上越数学教育研究，第25号，上越教育大学数学教室，2010年，pp.77-86.

教科書分析からみる「負数の乗法」

～歴史的観点を用いた問題提起～

小林孝至
上越教育大学大学院修士課程１年

１．はじめに

中学校１年生で学習する「負数の乗法」に焦点をあてると，これまでに教材としての負数に関する研究は，加法や減法についてのものが多く，乗法についてのものは少ないようである。負数という教材を考えていくときの難しさは，加法・減法よりむしろ乗法にあると思える。数を負数まで拡張するということは一見簡単にみえるが，いざ説明を求められると実は中学生だけでなく大学生にとってでさえ難しい。

負数が数として認められたのが１９世紀の中頃とされていることからも，どれだけ負数の取扱いが難しいかがわかり，その困難性を読み取ることができる。

学校数学においては，中学校の最初の単元とされているので，中学生の感じる負数の学習の困難性はなおさらである。この困難性を歴史的観点や教材としての構造を分析する観点を用いることで解決の糸口を見出せるのではないかと考えた。

数学史をそのまま教材として導入するのではなく，発生した過程をいかに教材に取り入れ，これまで負数をめぐって人々が悩んだこと，考えたことをいかに追体験させるかということを模索したいと考えた。

本稿の目的は，数学史における負数の発生及び発展といった歴史的観点と教材としての構造を分析する観点から中学校１年生の単元「正の数・負の数」の特に「負数の乗法」の取り扱いを考察することにより，現在の学校数学の展開にみられる問題点を浮彫りにすることにある。

本稿の構成として，次の第２節で関連の参考研究の概要を，第３節で負数の歴史の概要を，第４節で教科書分析の目的を述べる。第５節で教科書分析を行う際に用いる分析ツールについて説明し，第６節で教科書分析の結果をまとめ，第７節でその考察を述べ，第８節で本稿のまとめを行うことにする。

２．負数の歴史

ヴィクターＪ．カッツの『カッツ　数学の歴史』（２００９，共立出版）の１８世紀から１９世紀にかけての代数学の歴史記述の中から，「負数」の成立をみていく。

Ａ．１８世紀の代数学の教科書

１８世紀の代数学は以前に研究された題材を体系化することに力を向けていた。その中で重要な代数学の教科書は次の三つであると述べられている。

（１）　ニュートンによるもの（１７０７年）
（２）　マクローリンによるもの（１７４８年）
（３）　オイラーによるもの（１７６７年）

そして，これらの教科書が１８世紀に代数学において何が重要であるかについて，次のように述べている。

（1） ニュートン 『普遍算術』

ニュートンは，乗法に関して次のような扱いをしている。

加法：はなはなだ複雑な数ではない場合，加法は自明である。したがって，一見して７と９（すなわち７＋９）が１６になり，１１＋１５が２６になるのは明らかである。しかしより複雑な場合では，数を高い位から低い位へと降順に書くことと，個々に各々の列[すなわち，同じ桁数]の和を集めることによって，その加法の操作は達成される。

乗法：単純な代数的な項は，数と数を記号[species]と記号とをひきよせることによって掛けられる。次に，もし両辺の掛けられるものがともに正，負ならば，積を正に設定し，そうでなければ，負に設定する。

