上越数学教育研究，第28号，上越教育大学数学教室，2013年，pp.119-130.

対数のよさを実感する対数学習に関する再考察

ー学習指導要領と教科書の変遷をもとにー

後藤　竜太
上越教育大学大学院修士課程２年

1. はじめに

現在高等学校で教えられている対数は「一般に，a＞0，a≠1 のとき，任意の正の数 M に対して，$M=a^X$ となる X の値 p がただ１つ定まる。この値を，a を底とする M の対数といい，$\log_a M$ で表す。」(『新編数学Ⅱ』，2012，p.158)のように指数関数の逆演算として定義されている。これから対数の性質などを導き，それらを対数に関する計算問題に利用している。しかし，現在使用されている教科書の内容を見ると，例えば，$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$ などの対数の性質の学習では，対数の性質に対して指数法則を利用して証明し，与えられた対数に対して対数の性質などを形式的にあてはめて計算するような問題を提示するだけで学習が終わっている。そのため，対数のよさを実感しにくい生徒が少なからずいるのではないかと考えた。

また，現在の対数学習では対数表を用いた対数計算は扱われていない。かつて対数計算は計算機が普及するまでの重要な計算手段であり，学校教育でも計算手段として重視されていた。かつて対数計算が学校教育でも行われていたことは社会における必要性であった。片野善一郎(1995)は「対数計算は計算技術としての価値はなくなったといえる。しかし，数学教育の素材としての価値が失われたわけではない。」と述べている。このことから筆者は社会における対数の必要性と価値が失われた今，数学教育としての対数教材の価値を見直す必要が生じると考えた。

このような課題意識のもと，筆者は生徒が対数のよさを実感するために，対数のよさに焦点を当てて，現在の対数学習の指導系統を見直し，生徒が対数のよさを実感するような対数学習の確立を目指し，研究を進めてきた。

後藤(2012a)では，対数の歴史的展開を概観することで，対数のよさを明らかにするための手がかりを掴むことができた。また，現行の教科書の分析を基に，現在の対数学習の特徴と問題点について考察し，それらを踏まえて対数学習の改善点について明らかにした。

後藤(2012b)では，対数の歴史的展開を考察することで，「対数表において，数の掛け算を対数の和に変換できる」，「小さな数で大きな数を扱える，または大きな数で小さな数を扱える」，「多くの数学と関連付けて教えることのできる」という対数のよさについて明らかにした。そして，明らかにした対数のよさと後藤(2012a)で考察した現在の対数学習の特徴と問題点を踏まえて，「数学史を利用した対数学習」，「対数と身近な事象を関連付けた対数学習」，「指数関数と独立して対数を教える対数学習」とい

う対数のよさを実感する対数学習について明らかにし，その具体例を示した。

しかし，後藤(2012b)において明らかにした対数のよさを実感する対数学習によって，明らかにした対数のよさが本当に伝えられるのか，現在の数学教育にその対数学習を位置づけることができるのかという検証がまだできていない。そのために，過去の学習指導要領や教科書を分析し，これまでの対数学習について考察し，それを踏まえて現在の数学教育への位置づけという視点で，対数のよさを実感する対数学習について考察を深めたい。

本稿の目的は，対数のよさを実感する対数学習について，過去の学習指導要領や教科書の分析を基に現在の数学教育への位置づけという視点を加えて再考察することである。

2. 対数学習の変遷について

本節では，対数学習の変遷について，戦後直後から現在までの学習指導要領における対数学習に関する目標と内容を基に考察する。分析の対象となる学習指導要領は1951年告示，1956年告示，1960年告示，1970年告示，1978年告示，1989年告示，1999年告示，2009年告示のものである。以下にそれぞれの学習指導要領における対数学習に関する目標と内容を示し，それに対する考察を述べる。

