上越数学教育研究，第25号，上越教育大学数学教室，2010年，pp.103-112.

文字式の導入における指導の改善について

槌屋　紀彦
上越教育大学大学院修士課程１年

1. 課題意識

近年，小学校算数はよくわかっていたのに，中学校数学になると理解が難しくなり学習が楽しくなくなったという「中一ギャップ」の問題が明らかになっている（文部科学省 HP，2007)。「文字と式」の単元は，中学校に入ってすぐに学習し，これからの数学学習の行く末を特徴づけるものである。算数と数学の接続を考える上で，文字式の指導，とりわけ文字式の導入は非常に重要であり，それ以後の学習に大きな影響を与える。

初めて文字式を学習する生徒にとって，文字の持つ抽象性や一般性といったものは理解しづらいものであろう。小学校算数における具体的な数とは扱いが大きく異なる文字そのものの性質に対する戸惑いが，学習者の文字式の学習に伴う困難性の源になっていると考えられる。

代数学の発展段階を歴史的に分けると，言葉代数，略語代数，記号代数の３つにわけられ，今日の記号代数が出現したのはルネッサンス時代からである。記号代数が果たした役割は大きく，前代数の段階でできなかったどんな問題をも一般的・形式的に扱うということができるようになり，問題を解く上での過程とその妥当性を推論できるようになった。この歴史的観点からみても数学教育における文字式を学習する意義は重要であることは言うまでもない。

現行の教科書と文字式指導を概観すると，文字使用の意義を生徒が獲得することができないままにその単元の指導が終えられている感を免れない。その結果，岡崎(2003)が指摘するように「文字と式」の単元は，そのアルゴリズム的な性格ゆえに，規則の暗記と練習による強化型の授業がなされる，ということにもなる。さらに学習の過程で文字を使う必要性が出てこなければ，文字使用の意義が見出せないままその単元の学習が終わってしまうことにもなる。

本稿は，代数の導入時において生徒が文字使用の意義を感じることのできる学習に導くのに何が必要なのかを教材面(教科書)から考察し，文字使用の意義と必要性がどこにあるのかを数学史・数学教育史から考察することにより，文字式の指導法，特に導入における指導の改善を目的とする。

2. 現行教科書における問題点

この節においては，文字の導入時においての現行教科書の問題点を考察する。

中学校第一学年において学ぶ文字の意味としては「未知数」「任意定数」「変数」の３つがある。現行教科書はいずれも「変数」としての文字から導入を行っている。

例えばマッチ棒の問題においては，正方形が一個できるときは 3×1＋1，二個でき

るときは3×2＋1，…，n個できるときは3×n＋1といった具合である。

この教材における一つ目の問題点というのはnという文字は教師の側から何の断りもなく与えられたものであるということである。生徒にとっての1，2，3という数字の代わりにnという文字を用いる理由は，教科書からは読み取れない。「なぜnと置く必要があるのか」ということには触れない。よって生徒には文字を使う必要性は感じられない。nという数字に任意の数字を代入すると三角形がn個できるときのマッチ棒の数が分かる，という文字の威力は教師側，つまりすでに知っている側の理屈である。

二つ目の問題点はマッチ棒の本数を分解して表示していることにある。あえて計算せずに途中式を示すことは，具体的な数値を脱却して考察の対象としている事象や問題に対する一般性を志向することは藤井(1997)などの研究においても示されているが，教科書の問題で示されている途中式は生徒の側から出てきたものではなく，最初から提示されているものである。なぜそういった形に分解するのかということにも触れない。これまで算数だけを学んでいた生徒の立場に立つと，最後まで計算できる式を途中式のまま放置することは自然ではないであろう。正三角形が一個，二個…できるときのマッチ棒の数はいくつかということを考えるとき，生徒の感覚においての答えは3本，5本などの具体的な数になるはずである。生徒自身の試行錯誤が後に代数的思考の生起に繋がる(岡崎 2003)という指摘がある。ところが，この教科書においてはその余地は与えられていない。その式に至った過程というものが省かれているのである。

