上越数学教育研究，第 23 号，上越教育大学数学教室, 2008 年, pp.83-92.

社会数学的規範を生かした算数授業についての一考察

―多様な考えを生かす授業を事例に―

林　尚之
上越教育大学大学院修士課程 2 年

1．はじめに

安倍前首相は「すべての子どもに高い学力と規範意識を身に付ける機会を保障する。」と教育再生会議で挨拶している。規範という言葉が出てきているが，規範とは一体何を表すのだろうか。そして，学力と規範意識はどのような関係があるのだろうか。ブリタニカ国際百科事典によると，規範とは「一定の行為を命令または禁止する準則(ルール)」とある。学力の定着には学びのルールが関係しているのではないだろうかという実感を持っており，その学力と規範の 2 つをバランスよく育てていくことが望ましいと考えている。

教育再生会議の報告では「道徳を通じた規範意識の習得」という言葉があり，ここでの規範は，規律という意味で使われているように見受けられる。規律というのは, 一般的に，学習が落ち着いて行われていくための規則(ルール)と捉えられていて，「指名されたら，はいと返事をする」「友だちの意見を聞く」「大きな声で発言する」等が挙げられる。しかし，学年が上がり，学習が高度になると，教科性が高くなり，子ども同士の考えのやり取りが活発になり，教師の価値規準(ルール)だけでは対応しきれなくなっていくであろう。規律の視点を持った規範意識では，限界があるのではないかと考える。

一方，子どもたちの自発的な学びが行われている教室の様子を見ていると，教師から価値基準を与えているのではないのに，学級集団として価値判断が行われ，より望ましい考え方が選ばれていったり，授業のあり方が変容していったりする場面に出会うことがある。特に算数数学について考えてみると，ここには，生徒と教師のいる教室での数学的な議論に影響を与えている規範(Yackel & Cobb, 1996)が存在しているように考えられる。それは社会数学的規範と呼ばれている。

数学的な議論を深めていく社会数学的規範の存在という視点で見ていったとき，そこには，学級集団がよりよくなっていくためのルールである社会的規範と，算数数学的によりよくなっていくためのルールである数学的な考え方や数学的な価値との，双方が関わり合いながら形成されているように考えられる。これらの視点で授業を詳しく見ていくことにより，学級集団が自らの力で学力をつけていく過程を解明することが出来,「高い学力と規範意識を身につける」ことにつながるのではないだろうか。

しかし，社会数学的規範が形成されていくための要因になっていることは何なのか，授業者として留意していくことは何なのか，ということについての研究は少ない。そこで，学級集団に社会数学的規範が形成されていく過程を，学級集団にどのような社会的なルールが作られていき，数学的な価値や数学的な考え方がどのように関わっているのかについ

て事実を詳しく考察していき，そこから得られた示唆から，他の学級でも社会数学的規範の形成と言う視点で算数数学の授業を行っていくための提言をしていくこととする。

２．研究の視点

2.1. 社会数学的規範の定義

そもそも，社会数学的規範という概念は，Cobb 氏らを中心として作られてきている。Yackel & Cobb (1996)は，教師に指名されて子どもが解答するときに，説明をしながら発言するのがよい，という了解は社会的規範であり，そのときの説明が数学的な説明として受け入れられることについての了解が社会数学的規範であると述べている。また，数学的に異なっていて,洗練されていて,効率的で,エレガントであるように解決していくという了解がされていく教室の文化として社会数学的規範を捉えている。

2.2. 数学的な信念と社会数学的規範

社会数学的規範を個人の社会的行為から見たときに，学級の中の一人一人の子どもの数学観や大事にしている数学的な考え方が，学級集団に影響を与えていると捉えられると同時に，逆に個人は学級集団から影響を受けているということが出来る。このとき，一人一人の子どもの算数授業へ関わる数学観を数学的な信念と言い，学級集団の算数授業に関わる数学観を社会数学的規範として捉えることが出来る。数学的な信念について金本(1998)は，学級における子どもたちの共有している学びのルールが個人に内面化したものとして信念が形成されているという。ここでは，学びを個人的と社会的に分けて考えたとき，学びのルールが内面化を通して個人の数学的な信念へ，制度化を通して社会数学的規範に形成されていくということを示している。

