上越数学教育研究，第27号，上越教育大学数学教室，2012年，pp.177-188.

算数授業における“練り上げ”学習を引き起こすための素地的研究

～足場設定の考えを通して～

野口　正行
上越教育大学大学院修士課程１年

我が国には，“練り上げ”学習と呼ばれる学習形態がある。練り上げ学習とは，教室全体を巻き込んで学習を進め，共通の結論等に導く授業である。この学習は算数の授業だけでなく，他の授業でも用いられる。特に，ここでは算数に絞って，練り上げ学習を考える。この学習はある結論に向かって系統立てをし，法則性を構成させたりする授業により成立する，算数や数学に合った教科といえる。また海外でも，スティグラー＆ヒーバー(2002)は，日本の算数・数学授業の基本型の中の五つの活動の中で「解決法の練り上げ」を挙げ，この活動を「全生徒がそれぞれ問題に取り組んでから，生徒の発見による一つまたは数個の解決法が提示され,話し合いになります」と述べ，練り上げを日本の授業の特徴の一つして紹介している。

算数では既習事項を用いることが多いが，それを自分で選べない子どもが見られる。そこで教師が作る支援が必要になる。しかし練り上げ学習における支援は様々あり，通常の授業の支援とは違う。通常の授業では環境設定や意見の集約等の一般的な支援を行い，教師が進展の方向付けをするが，練り上げ学習の場合，必ずしもその方向だけが授業の最終目標とはならない。

この練り上げ学習での支援を Scaffolding と呼ばれる考えで見ていく。

Wood，Bruner＆Ross(1976)は「介入過程が子どもの発達に決定的な重要性をもつことを指摘し，その過程を Scaffolding」と名付けた。また「多くの場合，そこには一種の Scaffolding の過程が関わり，子どもや素人が独力では無力であるはずの問題を解決したり，課題を実行したり，目標に到達するのを可能にしている。」と Scaffolding の必要性を挙げている。

さらに「この Scaffolding は本質的には課題の中で学習者の当初の能力を越えるような要素を大人が「制御」して学習者が自分でできる範囲内にある要素にのみ集中して処理することを可能にすることからなる。その結果,課題は成功裏に遂行される。」と，Scaffolding を学習者に必要に応じて与えることを挙げている。

また Scaffolding を日本語で訳すと,「足場(足場設定)」といわれる。(以降，Scaffolding を「足場」と表記していく)

そのような足場の考え方を基にして,“練り上げ”学習の中でどのようなことが起きているのかを明らかにしたい。

１．研究目的

本研究では，算数科における“練り上げ”学習の本質を明らかにするために，その前提として足場設定を基にし，授業での事例や想定プロトコルでその視座を組み立てることを目的とする。

その目的を達成するために次の手順で論

を進める。
・足場の先行研究をあたり，練り上げ学習で起きていることを「足場」の視点で再構築する。
・練り上げ学習の全体像を教師の「足場」と子どもの活動を想定プロトコルで予測し，練り上げ学習の本質を探る。

２．足場に関する先行研究

2.1　Wood,Bruner&Ross (1976)の研究から

Wood et al. (1976) は，足場を作る過程の中で，次の六つの教師の機能を挙げている。

① 補充；課題の必要条件に対する問題解決者としての関心と執着について，協力を求める。
② 自由度の縮小；構成行為の数を減らすことによって課題を単純化し，課題を受け入れることができたレベルに課題のサイズを引き下げる。
③ 方向付けの維持；教師は学習者の関心と能力を維持する役割をもち，熱意と共感の展開を保つ。
④ 重大な特徴；教師は関連する課題の特徴に注目するか強調し，子どもの示したことと正しい成果と認めることの間の食い違いを知り，その矛盾を解釈する。
⑤ 欲求不満；学習者のメンツを立てたり，または学習者の好きにしたい願いを利用したりし，学習者が教師にあまりに多くの依存をもつことには大きな危険がある。
⑥ 証明；活動の理想化を含み，学習者がより適切な形で，後でそれを模倣する。

Wood et al. (1976) は「学習者のために独立を増やすこと」で,「強固な基礎を支える意図を強調する方法」で，この例示には永続に人を引き付ける力があると述べている。