ここで彼は，演算操作のための手法のみを述べており，第４節で述べる「外挿法」の元になる考え方がみられる。

（2） マクローリン 『代数学論考』

マクローリンは，『３部構成の代数学論考』(A Treatise of Algebra in Three Parts)という著作を計算のためのアルゴリズムだけでなく，そのアルゴリズムの裏にある論法を説明する試みから始める。たとえば，負の数を扱う際に，彼はどんな量も増加分か減少分のどちらかとして，代数的な計算に組み入れることができることに注意する。これらの二つの形態の例として，マクローリンは過剰と不足といった概念やある人物に支払われる，またはその人物が支払うお金の価値とか，さらに右または左へと引かれた線や，地平線からの上がり下がりといったものを含める。彼は，同じ種類のより少ない量から，より大きい量を引き算することができることに注意する。その場合，残りはいつも本質的に反対のものになる。だが，意味が了解できる場合にのみ，こうした引き算をすることができる。たとえば，より少ない量を持つ物からより大きい量を引き算することはできない。それにもかかわらず，マクローリンは常に正の数とくらべて負の数の方が，実在性に乏しいとは考えなかった。かくして彼は，正負双方の量を用いた計算をいかにするべきかを示した。とりわけ，そうした量どうしの積の符号規則の正当性を示すために，＋ａ－ａ＝０より，ｎ（＋ａ－ａ）＝０と注意した。ただし，この積の最初の項＋ｎａは正である。したがって，２番目の項は負にならなければならない。ゆえに＋ｎと－ａが掛けられえると負になる。同様に－ｎ（＋ａ－ａ）＝０から，この積の最初の項は負であるので，（－ｎ）（－ａ）は，＋ｎａと等しくかつ正でなければならない。

ここには，第４節で述べる物理的モデルと公理的モデルの双方につながる元の考えがみられる。

（3） オイラー 『代数学』

オイラーは，「＋３を－ａに掛ける」を次のように説明する。

「いま，－ａは負債として考えることにする。するともしわれわれが，その負債の３倍を負うことになるならば，それは３倍大きくならなければならないのは明白である。だから，結果として，求める積は－３ａである。」

オイラーはその際，－ａとｂを掛けると－ｂａか，または－ａｂになるという明白な一般化にも触れている。そして２個の負の量の積に関する場合を続け扱っている。ただし，－ａと－ｂの積は，－ａとｂ，または－ａｂと同じになり得ないし，したがって＋ａｂと等しくなるはずであると述べているだけで何

を規約したのかがはっきりしない。（＋３）×（－ａ）は，（－ａ）×（＋３）と等しいであることを前提にしたものと思われる。

B．１９世紀の記号的代数学

負の数や虚数は，１８世紀までは自由に使われており，また，あらゆるたぐいの代数的な結果を得るのに必要であると考えられていた。しかし，数学者達は，いくつもの物理的なことがらから類推する以外には，それらの意味を説明することができなかった。

１８３０年の『代数学』第１版で，ピーコックは記号的代数を「任意の符号と記号の組合せを，一定の任意の規則によって扱う科学」と定義した。しかし，ピーコックは，１８３０年の版でも１８４５年の版でも，彼が提唱した結合の「任意の法則」を利用しようとはしなかった。実際，彼の記号的代数におけるすべての法則は，同じ演算に対応する算術の法則から普遍性の原理によって導かれたものであった。その後，ハミルトンが１８３７年の論文で，二つの進む幅の和を定義することにより有理数の集まりを構成し，正と負の倍数に関して算術の演算の標準的な規則を証明した。しかし，今日おいては間違いであるとされている。

以上，負数がどの時点で一般に数として認められたかについて探ってきたが，本稿においてそれを特定するまでには至らなかった。ただ，１９世紀になっても負数を数として認められる努力は依然としてなされていたことは推察できる。

３．教科書分析の目的および方法

現代の数学教育では授業時間の削減や学習指導要領の変遷といった影響から，負数の乗法の提示方法が変わってきているのではないかと考えた。過去の教科書を見ることで，改めて負数の乗法の位置づけや問題点，改善方法を見出したい。そのため，負数の乗法における学習の困難性を明らかにするためには，まず負数の乗法の教科書での取扱いを教材として構造として把握する必要がある。

次節で説明する分析ツールを用いて，教科書での扱いを簡単なモデルで表わし，各教科書においてどのように負数の乗法が説明されているかを整理する。教科書分析を行う目的は，教科書で示される負数の内容・展開にある問題点を明らかにすることである。