中村(2007)は，社会数学的規範と数学的な信念とは相互反映的であると論じている。それらは，どちらか一方だけで成り立つことはなく，お互いが影響しあっていて，反映し合っているものであり，別々に分けて見るのではなく，一体として見ていくことが望ましいと述べている。

2.3. 社会数学的規範の変容

熊谷(1998)は，算数の授業における正当化に関する研究の中で，正当化することに関して，教師と子ども，子ども同士の間で，どのような社会数学的規範が共有されているのかについて授業を観察していった。

その実験授業での初期の段階では，効率性・簡潔性と厳密性を大切にする社会数学的規範が両立していたという。しかし後半では，効率性を大切と見ることがあまり観察されずに，代わって，厳密性を強調する数学文化が構成されていった。さらに，整合性を考慮することで証明の役割を果たすということが，普及してきたという。

2.4. 多様な考えを生かす授業を取り上げる理由

数学観や数学的な考え方が学級の話し合いの場面で問われることが多いとされる授業として，多様な考えを生かす授業がある。古藤(1992)は，多様な考えを生かす授業では，まとめの場面で，簡潔性・有効性・効用性などの視点を学級で検討する重要性を説いている。多様な考えが出された中から，話し合いの過程でどのような理由で考えが受け入れられているのかを見ていくことで，学級集団が大切としてみている数学的な価値や数学的な考え方が浮かび上がってくるである。

３．研究の方法

授業は平成 19 年 4 月～6 月にＮ県の小学校 6 年生 24 名の学級で行った。倍数・約数，分数の加減の 2 つの単元に，学級集団が大切として見ている数学的な価値や数学的な考え方

が浮かび上がってくる多様な考えを生かす授業を，間隔を空けて特設して，全 31 時間の授業を計画し実践した。筆者が授業者となり算数の授業を期間中全て受け持ち持ち，担任は個別の支援が必要な子どもの指導にあたった。多様な考えを生かす授業を中心とした授業についてプロトコルを作成し分析した。

多様な考え方を生かす授業を中心に見ていくが，それ以外の授業(倍数と約数，分数の加減)の中の，社会数学的規範の形成に関わりがある部分については丁寧に見ていくこととする。解決の過程では，与えられた課題に対して，個人の数学的な信念から生まれてきた考え方が，どのような理由で挙げられてきているかについて視点をあて，また，それを学級集団が，数学的な説明として受け入れていく過程に視点をあてていくこととする。

図表1 多様な考え方を生かした授業を中心とした授業計画

多様1	4 月 11 日	机といすの数の関係を調べよう
倍数と約数	4 月 16 日	数直線の倍数に丸をつけて何に気づくか
多様 2	5 月 2 日	40 枚目のカードは 3 人の誰に
分数の加減	5 月 14 日	等しい分数の関係を見つけよう
多様3	5 月 22･23 日	かえるのケロちゃん
分数の加減	5 月 24 日	3／4 と 2／3 の大きさ比べをしよう
多様 4	6 月 7 日	増えたり減ったり
多様5	6 月 12･13 日	正三角形状のおはじきの数
多様6	6 月 14･18 日	9 で割り切れるかな

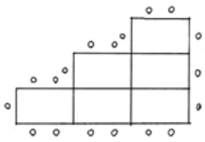
4．観察授業から見えてきたこと

4.1．初期の学級の様子

＜4 月 11 日　全 31 時間中第 3 時＞

観察授業が始まったばかりで，初めての多様な考えを生かす授業の様子である。最初に学級全体で，机が 1 つならいすは 6 個，2 つなら 12 個，3 つなら 18 個ということを確認していった。

机の周りにいすを 6 つ置くとする。机を階段状に並べていったときのいすの数を調べたい。机を 5 段にしたときのいすの数はいくつか。

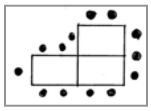


図表2

教　師　机にいすをおきます。そして、ここ 6 人座ることが出来る。さて、2つの机のときには階段のように机を置きたいんだって。せっかくだから誰か。

イサム　(黒板でいすを意味する白磁石を貼り付ける)

教　師　どうですか？



図表3

児　童　いいです。同じです。(3～4 人)

ジョウ　この幅(下辺)で1人だから、これはなし(右辺の3個のいすを2個に)。

教　師　はい。…では 3 段だったら。

マナミ　(黒板に出てきて磁石を貼る)

