上越数学教育研究，第 23 号，上越教育大学数学教室，2008 年，pp.105-116.

問題解決的な学習における相互作用と生徒の思考についての一考察

岩﨑　聡
上越教育大学大学院修士課程 1 年

１．はじめに

TIMSS2003，PISA2006 や平成 19 年度全国学力・学習状況調査の結果は新聞などでも大きく取り上げられ，次回の学習指導要領改訂に向けて学力低下の改善やゆとり教育の見直しが話題となっている。中学受験，高校受験が過熱し，それだけでも保護者や生徒がテストの点数に敏感になり易い状況であるのに，上述したことがさらに拍車をかけ，現場の教師は点数という結果を求められ，即効性のある指導法を実践してしまうという状況である。全国学力・学習状況調査の結果が平成 19 年 10 月に公表され，現場教師から「生徒がこのような問題に慣れていないだけだ。授業でもこのような問題を扱って，問題に慣れさせればいい」という声も聞こえてくるほどである。数学の授業にどのように臨ませ，生徒に何を身につけさせたいのか，教師がそれらを見失いつつあるのではないだろうか。佐々木（2007）は，学力向上や少人数指導が強調されることに応じて，「数学的コミュニティーとしての教室」に対する実践は減少し，逆に，百ます計算などのドリル練習やスモールステップを強調する実践は増加していることを指摘している。

数学の教師に求められていることは，正確に答えを出し，点数を取れればよしとする生徒を育てることではないはずである。数学するとはどういうことか，教室で数学を学ぶということはどういうことか，という原点に戻って，授業を見直していくことが重要である。

２．研究の目的

筆者は，例題を解いて解法を例示し，練習問題に取り組ませるのではなく，新しい課題であっても，まず生徒に考えさせるようにしてきた。それは，既習事項を活用すれば課題を解決できるという態度を身につけ，そのような考え方を実践できるようになってほしいという思いからである。また，多様な解き方を取り上げたり，間違った答えや解き方をわざと取り上げたりすることもあった。これは，正しい根拠をもとに幾通りものアプローチで同じ結果にたどり着くことがあることや，間違えてしまっても数学的な根拠を使おうとしていることは大切であることを伝えようとしていたからである。しかし，このような実践ができず，数学の授業について考えさせられることがあった。それは，転任した中学校の習熟度別指導で，数学を苦手とするクラスを担当したときのことである。

これまでと同じように授業を進めていたつもりであったが，筆者が担当したクラスの状況はそれまでとは一変していた。これまでのように多様な考えを取り上げるどころか，なかなか生徒の考えを引き出すことすらできず，いつしか教師（筆者）による教え込みの授業がほとんどとなってしまっていた。そのとき感じたのは，これまでと同じようにやっているつもりなのに，なぜ授業が同じように進ま

ないのだろうかということであった。

筆者は，これまでほとんどの授業を問題解決的に組み立ててきた。生徒に問題を提示すれば，一人一人が問題に取り組み，いろいろな考え方を引き出し，それについて議論する場ももつことができた。しかし，それは小規模校での実践であり，全クラスを担当できる環境の中での実践であった。自らの実践を振り返ることなく，数学を学ぶにはどのような雰囲気が適していると考え，その中でどのように数学を教えようとしていたのか無意識に実践をしていたように思う。教え込みで授業をしてしまった苦い経験を機に，これまで何となくうまくいっていたように感じていた授業を成り立たせていたものは何か，その授業の中で生徒がどのように考えていたのか見直す必要があるのではないかと考えた。

本稿では，筆者自身が無意識に実践してきた指導を省みて，問題解決的な学習における相互作用，特に教師と生徒の相互作用と生徒の思考の関係を明らかにすることを目的としている。

３．教室文化

本節は，数学の学習が行われている教室に視点をあて，数学の授業を分析する上での示唆を得ることを目的とする。

3.1. 教室文化の改善

関口(1997)は，学校および教室はそれ自身で１つの小社会をなしており，独自の社会的現実を形成しているとし，そこには独特の意味や信念の体系－教室文化－が現出し，それは教師と子どもとの交流－社会的相互作用－の中で生み出され，維持されるものであるとしている。そして，子どもたちが理解を伴った有用な知識を身につけ，数学に有用性や創造性を認めるような信念を抱くような文化を新しい教室文化とし，その創造のためには，教師は数学や数学学習に対する自分の信念を見つめ直し，教師は生徒たちと，数学に対する見方や数学的活動のモラルについて長期にわたって交渉し，教室内に数学的創造のための共同体を形成していくことが大切になると提唱している。

筆者がこれまで参加してきた授業研究会を振り返ってみると，授業の雰囲気が数学学習につながったと評価されるようなことはほとんどなかった。授業の雰囲気作りは教師の経験によるもので，意識的な働きかけではないと見られがちである。しかし，それは決して経験だけからくるものではなく，教師の意識によるものであると関口(1997)の提唱をとらえることができる。授業改善には，教材など数学の内容そのものに関わるもの以外に，生徒と生徒，生徒と教師が授業の中でどのようなやりとりをしていたのかも見直すことが必要であることを，関口(1997)は示唆している。