これらのことから，実際の授業を進める教師が行う行為と結び付けて考えると,「補充」は授業開始前に教師が「遊びをやめて席に着きましょう。」と学習者に呼びかけることにあたる。「自由度の縮小」は教師が「大きな数の計算(300＋900)を小さい数の計算(3＋9)で考えると分かりやすいね。」と，計算の単純化を説明すること等が含まれる。「方向付けの維持」は学習者が答えた言葉に対して教師が「そうだね。」と同意したり,「こうするとどうですか。」等と新たな考えに膨らませたりすることがそれにあたる。「重大な特徴」は「課題の解釈が違う場合に反論を挙げる」等が含まれる。「欲求不満」は教師が「見付けた解法に解決者の名前をつけたり，クラスで共通に使ったりすることにする。」ことといえる。「証明」は，クラス内で既習事項を利用するときに教師が「この前の○○さんの考えを使うと…」と説明するときが含まれる。これらのことは教師が規範として示すことが含まれている。

2.2　Anghileri(2006)の研究から

Anghileri(2006)は，Wood et al.(1976)以降の足場の考えを歴史的変遷で整理し直している。今までの研究を受けて，足場の三つの水準「①環境上の条件」「②説明・再検討・再構築」「③概念的思考の開発」を示した。

Anghileri(2006)は,「①環境上の条件」を「教師は人工の物と教師組織を含む環境準備で学習に足場を組み，それらは体系化された課題とグループ」であると述べている。

実際の授業では，課題提示とグループ編成が環境上の条件であり，これらは授業前に教師が準備しておくことである。

また Anghileri(2006)は,「②説明・再検討・再構築」を,「見せる・話す・説明する」を中心に数学に関連した教師と学生の直接

的な相互作用を含むとした。再検討（教師が学生の注意を既習経験と数学に集中させようと促す相互作用）と再構築（経験を修正し，学生の既存の理解と数学を適合させようと教師に関わること）が，学習者により敏感に相互作用のパターンを確認する。また教師は計画した通りに次段階に進むよう会話を構造化した。また教師が学習者の考えを抑制している間に，しばしば満足な説明はあるが，調和していないところでの説明は困難を倍加させる。」と述べている。

実際の授業では，討論の中で，その論の組み立ては教師が行うものである。教師は学習者の意見の必要な部分をくみ取って授業を進める。例えば教師の意見に沿わない時は「そういう意見もありますね。他の意見はありませんか」と論の中からは排除することと同じといえる。またその抑制している討論の間に，その論と外れたところで「よい説明」が起きると，教師はもとの論への修正に困ること等があるがこれらがこの水準で説明できる。

さらに，Anghileri(2006)は，「③概念的思考の開発」を「数学学習は教えられた手順を反復して，孤立した問題を解決する能力より多くのものを含む，教師が専門プロセス(一般化，推定化，抽象概念)によって概念の発達を探すことは数学において特定する必要性がある，教師と学生が一緒に相互理解を示す機会を引き起こすことによって開発途上の概念上の考えについて明確に述べる相互作用を教えることで，足場の最高水準が成り立つ」と述べている。

実際の授業でも，この三つ目の水準は，数学学習を個人で進めるときに教えられた足場を基に解決していくことや，教師と学習者の相互理解がなければ次の授業に取り組めなくなるため新たな説明をする必要性が出てきたりすることがある。また，新たな考えを相互作用の中でどのように導いていくかを教師が組み立てていくことがある。これらがこの水準で言われることにあたる。

これら三つの水準から，Anghileri(2006)は，次の三点を足場のまとめとして述べている。

- 活発な関係を促す環境で手がかりを教える範囲を要することによって，学生の学習に足場を組むことを彼らができたならば，教師が最も効果的であろう。
- 識別されたすべての足場の水準は概念的なディスコースの課題と補助教材の準備から参加まで可能になる。
- 足場の概念を学習が階層であることから学習者の理解の要素が広い集積として学習者に表れるのであるととらえ，支援を最小にすることで豊かな実践を経験させられる。

Anghileri(2006)の足場の一点目として，「活発な関係」を促す上で教師が最も効果的であろうと捉えている。教師は効果的な討論を進めるために，学習者がどのように発言するかを計画の中に含めることである。また,Anghileri(2006)の足場の二点目として,「概念的なディスコースの課題」を挙げている。これは討論を組み立てられる課題でなければ，相互作用が生まれないことを示している。したがって，いつでも相互作用を起こすことは不可能であるとしめしていることでもあるといえよう。さらに，Anghileri(2006)の足場の三点目として「学習が階層である」と捉えている。実際の日本の授業でも教師が学習の系統性はみる。一つの授業の中で階層として「導入・展開・終末」も挙げられるともいえるが，いつもそればかりではない。相互作用が起きる授業では，教師が授業にあたって何を重要にして，多様な方法でその授業の課題にあたっているかを議論することであり，そこには優劣や階層はない。