教科書分析の対象とする教科書の選定は，数学教育学研究会『新版　数学教育の理論と実際〈中学校・高校〉』(聖文新社，2003）で述べられている学習指導要領の変遷を参考にした。ここにまとめられている第５期から第１０期（平成１０年度）までに絞った。また，学習指導要領の変更から教科書の完全な切り替えまでには１，２年が必要である。新しい学習指導要領が完全実施される年を教科書切り替えの年と考えた。そのため，検定済の年が古い年から，昭和２６，３６，４６，５５年と平成４年，１３年の６年分に絞った。それに平成２２年現在使用されている平成１７年のものを加え，対象とするものを計７年分とした。また，教科書出版社の選択は現在使用されている大阪書籍，学校図書，啓林館，教育出版，大日本図書，東京書籍の計６社を対象としている。

４．分析ツール

本稿の教科書分析を行うにあたって，Mary L.Crowley と Kenneth.A.Dunn の共著論文“On Multiplying Negative Numbers”を参考とした。この論文によると，生徒に負数の乗法を導入する際の指導法は，定義によるアプローチ，物理的なモデル，発見パターン，数学的公理の大きく４つに分けられる。それぞれの方法の特徴と問題点を次に示す。

（1）定義によるアプローチ

このアプローチは次の２つを定義して示すものである。

・ 同じ符号を持つ２つ数の乗法は正数である。
・ 異なる符号を持つ 2 つ数の乗法は負数である。

そのため，ここでは，生徒がなぜそのように定義されるのかという理由は示されていない。

（2）物理的モデル

これは，様々な方法が例示されている。例としては，列車，車，オートバイ，飛行機，フットボール選手,温度計,伝票などがある。温度計と伝票の例を除き，他の全ての例で，時間と方向の概念が正数・負数を用いてそれぞれ示されている。このモデルの例として「道路に沿って歩いている人」を挙げる。規則は次の２つである。

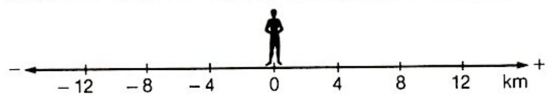


図１　物理的モデル

・ 右の方向に進むことは正の方向に進むことにすると，左に進むことは負の方向に進むことになる。
・ 未来の時間は正数，過去の時間は負数によって示される。

このモデルは，生徒それぞれが各自の経験と関連付けて考えることができる。

（3）発見パターン

類似している計算を比較する活動を通して負数掛ける負数が正数であることを推測させる方法である。例として，次のように示される。乗数（この場合－４ではない側の数）が４ずつ減少すると結果として得られる値は４ずつ増加する。

（－４）・（＋３）＝－１２
（－４）・（＋２）＝　－８
（－４）・（＋１）＝　－４
（－４）・　（０）＝　　０
（－４）・（－１）＝　　？
（－４）・（－２）＝　　？
（－４）・（－３）＝　　？

異符号の２数の積が負であることを生徒が知っていなければ，上記のいくつかの計算が一つになることでパターンを作り出していることに気づかない。また，負数×正数を理解す場合には，正数の掛け方に関する知識が必要である。

（4）数学的公理

算数で身に付けた数学的原理を用いて答えを導くものである。例としては，加法原理で構成されている積に対して，１つの値を見つけるように指導を行うものである。

３＋（－３）＝０
（－４）・（３＋－３）＝（－４）・０
（－４）・（３）＋（－４）・（－３）＝０
－１２＋（－４）・（－３）＝０
（－４）・（－３）＝？

Mary L.Crowley と Kenneth.A.Dunn は，これらの４つの枠組みの説明後に次のように述べている。

「４つのアプローチのどれも，2 つの負数の積の値が正数であるという事実の実際の証拠ではない。しかし，それぞれが色々な時間に様々な理由で適切であるかもしれない。最初の方法は，真であるように乗法を定義し説明を全く必要としない。次の２つの方法である物理的なモデルおよび発見パターンは，生徒

が妥当性を受け入れるように準備させているが，数学の必要性までは考えを及ぼしていない。最後の方法は，数学的構造の発見の根源はあるが，強調がされないため見逃されやすい。」