児　童　いいです。

教　師　さて、机 1 つの時には 1，2，3…6 人座っていますよね。2 段の時には、1，2，3…12。3 段の時には、…18。

児　童　分かった。6 人増えている。

教　師　さて，そこで(学習プリント配布)。(問題文の音読) ニコニコしていいなあ。今日考えてもらいたいことは，では，5 段のときはどうでしょう。

ここでは， 1 段のとき，2 段のとき，3 段のとき，という少ない数でのきまりを見つけ出す活動を行った。このとき，子どもたちから自然に「分かった。6 人増えている」というつぶやきが起こり，問題文を見たときに「もう解ける！」とばかりにニコニコしている姿が見られた。きまりを見つけ出し問題解決の見通しが持てて満足感を得ていった子どもたちの姿が見られた。

続いて，「5 段のときはどうでしょう」という課題が与えられたとき，ほとんどの子どもたちは，式による求め方「6×5＝30」で求めていた。ここでは，「6 人増える」というきま

りから，式にする考え方を用いていたと考えられる。何人かは表を作って 30 個と求める考え方をしていたが，式の考え方も理解していたようであった。

それぞれの考えが発表されて，その後の話し合いの場面を見ていく。

ジョウ　問題は 5 段になるといすは何個ですかだけど，10 このときなんかも，…机が 10 段になったときにも，6×…最初の数かける…

教　師　6×10 でいけそうだ…で，今ジョウさんが，提案してくれたことだけど，10 個，10 だったらどうなるんだろう？　調べてみたいと思います。

＜個人追究＞

教　師　幾つになりました？

児　童　60。

教　師　60。式は？

児　童　6×10

教　師　ねえ，本当にそうなの？　本当に 60 こでいい？　君たち簡単に式でやったけど，確かに 6×10＝60 だけど…本当に確かめた人？　ちゃんと書いて調べた人？　…でも本当かい？って先生は思っちゃうんだけどさ。確かに表もそうなるんだけど，本当かい?

子どもたちに与えられていた課題が「5 段のとき…」に対しジョウは「10 段なら…」という，更に発展した課題を投げかけていった。5 段のときの解決方法に満足感を感じ，更に発展して考えることが出来るのではないだろうか，という思いからではないかと考えられる。

ジョウの発言が受け入れられ「机を 10 段にしたらどうなる？」と新たに課題を提示されると，ほぼ全員が 6×10＝60 と式の考え方で求めていた。表の考えで解いていく子も見られなくなってしまった。時間が余っていても友だちと雑談をしていて，他の考え方で調べてみようとする姿は全く見られなかった。

教師は学級の状態に合わせて授業を進めてきたが，このとき学級の話し合いは，先へ先へと展開する傾向が強く，式の考え方と表の考え方を関わらせたり，出てきた考え方と自分の考え方を見比べて修正していこうとしたりするような雰囲気は感じられなかった。そして，10 段のとき，という発展的な考え方も，ジョウを始めとする数人が興味を持って取り組んでいったのであるが，他の子どもたちにとっては，学級の雰囲気と教師の指示に従ってやっているに過ぎない状態であった。

そのとき，教師が「本当にそうなの？」と問うと,「えっ？」と驚いたような表情を見せ，今度は一斉に10段の図を書いて1つずつ数えるという活動を見せていった。それは,「本当に確かめた人？　ちゃんと書いて調べた人？」という教師の発話を受け入れ，1 つずつ数えるという活動に入っていったと考えることが出来る。教師の指示通りに動けばいいという権威に従う社会的規範が強く働いていることが分かる。同時に，1 つずつ数えるという活動が最も確実であるという認識がすでに子どもたちの中に浸透していたことが伺える。そして，このときの子どもたちは，自分の考えたやり方しか扱うことが出来ず，ちょっと教師に揺さぶられただけでも困ってしまうという危うい状態であったと捉えられる。

