上越数学教育研究，第26号，上越教育大学数学教室，2011年，pp.31-40.

中学生の証明学習における argumentation の様相に関する考察

岩坂　美鈴
上越教育大学大学院修士課程２年

証明の学習において生徒がつまずく箇所や要因はさまざまである。証明の手順が分かっていない，証明の根拠となることがらを忘れてしまった，証明することが日常生活と結びつきにくいことから，証明の必要性を感じることができない，など多くの要因があろう。

筆者は，中学校２年時で初めて演繹的な証明に出会ったとき，それまで感じることがなかった違和感を抱いた。証明では，文章を書くことで問題を解決するので，これは本当に数学なのだろうかと不思議に思った記憶が強く残っている。

証明の学習では，証明で既に確認済みのことや自分が明らかだろうと思っていることを，数学的言語・記号を用いて証明しなければならない。このことに対して，筆者と同様に疑問や違和感をもつ生徒もいるであろう。証明と説明の違いがよく分からず，同じものであると捉えている生徒も中にはいるのかもしれない。生徒がもつ証明学習に対する印象，特に証明の意義理解については，理数離れや数学に対する苦手意識にも大きく影響しているのではないか。

証明学習に対する生徒の否定的な意識を変えるためには，証明をするということはどのようなことなのかという根本的な問題点に立ち返り研究を行い，知見を得ることが必要である。授業での証明学習において，最近，話題となっているのが，議論を通した証明学習である。問題を小集団で解決していく際，互いに自分の考えを伝え，相手に同意を求めたり，相手の考えに納得したり，批判や反論をしたりして話し合う場面が生まれる。互いに認め合いながら目標に進もうとする活動自体,生徒にとって価値や意味のあることであり，そのような活動としての証明学習は，学校教育において行う定義のあるものとなるのではないだろうか。そこで，小集団での活動を通して証明をする中学生を対象とし，証明の学習過程に注目した研究を行う。議論をしながら証明する活動を発展させた argumentation が近年注目されている。証明学習を豊かにする上で重要であると考えられる argumentation について探究していくことにする。

本研究の目的は，小集団における証明の学習過程としての argumentation を分析し，その様相を明らかにすることである。

１．我が国の証明学習に関する先行研究

我が国では，証明の学習指導や証明の意義に関する研究は，今までに数多くなされてきている。国宗 (1987) は，演繹的に証明することの意味を理解させる上での，討論を取り入れた指導を行うことの有用性を述べている。

関口 (1994) は，授業における社会的過程に焦点を当て，質的に分析し，論証指導が生徒たちを数学の新しいタイプのディスコースの世界に適応させていく過程となっていること

を示している。

宮崎 (1997) は，中学校第２学年用教科書に準じる証明指導により，どのようなことがらの真理観が育成され得るかという課題を追究し，ことがらの正しさの意味と規準の二つに関して育成され得る各々の考え方を指摘している。

金山 (1997) は，学級の合意を作り上げる過程こそが証明であると強調し，学級の合意作りを実現するための手だてとして，状況設定と教師の介入を行うことの二点を挙げている。

灰野 (2006) は，実測の誤差が生じたことから，生徒は帰納的な正当化では正確な主張ができないことを認識し，演繹的な正当化を認めるようになったということを述べ，このことにより，証明の基礎的な意味に，他者へ説明するという社会的な位置づけを加えることが可能であることを示していると述べている。

松井 (2009) は，証明活動を議論のある生徒どうしによる活動と捉え，生徒は最初，経験的な対象に支えられて証明を行っていること，一般性を示さなければいけないという価値によって, 関係的な対象を生じさせていること，関係的な対象は経験的な対象と構造的な対象とを繋ぐ役割を果たすという点で重要であることを示している。

先行研究から，証明学習において，互いに説明し合うこと，議論をすることが，演繹的な証明に向かうために重要な活動であるという視点を得た。次節からは，松井 (2009) による，議論をしながら証明する活動を発展させて，近年注目されている argumentation に注目していく。なお，argumentation を訳すには適切な日本語が見つからないため，argumentation という用語のまま論を進めていく。

２．子どもの活動を分析する視点

2.1. argumentation に関する先行研究

Pedemonte (2007) は，Toulmin (1964) のモデルを参考に，argumentation と証明との間の構造上の連続性や相違を分析している。

Pedemonte (2007) は，数学教育において，argumentation が授業で最もよく行われる活動の一つであるとしても，argumentation についての共有された定義が存在しないことから，まず argumentation を規定することが重要であるとし，二つの問題点を挙げている。