(1) 1951年(昭和26年)告示

解析Ⅰ「Ⅷ 数計算を能率よくすること」

A. 目標

1. 対数を用いて，能率的に数の計算をする能力をうる。
2. 対数がどんな原理に基づいてつくられたかを理解する。
3. いろいろな計算の能率化のくふうのよさを知る。

B. 内容

1. 指数の拡張，および対数の意味
   - a. 具体的な数の計算をもとにして，指数の規約が指数法則をいつもなりたたせるように決めてあることを理解する。
   - b. 指数法則を用いて，計算を能率的にするようにくふうすること。
   - c. 対数の意味と対数計算の原理を明らかにすること。およびその有用なことを知ること。
2. 対数計算
   - a. 常用対数表の用い方を理解すること。および，10を底にとることが便利であることを明らかにすること。
   - b. 対数を用いて，日常生活や科学の研究に必要な諸計算を能率的にすること。
   - c. 計算尺の原理を明らかにし，その使い方に慣れること。
3. 計算図表その他のくふう。
   - a. 対数目盛を用いた方眼紙によって函数関係を単純化して表わすこと。
   - b. 簡単な計算図表について，その原理や使用法を明らかにすること。

解析Ⅱ「Ⅳ 関数の概念を拡張し，完成すること」

A. 目標

2. 初等的な関数の性質を用いる能力を伸ばす。

B. 内容

2. 解析Ⅰで学習した初等的な函数の性質のまとめと発展
   - b. 比例関係は，対数目盛を用いると，直線で表されること。
   - e. 指数函数もまた単調に変化する函数であり，複利の計算など，日常の場面によく現れるものであること。
   - f. 対数函数もまた単調に変化するこ

とを認めること。指数函数と逆の
関係にあることを明らかにすること

この年の学習指導要領で示された対数学習について考察する。対数学習は解析Ⅰ，解析Ⅱという科目の中に位置づけられている。解析Ⅰにおける対数学習は，対数を用いた数計算が重視されていたことが読み取れる。解析Ⅰにおける対数学習の「B. 内容」から，解析Ⅰにおける対数学習の流れは対数の意味と対数計算の原理を明らかにした上で，対数表の使い方を学習し，対数を用いた数計算を行っていたことが読み取れる。また,「計算尺」や「対数目盛を用いた方眼紙」,「計算図表」も対数学習の内容として位置づけられている。対数計算の中に計算尺が位置づけられており,「計算尺の原理を明らかにし，その使い方に慣れること」という表現から，計算尺を用いて数計算を行っていたことが読み取れる。ここには示されていないが，解析Ⅰにおける対数学習についての「C. 用語」の中に「比例部分の原理」,「指標」,「仮数」という表現が書かれていることから，これらも対数学習の中に位置づけられていたことが読み取れる。解析Ⅱにおける対数学習は対数関数の特徴に関する学習がなされていたことが読み取れる。

⑵ 1956年(昭和31年)告示
数学Ⅰ「d. 対数」
A. 目標
形式不易の原理に基づく指数拡張の考え方を通して，累乗のひとつの逆演算として対数を導入し，代数的な演算がすべて可逆になるようにする。また対数計算に慣れさせることによって，代数的な考え方を深める。
B. 内容
1. 指数拡張の原理と，対数の意味とを明らかにする。
2. いろいろな底の場合も，常用対数に帰着させることができることを明らかにする。
3. 常用対数を用いる計算法を扱う。
4. 比例部分の原理を扱う。
5. 計算尺の原理を明らかにし，その使用法にふれる。

数学Ⅱ「b. 函数とそのグラフ」
A. 目標
「数学Ⅰ」で扱った函数や，三次函数・簡単な分数函数・無理函数および指数函数・対数函数について，函数値の増減のもよう，式の形，グラフの概形等についての特徴をまとめる。その際に，無限大や極限の考えを導入し，これによって上記の特徴をとらえる方法を明らかにする。
B. 内容
2. 簡単な底についての指数函数・対数函数の増減のもようおよびこれらが互に他の逆函数であることを明らかにする。