3.2. 数学学習における教室文化

数学の授業において，どのような教室文化を形成すること望ましいのだろうか。Lampert(1990)の実践はその示唆を与えてくれる。

Lampert(1990)の指数の学習における生徒たちのやりとりは，質の高いものであり，私たち数学教師が理想とすべき姿ではないだろうか。例えば，7 を 2 乗，3 乗・・・としていったときの，末尾の数がどのようになるかを追究する過程でのやりとりでは，

先生　　：なぜ 9 なの，サラ？
テレーサ：サラはそれは 49 に違いないと考えたんだと思います。
ガアー　：おそらくそれは 9，1，9，1，9，1，ってなるんだと思うよ。
モリー　：それは 7 だって知ってるよ。だって 7 は・・・
アブダル：7^4 は 1 で終わるから，もしそれに 7 を掛けるなら，7 で終わることにな

る。

マルサ　：7だと思うわ。けっして8ではないと思う。

サム　　：ぼくも8ではないと思う。だって奇数の奇数倍だから，それはいつも奇数だよ。

というように，生徒たちは自分の考えをしっかりと述べている。その中にはテレーサのように友達の仮説を説明するものや，ガアーのように新たに自分の仮説を論ずるもの，そしてマルサやサムのように反例を示すものがあり，Lampert が表現するとおり，仮説の証明と反駁の間をジグザグに進んでいる。

では，このような教室が形成されたのはなぜだろうか。Lampert(1990)は，上に例示したやりとりにおいて,「私は話し合いのマネージャーの役割を引き受け，時々は議論に参加し，生徒の主張に反駁した。」(p.217)と述べている。しかし，Lampert の発言を足がかりに，生徒たちは議論を活発にしているようにも感じられる。それはこれ以外のやりとりの場でも，見て取れることである。また，Lampert は，自らが意識的に生徒に働きかけたこと以外については，自らの言動が子どもたちに及ぼした影響について深く追究していない。しかし，結論では「〈数学をわかる〉とはどういうことなのかということについて，どうすべきかを話すだけでは，従来とは違った考え方を学ぶことはできないだろうと考えた。・・・普通の練習に加えて，説明や，実演，そして彼らと一緒に活動することが必要であった。」(pp.230-231)と述べている。

これらから，数学学習において筆者が目指すような教室文化は最初から存在するものではなく，教師の一方的な働きかけで形成できるものでもないことが分かる。教師が生徒とかかわることなしに生徒の思考を変容させることはできず，特に教師と生徒との相互作用が生徒に及ぼす影響について分析することが，数学学習の改善には重要であることを示唆していると考える。

４．相互作用主義による授業分析

本節では，数学を学習する教室でのやりとりをどのように分析すべきか，相互作用主義の立場から授業の見方やその理論と枠組みについて示唆を得ることを目的とする。

4.1. 相互作用主義

岩崎(2001)は,「生徒たちは，相互作用への参加を通して，相互作用へのかかわり方を学習しているということである。そして，相互作用主義の立場からすると，数学の授業のように，ある数学的な実践に教師と生徒が相互作用的に取り組んでいるとすれば，このかかわり方は，数学をすることそのものである。」と述べている。

前節で述べたように，Lampert(1990)は数学の授業において教師が生徒と一緒に活動することの必要性を唱えていたが，これは相互作用主義者の立場からすると，一緒に活動することが数学をすることそのものであったからであると言える。このように考えると，相互作用主義の立場からの研究は筆者に示唆を与えてくれるものであると考える。

4.2. Wood らの先行研究

Wood(2006)らは，相互作用の種類と生徒が表現した数学的思考との関係を量的に分析している。これは数学の授業の中で起こった相互作用において，生徒のどのような数学的思考が何回見られたかというデータをもとに，それらの関係を探究するというものであった。

この研究において，Wood らは授業で見られた相互作用のパターンをその目的に合わせてラベリングし，次のように分類している(一部抜粋)。

〔IRE〕

この相互作用の目的は，教師がテスト質問

をすることによって，教師が生徒に理解してほしいと思うことを生徒が理解したかどうかをチェックすることです。生徒たちの答えは，イエスかノーや，正しいか正しくないと答えざるを得ず，教師はそれで評価する。

〔Give Expected Information〕

この相互作用の目的は，生徒が以前に教わっている知識を答えることです。そして，生徒は自分たちの理解していたことの評価をするだろうと期待されている。このパターンは，生徒の答えがイエスかノーの答えに強いられていないという点で，IRE よりは開かれている。