1．数学での argumentation とは何か。
2．数学的証明と argumentation との関係は何か。

この問題点を解決するにあたり，Pedemonte (2007) は，argumentation の機能上の特性と構造上の特性に着目している。機能上の特性とは以下の四つからなる (Pedemonte，2007)。

> 1．数学における argumentation と証明は，合理的な正当化としてよく考えられる。
> 2．数学における argumentation と証明は，ここで確信させることである。
> 3．数学における argumentation と証明は，大衆に対して提示されている。
> 4．数学における argumentation と証明は，‘場’ に属する。 (pp.26-27)

構造上の特性は，argumentation が証明の構造を反映するというものである。

Pedemonte (2007) は, argumentation と証明の構造を比較，分析するために，Toulmin (1964) のモデルを使用している。argument を構成する Toulmin (1964) の基礎的なモデルは，次の三つの要素からなる。その三つとは，C (主張)：話す人の陳述，D (データ)：主張 C を正しいとしているデータ，W (根拠)：データと主張を結びつける推測のルール，である (図 1)。

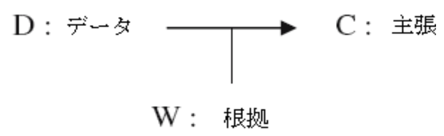


図 1　Pedemonte (2007) による Toulmin (1964) の基礎的なモデル

推測には，演繹，仮設的推論，帰納がある。

仮設的推論の段階のモデルは図 2 のように表すことができる。

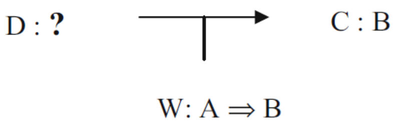


図 2　Pedemonte (2007) による仮設的推論の段階

ここでのクエスチョンマークは，主張を正当化している推測のルールを適用するために，データを求めるということを表している。

Pedemonte (2007) は，一般化は帰納的な argumentation において重要な役割を果たすと述べている。帰納について，Harel (2001) は，結果のパターン一般化と過程のパターン一般化という異なる二つの一般化で区別している。その二つを Toulmin (1964) のモデルで表すと，図 3 のようになる (Pedemonte，2007)。

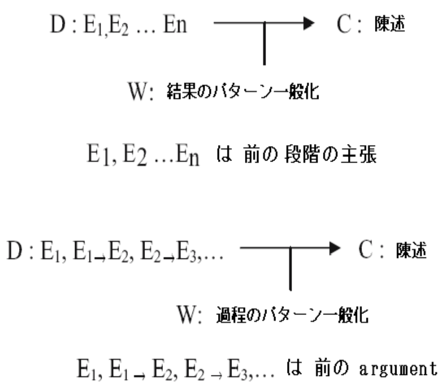


図 3　Pedemonte (2007) による帰納における二つの一般化

結果のパターン一般化は，前に得られた主張を基に，それらから規則性を見つけて，きっとそうなるであろうと予想を立てて一般化することである。このとき，得られた結果である主張のみを基にして一般化していく。それに対して，過程のパターン一般化は，データと根拠が主張を正当化し，その主張が次の場合のデータとなり，根拠とともに主張を正当化していく。このように，過程のパターン一般化は，ある場合と次の場合を結びつけて一般化していくことである。このとき，結果のパターン一般化のように主張だけを基にするのではなく，過程のパターン一般化は，全ての過程を基にして一般化していく。

Pedemonte (2007) は，Toulmin (1964) のモデルが生徒の argumentation と証明を分析するのに重要な手段であり，それぞれの argument の構造と証明における同じ段階の構造との比較を行うことで，構造上の連続性と相違を分析することを可能にしていると結論づけている。

辻山 (2008) は，argumentation とは，主張の真偽を確立するために行われる，非形式的な判断や表現を含む活動であるとし, argumentation の特徴の一つである，変更を伴う説明と正当化，に焦点を当て，証明の構想において argumentation が持ち得る機能について想定上の例とともに考察している。その機能とは，命題の意味についての把握と命題の真偽を確立する計画についての把握の両方を動的に深める機能である。辻山 (2008) は，片方だけではなく，この両者が動的に深まることが証明の構想において重要であると述べている。

Pedemonte (2007) による argumentation の機能上の特性，辻山 (2008) による argumentation の定義づけから，数学における argumentation を，相手を確信させたり，主張の真偽を確立したりするために行われる活動と規定する。

2.2. Toulmin モデル

岩坂 (2010) において，Toulmin (1964) の基礎的モデルを使用した Pedemonte (2007) による枠組みをもとに，中学校 3 年生を対象とした想定プロトコルを作成し，生徒による argumentation と生徒が書いた記述との間の構造の比較を行った。しかし，基礎的モデルは三つの要素からなるモデルであり，子どもの活動を細かく見ることはできないと考える。そこで，Pedemonte (2007) では採用されていない，Toulmin (1964) による他の三つの要素を用い