三つ目の問題点は，定式化までの過程が一本道であることである。図の問題においても図形のとらえ方によっては，4n－(n－1)とも捉えられる。同じ状況において各々の生徒によってデザインされた異なる式というのは，式の背後の考え方を各々の生徒に考えさせることができる(Michel, Tabach, Alex Friedlander, 2008)。一般化の過程においては，生徒自身がそれぞれのモデルをデザインすることにより，例を多く示すことで，一般化の本質をつかむヒントになりうる。そして各々の生徒に自分なりに式をデザインさせることは，文字使用の意義に気付かせるに有効であると考えられる。

3. 文字を使うことの意義と必要性

前節においては現行教科書における代数の導入に関しての問題を提示した。この節においては，文字を使うことの意義と必要性を明らかにしたい。そのために文字の有用性を数学史・数学教育史という観点から考察することから始める。

3-1. 数学史における代数の変遷

代数(algebra)という言葉を世界最初に用いているのはアル・フアリズミの著書『代数(hisab al-jabr wal-muqabala)』である。代数の歴史を，記号を用いるという観点から分類したものであり，次のように示されている（カジョリ pp. 148-154)。

①言葉代数：	記号が全くなく，計算の全過程が言葉で詳しく述べられるもの
②略語代数：	言葉代数と本質は変わらないが，たびたび繰り返される概念や演算については，言葉のかわりにきまった省略記号で用いる。
③記号代数：	すべての式や演算が記号的言語で表現される。

言葉代数は符号を全く用いず，すべての操作を言葉で記述する。略語代数は，言語

代数とは本質的には変わらず，何度も操作する演算や考え方を略しているのみである。

記号代数（現在の代数学）は，17 世紀のデカルトの時代から発展した。言葉あるいは省略記号で取り扱われる略語代数と比べて，すでに決まった記号で取り扱われるようになった。デカルトは,『方法序説』において既知の部分では a，b，c…を，未知の部分には x，y，z…を用いて方程式を表しており，現在用いている代数の表現方法とほとんど変わらない。

記号代数以前の欠点は，形式的推論・一般的推論などというものがみられないということと, ある問題について解いた際にも, その解法に至ったプロセスは個人に留まりがちであり，また解の妥当性を「一般的」に証明できなかったことである。

杜威(1991)は言葉代数や略語代数に比べて，記号代数が優れている点を２つ挙げている。

> 《第一は，未知数の導入である。これは，後に変数を数学に取り入れる基礎となることである。第二は，文字で既知の任意の定数と未知数を表すこと，すなわち，文字式を使うことである。》（杜威，1991，p. 10）

この２つの条件を備えることができれば, あらゆる問題を形式的あるいは一般的に扱うことができる。文字を使うことで，解答のプロセスの妥当性を演繹的推論によって判断でき，結果はその問いの公式として一般的に扱える。公式化は個々の問題をそれぞれ扱うことの代わりに一般性をもって処理できるようにした。この代数の発達が基礎となり，幾何学・解析学に留まらず数学の諸分野の基礎となり，数学の発展に寄与したことをみると，代数が数学にもたらした役割と貢献はとても大きいといえる。

以上から，解法の妥当性を推論でき，結果が公式化(一般化)できるということこそ，文字の有用性であり，文字使用の意義ではないかとの示唆を得た。

3-2. 藤澤の『初等代数学教科書』

日本の数学教育史において文字を使うことの意義を最初に明確に述べている文献として, 明治 31 年に発行された藤澤利喜太郎『初等代数学教科書』を取り上げる。小倉金之助著『数学教育の歴史』(1974)において，中等教育の振興におけるこの書に対する評価として次の記述がある。

> 《藤澤利喜太郎の代数学教科書は，また一代の名教科書であった。(略)彼は文字の意義用法を十分に理解させた後に，はじめて負数を取り入れた。》(pp. 269-270)