この年の学習指導要領で示された対数学習について考察する。対数学習はこの年の学習指導要領から「数学Ⅰ」,「数学Ⅱ」という科目の中に位置づけられている。「解析Ⅰ」における内容が「数学Ⅰ」に,「解析Ⅱ」における内容が「数学Ⅱ」にそのまま移ったような形になったことが読み取れる。そして，この年の学習指導要領で示された対数学習に関する目標や内容，本稿では述べられていないが「用語と記号」の部分を見ると,「計算図表」,「対数目盛を用いた方眼紙」という表現が書かれていない。このことから,「計算図表」,「対数目盛を用いた方眼紙」に関する学習内容がこの年の学習指導要領において削減された可能性がある。

(3) 1960 年(昭和 35 年)告示
数学Ⅰ「(3) 関数とそのグラフ」
A. 目標
関数の概念の理解を深め，初等的な関数について, その関数の特徴を明らかにする。
B. 内容
ウ 指数関数
(ア) 指数の拡張
(イ) 簡単な底の指数関数
エ 対数関数
(ア) 対数
(イ) 指数関数と対数関数との関係
(ウ) 対数計算，計算尺の原理

次に，この年の学習指導要領で示された対数学習について考察する。この年の学習指導要領から，対数学習は「数学Ⅰ」という科目の中に位置づけられている。これまで対数学習は 2 つの科目に分けられていたが，この年の学習指導要領では，1 つの科目に統一して対数に関する内容を教える形となったといえる。さらに，数学Ⅰにおける対数学習の「A. 目標」の「関数の概念の理解を深め，初等的な関数について，その関数の特徴を明らかにする」という表現から，関数に関する内容を重視した対数学習に移行しつつあることが読み取れる。そして，この年の学習指導要領で示された対数学習に関する目標や内容，本稿では述べられていないが「用語と記号」の部分を見ると,「比例部分」という表現が書かれていない。このことから,「比例部分」に関する学習内容がこの学習指導要領において削減された可能性がある。

(4) 1970 年(昭和 45 年)告示
数学Ⅰ「B. 解析 (2) 簡単な関数」
A. 目標
二次関数など簡単な関数の特徴について理解させる。
B. 内容
イ 指数関数，対数関数の意味

次に，1970 年(昭和 45 年)告示の学習指導要領で示された対数学習について考察する。対数学習は前回と同様「数学Ⅰ」という科目の中に位置づけられている。この年の学習指導要領で示された対数学習の内容も関数を重視した内容であるといえる。この年の学習指導要領の対数学習に関する目標と内容の部分は簡潔に書かれていて詳細はわからないが，この年の学習指導要領における対数学習の「内容の取扱い」について「対数計算は取り扱わないものとする」と記載されていることから，この年の学習指導要領では対数計算に関する内容が削減されたといえる。

(5) 1978 年(昭和 53 年)告示
数学Ⅱ「(5) いろいろな関数」
A. 目標
「数学Ⅰ」における二次関数，簡単な分数関数・無理関数の学習に続いて，指数関数，対数関数，三角関数についてその特徴をとらえさせ，関数の概念についての理解を一層深める。
B. 内容
ア 指数関数
イ 対数関数

基礎解析「(2) 関数」
A. 目標
数列や指数関数，対数関数及び三角関数について理解させるとともに，微分法・積分法の基礎的な考えを理解させ，簡単な整関数の範囲でそれらを活用する能力を養う。
B. 内容
ア 指数関数
イ 対数関数

(6)1989年(平成元年)告示
数学Ⅱ「(1) いろいろな関数」
A. 目標
「数学Ⅰ」に続く内容として，指数関数や三角関数,図形と方程式及び関数の値の変化について理解させ，基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り，事象を数学的に考察し処理する能力を育てる。
B. 内容
ア 指数関数
(ア) 指数の拡張
(イ) 指数関数
(ウ) 対数関数