〔Hint to Solution〕

この相互作用のパターンの目的は，生徒がオープンな問題やルーティンのない問題を解くことができることや，長い時間がかかったり，困惑したり，努力したりすることなしに正しい答えを得ることができることを，教師が確実にすることである。教師は，ルーティンのない問題の数学的な説明要求を取り除き，生徒に解法に向けてのヒントを与え，しばしばシンプルな計算に問題を変える。これはまた，生徒が正しい答えを得るであろうことを，教師に保障するものである。

〔Exploring Method〕

この相互作用パターンの働きは，生徒がどのように問題を解き，どのように問題の答えにたどり着いたかという説明をすることである。その目的は，生徒がいくつかの異なるストラテジーを発表することである。

〔Teacher Elaborate〕

教師は，生徒の説明を洗練したり，発展させたり，または生徒の説明内容に知識を付け加えたりするために，この相互作用の形式を使う。それは説明している生徒のためだけでなく，説明を聞いている生徒のためでもあり，生徒の解説の不十分な点を補う方法の一つでもある。

ここに例示したパターンは一部であるが，Wood らの枠組みは相互作用の目的を広く網羅しており，日本の数学の授業にも十分対応できるものである。

また，数学的思考については，観察可能な認識活動として次の３つに分類している。

〔認識すること〕

- 既習の考えや方法を，問題解決場面で使う。
- 教わった考えや方法の背景にある概念を理解する。

〔構築すること〕

いくつかの方法を対照，比較し，失敗を共有して評価しながら解決方法を相互に結びつけていくことや，一つの問題に対して複数の方法を使ってみることなどを通して，一つの考え方を作り出す。

〔構成すること〕

新しく見いだされた考えを作り出し，概念を完全なものにしたり，他の場面への応用が可能かどうかを評価したりする。

この数学的思考の分析の一つとして，ミドルスクールの生徒のレオンが三角形の面積の公式を導く過程（Williams,2004)を取り上げている。

レオンは２つの直角三角形を並べたときにできる長方形により，直角三角形の面積は長方形の面積を使って（認識すること)，それを２等分すればよいことをみつけた(構築すること)。次に，鋭角三角形の面積を求めるために，鋭角三角形を並べる方法と長方形を使う方法を思いつき（認識すること)，長方形の方がより簡単な方法であると判断し，鋭角三角形の底辺，高さと長方形の縦，横を関連させることによって総合させ，さらに底辺と高さが同じ三角形に面積を同等視するという新しい洞察を得たのである（構成すること)。

Wood らは，生徒が表現した思考をこれらの認識活動にあてはめて分類している。イン

タビューなどに依らず，公の状況で表現した思考について分析したことについては，他人と考えることが子どもたちの認識の発展と，彼らの知識の構成の重要な側面であると信じているからであるとしている。そして，Woodらは，これらの相互作用と数学的思考の枠組みをもとに，２つの概念の関係を分析している。

その結果の１つとして，授業への参加者のより大きなかかわり合いを必要とする相互作用パターンは，子ども達が表現したより高い数学的思考と関係していたということである。しかし，これは量的なデータによるもので，それらがなぜ関係しているのかまでは説明できないとしている。２つ目は，教師と生徒の説明で Exploring Method の相互作用で教師対生徒のやりとりが展開されると，生徒個々の説明が良質であることは表現されるが，探究指導に中心的な共同研究の発展を促進できない。探究する文化のある教室には，意味づくりにかかわる機会があり，共有された理解を形成するための共通基盤を発展させる機会があったということである。そして，対人間の相互作用は子どもたちがどのように考えるのかに影響を与えるとしている。

この研究結果を端的にまとめると，授業における議論に多くの生徒がかかわり，複雑な議論で探究することが，生徒の高次な思考につながるとまとめることもできる。このようにまとめると，教師の誰もが認めるような内容にみえる。では，このような議論ができるにはどうしたらよいか。それがまとめの後半部分ととらえられる。複雑な議論が重要なのではなく，共有する文化の中で議論がなされているのかがより重要である。授業分析においても，相互作用そのものに左右されず，生徒の思考や教室文化も含めた分析が必要である。また，Wood らの研究は，相互作用と数学的思考を分類し，それらの直接的な関係を量的に分析している。これは，相互作用を分析することで生徒の思考の状況を把握する目安ともなるもので，研究者だけでなく現場の教師も参考にすることができるものである。

５．授業実践を省みて

本節では，筆者が以前に実施した授業を，4節の「相互作用」という視点から研究者として分析することにより，教師と生徒のやりとりが生徒の思考にどのような影響を及ぼすのかを得ることを目的としている。

2 節でも述べたように，筆者は日頃より問題解決的な学習を心がけてきた。本節で取り上げる実践もそのように考えて実施した授業の一つであり，石田(1991)が提案する問題解決学習の「方法型」(指導の基本的なねらいは，知識や考え方を身につけさせることであり，そのための教授＝学習方法として問題解決的な学習を採用していくもの）にあたるものであると考える。