た分析も必要であると考えられる。

本来の Toulmin (1964) モデルは，六つの要素からなる。基礎的モデルを構成する前述した三つの要素，そして，Q (限定詞)，R (反証)，B (裏書き) である。Tolmin (1964) は，主張の正しさの度合を表すQ (限定詞) はC (主張) の隣に，保証された決定を覆したり，反論したりする能力をもつとされる R (反証) は Q (限定詞) の下に，そして，W (根拠) を保証している B (裏書き) は W (根拠) の下に置かれると述べている。その六つの要素からなる Toulmin (1964) のモデルは図 4 のようになる (Toulmin，1964)。

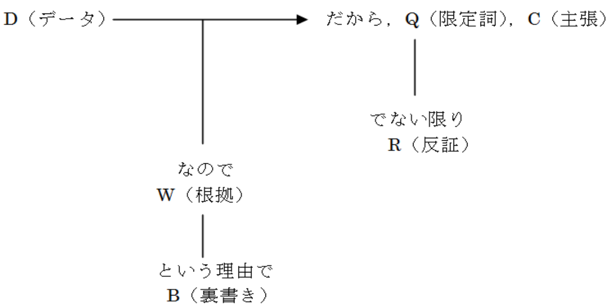


図 4　Toulmin (1964) モデル

次に，証明過程に対する六つの要素からなる Toulmin (1964) のモデルによる分析の概要を示す。以下は四角形の内角の和を考える場面の二種類の想定プロトコルである。一つ目は裏書き B が実測や帰納による場合である。

想定プロトコル１

生徒 E :（四角形の対角線を一本引く）

生徒 F : 四角形は三角形が二つ分だし，三角形の内角の和が 180° だから, 多分四角形の内角の和は 360° だね。

生徒 E : うん。小学校のとき，三角形の三つ角の大きさを測ったら 180° になった。

生徒 F : 私もそれやった。

想定プロトコル 1 における子どもの証明過程を構造化すると図 5 になる。

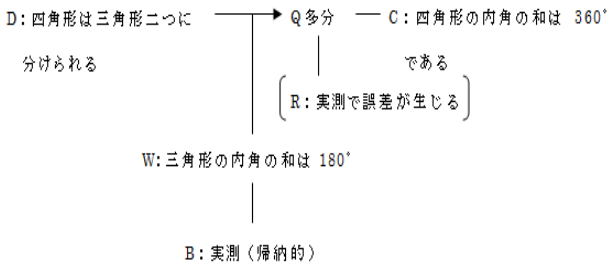


図 5　生徒 E と F による argumentation の構造

二つ目は，裏書き B が演繹的に証明された場合である。

想定プロトコル２

生徒 G : 四角形は三角形二つに分けられるから，

生徒 H : 三角形の内角の和は 180° って，この前平行線の性質使って皆で確認した！

生徒 G : そうそう，この前やったよね。

生徒 H : だから，四角形の内角の和は 360° だ。

想定プロトコル２における子どもの証明過程を構造化すると図 6 になる。

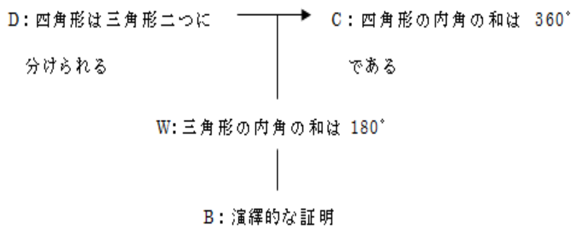


図 6　生徒 G と H による argumentation の構造

これら二つの場合では，同じデータ，根拠から四角形の内角の和が 360° であることを主張している。しかし，裏書きは場合によって異なっており，想定 1 では，小学校で経験した実測で求めたという帰納的な方法によるもの，想定 2 では平行線と角の性質から三角形の内角の和が 180° であるという演繹的な証明によるものが根拠を支えている。想定 1 は，実測による経験が根拠を支えているので，もし実測で誤差が生じてしまった場合，四角形の内角の和が 360° になるという主張も覆されてしまう。厳密に言えば，実測で誤差が生

じれば，それが反例となり，主張は正しいと言えないことになる。しかし，想定２では，演繹的なものに支えられている根拠から主張を述べており，想定１のように反証は存在しない。同じ根拠であっても何が裏書きとなっているかによって，誤りを含む論であるか否かが決定してくる。