(7)1999年(平成11年)告示
数学Ⅱ「(3) いろいろな関数」
A. 目標
三角関数，指数関数及び対数関数について理解し，関数についての理解を深め，それらを具体的な事象の考察に活用できるようにする。
B. 内容
イ 指数関数と対数関数
(ア) 指数の拡張
(イ) 指数関数
(ウ) 対数関数

(8)2009年(平成21年)告示
数学Ⅱ「(3) 指数関数・対数関数」
A. 目標
指数関数及び対数関数について理解し，それらを事象の考察に活用できるようにする。
B. 内容
イ 対数関数
(ア) 対数
(イ) 対数関数とそのグラフ

最後に，1970年(昭和45年)告示以降の学習指導要領で示された対数学習について考察する。対数学習は1970年(昭和45年)告示の学習指導要領において、選択科目である「基礎解析」と基礎解析における内容を精選した「数学Ⅱ」の中に位置づけられているが，1989年(平成元年)告示の学習指導要領以降では,「数学Ⅱ」という科目の中に位置づけられている。それぞれの対数学習の内容は前回の学習指導要領で示された対数学習と同様，関数を重視した内容であるといえる。それぞれの学習指導要領における対数学習の「内容の取扱い」について「対数計算は取り扱わないものとする」と記載されていることから，1970年(昭和45年)告示以降の学習指導要領で示された対数学習において対数計算は扱われていないことがわかる。

以上のことから，現在の対数学習は過去の対数学習と比べて内容が大幅に削減され,精選されたものになっていることがいえる。また，対数学習の重点は学習指導要領の改定により，対数計算から関数へと変わっていったことも読み取れる。しかし，対数のよさという視点で考えてみると，削減された学習内容の中には対数のよさを実感するものがあったのではないか。その対数のよさを実感できる内容が削減されたために,現在の対数学習が形式的に公式を当てはめて計算するといった，対数の真の理解に至っていない学習になっていると考える。つまり，対数のよさを実感する対数学習によって，対数を本当の意味で理解することができると考える。削減された内容から，対数のよさを見いだし，対数のよさを実感する対数学習として，現在の数学教育に位置づけることができれば，対数を本当の意味で理解することができると考える。そこで,次節では削減された内容から対数のよさを見いだせるかどうかを探るために，過去の教科書を見ていく。

表１：対数学習の変遷
(筆者による)

		昭26 (1951)	昭30 (1955)	昭35 (1960)	昭45 (1970)	昭53 (1978)	平1 (1989)	平11 (1999)	平21 (2009)
学習内容	対数の定義とその意味	解析Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ⅱ 基礎解析	数学Ⅱ	数学Ⅱ	数学Ⅱ
	対数の性質	解析Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ⅱ 基礎解析	数学Ⅱ	数学Ⅱ	数学Ⅱ
	対数関数のグラフとその特徴	解析Ⅱ	数学Ⅱ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ⅱ 基礎解析	数学Ⅱ	数学Ⅱ	数学Ⅱ
	常用対数	解析Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ	数学Ⅱ 基礎解析	数学Ⅱ	数学Ⅱ	数学Ⅱ
	対数計算	解析Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ					
	計算尺の原理とその使用法	解析Ｉ	数学Ｉ	数学Ｉ					
	対数方眼紙の利用	解析Ｉ							

また，対数学習の変遷についてまとめると，表 1 のようになる。「常用対数」に関する学習内容は「常用対数表を用いた対数と真数の求め方」,「指標と仮数の性質」,「比例部分の法則」と分けられる。これらの内容は 1970 年告示の学習指導要領で示された対数学習から，学習内容として扱われなくなったが，常用対数表の見方や 2^{30} などの桁数の多い数の桁数を求める学習が扱われるようになった。「対数計算」とは常用対数表や対数の性質を用いて，複雑な乗除計算などの方法についての学習である。