5.1. 授業の概要

本授業は，筆者が 2004 年に G 県総合教育センターで特別研修を受けていたときに，教授実験として実施した授業である。研究テーマは「自ら筋道を立てて考える生徒を育てる図形指導の工夫ー「よりどころカード」を活用した図形の性質の体系化を通してー」であり，研究の目的は，図形の論証指導において，図形の性質をカードにまとめ，それぞれの図形の性質が導き出された過程を体系化していくことで，生徒が自ら筋道を立てて考えられるようになることを明らかにすることであった。本研究で中心として取り上げた授業の概要は以下の通りである。

・授業日　　2004 年 10 月 27 日
・学級　　　G 県公立中学校(小規模校)
　　　　　　第 2 学年 12 人
　　　　　　（男子 9 人女子 3 人）
・授業形態　学級全体の一斉授業
　　　　　　（専門外の教員との T.T.）

・学習内容　平行と合同　第２時「対頂角」
（以降，本稿ではこの第２時を「本時」と呼び，ビデオデータとして残っていた，第１時を「前時」と呼ぶ）

課題は，「対頂角は，必ず大きさが等しくなることを説明しよう」である。前時では長さの違うストローを組み合わせ，各自で自由にいろいろな形を作り，その中に四角形や五角形，凹四角形など，どんな図形があるかを調べた。そして，その活動の中で対頂角に着目し，ストローの角度をいろいろと変え，対頂角がいつでも等しくなるようだということを確認した。そして，本当にいつでも等しいのかと投げかけ，10 分程度考える時間をとったが説明が完成しなかったため，そのまま終了とした。説明は宿題とはせず，終了した状態で次の時間に入るよう生徒に伝えた。本時では，前時の復習を５分ほどした後，説明を考える時間を 15 分とり，全体の場で説明を発表することへと移っていった。論証の指導が研究の中心だったこともあり，説明を考える時間を多くとり，導入段階であったので書き方や記号などに厳密なことは望まないようにした。

5.2. 分析方法

授業のデータとしては，研修時にまとめた資料と，本時および前時の授業のビデオ（教室右後ろから固定で撮影したもので，完全に動きが見えるのは 6～7 人)，および本時のプロトコルである。

本研究にあたり，本時の授業の様子を他の数学教員にプロトコルと併せてビデオで見ていただき，どのような教室の文化ができているか，どんな相互作用が見られるかなどの意見をいただいた。そして，それらを参考に筆者（授業者）が研究者（参観者）という立場で，前時および本時を分析した。

本授業で特に興味深い点は，対頂角が等しくなることの説明を完成させたときに生徒達から「おーっ」，「あったま（頭）いいなー」という声が自然とあがったことである。生徒がそこに至るには，何かその要因があるはずである。本分析では，主に 3 節の Lampert の数学の授業における教室文化や 4 節の Wood らの研究における相互作用と数学的思考の分類をその視座とする。相互作用については、以下の分析で例示するように、ある話題が提起され、それが一応の収束を見るまでを一つの相互作用ととらえ分析していく。また，本授業は「方法型」の問題解決指導の授業ととらえ，石田(1991)の展開構成「つかむ，みつける，のべる，ねりあげる，まとめる」に沿って，分析していくこととする。

5.3. つかむ段階

対頂角が等しいことを初めて発見したのは前時の「つかむ段階」のときであり，つかむ段階や前時の復習の段階における特徴的な場面であるので，そのプロトコルを例として以下に示す。

＜場面Ⅰ：前時での「つかむ」場面＞
ストローが交差しているところに着目させ，対頂角が等しいことを発見させようとしている。

〔課題の引き出し〕

*1 T：こうに動かしたときに，何かこのバッテンのところに特徴はないかな？
*2 S：（数名が）ある，ある。
*3 YU：ハサミみたいです。
*4 T：うーん，ハサミみたいって言うんじゃ，数学の特徴にならないんでなー。
*5 TO：何て言うんだろうな～。（「～」は全体に投げかけるようなアクセントの意味である）
*6 KA：角が，ここの角の大きさが・・・。（左右の対頂角を指している）
*7 HA：角度の大きさが，一緒になる。
*8 KA：同じ。（前の発話の続き）