藤澤の考えるところも文字の意義とは何かは『初等代数学教科書上巻』の第一遍の「諸論」の部分においてみられる。

以下では第一編のうち，関係する箇所を引用する。次は『初等代数学教科書』(藤澤 1898)の目次である。

初等代数学教科書　　上巻

目　次

3-2-1. 『初等代数学教科書』における算術と代数の定義

第一編では，文字式の意義用法を十分に

理解させることを目的として書かれている。そこでまず藤澤は，最初に算術と代数の定義を行っている。

> 《算術は数字を以て表すことを得べき格段なる数につき計算の方法を講ずるものなるに対し，代数学においては一般に任意の数につき，相互の関係及び計算の方法を講究するものとす。》
> （藤澤，1898，p. 1）

上の定義の例として藤澤は３つの例を出している（藤澤，1898，pp. 1-2）。

> 問題　12 を二つの部分に分かち一部分が他の部分の二倍になるようにせよ
> 問題　任意の与えられたる数を二つの部分に分かち一部分の他の部分に対する比が任意の与えられたる比に等しくなるようにせよ。
> 問題　与えられたる数 a を二つの部分に分かち一部分の他の部分に対する比が与えられたる比　m:n　に等しくなるようにせよ。

一つ目の問題は，答えが 8 と 4 になり具体的な数で表される算術の問題である。二つ目の例題は 12 と二倍の 2 という数字を「任意の数」に置き換えた代数の問題である。藤澤は『二つ目の問題は一つ目の問題を含み，総て前の問題と同種類の問題を解く一般の方法を与えうるものである』と宣言している。そして３つ目の例題において示していることは，算術における数字においては「任意なる数」は表せられないこと，その変わりに文字によって一般性を表すということを示している。現代の教科書と大きく異なる点は，「一般性」という数字とは異なる文字の性質を冒頭に明文化したことである。

3-2-2. 計算過程の視覚化と結果の公式化

文字の意義と用法を十分に説明したあとに，藤澤が述べているのは代数式の特色を次の例題を挙げて説明している（藤澤，1898，p. 4）。

> 問題　大小二つの数ありその和 10 にしてその差は 4 なりという，この二つの数を求めよ

この問題に関してまず藤澤は算術の立場からの答えを出している。

> 《二数の差は 4 なるが故に大なる数は小なる数と 4 との和に等し，されば二数の和は小なる数と 4 との和にさらに小なる数を加えたるものすなわち小なる数の二倍と 4 との和に等し，しかるに題意によりこの和は 10 なり，故に小なる数の二倍は 10 より 4 を引きて得べき 6 に等し，よって小なる数は 6 を 2 で割りて得べき 3 なるを知る，次にこの 3 に二数の差を加えて大なる数 7 を得，また大なる数 7 小なる数 3 を以て答えとす。》（藤澤，1898，p. 4）

次に藤澤は何度も出てくる「大なる数」と「小なる数」を「煩累」とし，この煩累を避ける為に大なる数を x，小なる数を y として上記の問題を文字式で表している。次の図が上記の算術による回答を文字式で表した解答である（藤澤，1898，p. 5）。

$y-x=4$
故ニ　$y\ \ =x+4$
サレバ　$y+x=x+4+x$
今 $2x$ ヲ以テ $x+x$ 即 x ノ二倍ヲ表ハセバ
$y+x=2x+4$
然ルニ題意ニヨリ　$y+x=10$
故ニ　$2x+4=10$
$2x\ \ =10-4=6$
仍テ　$x=\frac{6}{2}=3$
次ニ　$y=3+4=7$

上記の２つの例は算術的解答と算術の解答における大なる数と小なる数を文字に置いて式化した代数的解答を比較することにより代数的解答の明瞭さを示している。

さらに藤澤は代数的解答をさらに発展さ

せ，問題文における二つの数の差 4 と二つの数の和 10 をそれぞれ a，b と置くことにより，更なる一般化を図っている。次の図が代数的解答からさらに任意定数を文字で置いたものである。(藤澤，1898，p. 8)

[1]		$y-x=b$
[2]	故ニ	$y=x+b$
[3]	然ルニ	$y+x=a$
[4]	故ニ	$x+b+x=a$
[5]	乃	$2x+b=a$
[6]	仍テ	$2x=a-b$
[7]	サレバ	$x=\frac{a}{2}-\frac{b}{2}$
[8]	次ニ	$y=\frac{a}{2}-\frac{b}{2}+b$
[9]	結局リ	$y=\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$