3.　過去の教科書から見る対数のよさ

本節では，削減された内容から対数のよさを見いだせるかどうかを探るために，過去の教科書を見ていく。対数学習の変遷について，これまでの対数学習は学習指導要領が改定されるにつれて，学習内容が削減され，精選されていったことがいえる。よって,『解析Ｉ』における対数学習は他の科目での対数学習よりも学習内容が豊富であったことがいえる。よって,『解析Ｉ』における対数学習の内容が記載された教科書を分析し,『解析Ｉ』における対数学習の特徴について明らかにする。そして,『解析Ｉ』における対数学習の内容から見いだせる対数のよさについて, 後藤(2012b)で明らかにした対数のよさと比較して考察する。

3.１　『解析Ｉ』における対数学習の特徴

『解析Ｉ』における対数学習の内容が記載された教科書は全部で 11 冊ある。その中で分析に使用した教科書は 9 冊である。『解析Ｉ』における対数学習の内容は大まかに分けると，以下の 7 つに分けることができる。

1. 対数の定義とその意味
2. 対数の性質
3. 対数関数のグラフとその特徴
4. 対数表
5. 対数計算
6. 計算尺
7. 対数方眼紙

「対数の意味」では，対数を定義し，指数と対数の関係について学習する。それぞ

れの教科書において，対数の導入の仕方に違いが見られた。

「対数の性質」では，$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ などの対数の性質があることを示し，その証明方法や与えられた対数が対数の性質を用いて表せることを学習する。　「対数関数のグラフとその特徴」では，対数関数の特徴や指数関数と対数関数のグラフの関係について学習する。

「対数表」では，常用対数の特徴，指標と仮数の性質，比例部分の原理を基に対数表の使い方について学習する。

「対数計算」では，「対数の性質」や「対数表」を基に複雑な乗除，累乗・累乗根の計算方法を学習する。

「計算尺」では，計算尺の構造と原理について学習したことを踏まえて，計算尺を用いた乗除，累乗・累乗根，比例式の計算方法を学習する。練習問題では，計算尺の原理に関する問題や計算尺を用いて複雑な乗除，累乗・累乗根，比例式の計算問題が出題されている。

「対数方眼紙」では，対数尺を用いて，数量関係を簡単な図形として捉える方法として，片対数方眼紙や両対数方眼紙の原理やそれらの紙に描いたグラフの特徴について学習する。練習問題では，対数方眼紙に描いたグラフがなぜ直線になるかを考えさせる問題や，与えられた関数のグラフを対数方眼紙に描かせる問題などが出題されている。

3.2　対数のよさ

『解析Ⅰ』における対数学習の内容から見出せる対数のよさについて，後藤(2012b)で明らかにした対数のよさと関連させながら考察する。

『解析Ⅰ』における対数学習の内容から見出せる対数のよさについて，次の 3 つを見いだすことができた。

① 複雑な乗除などの計算が対数の和や差などに帰着されることで容易になる
② 対数尺を用いることで，複雑な乗除計算などが容易になる
③ 対数尺を用いることで，数量関係を単純化して表せる

①について考察する。①は削減された内容の中で対数計算，計算尺の学習から見出すことができる。例えば，$1.632 \times 3.465 = X$ とおき，X を求めるとする。両辺の常用対数をとると，$\log_{10} 1.632 + \log_{10} 3.465 = \log_{10} X$ となる。$\log_{10} 1.632$，$\log_{10} 3.465$ の値を対数表や比例部分を用いて求め，$\log_{10} X$ を求める。X となる数を対数表や比例部分を用いて求める。つまり，複雑な乗除計算などが対数の和や差などに帰着されることで容易になることがわかる。計算尺は 2 つの対数尺の目盛を合わせることで，複雑な乗除計算などが容易になる。

②について考察する。②は削減された内容の中で計算尺の学習から見出すことができる。図 1 のように 1，2，3，……，X の対数に比例する点に 1，2，3，……，X と目盛った目盛，つまり基点から $\log_{10} X$ の所に X と目盛った目盛のことを対数目盛という。図 1 は対数尺という対数目盛を刻んだものさしである。