〔IRE〕

*9 T：どことどこが？

*10 HA：対称になってるところが。

*11 T：対称みたいになってるところが。

*12 TO：対称角って言うんかな～。

*13 TA：上と下，右と左。

*14 T：上と下，右と左？

*15 KA：両方。

〔IRE〕

*16 T：どういうときに？こういうときだけ（ストローを垂直にして見せる）

*17 KA：いや。

*18 T：いつでも？

*19 KA：動くときにいつでも。

〔IRE〕

*20 T：いつでも一緒なん？本当？本当？

*21 YU：本当ですよ。

*22 S：はい。

*23 HA：対称になってるところは。

*24 T：本当？TA はアクビしてるけど本当？本当にそうかね？

〔 〕内は相互作用パターン

（T：教師，S：個人を特定できない生徒）

前時で初めて課題をつかむ段階においては，直線が交わっているときの性質を，ストローを動かして見るという活動を通して，「向かい合っている角は等しい」（Ⅰ*5･6)ということを発見した。ここでは，生徒はストローをいろいろな角度に変えるという活動をしており，これはいくつかのパターンを比べる活動と見ることができる。生徒は，帰納的に分析し，性質を発見したと見られ，これは Wood らの分類の「構築すること」にあたる。しかし，その性質について，この場面では深くは追究していない。逆にどのような性質なのかを確認するための，単純な相互作用（IRE）が多く見られる。生徒の思考も既習事項を思い出して答えるだけの「認識すること」ばかりである。これは，本時における課題の確認の場面でも同じである。

本時においては，対頂角の性質だけでなく，前時に出てきた多角形の定義づけについて確認する場面がある。ここでも，既知の知識を想起させながら定義付けを行っていく。そして，最後にはやはり単純な相互作用（IRE）によって，凹多角形についてまとめている。

このようにつかむ段階においては，複雑な相互作用は見られない。逆に単純な相互作用（IRE など）を通して，性質や課題を認識させている。単純な相互作用であるが，それはいつもクラス全体に対するもので，*10～15 にも見られるように，生徒は一人一人が自分の言葉で答えようとしている。誘導的とも見られる発問もあるが，このような単純な相互作用を通して，一人一人が課題を把握でき，クラス全体として同じ課題を共有できていると見られる。

5.4. みつける段階

「みつける」段階は，個人追究の場となっており，教師と生徒の相互作用はほとんど見られないのだが，前時のこの段階で 1 度だけ相互作用が見られる。

＜場面Ⅱ：教師がヒントを出す場面＞

〔Hint to Solution〕

*1 T：ところで本当に等しいかね？それ。

*2 TO：等しいです。

*3 HA：測る？

*4 T：あっ，測ればいいんか。何で，測ればいいんだ？

*5 YU：分度器。

*6 T：分度器か。分度器もってる？

このように教師は角度を測ることを，生徒たちに促している。生徒がその方法を使わずに説明しようとしていたのならば，生徒の思考を戻すことになり，教師のこの働きかけはこの時点で有効であるとは思われない。では，

そのとき生徒たちはどうしたかというと，教師の働きかけによって実測をしているが，それで説明できるとは判断していない。それは，次の「のべる段階」でそのような説明をしていないことからも分かることである。

生徒同士の相互作用では，それほど大きな動きはなく，個々で課題に取り組んでいる。HA と AYA という生徒がビデオの前の席であり，相談する様子が見られる。HA が自分の考えた説明を AYA に聞かせるが，AYA は「それじゃぁさ・・・」と発話している。最後まではっきりと聞き取れないのだが，文脈から HA の説明に対する評価的な分析であり「構築すること」の思考における評価的なものととらえられる。そのように考えると，AYA はどのような説明がよりよい説明なのか，自分なりに判断基準があると見て取れる。前述したように，教師が実測を促したのにもかかわらずそれを使おうとしなかったり，AYA のように説明に対してよりよいものを判断したりしていることから，クラス全体に説明に対して帰納や類推だけでは正当性は導けないというものが感じられる。

「みつける段階」だけで，前時と本時で合わせて 25 分の時間を取っている。長い時間であるし，ほとんど個人での追究であることを考えると，一人一人が課題にじっくりと取り組めていると評価できる。残り 5 分くらいの時間帯で，再度ストローを取りに行く生徒もいた。ビデオ映像の範囲にいない生徒なので分からないが，具体物から何かを得る，具体物で確認するなど，理論と具体物を再度結びつけてみようとしていたことがうかがえる。

このように，生徒は自分の思いつく方法を駆使して，何とか説明を仕上げようとしている。これは一人一人が課題を自分のものとして受け止めている表れであると見られる。

5.5. のべる・ねりあげる段階

石田(1991)は方法型の問題解決学習のポイントの一つとして「ねりあげる」段階をあげている。しかし，本授業では，生徒が解決方法を述べている場面とそれについて話合っている場面が同時に進行している。そのため，本節では「のべる・ねりあげる」段階を一つとして，分析していきたい。

説明を発表する段階では，5 人の生徒に説明を発表させているのだが，そこには「一つずつ説明を完成させてから次に進む」という授業の流れが見られる。

＜一人目の説明の最後＞

「そのような感じで，同じようなことを書いた人？似てるかなっていう人？」(挙手を求めている)

「その言葉の中に「角度」が出てくる人，数字で？角度？」

＜二人目の説明の最後＞

「他はどうでしょうか？他の？」

＜三人目の説明の最後＞

「って，考えるとさっき AYA が言ったように直線を保つっていうような感じな。あと，さっきの YO が言ったのと重なった感じな，合わせ技みたいな，いいかな，ってことでいいですね。他はどうかな？」