Anghileri(2006)は，足場は教師が行うも

のとして捉えている。したがって，足場は学習者が行うものとしては，ここでは述べられていない。

2.3 Pape，Bell＆Yetkin(2003)から

Pape et al.(2003)は「明確な指示が教育と学習の社会文化の理論に矛盾しないがしばしば，暗黙の指示が優位を占める場合を示す。」とした。それは一部の学生にとって明白性の欠如が彼らの完全な可能性に達する彼らの能力を損ねるかもしれない。またPape et al.(2003)は自己規制が「数学教育の大きな目的と効果的な数学学習の重要な特徴」である他の物によって強化するよう我々は努める必要性があることを述べている。さらに Pape et al.(2003)は方略教授と数学学習に社会文化のモデルに埋め込むことで「数学的な考えと自己制御学習（以降；ＳＲＬ）を力強く展開する教育指導を導くことはそれ自身で十分に強くないが，社会文化の本質に結合するとき，この理論は方向を直接で明確な指示のために学習環境やガイダンスを作ることに対して提供する。」と述べている。方略的な行動に関する議論として，Pape et al.(2006)は「数学的な議論に結び付いた，学生の行動が数学的な課題を達成した方法に関して，入念に，明確に集まっている議論は，学生の方略的な行動を支えることが明らかになった。」と述べている。明白性と多様な支援の必要性として，Pape et al.(2006)は「担任は個々の学生に対して正確に識別した支援をする必要があり，直接のフィードバックを提供する他者の助けを借りて，この支援は独学のための複数の機会を含む。」とし，その結果,「方略を身に付けるとその使用を継続することを示し，方略を身に付けるためには長い時間を必要とするが，それにより生徒は以前より有能になる」と述べている。

実際の授業で考えると，Pape et al.(2003)の研究は学習者の立場で,足場を考えている。学習者は方略という足場を身に付けると，その方略を利用する場面を自分自身で考えるようになるとしている。そのために教師はそのための必要な考え方を授業前に準備しておくことの必要性があるとした。したがって，授業内で学習者が質問したり，悩んだりすることに対して，教師が授業前に学習する事柄を調査しておくことで，考えられる足場を準備することができるといえる。

2.4 教師の支援と足場

授業で教師に期待される点として，教師が行う「支援」がある。「支援」は教師と学生，あるいは学生同士で行われた相互作用の中で，必要と思われるときに教師がある方向に子どもを導きたいとき等に行われるものであると言われる。その支援と足場をどのように結び付けて考えることが重要になる。そこで，まず相互作用における「支援」について考えてみる。

熊谷(1995)は，数学的適切性の関わった相互作用を実現するための教師の支援で，具体的に説明する場合には「教師は授業のある場面で子どもの活動を具体的に取り上げ，何が大切なことかを説明をする。特に数学的適切性の関わった相互作用をするとき，何がその場面で適切なのかを説明している。相互作用の方向性を教師が具体的に示している。」と述べている。また数学的適切性の関わった相互作用を具体化することとして，熊谷(1995)は「数学的知識のかかわった水準での相互作用を振り返りながら,もっと他の場合もできるのではないかという数学的適切性の方向性を明らかにすることが教師の役割であるとし，教師は数学的適切性のかかわった水準での相互作用を子どもと実現しながら，その相互作用とその成果を振り返ることで数学的適切性に気付

くきっかけ，そして方向性を明確にする」と述べている。

このように見てくると，教師の支援は，やはり教師の授業の取り組み方によって左右される。練り上げ学習の場合，教師の方向性はあるがいつも同じ方向に向かうとはいえない。日本の教師はこの学習においてわざと間違いをしたり，反論を挙げたりして，練り上げを巻き起こすことがある。
それらが練り上げ学習を引き起こす足場となっているかを明らかにする必要がある。

次に，日本の算数・数学授業の中でどのように足場が研究されてきたかを述べる。関口(1995)は,「数学の教授・学習過程を実際の様々な場面において分析し，足場にどのような形態があり，どのようなものが望ましくかつ効果的であるかを今後探っていく必要があろう。」と述べている。これから考えると足場の考え方は，支援に近い。

そこで，筆者は、足場を支援の一部と考えることにする。また筆者は，支援を足場や規範などが含まれていることとし，学習者に対して教師が行う全般とする。そのようにして，足場を位置付けることにする。