上記の解答は，同種の問題ならばどのような数においても成り立つ。なぜならば計算の過程は数が変化しても変わらないからである。そして解答は公式として一般性をもつ。

注意点として，藤澤による文字式の導入は文字式の諸規約を定めずに行われているということを考慮しなければならない。藤澤による代数的解答(p. 5，p. 8)は，等式の性質を用いており，その点は現在の指導法に取り入れる際には考慮しなければならない点である。しかし『初等代数学教科書』は数学史と同様に，文字の導入時の指導において計算過程の明確化と解の公式化という文字使用の意義を生徒に感じさせることが重要であると示している。また，文字使用の意義を提示する際に，問題自体に文字を使うことの利便性を際立たせることが重要であることも示している。つまり算術的解答と代数的解答を比較することにより，簡潔・明瞭といった文字使用の意義を出す必要がある。そのためには代数を算術の延長とみて，代数の計算過程の視覚化・解の公式化という特徴を強調するということにより算術から代数に拡張する必要がある。

4. 計算の過程を表すことについて　：藤井(1997)の研究

前節においては，計算過程の明確化という視点が算術から代数の拡張において重要であることの示唆を得ることができた。算術から計算過程の明確化，つまり途中式を用いた代数の導入について，重要な示唆を与えるのが疑変数である。以下は疑変数の基本的な考え方である。

《疑変数は，途中式を表すことにおいて，擬変数は文字を用いた「数字の式」から文字を用いた「文字の式」至る過程で数字を用いてはいるが，それが文字と同じ機能を持つように配慮されている数字のことである。擬変数を用いる背後には具体的な数値を用いてはいるが，それを脱却して考察の対象としている事象や問題に対するより一般的な解法への志向がある。擬変数は既知数と未知数のいずれにおいてもそれが文字表記に至る過程で見出すことができることを示している。そして擬変数は表記としては数字であるがゆえに，数量の一般的な関係や構造をとらえるためには「式に表す」「式の処理」の過程で「敢えて計算しないこと」が重要である》　(藤井 1997)

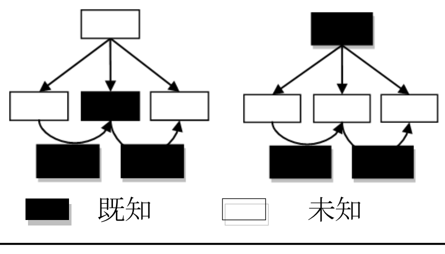
『初等代数学教科書』における文字の導入は，文字の規約にかかわることや等式の性質を踏まえたものであり，代数の初学者である生徒にとっては難解であるという問題点があった。疑変数の価値は算術から代数への展開を考える上で，算術的解法と代数的解法の比較という手段ではなく，算術的解法から疑変数を伴った代数的解法への移行の可能性を示したことにある。しかし，疑変数のみでは教科書の第 2 の問題は解決

できない。途中式を示すことは教科書においても示されていることである。疑変数を伴った途中式は，あくまでも教師の側からではなく生徒の側から実行されなければならない。つまり生徒が考える問題は，多様なデザインができるように配慮しなければならない。このことから問題構成の工夫が必要となる。

5. 問題構造を工夫すること：岡崎(2003)の研究から

問題構造を工夫した例として岡崎(2003)の研究の中で提示された例を挙げる。この例では代数の導入に対して未知数の性質を使い，未知数を方程式の文脈で導入している。以下がその例である。

≪算術の問題≫スティーブはハロルドより27枚多くカードを持っていて，ジャックはスティーブの３倍のカードを持っている。スティーブが138枚のカードを持っているとすると３人の合計は何枚か。
≪代数の問題≫３人の子どもがおはじきで遊んでいる。合わせて198個のおはじきがある。ジョージはデニスの２倍のおはじきを持っていて，ピエールはジョージの３倍もっている。それぞれの子どもはいくつおはじきを持っているか。



問題構成の例(岡崎，2003，p53)