上記の４つの枠組みを基に本稿では，枠組みを新たに次のように考えた。（1）定義によるアプローチは，名称を「定義ツール」に変更，（2）物理的モデルは，現実場面を扱っているものとし，名称を「物理的ツール」に変更，（3）発見パターンは，名称を「外挿法ツール」と変更，（4）数学的公理は，名称を「公理的ツール」と変更した。

そして，新たに構築した４つの枠組みを「分析ツール」と呼ぶことにし，教科書分析を行う際にこれを用いる。

５．教科書分析

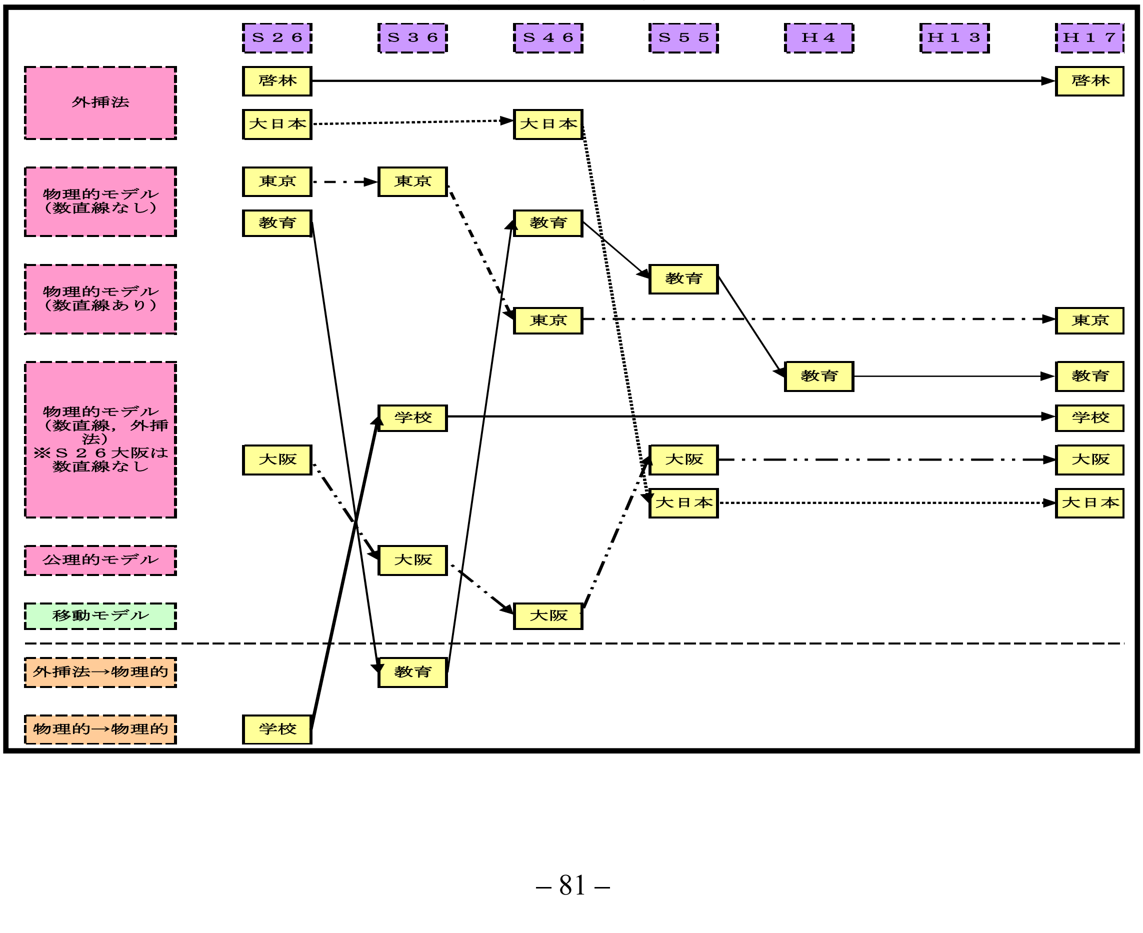
教科書分析では，教科書で示されている分析ツールをみることでモデルを作成し，教科書で示す説明を簡単に表現できる。また，本稿では分析ツールを組み合わせてできるものをモデルと呼ぶことする。