2.5　我が国における足場を取り入れた先行研究

清水(2009)はペアで課題にあたらせることで,「教師は子どもの現在の発達水準に合わせた支援を行い，適切な「問い方」により解決が進展したという成功経験を多くさせ，子どもたちの「問い方」が発達するよう，そして主体的な学び方が育成される長期的な支援が必要。」という知見を得たと述べている。清水(2009)は今後の課題として,「この“問い方”の発達を促す支援を通常の授業にどのように取り入れていくかについて考え，実践することによって，その有効性についてさらに明らかにしたい。」と述べている。

また山田(2008)は,授業という形の中で,足場における教師の手立ての変更として,「教師の手立てを子どもが内面化することができたかによって行う，教師の手立ての内面化に伴って子ども一人一人に委ねる場面が増えていく，足場は，1 時間の授業ではなく，単元全体で捉えることが重要，援助者は常に教師ではなく，教師の手立てを内面化した子どもになることもある。」と挙げた。さらに，山田(2008)は今後の課題として,「実践を通して，これらの見通しの捉え方及び足場の枠組みを検証していく。」と述べている。

これらの知見から，ペア学習における発達段階に合わせた支援が足場になり，新たな課題に対しても，主体的に乗り越える様子が見られた。また授業という形の中でも教師が行っていた支援が子ども自身の内面に存在するまで支援を行なうことで，子ども一人一人に課題を委ねられるようになることを示している。

練り上げ学習に関する足場分析で，どのような足場が練り上げを生じさせているのを明らかにすることで,「問い」という視点を新たに加えることにする。

3．学習における「問い」と足場

学習における「問い」は，様々なものがある。課題としての問いや，練習問題などの「問い」等が考えられるが，ここでは練り上げ学習における「問い」と何か，さらに「足場」との関係を明らかにする。

算数の学習における「問い」を長谷川(1998)は「問い」を問題の共有過程で，変化していくものと捉えている。長谷川(1998)は「解法を求める問いが数学的知識の構成に直接結び付く問い」と捉え，この問いを「確実な学級での共通の問い」とした。

長谷川(1998)は子どもの問う力を伸ばす

指導において考慮する点を,「自由性のある過程と，問題の共有過程の２つの視点」「知識を構成する問いは何かを考慮する」「子どもの個性を生かす」「教師自身が問い直してみることで，どんな問いや問題を持とうとするかを理解し，どんな支援をすればよいかが見えてくる」とした。また長谷川(1998)は今後の課題として,「視点のもち方を分析し，問いと問題の関係をより詳細に捉えたい」とした。

そこで本研究では,練り上げ学習の中で,学習者それぞれが共通の「問い」を明らかにしていく中で，解決の視点のもち方を今までの足場の考え方で分析することにする。また，それにより今までの研究で見られてきた足場に含まれないものが現れると筆者は考える。例えば，授業の中で「なんでそうなるの？」という素朴な「問い」を足場にすることで，課題の本質に近付くことができるといえる。

４．先行研究と本研究での「練り上げ」

これまでの足場についての研究を見てくると，大きく分けて二種類の足場研究に分けられる。

一方の研究は，教師がある型に学習者を向かわせる漏斗タイプの研究である。Wood et al.(1976)は，教師が学習者は何もできないと捉えていたため，そのような考えであったといえる。確かに現在の授業中でも，このような授業は存在する。一つの型を知ることでその他の考えを排除して突き進む授業である。例えば分数のわり算は，除数を逆数にしてかけることで答が出ることだけを伝え，問題が解けることを最優先に考えている。しかし実際の授業はそればかりではない。

Anghileri(2006)は，三つの水準を挙げ，まずは環境整備，次に討論の仕方，最後に概念的思考で,最初の二つは教師が主導し，ある型に結び付けようとしている。最も重要なのが概念的思考の開発である。概念的思考の開発では教師と学習者が相互理解を示す機会を引き起こすことで開発途上の概念上の考えを明確に述べられるとした。ここで学習者との相互作用が強調されているが，ここでも最後は教師がその相互作用を指導する立場に立っており，漏斗型に近いといえる。このような学習の形は，日本でいわれる学習者自身が授業を構築していく練り上げ学習のところまでは至っていない。

また Pape et al.(2003)の研究では，もう一つの足場研究として，SRL の考えを前面に押し出し，足場を個の学習の中で捉えている。これは学習者自身が方略を見つけるためには自己規制が必要であり，そのため，数学だけでなく社会文化のモデルとして自己制御を捉えている。個人が行う学習として，すべてをしているようであるが，教師は個々の学生に対して正確に識別した支援をしている。したがって学習者自身が立てる足場もあるが，結局自分ではできないときに教師が立てる足場がそこにも存在している。

