

中学校数学における作図の位置付けと機能

塩崎 李衣

上越教育大学大学院修士課程1年

1. 研究の背景

中学校第1学年の平面図形領域では、角の二等分線・線分の垂直二等分線・垂線などの基本的な作図が扱われる。中学校学習指導要領（文部科学省，2008）の図形領域の目標には、「見通しをもって作図したり図形の関係について調べたりして平面図形についての理解を深めるとともに、論理的に考察し表現する能力を培う」とある。学校数学において作図の平面図形領域における指導や学習は、決して軽視できるものではないと読みとれる。しかし、作図の授業の実際は、図形の性質を利用するというよりも、所謂“かき方指導”に終始している印象を強く受ける。教科書を見ても、例題に太枠で作図の方法・手順が強調されており、かき方に焦点が当たっているように捉えられる。つまり、作図が学習指導要領で述べられているほど、図形学習において重要な役割を果たしていないように見受けられる。

作図の指導や学習では、折に Geometric Constructor (GC), Cabri-geometry, Geometer's SketchPad など、図形の作図・変形を行える作図ツールが話題となることがある。例えば、GC を開発した飯島 (2002) は、「数学的探究の広さと深さを大きく飛躍させる可能性がある」と述べ、作図ツールを用いた指導や学習の可能性を示唆している。また、国際的にも作図ツールを用いた研究はこれまで多く進められており、Mariotti

(1997) は、実践的な幾何から理論的な幾何への橋渡しに作図があり、特に作図ツールが大きな役割を果たすと主張している。しかし、わが国の学校数学の現状では、作図ツールを利用する授業は影をひそめている。上原 (2003) は、この実態を取り上げ、幾つかの要因として作図ツールの操作方法を習得しようとする教員が少ないこと、生徒が操作方法を習得するのにはある程度の時間が必要なためゆとりがないことなどを挙げている。また、飯島 (2002) も、作図ツールの利用が定着しているとは言い難いとし、その背景に、教科書準拠のコンテンツが整備されていないことやカリキュラムとテクノロジー教材との連携が進まないことなどがあると述べている。このように、多くの可能性をもつとされる作図ツールの利用が日本では消極的であるという実態から、作図そのものが重要な機能を果たしきれていないのではないかと考えた。

海外に目を向けると、フランスの教科書では前期中等教育の4年間（フランスでは、日本の中学校に相当する前期中等教育は、第6学年から第9学年までの4年間）を通して作図が扱われ、作図ツールを利用した課題が多くみられる (Malaval et al., 2006-2009)。さらに、教科書には CD-ROM が付属しており、その中に作図ツールを用いた問題解決の説明等もある。このように、フランスの中等教育の図形領域では、作図が

重要な機能を果たしていると推察できる。

こうしたことから、筆者は、作図の扱いが各国で異なり、それぞれの学校数学では作図が果たす機能が異なるのではないかと考えた。そして、各国の学校数学における作図の位置付けと機能を明確にする研究に着手した。これにより、わが国で作図ツールの利用が少ないことや、かき方指導に偏りがちになる要因を明らかにすることが可能になるのではないかと考える。本稿では、その第1段階として、わが国の学校数学における作図の位置付けと機能を整理し検討する。わが国のものは既に知られているかもしれないが、今後の研究において常に比較対象となるため、ここに整理しておく。

2. 研究の焦点と方法

2.1. 位置付けと機能

第1節では、作図の位置付けと機能を主たる研究のねらいとするとした。では、「位置付け」と「機能」とはいかなるものであろうか。本研究では、この点を Chevallard による「教授人間学理論」(Chevallard, 2006; Bosch & Gascon, 2006) (以下, ATD と呼ぶ) に依拠する。ATD では、「知的集合体」と呼ばれる社会的な集まりに応じて、その構成が異なった数学（正確にはプラクセオロジー）が存在することを前提とする (cf. 宮川, 2011a)。例えばそれは、数学者の数学、技術者の数学、わが国の学校数学、フランスの学校数学などである。そして、ある数学的対象がある数学に存在（生息）するためには、知的集合体をもつ存在するための条件とそれを妨げる制約に従わなければならないと考える (Chevallard, 1992; 宮川, 2010; 2011b)。換言すれば、ある数学的対象はこの条件と制約というものによって形作られるのである。こうした考えは、「生態学的アプローチ」と呼ばれ生態学と同様に数学の生態を考えるものである。