分析ツールを用いて，大きく４つのモデルにまとめることができる。(A)外挿法モデル，（B）物理的モデル，（C）公理的モデルとここまでは分析ツール１つで表現できる。（D）移動モデルは４つの分析ツールでは表現できなかったため，新しいモデルである。

さらに，物理的モデルは数直線あり，数直線なし，数直線と外挿法の３つのモデルに分けることができるため，分析ツールを１つだけで表現できるモデルとしては６つ考えられる。また，分析ツールを組み合わせてできたモデルは，学校図書（昭和２６年）と教育出版（昭和３６年）の２つの教科書が挙げられる。学校図書（昭和２６年）は，ある物理的ツールの後に他の物理的ツールを示している。また，教育出版（昭和３６年）は，外挿法ツールの後に物理的ツールを提示している。

表１にモデルの変遷を時系列にまとめている。現在の教科書編集の傾向としては，啓林館を除く，すべての出版社が物理的モデル

表１　モデルの変遷



を用いており，物理的ツールの中で外挿法ツールを表現する形式のモデルを使用している。さらに，昭和５５年から平成１７年（現行）まではモデルに大きな変化がみられない。昭和３６年に大きな変化がみられ，各出版社独自のモデルを考えていたことが伺える。

６．考察

表１で示しているように，昭和２６年から平成１７年の教科書に関しては，単独のモデル６つ，複合のモデル２つの計８つのモデルについての詳しく考察することで，問題点を浮に分けることができる。この８つのモデルに彫りにしていきたい。８つのモデルについて，特徴と問題点を各自整理する。

A．外挿法（平成１７年啓林館を参照）

「かける数が正の数のときから考え，３，２，１と１ずつ小さくしていくと，積は，２ずつ小さくなっていきます。そして，かける数が０のときには，（＋２）×０＝０となり，かける数をさらに１小さくした（＋２）×（−１）は，０より小さく，−２であると考えられます。」と述べ，下記のように負数を掛けた結果が推測できるよう導いている。

（＋２）×（＋３）＝＋６
（＋２）×（＋２）＝＋４
（＋２）×（＋１）＝＋２
（＋２）×　０　＝　０
（＋２）×（−１）＝
（＋２）×（−２）＝
（＋２）×（−３）＝

この方法による数の拡張が「外挿法」である。これは乗数を１ずつ小さくしていくと，積は２ずつ小さくなるという乗数の変化と積の対応関係に注目させている。

正数同士の乗法は既習事項であるから，乗数が＋３から＋１までの積は求めることができ，２ずつ積が減少することは理解できるはずである。また，０を含んだ乗法は既習事項ではないが，積を＋２から２だけ減少させることで＋１より１小さい０を掛けたときの積は０であるとしている。

さらに，０より１小さい−１を掛けるとき，積は２より２減少した−２であると推測させる。というような推測を促す外挿法においては，乗数が１減少することで積が２減少するという算数で成り立った考えが０や負数にまで適用できることを示している。

このように，算数における被乗数と乗数の関係が０や負数にまで適用できるとして，乗数を０と負の整数にまで拡張している。だから，外挿法によって負数の乗法のうち，掛ける負の整数にまでは拡張されているといえる。しかし，外挿法で扱っている数は数列の中の離散量を扱っているのであり，連続量を扱ったものではない。外挿法では乗数が小数や分数となった場合にまでは拡張されていない。

B．物理的モデル（数直線なし），（昭和３６年教育出版を参照）

まず，学習の準備として

（１）温度が「上がる」を＋，「下がる」を−
（２）温度が「高かった」を＋，
　　　「低かった」を−
（３）「今から後」を＋，「今から前」を−

としている。

昭和３６年の教育出版の負数の乗法の導入では，学習の準備として上に示した符号の意味を提示したのち，次のような例を示している。

（１）「温度が，１分間に２°ずつ上がれば，
　　今から３分後には，６°上がる」
　　（＋２）×（＋３）＝＋６
（２）「温度が，１分間に２°ずつ上がっているとすれば，今から３分前には，６°低かった」
　　（＋２）×（−３）＝−６