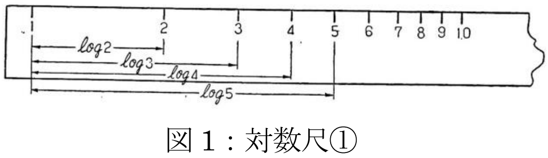

図 1：対数尺①
（清水辰次郎ら，1951，p.136）

対数尺を 2 つ使い，対数尺をすべらせてそれぞれの対数尺の目盛を合わせることで，複雑な乗除計算などが容易にできるようにしたのが計算尺である。

例えば，2×3 という計算について計算尺

を用いると，図 1 で基点が目盛 1 であるから，一方の対数尺を固定して，もう一方の動かす対数尺の基点の目盛 1 を，固定した対数尺の目盛 2 の位置に合わせる。固定した対数尺における基点から目盛 2 までの距離は $\log_{10}2$，動かす対数尺における基点から目盛 3 までの距離は $\log_{10}3$ であるから，固定した対数尺における基点から $\log_{10}2+\log_{10}3$ の距離にあたる目盛を読むと，6 とわかる。つまり，対数尺を用いることで，複雑な乗除計算などが容易になることがわかる。

　③について考察する。③は削減された内容の中で対数方眼紙の学習から見出すことができる。対数尺を利用したものに図 3 のような対数方眼紙がある。

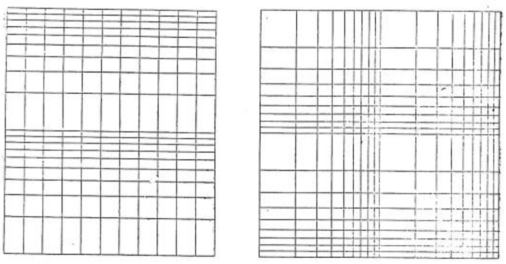

図 2：対数方眼紙
（菅原正巳，1951，p.254）

図 3 の左図は縦軸が対数目盛である片対数方眼紙，右図は縦軸，横軸がともに対数目盛である両対数方眼紙である。一般に，関数 $Y=c\cdot a^X$ のグラフを片対数方眼紙や両対数方眼紙で表すと，直線になる。実際，両対数方眼紙に関数 $Y=c\cdot a^X$ のグラフを描くと，縦軸，横軸がともに対数目盛であるから，$Y=c\cdot a^X$ の両辺に常用対数をとると，$\log_{10}Y=\log_{10}c+X\cdot\log_{10}a$ となる。$\log_{10}Y=V$ とおくと，傾きが $\log_{10}a$，切片が $\log_{10}c$ の比例のグラフとなる。つまり，対数尺を用いることで，数量関係を単純化して表せることがわかる。

4.　対数のよさを実感する対数学習の再考察

本節では，これまでの対数学習の変遷とこれまでの対数学習において削減された学習内容から見出した対数のよさを基に，対数のよさを実感する対数学習について数学教育への位置づけという視点を加えて再考察し，その具体例を示す。

4.1 と 4.2 については，後藤(2012b)で明らかにしたが，本稿ではどのような場面で生かされるのかについて考察を深めていく。4.3 と 4.4 については，本稿で新しく提示するものである。

4.1 等差数列と等比数列の対応表を用いた学習

表 2 は $Y=2^X$ において，X に－6 から 12 までの整数を与えて Y の値を求めたものである。筆者はこの表 2 のように等差数列と等比数列の対応表の中に見られる仕組みを考えさせる学習は対数の導入や対数の性質の理解に有効であると考える。

表 2：等差数列と等比数列の対応表
（近藤基吉ら，1953，p.225）

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y=2^x$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