以上のように今までの研究から，足場を考える上では，教師が型にはめる指導と個の学習，それぞれの立場での足場の在り方は確認されてきた。特に Anghileri(2006)は三つの水準の中で足場には階層があり，その階層を上げていく中で学習者との関係がより強まっていくと読み取ることができる。練り上げ学習では学習者が学級という集団の一員という自覚を持って課題に取り組むという日本独特の形態であり，そこには階層は存在しない。

また，練り上げ学習は形態として集団で課題に取り組んでいる。したがって相互作用として捉えることができる。相互作用によって，一つ一つの課題について集団で考えをまとめ上げていく際，課題に対しての

「問い」や他者が答えた際の疑問を「問い」として，新たな考えを形成していく。その考えを形成していく過程での「問い」を練り上げ学習での一つ目の足場として捉えていく。どのような場合にその足場が生まれ，解消されていくのかも合わせて明らかにする。

また,集団として課題解決に取り組むが,学習者一人一人が自分自身の課題として捉えることもできる。学習者一人で解くことは Pape et al.(2003)が捉えた個の学習に近いが，その周りにいる学級内の他者と個が相互作用を起こすことがあるため，授業では全くの個別学習が行われることは少ない。例えば，その個人(発言者や熟考者等)に対して，教師や周りの学習者が言動を示すことがある。その過程での教師や周りの学習者の言動を練り上げ学習における二つ目の足場として捉えていく。

さらに,Anghileri(2006)の研究から，練り上げ学習を三つ目の水準「概念的思考の開発」の上に成り立っていると捉える。その水準を，概念的思考を働かせる中で，学習者自身の思考の中から数学的概念を生み出すこととし，その見つかったものを三つ目の足場と捉える。その集団の中でその足場がどのように生かされていくかを明らかにする。しかし学習者自身が見つけたものには誤りもある。その誤りも足場として捉え，その足場を崩すかどうかも学習者自身に考えさせるのが練り上げ学習の大きな特徴の一つと筆者は捉える。

しかし学習者自身が考えることで，かなり大きな責任を学習者に持たせることになる。その場合は教師の判断で，必要に応じて指導に当たる。そのような場合とはどのような場合なのかも明らかにする。

これらの三つの足場を中心にして，練り上げ学習を見ていき，この学習を引き起こす要因を明らかにする。

５．事例にみる「足場」の実態と想定プロトコル

事例は平成23年11月～平成24年2月までの間，新潟県公立小学校3年の算数の授業を毎週1回程度，参与観察した中で見られたものである。

5.1　巻尺の問題

(1)事例

課題;巻尺の示された長さをｍと㎝で表す。

正答６ｍ65㎝に対して

Ｃ：65ｃ（と書く）

Ｔ：ｍがないね。

Ｃ：６５ｍ（と書く）

Ｔ：ｍに気付いたことをほめる。

　　でも長すぎるよね。

Ｃ：65㎝（と書く）

Ｔ：もっと長くない？

Ｃ：50㎝（と書く）

Ｔ：それじゃ短くなっちゃうよ。

Ｃ：65㎝（と書く。元に戻る）

Ｔ：それだと前に書いたのと同じだよ。

Ｃ：６ｍ50㎝（と書く）

Ｔ：おしいね。

Ｃ：６ｍ65㎝（と書く）

この教師と学習者との相互作用は，一対一である。この中でも，足場は存在する。はじめ単位に目をつけ，次に長さの大きさに，さらに答えの妥当性や今までの解答を足場に組んでいる。この足場を利用して，正答にたどり着いている。しかし，これは学習者を答えに誘導している足場と考えることもできる。この研究で考える足場とは，学習者自身がなぜいけないのかを判断したりすることを教師に預けるのではなく，自分自身に持てるようにしたい。

だから，今回のような場合に教師は次のようにふるまうことを想定する。

(2)想定プロトコル

課題;巻尺の示された長さをｍと㎝で表す。

正答６m65 ㎝に対して

Ｃ：65ｃ（と書く）

Ｔ:65ｃって,どういうことか説明して。

Ｃ：65 センチだと思って書きました。

Ｔ：それだとメートルがないけど，それでいいのか，もう一度問題をよく読んで考えてみよう。

Ｃ：あっ，そうだ。ｍと㎝で書くんだった。

Ｔ：そうだね，問題をよく見ると分かるね。

Ｃ：6m65 ㎝（と書く）

このように，教師が答えに導くのではなく，その間に学習者が再度問題を見るという足場を入れることで，子ども自身で何が違うのかを判断するようにすることが必要になる。

また会話「あっ，そうだ。ｍと㎝で書くんだった」を介することで，学習者の考えを把握することができる。発言がないと，教師は学習者の考えを今までの経験を基に足場を組んで対応することになる。しかし反応が見えることによって，学習者の考えをより知ることができ，その学習者に合った足場であったか判断することができるようになる。