３．調査について

3.1. 実施方法

調査は，中学校３年生のペア３組６名を対象に，平成 22 年５月下旬から７月上旬にかけて，１組あたり４回，計 12 回実施した。調査問題は３題用意し，１回につき１問，最後の１回に，問題の振り返りを行った。ペアの二人が口頭と筆記で協力して問題を解決する場を設定し，二人の活動の様子を記録するためのビデオカメラ１台，個々の生徒の活動を記録するためのビデオカメラ２台によって，問題解決の過程を記録した。ここでは，３組のうち，男子二人 (Kai，Shin と呼ぶ) のペアを取り上げ，分析と考察をする。

3.2. 調査問題の内容

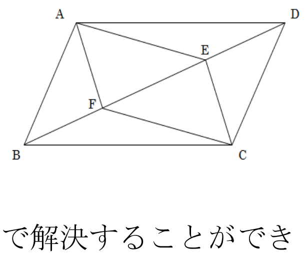
調査問題は，生徒の多様な考えが表出するよう，筆者が参考文献に掲載されている問題を発展させたもの三題である。

問題１は，東京書籍の教科書 (杉山ら編，2002) の問題を発展させたものである。

問題１

右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線 BD 上に∠BAE=∠DCF となるように点 E，F をとる。

このとき，四角形 AFCE はどのような図形になるか考えなさい。



生徒が多様な証明方法で解決することができるよう，この問題を作成した。あることがらを証明し，そこから得られた結果を基に，幾つかの段階を踏んで問題を解決していかなければならない問題１では，一つの問題に対する生徒の証明過程が多様に表れると考えられる。調査中では，一つの解法を考え，それぞれが記述をし終えた後，他の解法がないかを考えさせるような介入を行った。

問題２は, Pedemonte (2007) も扱っていた数学的帰納法で考えることができるよう，啓林館の教科書 (清水ら編，2004) の問題を発展させたものである。

問題２

紙テープがある。この紙テープの両端が重なるように折り合わせていく。これを紙テープを使って観察し，n 回繰り返したときの折り目の数はどのようになるか説明しなさい。

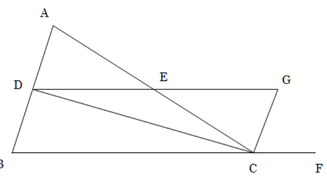
問題２の解決では，紙テープをペアの二人に一本渡し，互いに協力して取り組めるように設定した。この問題では，他の二問とは異なり，最初は問題用紙には何も書き込まずに考えるということ，なるべく紙テープを使って考え，どうしてもメモ用紙が必要になったら渡すということを調査参加者に活動前に説明した。

問題３は，金光＆長谷川 (2007) が扱った調査問題を発展させたものである。

問題３

右の図の△ABC について，∠ACB の二等分線と辺 AB との交点を D，辺 BC に平行で点 D を通る直線と辺 AC との交点を E とする。また，直線 BC の点 C の方への延長線上に点 F をとり，∠ACF の二等分線と直線 DE の延長との交点を G とする。

このとき，AD=GC であることを証明しなさい。



問題３の図を見ると，四角形 DBCG が平行四辺形になる, 三角形 CAB が二等辺三角形になると錯覚してしまいがちであるが，問題文に書かれている条件からだけでは証明することができない。この問題では，根拠をしっかり考える，子どもたちが何を根拠に証明をしていくかを見るという意図がある。生徒の様子を見て，あと一つ条件を加えたら証明でき

ると考える条件は何かと問い掛け，その条件を加えたときの証明方法を生徒に求めた。また，調査問題の振り返りの際，加える条件を考える問題だったということを調査参加者に伝え，AB // GC とならない図を描き，反例を示した。

3.3. Kai と Shin の証明活動

3.3.1. 調査問題 1 の調査の概要とその解釈

二人は，平行四辺形になるための条件を確認し，仮定や平行四辺形の性質を図に書き込むと，話し合いをやめ，互いに確認し合いながら各々のメモ用紙に各々で異なる証明を記述した。互いに説明し合う活動を行った後，調査者が他に証明方法がないかを問うと，二人合わせて異なる 6 つの証明過程で四角形 AFCE が平行四辺形であることを証明した。

