えることで、問題解決を行うようになった。

これ以降、英は、包含、対比の問題場面を問わずに、割合のイメージをもてるようになり、そこに比例の考えを統合して、問題解決を行っている。これは、割合メーターの使用が、英の割合のイメージを構成すると共に、そこに比例の考えを結びつけ、割合の概念の理解とそれに基づいた問題解決を促したことを示している。

以上より、英にとって、割合メーターは、問題場面及び割合のイメージを視覚化し、イメージをもたせやすくすると共に、数値同士の関係を捉えやすくする効果を果たしたと言える。そして、割合のイメージと問題解決のための手続きを結びつける役割も果たしたと言える。

## 6．おわりに

本研究では、「割合のイメージを生かした表象」である割合メーターが児童の学習過程に果たす効果を明らかにすることを目的とした。そして、抽出児童・英の学習過程の分析・考察から、割合単元の学習に割合メーターを取り入れ、単元を通して使用することは、割合の概念の理解やそれに基づいた問題解決に有効であることが示された。

しかし、英は、算数が得意で、学力的にも上位にあたる児童である。

そこで、今後、算数が苦手で、学力的にも低位にあたるもう１人の抽出児童・翔を含め、他の多くの児童の学習過程の分析・考察を行うことが必要である。そして、割合メーターが児童の学習過程に果たす効果を明らかにし、割合メーターの使用及び割合の指導の改善へのより一般性をもった示唆を得ることが課題である。

## 引用・参考文献


市川浩明.（1994）. 概念形成における Informal Knowledge の重要性：分数概念を基に. 上越数学教育研究，*９*，43－52.

加藤康順.（1980）. 割合の指導についての一考察：２本の数直線を組み合わせた図の利用. 日本数学教育学会誌，*62*(10)，25－30.

Mack. N. K.（1990）. Learning fraction with understanding on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*(1)，16－32.

中村亨史.（2002）. 割合指導に関する研究の動向と今後の方向. 日本数学教育学会誌，*84*(8)，14－21.

佐伯　胖.（1978）. イメージ化による知識と学習. 東洋館出版社.

沢田利夫.（1990）. 日本の小学生の「実力」を検討する. 児童心理，*44*(12)，49－54.

白石信子.（2006）. 小数のわり算における子どもの学習過程に関する研究：数直線への比例的な見方の操作に基づく授業を通して. 上越数学教育研究，*21*，69－80.

鈴木宏昭・鈴木高士・村山　功・杉本　卓.（1989）. 教科理解の認知心理学. 新曜社.

田端輝彦.（2002）. 同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察. 日本数学教育学会誌，*84*(8)，22－29.

多鹿秀継.（1996）. 算数問題解決過程の認知心理学的研究. 風間書房.

土屋利美.（2002）. 比例の見方を用いた「割合」の指導実践. 日本数学教育学会誌，*84*(8)，30－37.

山口　潤.（2006）. 文章題における問題を読み取るための指導について：「割合」単元の指導を通して. 上越数学教育研究，*21*，211－220.

吉田　甫・河野康男.（2003）. インフォーマルな知識を基にした教授介入：割合の概念の場合. 科学教育研究，*27*(2)，111－119.