この説明の流れにおいて生徒は，現実場面を式で表わすとき，学習の準備を参考にすることにより，どのような符号になるかを判断できる。乗数に「時間」を使用していることから連続量までの数の拡張もつながるといってよい。温度（この物理的モデル）においては負数の乗法における数の拡張とみてよい。しかし，他の物理的モデルまでに適用できるように拡張させたものではない。

C．物理的モデル（平成１８年東京書籍を参照）

下記のような大問の後に，小問が記されている。

（大問）毎時４ｋｍの速さで２時間歩くと，何ｋｍ歩くことになるでしょうか。東への移動を正の数で，西への移動を負の数で表わすことにする。まず，東へ向かって毎時４ｋｍの速さで歩く場合を考えよう。

（小問）次の①，②の場合，歩いている人はどこにいますか。現在の位置からの移動を，正負の数を使って表しなさい。①現在より２時間後　②現在より２時間前

この後に数直線で表現し，以下の説明を行っている。

問１の①の結果の＋８ｋｍは，次の式で求められる。

（＋４）×（＋２）＝＋８

②の場合も，結果を求める計算をかけ算で表す。２時間前は－２時間後であるから，次のようになる。

（＋４）×（－２）＝－８

小学校では（速さ）×（時間）＝（道のり）という演算規則を正数のみで用いることから，①の結果の式は既習である。それに対して，②の計算では，負数を用いた計算式が提示されており，既習ではない。しかし，－８は（＋４）×（－２）という式から求められるものではない。数直線を用い，４ｋｍの矢印を２つ負の方向に移動させることで－８を求めている。

このように，演算規則と数直線の２つ方法を用いることで，正数のみでしか扱えなかった演算規則を負数についても同様に扱うことができるようにしている。だから，ここでは，（速さ）×（時間）＝（道のり）という関係が成り立つ問題場面においては負数の乗法にまで，数の拡張がなされているとみることができる。

しかし，このモデルは，この対象（この問題）においてのみ式が成り立つと示されているものである。この他の対象の問題場面に対しての負数の乗法にまで数の拡張がなされているとはいえない。

D．物理的モデル（数直線，外挿法），（昭和３６年学校図書を参照）

「２時間後を＋２時間で表わせば，１時間前はどう表わせるか。」という問いにより１時間前を－１で表現できるような準備をした上で，次のような例題を与えている。

【例題】

「青木君は，時速４ｋｍで西から東に進んでいる。現在，A地点を通っている。東の方向を正の向きとすると，１時間後，２時間後にはどこにいるか。また，１時間前，２時間前にはどこにいたか。」

さらに例題の下に数直線と表が提示されており，表の中には（＋）×（＋）から（＋）×（－）までの計算式が示されている。上の説明は，物理的モデルの中で得られた計算式と積を並べ，それを外挿法の形式で表現しているのであり，物理的モデルにおける対象への依存，すなわち他の問題では拡張したことにならないという問題は残されている。

Ｅ．公理的モデル（昭和３６年大阪書籍を参照）

まず，０との積は常に０，すなわちａ×０＝０，０×ａ＝０と定義している。この定義をした後に，掛ける負数を次のように説明している。

「符号のついた数についても，分配法則がなりたつようにするには，たとえば，ある数ａの－３倍と３倍との和は，ａの（－３＋３）倍としなければならない。－３＋３＝０で，ａ×０＝０だから，ａ×（－３）＋ａ×３＝０，したがって，ａ×（－３）をａ×３の符号を変えた数とすることになる。」

このように乗数が０の場合を正数と負数の和を用いて表すと，定義にあるように積が０でなければならない。そのため，分配法則からａ×（－３）＋ａ×３＝０と展開でき，３ａが正数であることから，ａ×（－３）が－３ａ（負数）でなければいけないこと述べている。文字を利用していることから，どのような数においても負数の乗法が成り立つことが理解できる。しかし，分配法則を使用しているため，生徒にとっては理解の困難性が考えられ，このことについては今後の検討を要する。