以上より，初期のこの学級の様子として次のことが挙げられる。

①1，2，3…という，小さい数で規則性を見出していく考え方には興味を持って受け入れ始めている。

②式の考え方で解ければ十分で，他の考え方に価値を見出そうとはしていないし，他の考えを関わらそうという意欲は少ない。

③教師の指示に従えばいいと思っていて，自らの興味から追究していく姿は見られない。

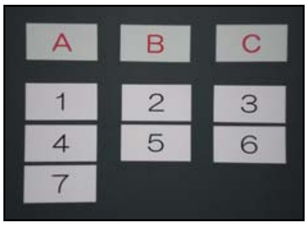
4.2. 帰納的な考え方の受容

初期の授業で見られた，小さな数の場合でのきまりを見つけ出して，大きな数の場合にも当てはめていくという考え方が次第に学級に認められていった。それは帰納的な考え方

と捉えることが出来る。その過程について詳しく見ていくこととする。

＜5月2日　前31時間中第12時＞

1番から順に番号が書かれたカードがあります。このカードをA,B,Cの3人に1番から順に1枚ずつ配っていきます。40 番のカードは誰のところにいくでしょう。



図表4

カードを1枚ずつ並べて確かめるやり方，並べてみると縦に3ずつ増えているきまりを使うやり方，Cが3の倍数になっていることを用いるやり方が発表された後の場面から見ていく。

ヘイタ　ぼくは A さんの所へ行くと思いました。なぜかというと、10番のカードは…ミサキさんみたいに数えていったらAさんの所にいて､20番のカードはBさんの所にいって、30 番のカードは C さんの所にいったので、A,B,C とずれていったから…40 番のカードはAさんだと思いました。

児　童　いいです。

ジョウ　僕は，40 番目のカードを，…面倒くさいから4と思って，4 番だと思ってやって，…Aに…1番目をAにして,2枚目のカードをBにして,3番目のカードをCに送って，4番目をAだと思いました。なのでAだと思いました。

児　童　いいです。いいです。

ここでは，1がA，2がB，3がC，4がA，…と，10がA，20がB，30がC…であるところから双方に関わる規則性を見つけ，そこから40はAに戻ることを予想するという考え方が発表された。小さな数の枠組みの中から,A,B,C,A…が割り当てられていく規則性を見つけ出し，大きな数のときの場合に当てはめていく帰納的な考え方を用いたのである。この問題における帰納的な考え方について，同様に100はA，200はB，300はC，400はA…と考えられ，以降 1000，10000…も同様にすることが出来，一般性のある考え方である。ジョウらがこれを説明することは不可能であろうが，直感的に感じており，教師としてはそれを保障していくべきであろう。

既に学級は受け入れていたので，この場面でも学級の子どもたちは，この考え方を直感的に受け入れていくのかもしれない，と予想したが，実際にはそうではなかった。

教　師　10番を1に，ん？ 40を4ってしちゃってるんだね。こんなことして(いいの？)。

ジョウ　だって，だって，あのさ，10 倍にして…10 倍にしても同じじゃないの…

教　師　こんな乱暴なことしているんだよ？

タケオ　でも合っている。

児　童　(今の発言に促されるように近くで話し合いが始まっている)

教　師　おお～すごいねぇ。ここと同じなんだ。10 はA，20はB，30 は C，40 はA。同じだ～

児　童　すごい～

教　師　あ～，じゃ，そんな乱暴なこともこの問題ではしてもいいんだ。

児　童　うん。(反応したのは少数)

ヘイタ　しちゃいけないとは書いてないから

タケオ，ヘイタらはこの帰納的な考え方を理解しており，率先して受け入れている。教師もこの発言を喜んで受け入れているのが分かる。

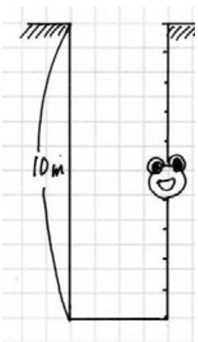
しかし,「こんなことしていいの」という問いかけに他の子どもたちは戸惑いの姿を見せていた。そして，してもよいと「うん」と答えた子どもたちは少数であった。その考え方が帰納的な考え方であると判断し受け入れていこう，と決断できなかったのである。

まとめると，教師と少数の子どもたちのみが，ここでは帰納的な考え方に興味を持って話し合っている姿が伺えた。学級としては，この考え方は帰納的な考え方として判断出来

ず，むしろ特別な解き方というイメージを強く持っていて，自分の問題として興味を持つことが出来ずにいる姿が見られた。

＜5 月 22・23 日　全 31 時間中第 19 時＞

かえるのケロちゃんは，深さ 10m の井戸の底にいます。今ケロちゃんは井戸を上がり始めました。1 時間に 1m 上がっては 0.5m ずり落ちます。ケロちゃんが　井戸の外に出るには，どのくらいの時間がかかるでしょう。