5.2　かさの問題

(1)事例

課題；数直線に表したかさ 1.2ｄＬの説明。

Ｔ：1.2ｄＬを説明できる人？

Ｃ１：ここが１ｄＬだから…。

Ｔ：付け足しできる人？

Ｃ２：１ｄＬを越えて，0 の所から 2 の場所。

Ｔ：まだ説明できる人？

Ｃ３：0.1 が 10 個あり，もう 2 個あるから。

Ｔ:全部で 0.1 が 12 個あるということだね。

この相互作用は，教師と学習者(学級)の間で行われる。この中では数直線という課題を足場の中心においている。そのため，それを見ながら，お互いの意見を交流することができている。今回は教師と学習者は直接交流をしているが，学習者同士の直接の相互作用はない。ただ教師が「付け足し」という言葉を足場として使い，お互いの意見を間接的に相互作用させようとした。そこでＣ２は教師の言葉を受けて「１ｄＬを越えて」という言葉を使い，Ｃ１の考えを足場に自分の意見を述べている。しかしＣ３はＣ１やＣ２の考えとは違う 0.1 が何個分という見方で答えているため，相互作用は起きていない。練り上げの形で考えると次のような相互作用が想定される。

(2)想定プロトコル

課題；数直線に表したかさ 1.2ｄＬの説明。

Ｔ：1.2ｄＬを説明できる人？

Ｃ１：ここが１ｄＬだから…。

Ｔ：付け足しできる人？

Ｃ２：１ｄＬを越えて，0 の所から 2 の場所。

Ｔ：2 の場所って，どこのことかな？だれか説明できる人？

Ｃ３：１ｄＬは 0.1ｄＬが 10 個分で，さらに 0.1ｄＬが 2 個なので，1.2ｄＬになります。

Ｔ：0.1ｄＬが１２個で，1.2ｄＬになるんだね。

Ｃ２の言葉を教師が聞いたときに,「まだ説明できる人」ではなく,「2 の場所って，どこのことかな」と教師が知らないふりを

することで，前の人（C2）の考えを足場として利用し，説明することができている。そのため，教師がただ聞くという姿勢ではなく，お互いに相互作用をさせるという意識で行うことで，意見を積み上げていくことができるようになる。言い換えれば，教師は意見の調整役になりながら，指導者の立場でも討論の場に存在している。

また最後の教師の言葉は，考えを集約して述べている。しかし，この想定ではまだ学習者が最後の討論を引き起こすまでには至っていない。それよりも教師の指導が強い。練り上げ学習が進んだクラスであれば，最後の教師の言葉を他の学習者が言うことができるようになるといえる。