＜四人目の説明の最後＞

「ただ直線を描くとさ，角度がない感じだけど，180 度なんですね。いいでしょう。じゃあ，他に説明考えた人？」

＜五人目の説明の最後＞

「分かりました，他はどうでしょうか？他の説明考えた人いませんか？」

これらは，それぞれの説明が終了したときの教師の発話である。一連の流れの中で，これらの発話でいろいろな説明を取り上げることが，一つのパターンとなっている。この発話によって，生徒は「他」(と思った)の方法を発表している。これによって，いろいろな説明が全体の場に表された。ここで着目すべ

き点は，二人目以降では，特にどこが違うという視点は示さず，その判断は生徒に任され，生徒もそれまでの文脈をもとに「他」を判断し自らの説明を発表している。このようなやりとりが，当然のように行われている要因は，それぞれの生徒の発話を教室全体で共有しようという教師の姿勢にある。

また，それぞれの発表での相互作用を分析すると，「つかむ段階」と同じように決まったパターンが見られる。

＜場面Ⅲ：HA の説明での繰り返し場面＞

HA は直線の片方の端が１°回転すると，他方の端も１°回転しなくてはいけないと説明した。（図１）

〔Exploring Method〕

*1 HA：えーと，まずその線にlとmをつけて･･･

*2 T：l, mってつける。どっちがどっちがいい？

*3 HA：うん，と･･･。

*4 T：こっちは？

*5 HA：l。

*6 T：lでいい。こっちが？

*7 HA：mで，a，lの反対側っていうか，下の方にl'をつける。

*8 T：ここ？

*9 HA：はい。それで，mを軸として･･･。

*10 T：動かないんだ，これは。（図の直線mをさしながら）

*11 HA：それで，まず，その交点から，lが2つに分かれますよね･･･。

*12 T：おーおーおー。

*13 HA：それを･･･。

*14 T：こういう感じ。（ストローを２本取って，lを交点から２つに分かれたようにして見せる）

*15 HA：それでー，それを同じ角度っていうか動かしたときに，･･･，同じ角度にするわけですよ。

〔Teacher Elaborate〕

*16 T：たとえば，こうに動けば（lを動かす），こうに動かなければまずいと（l'のほうを動かす）。どうして動かなければまずい？

*17 HA：同じ角度にするから。

*18 T：同じ角度にするから。

*19 HA：mから・・・，なんて言うんだ・・

*20 T：（ストローで直線の片方の端を回転する様子を見せ）こんだけ動けば，こんだけ動かなきゃだいな。

*21 HA：はい。

*22 T：こんだけ動けば，こんだけ動かさなきゃだいな。

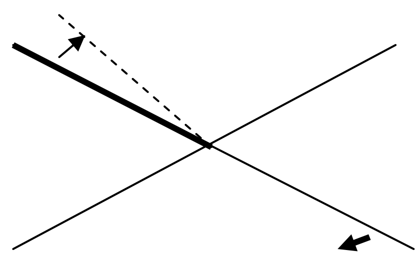
*23 HA：はい。

*24 T：なんで，いっしょに動かなきゃいけないんだろう？

*25 HA：えーと，止まっているとどんどん縮まってきちゃうから。

*26 T：こうになっちゃ，まずいんだよな。（直線ではなくなり，角度が縮まってしまった状態を見せて）

*27 HA：両方が同じって言うか・・・直線じゃないとまずいんですよ。



直線を交点で半直線に分け，交点より上の半直線が動けば，交点より下の半直線も動かなければいけないという考え方

【図１】

５人の発表での相互作用に共通しているのが，このように前半では生徒の説明をそのまま聞き，後半ではその説明の重要と思われる部分，説明が足りないと思われる部分について教師が改めて聞き直すというパターンである。生徒の思考についても，自らこれで問題を解決できると判断した説明を述べていることから「構築すること」と見られるが，後半

では自分が何を根拠としていたのか，どのように考えたのかを想起するだけであることから「認識すること」であると見られる。また，後半で教師が聞き返す内容は，どの生徒に対しても直線や 180°に関する内容である。教師のそこに目を向けさせたい，そこをみんなで共有してもらいたいという思いが感じられる。

また，プロトコルからも分かるように，この間のやりとりは教師と発表している生徒だけである。他の生徒の発表では，分かりづらい説明があった場合などに，「今の分かりましたか？」とクラス全体に問うことがあったが，ほとんどがこのような相互作用であった。Wood らが指摘していた「教師対生徒のやりとりが展開されると，生徒個々の説明が良質であることは表現されるが，・・・」の相互作用である。その指摘の通り，一人一人が自分の説明を仕上げていたことはよく分かるが，それに対して他の生徒はどのように考えていたのか本当に共有ができていたのか，これだけを見ると疑問に感じられる。