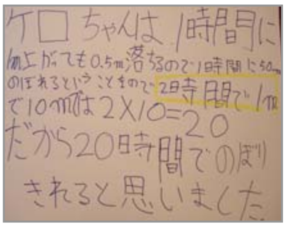


図表5

ヒデオ　1 時間で，1m 上がって，で 0.5m落ちるから，1 時間で 0.5mで，2 時間で 1m で，3 時間で 1.5 mで，やってって，で，5 時間で 2.5mだから，でそれで， 10m 全部であるから，5 時間を 4 倍して，20 時間だから，それで，2.5mを 4 倍したら，10m になったから，20 時間になりました。

ジョウ　ケロちゃんは 1 時間に 1m 上がって 50cm 落ちるので…1m だったら 2 時間かかるから、10m なら…2×10 で 20 時間、だから 20 時間かかると出ました。

タケオ　…2 時間で 1m だから、10m の 2 倍の時間がかかるから、それを計算すると、10×2 で 20 なので、20 時間と考えました。



図表6　ジョウの考え

ここではジョウ，タケオの発言を中心として，2 時間で 1m という規則性を見つけ出し，10m の井戸は 20 時間で登れるという考えを，2×10＝20 という式で，ほぼ全員の子どもたちは解くことが出来ていた。この問題について，帰納的に考えることが理屈にあっているということが子どもたちに見えていたようである。全員の子どもたちが帰納的な考え方を用いており，この時点で学級に帰納的な考え方をしていくとよいという社会数学的規範が形成されていると捉えることが出来る。

＜6 月 12・13 日　全 31 時間中第 28 時＞

おはじきを使って，下の図のような正三角形の形を作ります。正三角形の一辺のおはじきの数を 1 個ずつ増やしていったときの，全部のおはじきの数を調べていきます。

(図表7)

一辺のおはじきの数が 10 個の時に，全部のおはじきの数はいくつになるでしょう。

図表8～10　子どもたちの考え

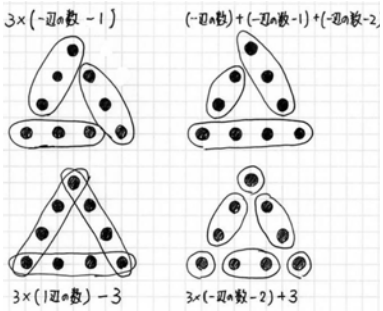
数える

(図表 8)

表(図表 9)

一辺のおはじきの数	全部のおはじきの数
2	3
3	6
4	9
5	12
6	15
7	18
8	21
9	24
10	27

式を作る(図表 10)



ジョウ　ぼくは、そのやり方じゃなかったんですけど、ん～と考えてみて、三角形だから 3 の倍数で、他の図形だったら 3 の倍数じゃないのかなって…

教　師　ほお～。この3って言うのは、三角形の 3 じゃないかと…本当かな？ いいですか？

児　童(ちょっとつぶやきが起こる)じゃあ、四角形なら…(ざわめき)

ジョウの「三角形だから 3 の倍数で，他の図形だったら 3 の倍数じゃないのかなって」という発言は，そこまでに出された考え方の共通性を見出す発言であった。子どもたちは「じゃあ，四角形なら…」というつぶやきをし，それを聞いた他の子どもたちには，意欲感を持ったざわめきが起こり，学級全体で取り組むこととなった。ここでは，三角形で成

り立った規則性から，四角形を予想するという思考が働いている。これは，帰納的に考えることがよいという社会数学的規範が働いているので，意欲感を持ったざわめきが起こったと捉えられる。

4.3. 帰納的な考え方の受容についての考察

学級の子どもたちが，帰納的な考え方を受け入れようとする様子を見返してみると，4月 11 日の机といすの数の関係の問題では,小さい数から規則性を見出していくことに興味を持ち始めていたが，5 月 23 日のかえるのケロちゃんの問題では学級の全員の子どもたちが帰納的な考え方を用いて解答し，6 月 12 日の正三角形状のおはじきの数の問題では，帰納的な考え方が素直に受け入れられ活用する姿が見られた。これらの問題に共通する部分は，それらが比例的な考えを用いた帰納的な考え方であったことを挙げることができる。その比例的な考えを用いた帰納的な考え方のよさを感じた学級の子どもたちは，自ら積極的にその考え方を使い出すようになり，学級に社会数学的規範を形成させることが出来ることが明らかとなった。