3.3.2. 調査問題 2 の調査の概要とその解釈

二人は一本の紙テープを使って，規則性を見つけようとした。Kai は紙テープの折り目に印を付け，1 回折ったときの折り目の数が 1，2 回折ったときの折り目の数が 3，3 回折ったときの折り目の数が 7 ということから，規則性を見つけ出そうとした。Shin は紙テープを折ったときに重なるテープの数に着目した。Shin が「回数が指数になると思う。」と発言すると，「俺もそう思う。」と Kai は言った。二人は n 回折ったときの折り目の数を予想し合い，Kai が「2 増えて 4 だろ，4 増えてる。倍々算だ」と言った。次は 16 増えると予想し，Kai が実験しようとするが，Shin が「え，やらなくてもいいじゃん。」と言うと，「やらなくても 16 ってわかるもんな。」と言い，Kai は折るのをやめた。増え方の規則を見つけた二人は，前の数をどのように表すかを考え始めた。二人とも表を書き，そこから規則性を見つけ出し，n 回折り返したときの折り目の数を求めようとした。Shin は，折り返したときの折り目の数が，重なってできるテープの数から 1 引いたものであることに気がついた。Kai は，n 回折ったときに重なるテープの数が 2^n になるということから，n 回折り返したときの折り目の数を 2^n-1 で表す考えを見つけた。その後二人は，2^n-1 になる説明を記述し始めた。Kai は Shin の考えに同意を示し，二人で話し合った結果，二人とも類似の説明を記述した。

3.3.3. 調査問題 3 の調査の概要とその解釈

Kai が三角形 AED と三角形 GEC に注目した。Shin は「AB と CG は平行なの？」と尋ね，Kai は「うん。」と答えた。Kai は，錯角なので∠GCE = ∠DAC，対頂角より∠AED = ∠CEG，この二角が等しいので，三角形 AED と三角形 GEC で見たとき，∠ADE = ∠CGE になると考えた。Shin は∠ECG = ∠GCF であるかどうかを Kai に尋ねると，「そう･･･かな？」と Kai は答えた。対頂角なので∠AED = ∠CEG であることを二人は認め合った。Kai が，三角形 EDC が二等辺三角形であることを示せば証明が終わるのでないかということを伝えると，Shin は，DG // BC ならば，三角形 EDC は二等辺三角形になると述べた。Kai は，四角形 DBCG において，対角それぞれ等しければ平行四辺形になるということを Shin に伝えるが，∠DGC = ∠CBD の説明を求められると，「ここここ一緒じゃねえわ。」と言った。Kai は AB // CG について同意を求めた。DG // BC ならば上手くいくと考えていた Shin は，問題文を読み，「あ，OK じゃん。」と DG // BC を確認した。Shin の返事から，同意を得たと考えた Kai は，AB // CG であると捉えた。考えを互いに説明し合った後，点 A から BC に平行な直線を引き，CG を延長

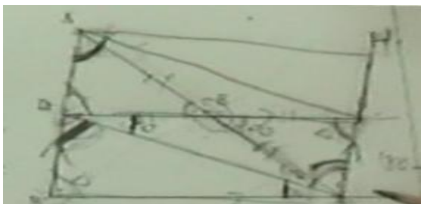


図 7　Kai が説明に用いた図

して交わる点をHとして考える方法 (図7) について，調査者が介入すると，二人は四角形DBCGが平行四辺形になることを確認し，四角形ABCHも平行四辺形になることを説明した。調査者が∠GCD = ∠BDCの根拠は何かと問うと，二人はBC // DGの錯角だからと述べた。調査者が問題用紙を左に 90° 回転させ，「錯角？」と問い掛けると，Kai は「じゃないですね。あれ？」と，∠GCD = ∠BDCに疑問を抱き始めた。Kai は，平行線と角の性質の錯角から∠GCD = ∠BDCを示すのではなく，三角形GCDと三角形DBCに着目して角を示す方法をShinに告げた。Shinが図の∠BCDと∠ECDに○を書くと, Kaiは∠CEGに○二つ，∠DBCと∠CGEに△，∠CDEに○を書いた。Kaiは，∠ECGが「180 − (2○＋△) 」，∠BDCが「180 − (○＋△) 」になることを， Shinに説明した。しかし，その説明の途中，Shinが∠DBCと∠CGEが等しい理由がないことを指摘した。Shinは,「結局こっち（三角形CGE）証明しないといけないんじゃない？」，「そしたらこれできなくない？」と発言し，AD = GCを示すためには三角形ADCと三角形GCDに着目すべきだったのではないかということをKaiに伝えると，それにKaiは同意した。Kaiが図を用いて説明を始めると, 二人は∠ADE = ∠CGE を示すことで AD // GC になること，∠DAEを□とすると，∠ECGも□になることを確認した(図8)。