5.3　□を使った式の想定プロトコル

図や言葉の式を基に，分からない数を□として加法の式に表し，□にあてはまる数の求め方を考える。

課題；□　＋　300　＝　900 という式から，□の求め方を考える。

Ｔ：みんな□の求め方は分かりましたか？

Ｃ(全)：はい。

Ｔ：それでは，求め方を発表してもらいましょう。

Ｃ１：いろいろな数をあてはめていきました。

Ｃ２：どんな数からですか？

Ｃ１：100 からです。100,200,300,400,500 としていき，600 が当てはまりました。

Ｔ：100 から順に入れていったんだね。似たような考えだった人はいますか？

Ｃ３：答えが 900 で，式に 300 とあるから，500 から始めました。500,600 として，600 が当てはまりました。

Ｔ：2 回で見つかったんだね。500 からスタートしたからよかったんだね。こういうのを「およその考え」と言います。

Ｃ４：およその考えか？

Ｃ５：およその考えなら，700 から減らしてもいいね。700，600 と 2 回でできるね。

Ｔ：今，思いついたの？すごいね。Ｃ３の考えを使ったのだね。

Ｃ６：私は図で考えました。図で考えて，およその考えを使って，500,600 として，600 が当てはまりました。

Ｃ３：図を使っただけで，僕の考えと同じだ。

Ｔ：そうだね。図を使っても，□に入れる数を考えるときはおよその考えがよいのかな？

Ｃ３：およその考えって，よさそうだね。

Ｔ：およその考え以外で考えた人はいますか。

Ｃ７：Ｃ６と同じで，図を使いました。それで，およその数ではなく，ひき算をしました。

Ｃ８：なんで，ひき算？

Ｃ９：たし算の形で考えるんじゃないの？

Ｔ：みんな聞きたいことがいっぱいありそうなので，何でひき算にしたのか説明してください。

Ｃ７：合わせて 900 になって，片方が 300 だから，（全体）-（片方）＝(残り）で，900-300＝600 になりました。

Ｔ：ひき算の意味は分かりましたか？

Ｃ８：なんとなくわかったけど…

C10：まだよく分かりません。

Ｔ：だれか，Ｃ７に付け足しできる人はいますか。

C11：□＋300＝900 は難しいから，□＋３＝９だったら分かるので，それで考えると，3 にいくつをた

したら９になると考えると，
9－3＝6 だから，600 になったと思います。

Ｔ：今のよく分かりましたか？先生はあんまりよく分からなかったんだけど…。

Ｃ10：だって，小さい数で説明してくれたから，ひき算の意味がよく分かりました。

Ｃ12：９に０を二つつけたのが900だから。

Ｔ：他の人はいいですか？

Ｃ13：90－30＝60 でも同じだよ。900 や 300 から０を１個取った形だから。

Ｔ：よく分かりました。

Ｔ：それでどれが一番よい考えですかね。

Ｃ８：およその考えがあるとひき算を確かめることができるからいいと思います。

Ｃ３：僕もそう思います。

Ｔ：そうだね。およその考えがあると，どの考えも説明できそうだからよさそうですね。

Ｃ７：でも，ひき算なら１回で終わるからいいと思います。

Ｔ：そうだね。

Ｃ８：先生，およその数とひき算のどっちがいいんですか？

Ｔ：どっちもいいと思うけど，みんなはどうなの？

Ｃ９：でも，やっぱりひき算の形も大切だけど，およその数がないと確かめができないので，およその数がいいと思います。

Ｃ２：賛成です。

Ｃ(全)：それで，いいと思います。

Ｔ：それじゃ，このクラスではこういう□を使った式の場合は，まずおよその数を考えて，そのあとひき算や図を見て考えるとよいことにしたいと思います。

Ｃ２の「どんな数からですか」は，教師が疑問を投げかけるよりも，討論に進むことができる表れといえる。討論の規範が育った上で，自由討論の雰囲気が練り上げ学習には必要である。その効果が C2 の発言に見られる。T の「およその考えと言います」と 見つけ方に学習者に分かりやすい名前を付けています。C5 の「およその考えなら…」はおよその考えを自分なりに言い換えて発表していることになる。それに対して教師が「すごいね」とほめることにより，考えを言い換えることは大事な考えであるということをまわりの学習者に伝えていることになる。そのあと C3 は何度も自分の考えと比べた発言(僕の考えと同じだ，およその考えってよさそうだね)をしている。これは自分自身の考えに確信を持ち始めた傾向とうかがえる。C8C9 のひき算に対する抵抗感は「□を使った式」での形を崩してはいけないという規範が働いている。そこでそこを打開するために，教師はなぜひき算にしたのか発言者（C7）に確認している。さらにまだわからない学習者がいる場合には新たな説明者（C11）を求めている。教師が出てきて「この考えはこうである」とまとめてしまうのではなく，学習者の考えを教師が優先していることが見られる。さらに，それで教師は「先生よく分からないんだけど…」と聞いている。これは，教師は理解しているが，学習者が本当にわかっているのかを確認の意味でわざとこのような質問の仕方をしている C12，C13 の説明を聞き，教師は納得する姿（「よく分かりました」）を学習者に見せている。それは学習者にとっても理解の確認が取れた瞬間ともいえるのである。また，そのひき算が受け入れられたあと，教師は「どれが一番よい考えですか」と聞いている。ここは意見が出尽く

した後で，学習者にとってはどれもよい考えのはずである。したがって学習者には優劣をつけることは難しい課題である。しかしここであえて聞いているのは，教師の意図が含まれている。もちろんどの考えも解けたという点ではよいが，これからの学習ではどれを使っていったらよいか示す必要がある。そこでこの質問をしている。それに対して，C8 のように「およその考えがよい」という考えと C7 のように「ひき算が良い」という考えが出てくる。ここで C8 は教師に答を求めているが，教師は「どっちもいいと思うけど，みんなはどうなの？」とここで結論をいわずに，学習者に最後の場面を預けている。ここが 6.2(2)の教師が考えを引き取るのではない場面である。C9 がまとめの意見を言うことで，それでクラスが納得することができている。最後に教師が今までの考えをまとめている。この最後の場面は，教師がまとめているように見えるが，C9 の意見を受けて言い換えをしていることに過ぎない。しかし学習者にしたら，やはり教師の言葉が最後に来ることで理解しなければならないという規範が働いているのかもしれないと考える必要もある。