対頂角の説明としては，5 人の生徒が説明をしたが，論理的な説明は出てこなかった。そこで教師は最後の説明で TA という生徒が，隣り合う角（図２のａとｂ，ｃとｄ）を足すと 180°になることを使おうとしていたことに振り返り，これまでの説明を次のようにまとめている。

＜場面Ⅳ：表現を変えさせる場面＞

*1 T：これ，180°，直線を保つとかって，みんなはそこにだいぶ気がついてきたみたいで，考えてるみたいだな。これ，直線なんだから。（板書の直線に指示棒を重ね合わせて）HA が言ったように，これ直線なんだから，曲がっちゃまずい。YO が言ったように，こっちが 1 度上がれば，こっちが 1 度下がんなきゃいけない。一緒に動いてがなきゃいけない。ってことはなにかって言うと，ここは棒なんだから，一直線なんだから，角度からすれば，常に 180°を保たれるんだ。それはこっちだけ（板書の交わっている直線の一方に棒を重ねて）じゃないよね。

*2 S：反対側も。

*3 T：反対側もなんだな。（もう一方の直線に指示棒を重ね合わせて）

*4 T：そうすると，じゃあいいか，今，これ，TA くんが言ったのは，aとdで 180°っていうんだいな。はい。

（a＋d＝180°と板書する）

*5 T：他にない？180°？

*6 HA：aとb。

*7 T：aとbでも 180°。

（a＋b＝180°と板書）

*8 T：他には？

*9 TO：cとd。

*10 T：cとdでも 180°。直線。

（c＋d＝180°と板書）

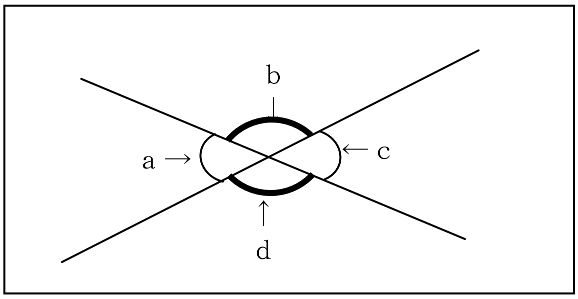
*12 S：bとc。

*13 T：bとcでも 180°。

（b＋c＝180°と板書）

*14 HA：4 つ。

*15 T：って，ことだいな。このへんから，なんか説明できないかね？



【図 2】

この場面での生徒たちの発話を見ると，一方の直線だけに限らず，容易に４つの式を導いている。それは，挙手した生徒ということでなく，*6，9，12 のようにクラス全体からの返答である。これまで，教師対生徒の相互作用が続いてきたが，他の生徒たちもそれぞれの説明を共有してきていたことがこのことから見て取れる。

この後，教師が「この式をながめてて，aとcが同じになるってことは言えるかね？」と発話すると，5 秒くらいしてから数名の生徒が思いついたかのように「言える」と発話し，HA が指名され等式の性質を用いて対頂角が等しいことの説明をつくりあげる。これを聞いていた生徒たちからそれに対して，「おーっ」という声があがったのである。

これまで，5 人の生徒が発表し，どれもそれほど大差のない説明であり，「直線」を保ったまま動かなくてはいけないことがポイントであるというところから進むことができなかった。それが式にすることと，HA の等式変形なども活用したすっきりとした説明で「腑に落ちた」のである。これまで説明できそうでできなかった，クラス全体としてもなかなかよりよい説明にたどり着けなかった経験がすっきりとした気持ちをより強くしたといえよう。

5. 6. 数学学習としての一連の流れの分析

前時および本時の，つかむ段階からのべる・みつける段階に進むにつれて，どのような相互作用が現れたのかを表にしたのが図３である。これを見ると，みつける段階の前後で現れる相互作用が全く違うことが分かる。「つかむ段階」において目立つのは単純な相互作用で，ここでは生徒の思考についても高次なものは見られなかった。「みつける段階」では，ほとんど相互作用は見られず，個人追究にじっくり取り組む姿が見られた。「のべる・ねりあげる段階」では，やや複雑な相互作用が見られ，生徒の思考としてはつかむ段階では見られなかったような，高次な思考が見られるようになった。

Bishop(1985)は，数学的意味の共有のための授業の側面として，数学的活動（mathematical activity），コミュニケーション，ネゴシエーションをあげており，数学的活動の重要性と提唱している。これは，教師が学習内容を提示するよりも，むしろ学習者が数学にどれだけかかわっているかを強調したものである。このように考えると，「のべる・ねりあげる段階」において，高次な思考が見られるようになった要因は，「みつける段階」での個人追究での取り組みにあったととらえることができる。本授業では，この段階に多くの時間を当てている。これは，分析に協力して頂いた数学教員からも驚かれたほどである。しかし，この段階の重要性を考えると，この時間を確保してあげることも重要といえる。