この生態学アプローチで第一に問題となるのは、その数学的対象がいかに生息しているかである。異なる数学が存在するとすれば、ある対象がそれぞれの数学で異なった生息の仕方をしていると考えられる。そして ATD では生息の仕方を、生態学と同様、その対象の生息する場所（生息地）とそこで果たす機能（ニッチ）によって示す。本研究は作図の生息の仕方を明らかにしようとするものであり、それゆえ、本研究での作図の「位置付け」と「機能」とは、ATD の視点からすれば作図の「生息地」と「ニッチ」に相当する。

2.2. 学校数学

学校数学における作図の位置付けと機能を示すにあたり、次節で述べるが、本稿では学習指導要領と教科書を分析することにした。ATD、特に教授学的転置 (didactic transposition) の視点からすれば、異なる数学として「数学者の数学」「教えるべき数学」「教えられる数学」を考え、それぞれが転置によってつくられるとする (宮川, 2011a)。この転置の過程を、本研究の分析に利用する資料（データ）に併せると、図1のようになる。このように捉えれば、一般に「学校数学」とは、「学習指導要領の数学」「教科書の数学」「授業の数学」を総称したものである。

一般の数学→学習指導要領の数学 →教科書の数学→授業の数学

図1. 教授学的転置による過程

2.3. 研究の方法

研究の目的を達するため、本稿では、作図の位置付け（生息地）と機能（ニッチ）とに区分し、第3節で位置付けを、第4節で機能を検討する。その際、中学校学習指導要領とその解説、教科書を資料として用いる。これは、教授学的転置の理論枠組みの視点からすれば、学校数学に関わる三つ

の数学の中から学習指導要領及び解説に示される数学と教科書に示される数学を分析することである。「授業の数学」については本稿では分析せず、今後の課題とする。また、位置付けと機能のそれぞれの分析においては、教授学的転置の視点から、まず中学校学習指導要領（解説）における作図の位置付け（もしくは機能）を特定し、そしてその位置付け（もしくは機能）が教科書においていかに実現されているか見ていく。また分析に用いる資料は、中学校学習指導要領解説（文部科学省、2008）、2012年度以降用の啓林館の中学校数学教科書「未来へひろがる」シリーズ3学年分（岡本和夫他、2012）である。学習指導要領ではなく解説を採用した理由は、目標及び内容の取扱いの意図やつながり、その背景に迫ることができる考えたことによる。

3. 作図の位置付け

ここでは、中学校学習指導要領解説と教科書における作図の位置付けを示す。実際の分析に入る前に、分析の対象を明確にするとともに、分析の方法について述べる。

3.1. 「作図」と「かく」

分析の対象が明確でなくては、その位置付けを特定することもできない。「作図」と一概に言っても何を「作図」とするのか必ずしも明確ではない。そこで、まずこの点を整理する。

啓林館の教科書では、「図をかくとき、定規、コンパス、ものさし、分度器などを使いますが、上の作図では、“直線をひくための定規”，“円をかいたり，線分の長さをうつしとったりするためのコンパス”だけを使っています」（啓林館，2012，p.139）との記述があり，定規とコンパスのみを用いて図をかくことが「作図」であることがわかる。この捉え方は学習指導要領解説でも同様である（中学校学習指導要領解説

2008，p.65）。一方，学習指導要領解説でも教科書でも「図をかく」という表現も見られる。教科書を見ると長さや角度を測って図をかいたり，直角定規を用いたりする際には「作図」ではなく，単に「図をかく」（以下，「かく」と呼ぶ）とされている。例えば，「次のような△ABCをかきなさい。BC=6 cm， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle C=45^\circ$ 」（啓林館，2012，p.129）という問いが図をかく問いである。以上のことから，図をかくことに関わるものとして「作図」と「図をかく」という2種類が存在（生息）していることがわかる。