帰納的な考え方が受け入れられなかった 5月 2 日の 40 枚のカードの問題は,比例的ではない規則性である，きまりよい数に対して巡回する規則性が使われている。比例的な考えを用いた帰納的な考え方は子どもたちにとって変容がつかみやすいようであるが，比例的なものではない規則性については抵抗感を持っているようである。ここには，比例的な考え方を用いた授業が，それまでの学習過程の中で丁寧に扱われてきたことが予想される。同時に，規則性と言ったとき，比例的な規則性以外の規則性については学習してくるような機会がなかったのも事実である。

よって，学級に帰納的な考え方をしていくとよいという社会数学的規範が形成されていく際には，小さい数からの規則性を見つけることが重要なポイントとなってくるが，その際に，その規則性がどのようなものであるのかについて教師が吟味しておくことが大切である。それが比例的な規則性ならば子どもに任せることが可能であるし,そうでなければ,子どもたちに規則性が見えるように丁寧な提示をしていく必要性がある。

4.4. 構造的な考え方の受容

他の考えを関わらせようとしなかった学級の子どもたちが，徐々に他の考え受け入れていく姿が見られた。そこで，その変容の過程をここでは見ていく。

＜4 月 16 日　全 31 時間中第 5 時＞

縦 2cm 横 3cm の長方形の紙を規則正しく並べて正方形を作るとき, 紙の数とその一辺の長さの関係を調べよう。

公倍数 6，12…が出てきた後の場面である。

教　師　他には？　…ジョウさん，何か言う？

ジョウ　縦 2cm 横 3cm のカードって…2 の段は～全部奇数？

教　師　(顔をしかめて)えっ？

ジョウ　あ，違った，偶数だ。

児　童　(笑い)

ジョウ　全部偶数で，…で，3 は，奇数と偶数が交代ばんこに出てきて，だから 3 の…，2 の段は全部偶数だから，3 の段で偶数のところは…

児　童　いいです

ジョウの説明は，説明が上手でないこと，声も十分に大きくないことなどから，聞き取りにくい発言となっていた。そして，このジョウの発言に，子どもたちは「いいです」という反応をして，ジョウの発言を受け入れる姿を見せた。しかし，ジョウの発言を学級の子どもたちが理解したとは判断できないし，真に受け入れたとは言えなかった。ジョウの発言の内容が妥当であるかどうかは関係なく受け入れており，数学的な価値に関わる理由

は見つけられなかった。ここでは，ジョウが頑張って発言しているので，その姿を認めて「いいです」と評価しているのである。優しさからの「いいです」であると言える。

同時に，この「いいです」は，子ども自身の考えに反対するものでなければ認めてしまい，授業を先に進めてしまおうとする，ある意味無責任な「いいです」であると考えられる。それは，自分の考えと友だちの考えの違いを見つけることが出来ず，違うのではないかと考えていても，反対するほど強い意志を持てないため，認めることが一番安泰であると考えていると捉えられる。

<5 月 14 日　全 31 時間中第 16 時>

同じ大きさの分数を探そう 4／12＝□／9＝5／□

アツヤが「9÷12＝0.75　4×0.75＝3」の考えを発表した後の場面である。

教　師　(アツヤの考えを受けて)この考えのすごいところ，どこだと思う？

ジョウ　僕の考えなんだけど…その下の一問の，1／3＝6／18＝12／36 ってやつなんだけど，そいつが始まり？みたいのが 1／3 で…4／12 っていうのも，3の段の…12が3の段の…ちょっとこれ(分数の数直線)を見たんだけど…

ミレイ　(隣の席のジョウくんに)話しずれてるよ！

児　童　(小さな笑い)

ジョウ　(笑いなど構わずに)その 1／3 のところで，2／6 になってて，3／9 になってて，4／12 になってるから，分母×分子で，え…

児　童　…？（小さな笑い)

ジョウ　…これ違うなあ…たぶん，そんなような感じ…？

児　童　もうちょっと分かりやすく～　分かりやすく言って。

ジョウ　この 1／3 は，1／2 で，1／3 だから，分母で…

教　師　そこまで。言ってくれたように，ちょっとずれてるな。どうする？　それをみなさん，受け止めるか，受け止めないか。切り離すか？

児　童　(口々に)切り離す。　切り離さない。

教　師　どうしたらいい？　…切り離す，切り離さない？

児　童　切り…離す…

教　師　はい，切り離す。はい。

児　童　(笑い)