符号のついた数についても，分配法則が成り立つように明示していることから，このモデルは歴史的観点における拡張から見ても，負数の拡張をほぼ満たしていると考えられる。

Ｆ．移動モデル（昭和４７年大阪書籍を参照　）

数直線の中に倍化を表現したモデルである。まず，乗数が０から３の場合を一度に数直線に示す。その後，乗数が－１から－３の場合をまとめて示し，乗数が－３から３までの場合がすべて数直線に表現され，外挿法の形式で提示されている。また，負の整数倍を導入する場合に，次のような解説を与えている。

【解説】

「そこで，３の（－１）倍，（－２）倍，（－３）倍，・・・は，３の表わす移動と反対方向の－３の表わす移動を，1倍，2倍，3倍，・・・したものと考えよう。」

負数の整数倍を示すときに，３×（－１）は－３×（＋１）に等しいものと考えることにより，累加で説明できる。ここでは数直線，倍化の知識を用いていることから，負数の乗法における数の拡張が連続量までつながるといってよい。このモデルは数直線で負数の乗法を表現している。だから，数直線を含む物理的モデルを説明できる。また，公理的モデル以外のモデルでは示されなかった定義（今回の場合，交換法則を負数において拡張できること）を示している。

しかし，数直線のない物理的モデルは倍化も数直線も使用しておらず，類似点がないことから，このモデルを用いては補完できない。

Ｇ．外挿法から物理的モデル（昭和３６年教育出版を参照）

外挿法を使用して説明した後の例題において，物理的モデルを使用している。外挿法では扱えなかった連続量を，次で物理的モデルで補完している。しかし，この連続量はこの物理的モデルの枠でのみしか適用されないものである。この物理的モデルでは特定の対象に依存する。ただ，他の問題において，負の整数にまで拡張はできている。

Ｈ．物理的モデルから物理的モデル（昭和２６年学校図書を参照）

物理的モデルを２回使用しているだけなので，２つの対象に依存して，負数が拡張できる。例えば，温度の物理的モデルについて学習した後に，速さと時間の物理的モデルを学習しても，温度と時間の２つの対象にしか負数の拡張がおこなわれない。

７．おわりに

Ｅ．公理的モデルは，文字式を用いたものであり，文字式を既習とした上で連続量まで数の拡張ができている。Ｆ．移動モデルは，数直線を利用できる物理的モデルについて負の連続量まで数の拡張ができている。この２つのモデルに共通する点は，歴史的観点からみた場合の負数の乗法を説明する際には演算規則を決めていることを明示している点である。したがって，現行の教科書においてのこれらの数の拡張には，いくつかの制約が残されており，生徒にとっての理解の困難性の克服には，解決すべき問題がある。

過去の教科書の中には負数の乗法を説明する際に，しっかりと演算規則を定義しているものが存在する。負数の乗法で問題となる数の拡張は演算規則を決めるモデルにより改善を加えられる可能性がある。公理的モデルと移動モデルは，教科書の記載にわずか１年しか登場していない。その背景にある困難性については，今後の検討が必要である。

本稿において，現行の教科書において主流を占めている物理的モデルと外挿法についての展開の様態とそこにある問題点については明らかにすることはできた。しかし，現行の教科書に殆ど現われていない公理的モデルと移動モデルについては，展開の様態については明らかにできたものの，そこにある問題点については教材としての明らかにできたとはいえない。

今後の課題は，これらの負数の乗法の説明の方法の全体像を踏まえながら，特に公理的モデルと移動モデルにおける問題点を浮彫りにしていくことである。また，実際の教育現場では教科書だけではみられない指導もあり，実際の現場で教科書がどのように扱われているのか，本稿で培った観点を基にみていきたい。さらに，生徒の本当の理解につながるような「負数の乗法」の指導のあり方を模索していきたい。

【引用・参考文献】

1) Mary L. Crowley and Kenneth. A. Dunn(1985), ”On Multiplying Negative Numbers” MATHEMATICS TEACHER vol.78 No.4 , National Council of Teachers of Mathematics.
2) 数学教育学研究会(2003),『新版数学教育の理論と実際＜中学校・高校＞』，聖文新社.
3) ヴィクターＪ．カッツ著，上野健爾他訳，(2009),『カッツ　数学の歴史』，共立出版.