そこで本研究では，これら2種類のものを区別して，位置付けと機能を検討する。勿論，「作図」は「かく」に包含されるであろうが，学校数学におけるそれぞれの位置付けと機能は同一のものもあれば異なるものもあると予想する。さらに，2種類の位置付けと機能を探ることにより，作図の生態がより明確になると期待する。

3.2. 分析方法

作図の位置付けを示すため，中学校学習指導要領解説と教科書それぞれの分析を以下の手順で進める。

学習指導要領解説における位置付けについては，まず全体の記述から「作図」と「かく」という語が用いられている場所を特定する。そして，それぞれの語が第1学年から第3学年までの図形領域のどこに位置しているのかを，学習指導要領解説に示されている記述の前後関係等から判断する。そして，それを中学校数学の内容構成（中学校学習指導要領解説，pp.10-11）の表にまとめる。

教科書における位置付けについては，教科書の問いの中から「作図問題」と「かく問題」をそれぞれ抜き出す。そして，第1学年から第3学年までの図形領域のどこに位置しているのかを，各学年の目次（平面図形領域の章と節のみ）を用いて問題数を

まとめる。「作図問題」と「かく問題」を特定する際、「～をかきなさい」という記述がされていても作図問題であったり、明確に「～をかきなさい」と指示されていなくとも、かく問題であったりする可能性がある（例えば、「～を調べよう」という問い）。啓林館の教科書では、定規・コンパス・分度器が必要な問題には指定されたマーク（例：) が付いている。それを参考に、例題・問い・練習問題・たしかめ問題・章末問題から「作図問題」と「かく問題」の問題数を数え、それぞれの位置付けを示す。

3.3. 学習指導要領解説における位置付け

学習指導要領解説における「作図」と「かく」の位置付けの分析結果を表2に示した。

学年別にみていくと、第1学年では、作図が中心的な指導内容となっている単元があるため、「作図」と「かく」に関する記述が多く見られた。第2学年では、少ないながらも、平行線と角の性質のところで「かく」ことに触れられ、合同のところで「作図」に触れられていた。しかし、その記述は必ずしも多くはなかった。それは第3学年も同様である。このことは、第2、3学年で、「作図」や「かく」の語は用いられていても、それら自体が指導の対象となっていないからであろう。また、「作図」と「かく」は、両者がともに見られる単元が少なくなかったが、「作図」のみ、もしくは「かく」のみの単元もあった。以上のことから、「作図」と「かく」が学習指導要領で示された数学に生息しており、それらの主たる位置付けが第1学年であることがわかる。

3.4. 教科書における位置付け

学習指導要領の位置付けと同様に、教科書で示された数学では、作図がどこに生息しているか、その位置付けの分析結果を表3に示した。この表を見てもわかるように教科書においても「作図」と「かく」が多く見られた。作図が指導内容となっている

表2 2008年(平成20)中学校数学科 図形領域の内容構成(記号の説明:○作図/■かく)

学年	B 図形	記号
第1学年	【平面図形】 ア 基本的な作図の方法とその活用 イ 図形の移動 【空間図形】 ア 直線や平面の位置関係 イ 空間図形の構成と平面上の表現(投影図) ウ 基本的な図形の計量(球の表面積・体積)	○ ■ ○ ■
第2学年	【基本的な平面図形と平行線の性質】 ア 平行線や角の性質 イ 多角形の角についての性質 【図形の合同】 ア 平面図形の合同と三角形の合同条件 イ 証明の必要性和意味及びその方法 ウ 三角形や平行四辺形の基本的な性質	■ ○
第3学年	【図形の相似】 ア 平面図形の相似と三角形の相似条件 イ 図形の基本的な性質 ウ 平行線と線分の比 エ 相似な図形の相似比と面積及び体積比の関係 オ 相似な図形の性質を活用すること 【円周角と中心角】 ア 円周角と中心角の関係とその証明(円周角の定理の逆) イ 円周角と中心角の関係を活用すること 【三平方の定理】 ア 三平方の定理とその証明 イ 三平方の定理を活用すること	○ ■ ○ ○ ■

第1学年で多くの作図問題が扱われ、第2、3学年にもその数は多くないものの作図問題が扱われている。一方、「かく」については、第1学年に特に多く存在するわけではなく、各学年に存在し、その数も大きく異なるものではなかった。つまり、「かく」は特定の学年に中心的に存在しているものではなく、全学年を通して存在していることがわかる。