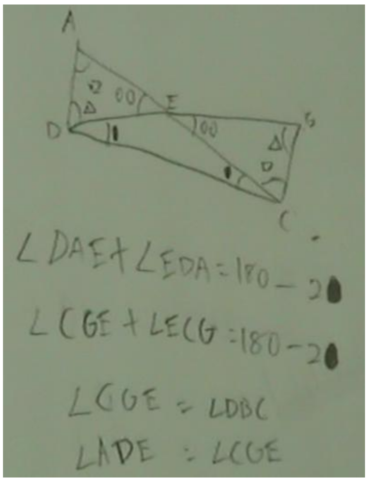


図 8　Kai が書いた図と式

Shinは「こことここ（∠BDC と∠GCD）ってほんとにできない？」と，Kaiに同意を求めた。Kaiは問題用紙を横にして, BC // DGから示すことができない理由を再び説明した。Kai は，自分が描いた図を見て,「こっちを三角にして，こっちを四角にしないと俺の理論が通らない。」と発言し, 図の∠DAE を△， ∠ADEを□に書き直した (図9)。

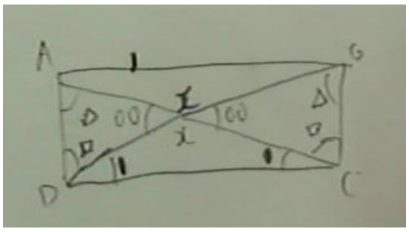


図 9　記号を書き直した後の図

Kai が CD の延長線を引いて考える方法を Shin に説明した。∠DBC = ○，∠BCD = △とおくと，∠AED = ∠GEC = △△，○で等しくなるので，∠ADE = ∠CGE，∠DAE を□とすると，三角形の内角の和から，∠GCE も□になるので，∠DAE = ∠GCE になると，三角形 AED と三角形 GEC の合同を証明しようとした。しかし，Shin が「いや，証明になってない。あと，辺が分かんないじゃん。角だけじゃ証明できない。」と言うと，Kai は「あーそうだね。」と述べ，図を眺め,「あーあともう一個残ってたわ。丸と四角が同一ってことやんないと多分これ終わんないわ。」と発言した。○と□が等しいことを示せば，三角形 ADC と三角形 GCD の合同を示すことができると考えていた Shin は, Kai の意見に同意を示した。Kai が Shin に∠ECG = ∠GCF をどのように出したか問うと，仮定から分かっていると言った。このことから，二人は○と□が等しいことが分かり，証明が終わったと考えた (図10)。

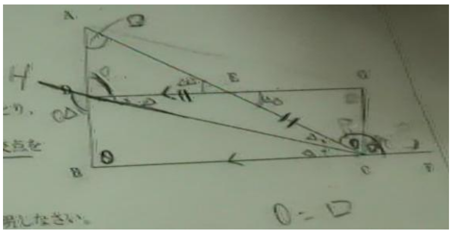


図 10　Kai が印を書き込んだ図

二人は，∠EAD（□）と∠ABC（○）が∠ACF と等しく，∠ACF はちょうど二等分され, ∠GCE は○, ∠GCF は□になると考えた。二人は，三角形 ADE と三角形 GCE の合同を示し，AD = GC であることを証明した。

3.4. 調査結果の考察

問題１において，ある二つの三角形の合同を示す際に，合同な三角形から，合同な三角形どうしを引くと，残った三角形も合同になるという根拠により，データと主張を結びつけている箇所があった。これは，証明の手続きには従っておらず，間違うことを含んだ根拠である。合同な図形から合同な図形を引くと，合同な図形になるは，二人にとって根拠となり得るものであったと言える。図 11 は，△ABC ≡ △HFG，△ADE ≡ △JIG であるが，四角形 DBCE ≡ 四角形 JHFI でない。合同な図形から合同な図形を引くと，合同な図形になるとは限らない。

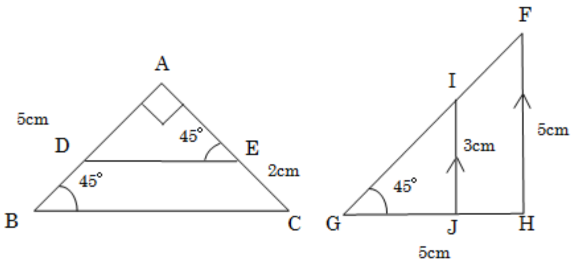


図 11　四角形 DBCE と四角形 JHFI が合同でない図形

解決方法を考える場面や，相手に説明する場面において，省略されている箇所が幾つかあった。これは，ペアの二人の証明学習の経験が一致している部分が多いため，ペアの相手が友人であるため，言葉にしなくても暗黙の了解で相手が理解するだろう，理解しているだろうと考え，データや根拠，論自体を省略していたからであると考える。二人は，自分の考えを伝え，相手が納得しなかったときや，反論してきた場合，一回目の説明よりも丁寧に説明していた。このとき，Pedemonte (2007) が用いた Toulmin (1964) の三つの要素からなる基礎的モデルで argumentation が構造化され，それはほぼ演繹的な構造であったと言える。