算術的な問題とは，既知の要素に一つの演算またはその逆算を施せば別の要素が導かれるものをいい，それに対して代数的問題とは既知の要素に演算を施しても，別の要素が簡単に導かれないもの，としている。

この問題構造のよさは，まず，代数の問題において算術の限界を示していることである。代数の問題に対して生徒は，合計が198と分かるものの，スティーブ，ハロルド，ジョージのいずれも具体的な数字を当てはめることができない。算術から脱却した方法を求める動機付けとなる。岡崎(2003)における論文中においても，スティーブ，ハロルド，ジョージのいずれかに仮の数をおいて式で表すことなど，代数的思考の片鱗が生徒に現れたことが報告されている。また，代数の問題に対する困難は，代数による解決を試みた時に，文字を使う意義と必要性を生み出している。文字使用の必要性を生徒に感じさせる問題例として重要である。

6. 文字の導入時における教材開発

本稿においてまず，文字を使うことの意義と必要性に関して数学史と数学教育史の観点から考察してきた。その結果，文字使用の意義には計算過程の可視化と結果の公式化があることが明らかになった。次に計算過程の可視化においては藤井(1997)の文献によって疑変数，教材の問題構造として岡崎(2003)により，問題構造の工夫について考察した。

以上の先行研究を基に，文字の導入時に文字の意義・必要性を感じることを狙いとした教材を考えてみた。それを次に示したい。

6-1. 教材開発の方向性

2009年「実践場面分析演習Ｉ」授業内において上越教育大学学部生・大学院生に対して，次項に挙げる問題を実施した。ねらいは代数の導入に「未知数」を用いる試みとして作成した。「未知数」を代数の導入を用いた理由としては，岡崎(2003)からの示唆というだけではなく，代数的思考は記号

代数以前においても「未知数」の性質から始まっていること，小学校算数において数量関係を□や△として記号を用いていることとの繋がりを加味してのことである。ただし小学校算数における□や△はあくまでプレイスホルダーとしての機能であり，つまり数を入れる場所としての機能として生徒は学習しており，代数的思考によるものではない。仮の数や記号を置くことにおいて□や△を使うことの可能性を考えたものである。本稿では，教科書の問題点，先行研究から示唆された文字の意義・必要性として計算過程の明確化・結果の公式化という視点から再度この問題を検討する。

6-2. 作成した教材

次のような教材を作成した(図 1)。

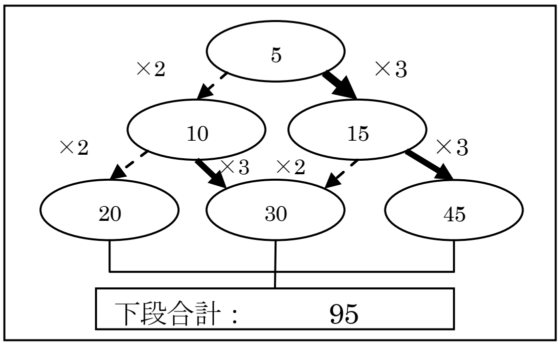


図 1

この教材のルールとしては，一つの丸から線が二つ伸びていて，点線は 2 倍，実線が 3 倍になっている。そして下段合計は，下段（この場合 20，30，45）を合計したものである。

6-3. 授業の実際

授業の実際においては，既習事項で解ける問題を 10 題ほど, そのあとに既習事項では解きづらい問題「下段合計が 2337 の時に頂上数はいくつであるか」という問題を提示した。図 2 は，既習事項で解ける問題と既習事項で解けない問題の両方において，既知である部分を黒く塗りつぶしてある。