表3を見る限り、第1学年での作図は学習指導要領解説と教科書で同様の位置付けであるように思える。そもそも教科書は、

表3 教科書平面図形領域における位置付け(問題数)

学年	教科書の章立て	作図問題	かく問題
第1学年	5章 平面図形		
	1節 直線図形と移動	1	6
	2節 基本の作図	1 4	
第2学年	3節 円とおうぎ形	1	1
	4章 図形の調べ方		
	1節 平行と合同	1	3
	2節 証明	2	
	5章 図形の性質と証明		
第3学年	1節 三角形	3	
	2節 四角形	1	6
	5章 図形と相似		
	1節 図形と相似		2
	2節 平行線と線分の比		3
	3節 相似な図形の計量		
	4節 相似の利用	1	1
	6章 円の性質		
	1節 円周角と中心角		
	2節 円の性質の利用	5	
	7章 三平方の定理		
	1節 三平方の定理		1
	2節 三平方の定理の利用	1	

学習指導要領の内容を受けて作成されているため、位置付けが同じになることは当然かもしれない。しかし、より詳細にこの表をみると必ずしもそうとは言えない。教科書の第2学年4章2節の証明には作図問題が存在しているが、学習指導要領解説の証明の学習では、「作図」という語は見られなかった。第3学年においても、教科書の5章「図形と相似」で、位置付けに違いが見られる。学習指導要領解説には、三角形の相似条件で、「作図」と「かく」の両方の用語がみられたが、教科書では「かく問題」のみであった。したがって、「学習指導要領の数学」から「教科書の数学」への転置の過程では、必ずしも「作図」と「かく」の位置付けが保存されていないことがわかる。

人間学理論の視点からすれば、これは転置の過程において何らかの制約を受け異なった位置付けとなったと考えられる。

4. 作図の機能

本節では、中学校学習指導要領解説と教科書における作図の機能を検討する。分析に用いる資料は第3節と同様である。

4. 1. 分析方法

中学校学習指導要領解説における「作図」と「かく」の機能の分析の方法は、まず学習指導要領解説において「作図」と「かく」についての記述の前後の文脈から機能と判断できるものを抜き出し整理する。学習指導要領とその解説の文言は抽象的なものが多く、機能もまた抽象的に表現されている。しかし、多くはないものの、指導の教材の事例を伴う具体的な記述も学習指導要領解説に見られる。そこで分析では、まずより抽象的な機能を整理し、そしてより具体的な機能が特定できる場合のみ抜き出す。

一方、教科書における「作図」と「かく」の機能は、教科書から特徴的な「作図問題」と「かく問題」を取り上げ、検討していく。教科書は具体的な問いが多いため、すべての問題の分析をここで示すことは困難である。そこで、平面図形の学習において作図が中心となる第1学年と、学習指導要領解説では作図の機能について触れられていない第2、3学年、それぞれからいくつかの問題を取り上げ、「作図」と「かく」の機能を分析する。分析では、その問題が何を目的としたものなのか、前後の文脈や指導の順序などを考慮し、機能を特定する。

4. 2. 学習指導要領解説の分析

中学校学習指導要領解説に示された数学における「作図」と「かく」の機能の分析結果を表4に整理した。①から④の作図の機能は、いずれも学習指導要領解説、中学校第1学年B図形の記述から特定したもの

表 4. 学習指導要領解説における機能

「作図」 の機能	①平面図形についての理解を深める (p.64) ②論理的に考察し表現する能力を培う (p.64) ③直観的な見方や考え方を養う (p.65) ④測定に頼らず正しく図をかくことができる (p.66)
「かく」 の機能	❶図形学習の基礎的な技能 (p.65) ❷図形に対する興味や関心を引き起こす (p.65) ❸直観的な見方や考え方を深める (p.65) ❹論理的な考察を促す (p.65)

である。例えば、①から③は、以下の記述にみられる。

「中学校数学科において第1学年では、平面図形の対称性に着目することで見通しをもって作図し、作図方法を具体的な場面で活用する。こうした学習を通して、平面図形についての理解を深め、直観的な見方や考え方を養うとともに、論理的に考察し表現する能力を培う。」(文部科学省, 2008, p.65)