問題２の解決で，二人とも紙テープを折る回数と折ってできる折り目の数の関係に着目するという結果のパターン一般化による考えに至ったが，途中まで Kai は，折り目の数の増え方に着目して考えようとしていた。これは，数学的帰納法として完成されたものでないにしても，n 回折ったときと n－1 回折ったときの関係に着目していることから，素朴な過程のパターン一般化 (岩坂，2010) に近い状態である。

データと主張を結びつける推測のルールである根拠が存在せず，Toulmin (1964) の六つの要素のどれにも当てはまらない「根拠」となるものがデータと主張を結びつけている場合があった。「根拠」として，相手の同意や不同意，調査者の介入，視覚的な情報などが存在した。「根拠」から主張に至ったものも主張に変わりはないので，後の論のデータとして使用することができる。問題３では，特に図という視覚的な情報が，二人に誤ったデータ，例えば DB // GC や∠DBC = ∠CGD などを与えていた。多少データとして用いることに不安があったとしても，相手との係わり合いから正しいデータであると確信することができると，数学的な事実を根拠として二人の中での正しい主張へと向かっていった。

図を回転させて見せるという調査者の介入により，Kai が DG // BC をデータとして∠BDC = ∠GCD を主張することに不安を感じ，その気づきを Shin に伝えている (図 12)。∠BDC ≠ ∠GCD であることを理解した Kai が，その理

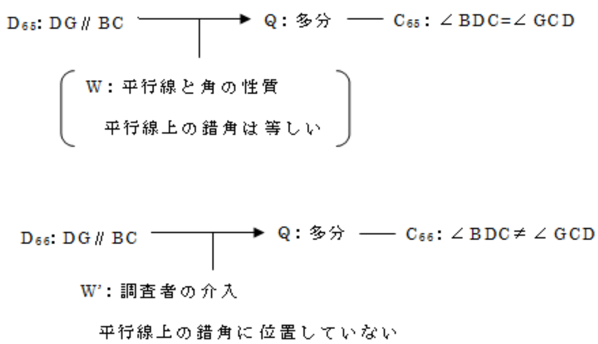


図 12　調査者の介入による Kai の気づきの場面 argumentation の構造

由を Shin に二回説明している (図 13，14)。限定詞 Q が主張 C に付加されることで，その主張の正しさの度合に影響を与える (Toulmin, 1964)。構造から，相手に説明する際，「多分」や「おそらく」など，主張の正しさが低いこ

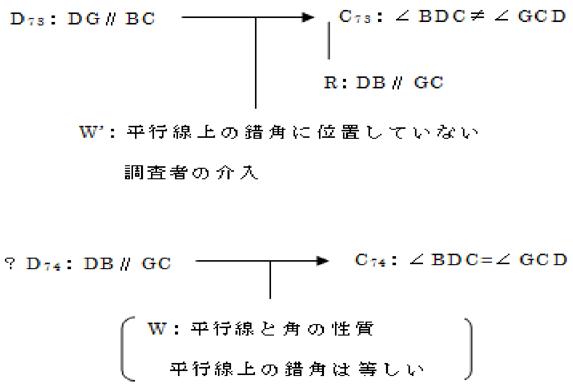


図 13　Shin への一回目の説明の場面の argumentation の構造

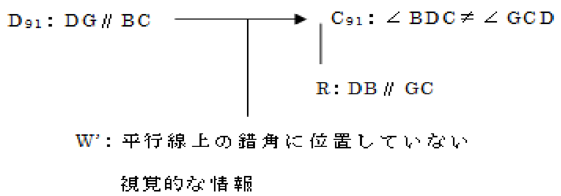


図 14　Shin への二回目の説明の場面の argumentation の構造

とを意味する限定詞 Q があった場合，相手に主張を受け入れてもらえなかったと言える。相手を納得させるためには，主張の正しさが高まるよう，「多分」という限定詞 Q をなくし，データから主張へとつなげる根拠 W や「根拠」W’ を提示することが必要であった。また，説明において，反証 R を挙げ，その反証 R となることがらが事実として明らかではない，分かっていないということを述べていた。これは，反証 R が事実として存在しない限り，主張は正しいと言うことを相手に確信させるために用意されたと考えられる。相手に自分の考えを伝え，確信させるには，データと主張を結びつける根拠，場合によっては「根拠」が必要であるが，口頭で相手に考えを伝える際，限定詞 Q や反証 R もその後の論を左右する重要な要素であると考えられる。問題 3 で図に依存していた二人は，誤ったデータを用いたり，相手の同意のみでことがらを主張したりした場面があったため，間違った確信へと陥った。