（以下の教科書の著者は代表のみを記している。）

＜昭和２６年検定済教科書＞
4) 上林彌四郎(1952)，「二年生の数学下」，大阪書籍.
5) 近藤鷲(1950)，「中学校数学第２学年」，学校図書.
6) 浦牛原初蔵(1951)，「生きた数学Ⅱ上」，教育出版.
7) 正田建次郎(1954),「中学生の数学第二学年全」，新興出版社啓林館.
8) 数学研究委員会編(1952)，「日常の数学２下」，大日本図書.
9) 彌永昌吉(1952),「新しい数学中学二年下」，東京書籍.

＜昭和３６年検定済教科書＞
10) 浅野啓三(1964),「中学校数学１年」,大阪書籍.
11) 功力金二郎(1964)，「中学校数学１年」，学校図書.
12) 河口商次(1961),「標準中学校数学１」,教育出版.
13) 正田建次郎(1962),「中学新数学第１学年」，新興出版社啓林館.
14) 佐藤良一郎(1963),「中学校数学１年」,大日本図書.

15) 彌永昌吉(1964),「新しい数学１年」, 東京書籍.

＜昭和４６年検定済教科書＞
16) 高橋陸男, 「中学数学１年」, 大阪書籍.
17) 加藤国雄(1972),「中学校数学１年」, 学校図書.
18) 河口商次,「新版標準中学校数学１」, 教育出版.
19) 正田建次郎,「数学１年」, 新興出版社啓林館.
20) 佐藤良一郎,「中学校新数学１年」, 大日本図書.
21) 彌永昌吉, 「新しい数学１年」, 東京書籍

＜昭和５５年検定済教科書＞
22) 高橋陸男(1981),「中学校数学１」, 大阪書籍.
23) 川口延, 「中学校数学１」, 学校図書.
24) 宇喜多義昌(1980), 「新版標準中学校数学１」, 教育出版.
25) 橋本純次(1980),「数学１年」, 新興出版社啓林館.
26) 赤攝也, 「中学校新数学１」, 大日本図書.
27) 小平邦彦(1981),「新しい数学１」, 東京書籍.

＜平成４年検定済教科書＞
28) 岩合一男(1993),「中学数学１」, 大阪書籍.
29) 川口延(1993),「中学校数学１」, 学校図書.
30) 茂木勇(1993),「新版中学数学１」, 教育出版.
31) 福森信夫(1993),「数学１年」, 新興出版社啓林館.
32) 赤攝也(1993),「中学校数学１」, 大日本図書.
33) 藤田宏(1993),「新しい数学１」, 東京書籍.

＜平成１３年検定済教科書＞
34) 正田實, 「中学数学１」, 大阪書籍.
35) 一松信, 「中学校数学１」, 学校図書.
36) 澤田利夫, 「中学数学１」, 教育出版.
37) 福森信夫,「数学１年」, 新興出版社啓林館.
38) 平岡忠, 「中学校数学１」, 大日本図書.
39) 杉山吉茂, 「新しい数学１」, 東京書籍.

＜平成１７年検定済教科書＞
40) 重松敬一(2006),「中学数学１」, 大阪書籍.
41) 一松信(2006),「中学校数学１」, 学校図書.
42) 澤田利夫(2006),「中学数学１」, 教育出版.
43) 岡本和夫(2006),「楽しさひろがる数学１」, 新興出版社啓林館.
44) 吉田稔(2006),「新版中学校数学１」, 大日本図書.
45) 杉山吉茂(2006),「新編新しい数学１」, 東京書籍.