ここには、「見通しをもって作図し、作図方法を具体的な場面で活用する」ことを通して、①から③のことを達成するとある。これらは作図を学習することの教育的意義であるが、同時に、指導要領解説に示されている数学において作図に割り当てられた機能と捉えることができる。

学習指導要領解説では、角の二等分線と垂直二等分線、垂線などの作図の具体例があげられ、指導の留意点が述べられている。ここでは、作図の機能よりもむしろ作図の方法を見直して作図手順に意味を与えることに注意が払われている。ただし、①に関わるものとして、円の接線の性質を作図により確認することとあり (ibid., p.66)、作図

が図形性質を確認する機能をもっているとの学習指導要領解説の認識が窺える。この機能については次節の教科書の分析で詳しく扱う。

一方、❶から❹の「かく」の機能は、作図の場合と同様、以下の記述より特定した。

「図をかくという操作は、図形の学習のための基礎的な技能として重要であるとともに、図形に対する興味や関心を引き起こし、直観的な見方や考え方を深め、図形についての論理的な考察を促すという意義をもつ。」(ibid., p. 65)

これら4つの機能は、いずれも抽象的なもので、具体的にはわかりにくい。指導要領解説では、この文章の前後は作図について述べられており、図をかく具体的な事例についての記述は少ない。唯一見られる記述は、三角形の決定条件についてのものであり、3辺の長さなど決定条件の一つを利用して三角形がかけることの理解が❹の論理的な考察の基礎となることが述べられている (ibid., p. 66)。この記述は❹の機能についてとされているが、図をかくことが決定条件の妥当性を示すことになるということは、平面図形についての理解を促すことでもある。つまり、①の機能を果たしているとも捉えられる。

4.3. 教科書の分析

4.1 節で述べたように、第1学年と第2、3学年それぞれの問いから「作図」と「かく」の機能を検討していく。

(1) 第1学年の教科書の分析

第1学年の教科書では、第3節の表3で見たように、多くの作図問題が存在した。ここでは、2つの事例を取り上げる。これらはいずれも学習指導要領解説に具体的な記述があるため、それらが教科書でいかに実現されているかを検討する。

事例 1. 1: 図形性質の確認

4.2 節で、円の接線の場合に、図形性質を

確認するという、①に関わる機能に触れた。それは、中学校学習指導要領解説「第1学年の平面図形、ア 基本的な作図の方法」の次の記述に見られたものである。

「さらに、円の接線を作図する方法についても、円の対称性に着目して考えることができる。円の対称軸に垂直な直線を平行に移動させていくと接線がかけられることを通して、円周上の点における接線の作図の方法を理解する。このことに関連して、円の接線はその接点を通る半径に垂直であることを確認することができる。」(ibid., p.66)

この記述の中心は接線の作図方法についてだが、最後の「このこと」以下では、作図の機能が見られる。「このことに関連して」が何を指すかやや曖昧ではあるが、作図を通して円の接線の性質を確認すると解釈すれば、これは図形性質を確認するという機能を作図が果たしていると捉えられる。

一方、この円の接線の作図は、教科書の第1学年5章3節「円とおうぎ形」の節に見られる(図2)。この問いは、円の接線の性質(円の接線はその接点を通る半径に垂直)を扱った後に出题されており、既に学習した円の接線の性質を確認することが目的であると判断できる。つまり、この作図問題は、図形性質の確認という機能を果たしている。なお、もしこの問いが円の接線の性質を導入する前に用いられていれば、この作図は、図形性質の発見という別の機能をもつ作図となったであろう。実際、接線が半径に垂直であることを用いなければうまく接線がかけず、解決のためには垂直を発見しなければならないのである。

この図形性質の確認という作図の機能は、円の接線の場合に、学習指導要領解説から教科書へそのまま転置され、教科書に示された数学においても同様の機能をもっていた。学習指導要領解説に教材の事例を用い

右の円Oで、点Aが接線となるように、この円の接線を作図しなさい。

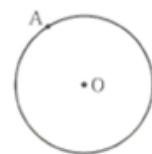


図2 中学校第1学年5章3節円とおうぎ形(p145)