Pedemonte (2007) は，Toulmin (1964) のモデルを用いて argumentation と証明との間の構造上の連続性と相違について述べていたが，調査では，記述しながら互いに質問したり，確認をとったりしていたため，argumentation と記述との構造上の大きな相違がない場合があった。一方，記述しながらの相手との係わり合いによって，自身の考えに変化を与え，記述にも影響を与えた場合もあった。

本研究では，Pedemonte (2007) とは異なり，ペアの二人が同じコンピューターを使用する状況ではなく，普段，紙と鉛筆を用いている我が国の子どもたちにとって自然な活動となるような場面を設定した。分析から，argumentation の構造は複雑ではあるが，記述とは大きな相違はない場面もあれば，前述したように相手との相互作用が証明過程に変化を与え，構造に違いを与えた場面もあった。

4．おわりに

本研究における結論は，次の二点である。

第一は，証明学習において個で考えるだけではなく，小集団で話し合う機会が有効なことである。他者との相互作用により，新たな視点をもったり，自己の考えを振り返ったりすることができるという点で，話し合い活動には効果がある。

第二は，同意などの「根拠」により，誤った確信に陥ることになったとしても，それが演繹的な証明に向かうための足場の一つであると見れば，「根拠」を伴う活動は証明学習において意味のあることである。

本研究における調査は，時間にしっかりとした制限がない中で，ペアという小集団を対象として行ったものである。筆者は，できる限り生徒への介入は避け，二人の自然な活動となるよう意識した。今回のペアによる argumentation の分析結果から，学級という小集団や時間的に制限された環境の中で，argumentation が起こるような場を設定することを期待することができる。小集団での argumentation を設定した後に，学級全体でどのように練り上げていくかも大きな課題である。子どもの学習を促進させるような教師の役割を考えていかなければならない。

引用・参考文献

灰野仁．(2005)．中学校数学における討論を取り入れた証明指導についての考察．上越数学教育研究，20，175-182.

灰野仁．(2006)．中学校数学における証明の正当化に関する研究．上越数学教育研究，21，81-94.

Harel, G. (2001). The development of mathematical induction as a proof scheme：A model for DNR-based instruction. In S. Campbell & R. Zazkis (Eds.)，*Learning and teaching Number Theory：Research in Cognition and Instruction* (pp.185-212). New Jersey：Ablex Publishing Corporation.

岩坂美鈴．(2010)．中学生の証明の学習過程としての argumentation を分析するための基礎的研究．上越数学教育研究，25，63-76.

金山光宏．(1997)．生徒の証明のとらえ方の変容を促す証明指導の研究　―学級の合意作りとしての証明をめざして―．上越数学教育研究，12，71-80.

金光三男&長谷川順一．(2007)．教員養成課程「数学科教育」の授業における図形の論証指導の扱いについて　―教員養成系大学・学部学生への調査をもとに―．香川大学教育実践総合研究，15，7-17.

小関熙純ら.(1987). 図形の論証指導. 明治図書.

国宗進．(1987).「論証の意義」の理解に関する発達の研究. 数学教育学論究，47，3-21.

松井守．(2009)．議論のある活動における中学生の証明する過程について．上越数学教育研究，24，119-130.

宮崎樹夫．(1997)．学校数学の証明指導における，ことがらの真理観に関する研究　―我が国の中学校数学の証明指導によって育成され得るものに焦点をあてて―．筑波数学教育研究，16，49-58.

文部科学省．(2008a)．中学校学習指導要領．東山書房.

文部科学省．(2008b)．中学校学習指導要領解説 数学編．教育出版.

Pedemonte，B．(2007)．How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*，66(1)，23-41.

関口靖広．(1994)．論証指導で何が起こっているか：ある授業実践の民族誌的研究．筑波数学教育研究，13，1-10.

島田茂．(1995)．算数・数学科のオープンエンドアプローチ ―授業改善への新しい提案―．東洋館.

清水静海ら.(2004). わくわく算数５上. 啓林館.

杉山吉茂ら. (2002). 新しい数学２. 東京書籍.

竹内芳男ら．(1984)．問題から問題へ　―問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善―．東洋館.

Toulmin，S．E．(1964)．*The uses of argument*．Cambridge：Cambridge University Press.

辻山洋介．(2008)．学校数学における証明の構想における argumentation の機能に関する一考察 ―変更を伴う説明と正当化に焦点を当てて―. 筑波数学教育研究, 27, 31-40.

辻山洋介．(2009)．学校数学における証明活動の振り返りの要件 ―argumentation を視点として―．数学教育論文発表会論文集，42，613-618.