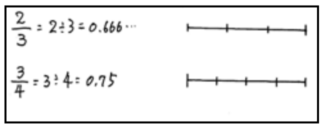
ジョウは「僕の考えなんだけど…」と言いながら，自分の気づいたことを説明していった。それも前回と同様にハッキリしない説明の仕方であった。それに対してミレイが「話ずれてるよ！」と忠告した。そのミレイの忠告の後，学級全体で小さな笑いが出てきた。これは学級全体がジョウの発言を受け入れられないという意思表示の姿であった。ここで教師が「ジョウの発言を受け入れるか？受け入れないか？」という選択を子どもたちに迫った。そのとき子どもたちは受け入れないという決断をした。

4 月 16 日には，発言の内容に関係なく「いいです」と受け入れた学級の子どもたちであったが，ここでは，発言した友だちの発言について，理由がしっかりしない考えはダメな考え，説明がしっかりしてない考えはダメな考え，と見なす傾向が出てきている。

<5 月 24 日　全 31 時間中第 20 時>

3／4 と 2／3 どちらの分数が大きいでしょう

2 つの分数を小数に直して比べたり，数直線に表して比べたりした後の場面である。



図表 11

ジョウ　…あと，3 分の 2 と 4 分の 3 では，分けた数の，1 ではなく，4 分の 1 とか 4 分の 2じゃなく，4 分の 4 が1なんだけど，1 でなくて，1 個前の 4 分の 3，3 分の 3 とかで，3 分の 2 とかは，あの，3 つに分けて，そのうちの 2 個で，間が開いているから，…4 分の 3は，何か，分母の数が大きいから，分けるって感じがして…それが，3 分の 2 より，分母が 3 のより…それの…(座る)

児　童　(ざわつき)

教　師　分かりませんっていわれちゃうよな…先生もちょっと分からないな。

児　童　分かったかもれない…

教　師　はい，ミレイさん。

ミレイ　ジョウさんの言ってくれたことは…3 分の 2 の方は，1になるまでに，3 分の 1 少なくて，表？っぽいんだけど，表にすると，3 分の 2 は，1 より 3 分の 1 少ないから，少なくて，4 分の 3 は 4 分の1少なくて，3 分の1と 4 分の1では，3 分の1の方が大きいから，開いているスペースが大きいほうが，少ないから，…たぶん，そういうことをジョウさんは言いたかったんだと思います。

ジョウの発言は，ここでも適切な言葉を選べず，上手に自分の考えを伝えきれずに終わってしまった。学級はざわめき立ち，ジョウの考えは受け入れられていない状態となってしまった。ジョウもそれを自覚したのか完全に発言が終わらないうちに座ってしまった。

その時に，「分かったかもしれない…」というつぶやきを数人がしていた。続くミレイの発言で，子どもたち自らが受け入れようとしている理由がはっきりしてきた。ここでは，数直線の 1 からの補数を見て，その補数の小さい方が，そのもの自体の分数は大きい，という判断をすればいいという考え方がジョウの発言の中に含まれていることが明らかとなった。発言の内容自体は，与えられた問題を解決していくために大変重要な数学的な価値を持った理由となっていた。しかし，それを学級は「…」のように，判断に迷いながらも結局は積極的に受け入れる姿を見せることは出来なかった。ジョウの中に含まれていた補数的な考え方が少し飛躍していたと考えられる。理屈に合っていないと判断されていたのである。これは 5 月 2 日の 40 枚のカードの授業でも同じような状況があったが，ここでの違いは，受け入れられないジョウの発言をミレイが受けて説明しなおしているところである。理屈に合っていないと判断していながらも，友だちが分かり合っているのだから，自分たちにも理解できるかもしれないという可能性を含んでいると思われる。

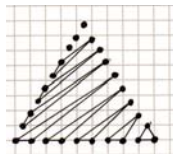
＜6 月 12・13 日　全 31 時間中第 28 時＞

> おはじきを使って，正三角形の形を作ります。（図表12）
>
> 
>
> 一辺のおはじきの数が 10 個の時に，全部のおはじきの数はいくつになるでしょう。

先ほどの続きの授業場面である。

カズミは点をつなげて三角形を作ろうとしたが，上手くいかなかった。教師はカズミの着想に，この学級での話し合いの広がりを期待し，その考えを議論の場に提案していった。

カズミ　三角形を作って、分けて、…本当はちゃんと書けてないんだけど、三角形が 9 個出来ちゃうから、3×9 で 27…

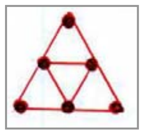


(図表 13)