て具体的な記述がある場合は、こうした直接の対応関係があることが多かった。この事例をもう一つ示す。

事例1. 2: 測定に頼らず図をかく

学習指導要領解説における作図の機能では、④の測定に頼らず図をかくことができるという機能があげられていた。それは、中学校学習指導要領解説「第1学年の平面図形、ア 基本的な作図の方法」の以下の記述に見られたものである。

「作図を活用することについては、物差し(目盛りのついた定規)や分度器を用いて長さや角の大きさを測って図をかいてきたこれまでの方法と比較し、測定に頼らずに正しく図形をかくことができることを学習する。例えば、物差しや分度器を用いずに定規とコンパスだけを用いて、 30° や 45° の角を作図したり、三角形の辺や角を写し取って合同な三角形をかいいたりする。」(ibid., p.66)

この記述の中心は作図の活用についてだが、前半には、作図の機能が見られる。作図によって測定に頼らず図をかくことができる、という機能である。この記述の後半には、具体例として、 30° や 45° の角を作図、合同な三角形をかくことなどがあげられている。これは、分度器のみで角度を測ったりかいたりしていた生徒に、作図によって測定に頼らずとも角度が作れることを実感させるという意図が読み取れる。

一方、この角の作図問題は、教科書の第1学年5章2節「基本の作図」の節に見られる(図3)。この問いは、基本的な作図を一通り学習した後に、練習問題として出题

されており、既習事項の活用と捉えられる。ここでの作図は、当然、測定に頼らず角度を作るという機能を果たしている。

- 1 ノートに正三角形をかいて、 60° の大きさの角を作図しなさい。
また、それを利用して、 30° や 15° の大きさの角を作図しなさい。

図3 中学校第1学年5章3節基本の作図 (p.142)

この測定に頼らず角を作るという作図の機能は、先の図形性質の確認という機能と同様、学習指導要領解説から教科書へそのまま転置され、教科書に示された数学においても同様の機能をもつものである。

(2) 第2, 3学年の教科書の分析

学習指導要領解説の第2, 3学年の記述では、「作図」の語が少し用いられることはあっても、作図の機能に触れられることはなかった。しかし、表3で見たように数は少ないものの、第2, 3学年の教科書にも作図問題、かく問題が存在した。それらがいかなる機能を果たしているか、3つの事例から検討する。

事例2. 1: 発見のための図を与える

図4に、教科書の第2学年4章図形の調べ方2節の証明に見られた問いを示した。

この問いは、教科書の証明の節の1ページ目に見られ、証明の導入の際に扱われるものである。コンパスと定規を用いてたこ型四角形を作図し、作図したもののから等しい角を直観的に見つけ、さらになぜ等しいと言えるかを考えさせる問いである。ここでの作図は、ある図形性質(対角が等しい)を発見できるような図を与えている。つまり作図は、図形性質発見のための図を与えるという機能を果たしていると言える。これは、図をかくことや作図の基本的な機能と考えられる。つまり、学習指導要領で特定した①の機能と対応していると捉えられる(①はかくの機能だが、作図は図をかくに包含される)。またこの問いでは、その後

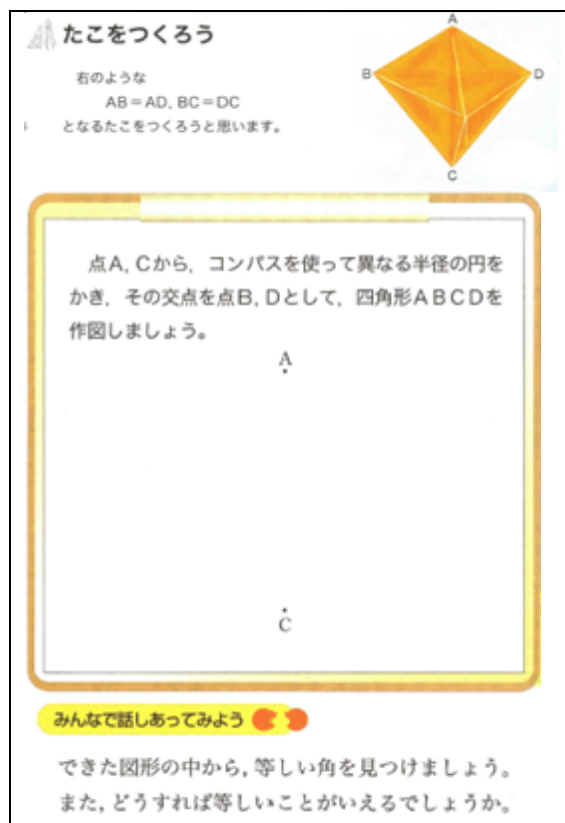


図4 第2学年4章2節証明 (p.98)