さらに，この「みつける段階」の活動が保証された要因は，その前の「つかむ段階」での問題の把握，共有であると考えられる。この段階においては，単純な相互作用しか見ら

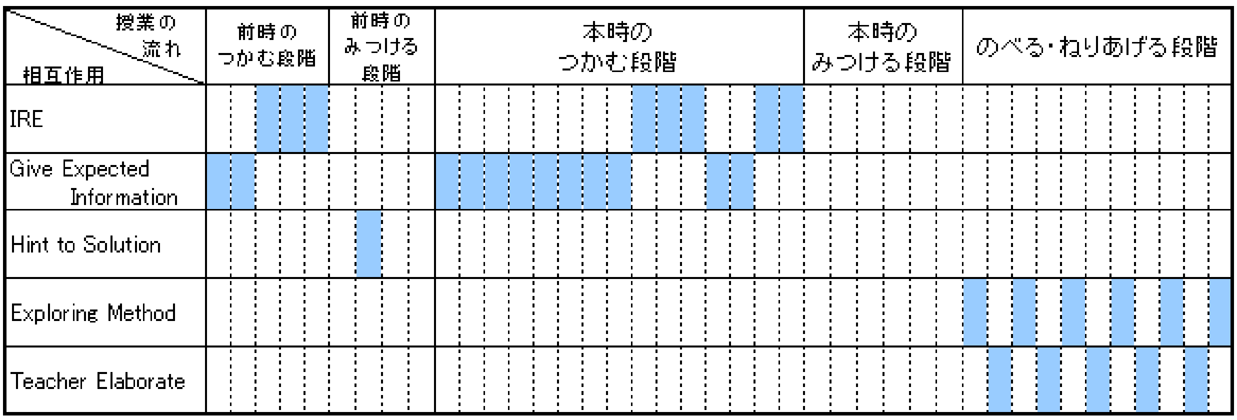


図３：授業の流れと相互作用の関係

れなかったが，そのような相互作用を通してクラス全体で問題を把握したことが，後の活動を保証する要因になっていたということである。

また，本授業の流れをまとめると，図形の性質を見つけ，その正当性を解明し，一つの性質を導くことができた，と見ることができる。これは数学を創りあげる活動であり，それを生徒たちが経験できたといえる。このように考えると，本授業は問題解決的な学習の流れの一つとして例示できるものといえるのではないか。そして，このような流れの中での相互作用と生徒の思考の関係の一つの例としてとらえることもできるといえよう。

６．まとめと今後の課題

本授業を授業者として分析したとき，生徒が説明を仕上げたように見えるが，実際には生徒の説明をもとに教師が 180°であることを強調し，誘導的に導いているとしか見られなかった。

しかし，今回研究者として，Wood ら(2006)の先行研究を視座に，問題解決的な学習における相互作用と生徒の思考について分析し，次の 2 点を新たな示唆として得ることができた。

・単純な相互作用では高次な思考は見られないが，それが問題の把握や意味の共有に役立ち，次の段階での高次な思考につなげる重要な役割を担うことも十分にあり得る。
・問題解決的な学習の「みつける段階」においては，相互作用が見られないこともある。しかし，そこでの学習が次の「のべる・ねりあげる段階」に大きく影響し，高次な思考につなげる重要な役割を担っている。

今回の分析で見られた相互作用は，Wood ら(2006)が分類したものの一部であった。今後は，問題解決的な学習の開発，実践に取り組み，さらに多様な相互作用と生徒の思考の関係を研究していくことが今後の課題である。

引用・参考文献

Bishop，A. J.（1985）．The social construction of meaning－A significant development for mathematics education？. *For the Learning of Mathematics*, *5*(1)，24-28.

石田忠男．(1991)．問題解決．数学教育学研究会編，新・算数教育の理論と実際 (pp.163-178)．聖文社.

岩崎浩．(2001)．数学の授業における相互作用と学習との間の関係に関する考察ー一人の生徒からみた授業がもつ社会的側面の意味ー．全国数学教育学会誌，数学教育学研究，*7*，51-67.

Lampert，M.（1990）． When the problem is not the question and the solution is not the answer : Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Jouenal*, *27*(1)，29-63.

〔秋田喜代美訳．(1995)．真正の学びを創造するー数学をわかることと数学を教えることー．佐伯胖他編，学びへの誘い (pp.189-240)．東京大学出版会.〕

佐々木徹郎．(2007)．数学教育における生命論的な教室文化．全国数学教育学会誌，数学教育学研究，*13*，23-28.

関口靖広．(1997)．学校数学と教室文化．日本数学教育学会編，学校数学の授業構成を問い直す(pp.19-28)．産業図書.

Wood，T. and Williams，G. and McNeal，B. (2006)．Children's mathematical thinking in different classroom cultures． *Journal for Research in Mathematics Education*，*37*(3)，222-255.