教　師　…カズミさん一人じゃ出来ないし、先生も出来なかったんだよな。ずっと悩んでたんだ。…みんなと一緒に出来そうかなって。…

児　童　ああ…(と感嘆な言葉が…)

イサム　(座ったままで)ひし形みたいなやつ…(手で空に逆三形を描く)



(図表 14)

児　童　重ねれば…　重ねればいい。

カズミの考え方が提案されたとき，学級の子どもたちみんなが，その考え方に集中して取組んでいった。カズミの「三角形が 9 個できちゃうから，3×9 で 27…」という発言に，カズミの図の操作の考え方が自分たちの式や表の考え方が関わり合いそうなことが見えてきたのだと考えられる。また，三角形上の点の数を三角形を作って求めていくという考えが，先ほどの「三角形だから 3 の倍数で，四角形なら 4 の倍数」という考え方との接点を見出したのだと考えられる。このとき，5 月 24 日の授業で見られたような，最初はハッキリとは分からなくても，数学的な価値を含む考え方を受け入れて追究していくことにより，

その問題を詳しく理解できるという経験がここで生きていると考えられる。そして，未完成なカズミの考えを完成させることが出来れば，それらの多様な考えをつなぐことが出来るのではないだろうか，という確信を持てたのだろうと捉えられる。

4.5. 構造的な考え方の受容についての考察

学級の子どもたちが構造的な考え方を受け入れていく過程を見ていくと，多様な考えを構造的に見ていく前の段階として，他の考えを学級として受け入れるかどうかという問題が浮かび上がってきていた。最初は，発言の内容に関わらず「いいです」と受け入れ，授業が進むことだけに意識があった子どもたちであった。そこには数学的な価値のある理由は全く見つけることが出来なかった。その後，理由がしっかりしない説明はダメだと受け入れない姿が見られた。ところが，分からない説明だからと受け入れない雰囲気にあった学級に,「分かったかも知れない」と数学的な価値を持つ理由を見つけ，発言者に代わって学級に伝えようとした姿が見られ始めた。受け入れなかった子どもたちも，その友だちが受け入れていった姿を見て，発言を受け入れる視点を,「聞き取り易いかどうか」から,「数学的な価値を含む理由を持っているかどうか」に変えていった。そして最終場面では，解けなかった問題を学級みんなで解いて，自分の考えとの関わりを見つけ出す可能性を見出すことが出来たと考えられる。

まとめると，多様な考えの理由に数学的な価値を見出し，話し合いでのその考えの位置をつかむことが出来ると，学級の子どもたちは発表された考えをどのように聞いていったらよいのか理解し，自ら多様な考えを構造的に捉えていくことになるのである。

そこで，教師が考え方の理由に含まれている数学的な価値を学級に紹介したり，その部分を授業で取り上げたりすることにより，徐々に子どもたちに，他の考えの発言を価値のあるものだと捉えるようにさせていくことが重要である。

５．まとめ

本稿では，帰納的な考え方が妥当だと認められていく社会数学的規範と，多様な考えを構造的に捉えて見ていこうとする社会数学的規範を取り上げて，比例的な考え以外の規則性は見えにくいところから，見えてくる規則性がどのようなものなのか吟味する必要性について提言をした。また，数学的な考え方を理由としてあげてきた考え方が認められていったところから，発表された多様な考えの数学的な価値について学級で確認していく必要性について提言をした。

今後はこの提言をもっと具体化していくことと，もっとたくさんの事例から検証をしていき，見直していく必要性があると考えている。

引用・参考文献

金本良通.（1998）. 数学的コミュニケーション能力の育成. 明治図書.

古藤怜.（1992）. 算数科　多様な考え方の生かし方まとめ方. 新潟算数数学研究会. 東洋館出版社.

熊谷光一.（1998）. 小学校 5 年生の算数の授業における正当化に関する研究: 社会的相互作用論の立場から. 数学教育学論究, 70, 3-25.

中村光一.（2007）. 算数・数学の授業を分析・考察する枠組み: 算数・数学をつくり出す立場から. 日本数学教育学会第 40 回数学教育論文発表会論文集, 577-582.

Yackel,E. & Cobb,P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.