の性質を直観的に見つけるということから③の直観的な見方や考え方、その妥当性を示すということから②の論証につながるものと捉えられる。これらは作図そのものの機能ではないが、付随するものである。

学習指導要領解説では、③の直観的な見方や考え方を養うという機能が第1学年の記述から特定され、他学年の記述にはみられなかった。しかし、教科書の作図問題の分析から、その機能が他学年でも果たされているということがわかった。

事例2. 2: 測定に頼らず図をかく

図5に、教科書の第3学年、5章図形と相似4節相似の利用に関する問いを示した。

この作図問題は、教科書の相似比を学習した後に与えられている。相似の単元で唯一の作図問題である。それまでの相似の学習では、相似な図形(拡大図と縮図)を長さや角度を測ってかいていた。そして、この問いで初めて、線分の比を作図すること

右の図の線分を、3:4に分ける点X A ————— B
を求めなさい。

図5 第3学年 5章 4節 相似の利用 (p.138)

になる。測定に頼らず比を表すことができると気付く場面である。したがって、この作図問題には④の測定に頼らず図をかくことができるという機能があると捉えられる。

学習指導要領解説では、④の測定に頼らず図をかくことができるという機能が第1学年の記述から特定され、他学年の記述には見られなかった。したがって、事例2.1と同様に、第1学年での作図の機能が第3学年の作図にも転置されているのである。

事例2.3：図形性質の発見，確認

ここまでの事例は教科書の作図問題から抽出したものであり、作図の機能を検討してきた。次の事例ではかく問題を取り上げ、その機能を検討する。図6は、教科書の第3学年、5章図形と相似4節平行と合同に見られたかく問題である。

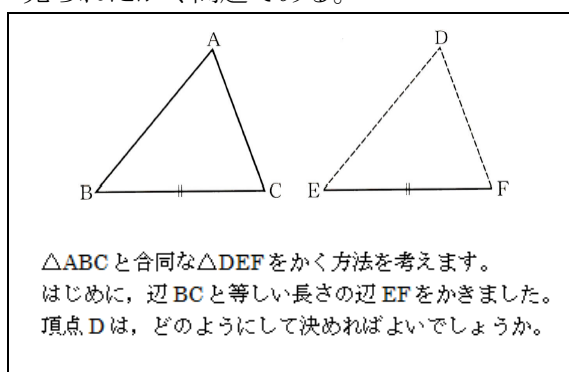


図6 第2学年 4章 1節 平行と合同 (p.95)

この問いは、2組の辺とその間の角が等しいという性質をもとに、合同な図形をかくものである。合同条件を学習する前に問われていることから、図をかくことで合同条件を発見するという、図形性質の発見の機能を果たしていると考えられる。しかし、問題提示の仕方をみると、「 $EF=BC$ の他に、 $\angle E=\angle B$, $DE=AB$ となるように点Dを決めて、 $\triangle DEF$ をかきなさい。」とある。こ

のことから、様々な性質を試して、この図形性質を新たなものとして発見するというよりもむしろ、合同条件の性質を確認しているようにも捉えられる。さらに、三角形の決定条件は、小学校でも扱われているため、三角形の決定条件という図形性質の妥当性を示すこと（立証）が「かく」の機能となっているとも考えられる。教科書のみでは、いずれの機能がこの図をかくことの中心的なものとなるかはわからない。換言すれば、教師が実際の授業で問題提示の仕方によって、図をかくことが異なった機能をもつ可能性がある。これは、教授学転置の視点からすれば、「授業の数学」で「かく」が果たす機能である。