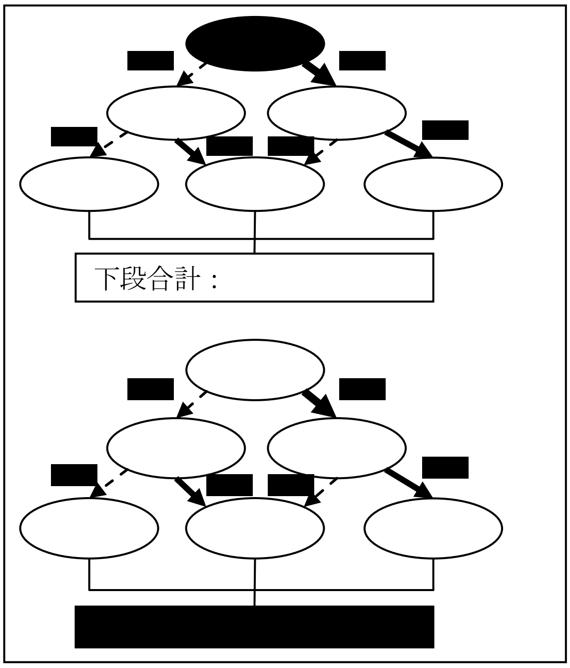


図 2：既習事項で解ける問題(上)，既習事項で解けない問題(下)

6-4. 既習事項において解きにくい教材に対する生徒の方略

この節では, 既習事項では解きづらい問題(下段合計が 2337 のときの頂上数はいくつか) という問題に対する生徒の方略について記述する。

（ｉ) 方略 1（頂上数と下段合計の関係）

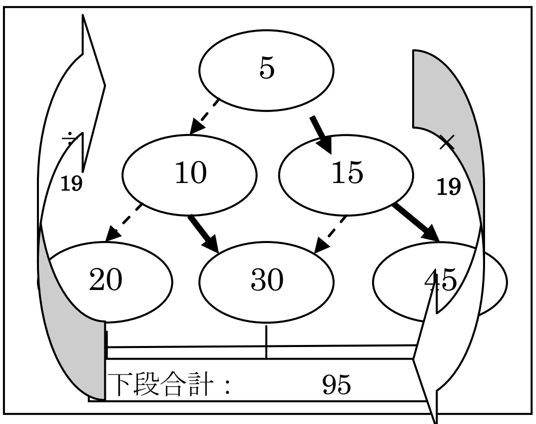


図 3

方略 1 においては，図 3 のように頂上数と

下段合計の関係を既習事項で解ける問題の結果から，読み取ろうとした生徒がいた。実際に下段合計を頂上数で割るとすべて 19 となる。

（ⅱ）方略 2（局地的関係）

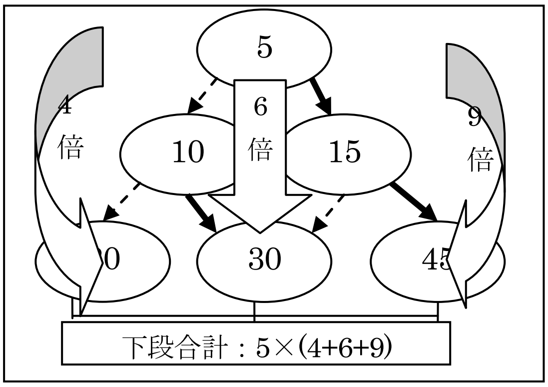


図 4

方略 2 は，既習事項において解ける問題からヒントを得たことは方略 1 と同じであるが，直接に頂上数と下段合計の関係を見るのではなく，図 4 のように頂上数と下段との局地的関係を見たものである。下段は頂上数(この場合は 5)の左から 4 倍，6 倍，9 倍になっている。下段はそれぞれ 5 が 4 つ，6 つ，9 つあるので，下段合計は分配法則の逆で 5×(4+6+9)＝5×19 として頂上数と下段合計の関係を表現していた。

（ⅲ）方略 3（試行錯誤）

方略 3 による解答例は次の通りである。

(1) 頂上の数が 100 のとき, 下段合計は 1950
(2) 頂上の数が 150 のとき, 下段合計は 2850
(3) 頂上の数が 120 のとき, 下段合計は 2280
(4) 頂上の数が 122 のとき, 下段合計は 2328
(5) 頂上の数が 124 のとき, 下段合計は 2356
(6) 頂上の数が 123 のとき, 下段合計は 2337