６．考察

6.3 の想定プロトコルより，□を使った式のよさを教師ではなく，学習者に求めている。これは□を使った式という課題に対して，教師が疑問に答えるという形ではなく，学習者が答えている。これはこの考えを形成していく上での大事な問いである「どれが一番よい考えですか」がこの授業での考えを整理する上で重要であり，ここに第一の足場がある。

また自分自身の課題として捉えるために必要な足場として,「自由討論」の形がある。そこまでには支援の一つである学習規範の存在が前提である。したがって，今までの授業の積み重ねの中で，人の話の聞き方などの規範を指導しておく。その上で，自由に発言できるという環境が第一であり，Anghileri(2006)の第一水準がここにあたる。さらにその自由討論によって，学習が進んでいくため，C4「およその考えか」や C9「たし算の形で考えるんじゃないの」という言葉が第二の足場といえる。自分も今考えていることが他者によって明らかになることで，自分の考えを確かなものにしていくことができている。

最後に,Anghileri(2006)の第３の水準であるが，この想定プロトコルでは教師は討論に介入するポイントはもっとあるがそれをしていない。例えば，C8 が「何でひき算？」と C7 の意見を聞いて発言している。教師が主導する討論であれば，真っ先に教師が「なぜ、ひき算にするんですか」と聞くところである。しかしそれをしていない。それは学習者自身に疑問点を挙げてもらうことで，学級の集団として新たな討論のポイントという足場ができ，その妥当性を教師が見つけるのではなく，自分たちで見つけるんだという学習者の考えが含まれているといえる。

しかしこの場面も，ただ疑問に思ったらつぶやいただけのレベルであれば，教師が授業の舞台には載せなければ，授業では展開にはならない。今回は想定として，その言葉を足場として討論が進んだ。これが第三の水準で学習者に討論を委ねた学習を組んでいることこそが第三の水準を違う角度から見る第一歩であると筆者は考える。

７．まとめと今後の課題

本研究では先行研究から見えた足場から，その教師にとっての有用性が挙げられる。しかし教師だけではなく，学習者にとって足場の有効性を含めて授業を見ることはできないかと，想定プロトコル等から解釈し

たことを挙げ，論を組み立てた。

練り上げ学習という学習の中には，今までの研究で明らかになったことも含まれている。それに加えて，今回指摘した考えをまとめていくときの足場や，個人に働きかける他者(教師以外も含む)の足場を見つけることはできた。それらの足場が“練り上げ”学習を引き起こす要因の一部と捉えることができた。しかし第三の水準を新たな視点で見ることができる足場はまだ明らかにされていない。この三つ目の足場を明らかにすることで，さらに練り上げ学習を引き起こす要因を特定することができる。

そこで実際の授業を組み立て実践することで，その水準があるのかを明らかにし，想定プロトコルで見えた足場が実際の授業でも見られるのかを，今後の課題として取り組んでいく。

[引用・参考文献]

Wood, D., Bruner, J. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17*, 89-100.

Anghileri, J. (2006) Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of mathematics Teacher Education, 9*, 33-52.

Pape, S., Bell, C & Yetkin, I. (2003) Developing mathematical thinking and self-regulated learning : A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 53*, 179-202.

関口靖広(1995)　数学の教授・学習過程における Scaffolding，学校数学の改善―Do Math の指導と学習，古藤怜先生古稀記念論文編集委員会，166－182.

熊谷光一(1995)　子供が問題を見いだし定式化する算数の授業の実現のために，学校数学の改善―Do Math の指導と学習，古藤怜先生古稀記念論文編集委員会，242－254.

James W, Stigler & James Hiebert(2002) 日本の算数・数学教育に学べ　米国が注目する Jugyou kenkyuu(湊三郎訳)，教育出版

長谷川薫(1998)　算数の授業における問題の共有に関する研究，上越数学教育研究，13，93－102.

山田耕世(2010)　子どもが見通しをもつためのScaffoldingの研究，新潟大学教育学部数学教室，数学教育研究，45，95－108.

清水祐子(2009)　Scaffolding の考えを取り入れた支援による問い方の発達の様相，上越数学教育研究，24，65－74.