また、この三角形の合同条件を用いた「かく」については、学習指導要領解説の第1学年の記述にも見られた(4.2節参照)。つまり、学年を跨いで、転置がなされていると捉えられる。

5. おわりに

本稿では、中学校数学における作図の位置付けと機能について教授人間学理論の視点から分析を行った。

位置付けについては、よく知られているが、中学校学習指導要領解説及び教科書のいずれにおいても、「作図」は第1学年の図形領域で中心的に扱われていた。また、教科書においては他学年においても、数は多くないが「作図」と「かく」の問題が扱われており、それぞれが図形領域全体に存在（生息）していることがわかった。

「作図」と「かく」の機能については、学習指導要領解説では、第1学年の記述にそれらを特定できた。多くが抽象的な表現であったが、具体的なものもいくつか見られた。一方、教科書の問題の分析からは、具体的な機能を4つ特定できた。これですべてではないため、さらなる分析が必要で

ある。

また、教授学的転置に関しては、「学習指導要領の数学」から「教科書の数学」への転置の過程は直接的なものもあれば、学年を跨いだものもあった。学習指導要領解説に具体的な教材例が示されている場合は、直接の転置がなされているが（事例 1.1, 1.2）、そうでない場合は、執筆者の解釈の余地があるようである。また、最後の事例 2.3 のかくことにおいてはいくつかの機能が可能であり、授業の数学における機能进行分析の必要性が見られた。

本研究の動機は学校数学において作図が十分な機能・役割を果たしていないのではないかということであった。今回の分析を通して、「作図」や「かく」が確かに中学校数学に生息しており、種々の機能をもっていることがわかった。しかし、筆者の印象からすれば、どうもその影は薄く重要な機能を果たしているようには思えない。実際、学習指導要領で特定された機能は、作図でなくともよいものも少なくない。さらに、作図がある図形性質を導入する際、つまり図形性質の発見のために用いられることが少ないように感じる。本稿では、図形性質の確認という機能を特定したが、確認はあくまでも図形性質を導入した後のものであり、最初の導入の際のものではない。もちろん事例 2.1 のように導入に作図が扱われる場合もあるが、そこで果たす機能が図を与えるだけであれば、必ずしも作図である必要はないであろう。今後は、作図の機能の分析をより洗練させるとともに、その機能自体が図形領域の指導においてどこに位置付けられているのか検討する必要がある。

引用・参考文献

- 飯島康之 (2002). 「GC/Java の利用形態とソフト・コンテンツ開発の方向性—ツール型ソフトのゆくえに焦点を当てて—」, 第 35 回数学教育論文発表会論文集, 463-468.
- 上原永護 (2003). 「小・中学校におけるテクノロジーの利用の現状とコンテンツ開発の方向性」, 第 36 回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録, 234-237.
- 岡本和夫 他 (2012). 「未来へひろがる数学 1~3: 平成 24 年度用」. 啓林館.
- 宮川健 (2010). 「フランス前期中等教育における証明の生態—平面幾何領域における教科書分析から—」. 第 43 回数学教育論文発表会論文集, 295-300.
- 宮川健 (2011a). 「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格 ~わが国における「学」としての数学教育研究をめざして~」, 日本数学教育学会誌『数学教育学論究』, Vol. 94, 12-24.
- 宮川健 (2011b). 「フランス前期中等学校数学における証明の生態(2)—国定カリキュラムの分析から—」. 第 44 回数学教育論文発表会論文集, 801-806.
- 文部科学省 (2008). 中学校学習指導要領解説. 数学編. 教育出版.
- Bosch, M. & Gascon, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, No. 58, 51-65.
- Chevallard, Y. (1992). A theoretical approach to curricula. *Journal für Mathematikdidaktik*, 13, 2/3, 215-230.
- Chevallard Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In M. Bosch (Ed.) *Proc. of the CERME 4* (pp. 22-30). Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- Malaval, J. et al. (2006-2009) .*Transmath*, 6^e-3^e. France: Nathan.
- Mariotti (1997). *Justifying and Proving in Geometry: the mediation of a microworld* <http://www-didactique.imag.fr/preuve/Resumes/Mariotti/Mariotti97a/Mariotti97a.html> Last Access: 21/Feb/2012.