方略 3 は最も多く取り組まれた方法であり，頂上数に仮の数を置き計算している。方略 3 はある生徒の解答の流れである。方略 3 による解答例における(1)の 頂上の数が 100 のとき，下段合計は 1950 ，(2)の頂上の数が 150 のとき, 下段合計は 2850 になったという結果から，問題の下段合計が 2337 の場合の頂上数は 100 と 150 の間にあると推察し，(3)，(4)，(5)の流れで，はさみうちのように 123 を導きだしていた。この解き方で解いていた生徒は，平均で 6 ～ 7 回の試行で辿り着いていた。

7. 考察

以下では，先行研究から得た視点である文字使用の必要性、計算過程の明確化と定式化の観点において考察する。

7-1. 文字使用の必要性について

代数的な問題を提示した際，算術的な問題を解いた経験を生かし，法則性や構造性を見つけようとする生徒が多数であった。しかし，この教材においては方略 2 といった代数的発想で解く生徒はいた反面，文字を使うまでには至らなかった。人数からいえば方略 3 が大半を占め，試行錯誤で解くといった方略を変えなかった。理由としては，生徒にとって代数を使う必要性が与えられた状況になかったからといえる。つまり「今までの算数のやり方では解けない」，と生徒に感じさせる教材になっていなかった。

7-2. 計算過程の明確化と定式化について

当初の目標としては算術の限界を生徒に感じさせたあと図 5 のように疑変数の使用によって途中式を書かせようとしていた。その理由は「5」をただの数字ではなく「頂上数」として捉えることを狙ったものである。方略 2 においては下段がそれぞれ頂上数の 4 倍，6 倍，9 倍になっていることに生徒は気付いたが，途中式を書かせるまでに

は至らなかった。

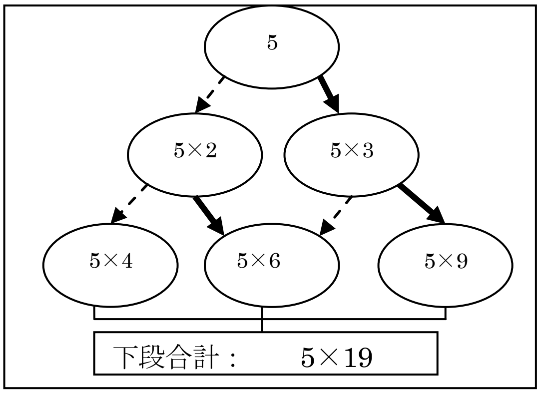


図 5

計算過程の明確化に関わる部分では定式化の場を教師の介入なく，例えば方略 2 や疑変数の試みを生徒が自発的に考えることができる場を設定する必要がある。計算過程を明らかにすることは，数の式を文字を使った式に変換する重要な場面である。また疑変数に伴う準一般性を一つの例ではなく多くの例をもって生徒に示すことで生徒は一般性を志向するかどうかを検討する必要がある。

文字使用の意義の一つである公式化についてであるが，疑変数まで上手く設定できていれば，定式化の場を教師の介入なしに設定できた可能性がある。そうなれば，公式化による同種の問題に対する一般性という文字の性質を提示できる。

7-3. 「未知数」を導入におくことについて

この教材は「未知数」を代数の導入において使用したが，それは数学史的理由が多かった。しかし，歴史的変遷にそって代数を学習しなければならないということはない。むしろ未知数を導入に組み込んだ時に文字を使う必要性の示唆を与えるかどうかということが重要である。

7-4. 問題構造について

問題の構造については，下段合計を分配法則で表現する生徒（方略 2）が複数いた。分配法則を使う裏には，ワークシートの構造的理解が必要となる。掛ける 2，掛ける 3 というこのワークシートの構造をとらえようとする動きはみられていた。また，文字使用の意義と必要性を明確にするには，既習事項で解ける問題と解けない問題の差を明確にしなければならない。既習事項では解けない問題に生徒が算術的に解答できる余地が残っていれば，文字の必要性は喚起できているとはいえない。既習事項では解きづらい問題の下段合計の数を大きなものにするだけで，その困難性は上がる。

8. まとめ

本稿においては，文字を使う必要性と意義を生徒に感得させることに主眼をおいて，文字式の導入における指導の改善を考察した。

まず，現行の教科書の問題点における問題点を３つ挙げた。一つ目は教科書の指導においては文字が教師から与えられたものであるということ，二つ目は，問題に対して敢えて計算しないということが教師の側から提示したことが，小学校算数からの連続性を考えると不自然であること，三つ目は，定式化が一本道であることである。

次に教科書における問題点から，文字を使う必要性と意義について，数学史と数学教育史の観点から考察した。数学史においては，杜威(1991)の文献から現在の記号代数学がそれまでの言語代数・省略代数に対して優れている点を取り上げた。日本の数学教育史からは，文字の意義を最初に述べた文献として，藤澤の『初等代数学教科書』を挙げた。この二つから得られた知見は，文字を使う意義には計算過程の明文化と解の公式化があるがいうこと，このような意義を明確にして算術から代数へ拡張しなければならないことである。

さらに，文字を使う意義を明らかにした上で，その中の一つである計算過程の明確化について疑変数を取り上げた。疑変数は算術から代数への接続を考える上で，算術的解法から疑変数を伴った代数的解法への可能性を示した。そして教材の問題構成としては岡崎(2003)を参考にし，方程式の文脈から既習事項で解ける問題，解きにくい問題の二つを提示し，算術で解くことの困難性を生徒が感じる教材を考察した。

以上の先行研究等を基に,筆者が以前「未知数」を文字式の導入において作成した教材を取り上げた。教材に生徒が取り組んだ際の方略を文字の必要性，計算過程の視覚化，結果の公式化，問題に対する生徒の反応という観点から考察した。その結果，文字を必要とする状況に生徒を至らせるには,「今までの算数の方略では解けない」と生徒に強く感じさせる教材でなければならないこと，つまり，既習事項で解ける問題と解けない問題の差を明確にすることが重要であること，そして疑変数に伴う準一般性を多くの例によって志向させるべきかどうかを検討する必要があること,「未知数」が生徒に文字使用の心理的必要性を与えるのかを考察しなければならないという示唆を得た。

9. 今後の課題

本稿において文字式の導入における指導の改善についての方向性は明らかにすることができた。しかし，次に述べるような点が今後検討していくべきものとして残った。

まず，文字を使う必要性を感じさせることが文字使用の意義を獲得することにつながるのかどうか，つまり，文字使用の必要性を感じなくとも学習が進むにつれて文字使用の意義を獲得していくのかどうかという点である。また，文字使用の意義についても，計算過程の明確化と結果の公式化だけなのかどうかということは，更なる研究と考察が必要である。

筆者は,「文字と式」の単元全体からみた文字式の学習指導の改善を修士論文に関わる研究の目標としている。中学校第一学年において獲得すべき文字の性質には，今回取り上げた未知数の他に任意定数と変数がある。残りの文字の性質に対する様々な考察とそれぞれの問題作成についても検討を加えていく必要がある。今回の導入に関する考察と本稿で培った観点を踏まえ，単元全体を見据えた上でこの研究に取り組んでいきたい。

【引用・参考文献】

MichelTabach， AlexFriedlander(2008)，*Al-gebra and Algebraic Thinking in school Mahematics.* 16， The role of context in learning beginning algebra)，NCTM, Yearbook

杜威(1991),『学校数学における文字式の学習に関する研究』, 東洋館出版社

藤澤利喜太郎(1898),『初等代数学教科書上巻』, 大日本図書

カジョリ，小倉金之助補訳(2008),『カジョリ初等数学史』, 共立出版

小倉金之助(1974),『小倉金之助著作集第六巻　数学教育の歴史』, 勁草書房

藤井斉亮(1997),『「文字の式」理解に関する一考察～疑変数について～』, 第 31 回数学教育論文発表会論文集

岡崎正和(2003),『全体論的な立場からの文字と式の単元構成について』,上越数学教育学研究

国宗進(1997),『確かな理解を目指した文字式の学習指導』,明治図書

中村幸四郎(1980),『近世数学の歴史 微積分の形成をめぐって』,日本評論社