　例えば，この表 2 のみを用いて 32×128 を考えさせるとする。まずは，下の欄 Y の値 32, 128 に対応する上の欄 X の値を求めさせる。32，128 に対応する上の欄 X の値はそれぞれ 5，7 である。次に，5 と 7 の和を求めさせる，5＋7＝12 である。さらに，上の欄 X の値 12 に対応する下の欄 Y の値を求めさせる。12 に対応する下の欄 Y の値は 4096 である。つまり，Y の間の乗法は X の間の加法に帰着されることがわかる。また，上欄の数 X は，2 を底とする下欄の

数Yの対数である。つまり，この表で指数1，2，3，4，……は2を底とした2，4，8，16，……の対数であり，それぞれ$\log_2 2$，$\log_2 4$，$\log_2 8$，$\log_2 16$，……で表される。そして，32×128と同様の計算を行わせ，表1に見える仕組みとは何かを考えさせる。つまり，下の欄Yの値の乗法はYに対応する上の欄Xの値，つまりYの対数の和に帰着されることを実感するだろう。これは，「複雑な乗除計算などが対数の和や差などに帰着されることで容易になる」という対数のよさである。また，表2の中に見られる仕組みは対数の発明者Napierが対数表を作るアイディアであったから，対数表とのつながりをもつことができる。

このような表を用いて，表の中に見られる仕組みを考えさせる学習活動によって，表の中に見られる仕組みを理解し，$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$という対数の性質の理解に役立つと考える。同様に，$\log_a(M/N)=\log_a M-\log_a N$，$\log_a M^n=n\cdot\log_a M$など，他の対数の性質の理解にも役立つと考える。また，対数を考えるきっかけにもなると考える。よって，このような表を用いた学習は対数の導入や対数の性質を学習する場面に位置づけることができると考える。

4.2 常用対数表を用いた学習

現在の対数学習において，常用対数表に関する学習は常用対数表の見方について説明し，与えられた常用対数の値を常用対数表を用いて求める学習のみであり，常用対数表は教材として有効に利用されていないといえる。筆者は常用対数表の中に見られる仕組みを考えさせる学習は対数の性質の理解に有効であると考える。

表3は教科書の巻末にある1.00から9.99まで，0.01ごとの数について，その常用対数を，小数第5位以下を四捨五入して，第4位までを求めたものである。

表3：常用対数表(一部)
(大矢雅則ら，2007，巻末)

数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396

例えば，1.63×2.54のような計算を考えさせるとする。このとき，対数表のみを用いてこの計算を考えさせる。まずは，1.63，2.54の常用対数$\log_{10}1.63$，$\log_{10}2.54$を常用対数表から求めさせる。すると，$\log_{10}1.63=0.2122$，$\log_{10}2.54=0.4048$である。次に，$\log_{10}1.63$と$\log_{10}2.54$の和を求めさせる。$\log_{10}1.63+\log_{10}2.54=0.2122+0.4048=0.6170$となる。さらに，0.6170に対応する数を求めさせる。0.6170に対応する数は4.14であり，$\log_{10}4.14=0.6170$である。そ

して，実際 1.63×2.54 の計算を筆算で計算させる。実際，1.63×2.54＝4.1402 である。そして，1.63×2.54 と同様の計算を行わせ，常用対数表に見られる仕組みとは何かを考えさせる。多少誤差はあるが，このような活動を通して，数の乗法が対数の和に変換されることを実感するだろう。これは，「複雑な乗除計算などが対数の和や差などに帰着されることで容易になる」という対数のよさである。また，常用対数表の中に見られる仕組み意味を考えさせることは当時の対数の必要性について考えることにもつながるので，対数に対する理解が深まると考える。

このように常用対数表を用いて常用対数表の中に見られる仕組みを考えさせる学習活動によって，常用対数表の中に見られる仕組みを理解し， $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$ という対数の性質の理解に役立つと考える。同様に，$\log_a (M/N) = \log_a M - \log_a N$，$\log_a M^n = n \cdot \log_a M$ など，他の対数の性質の理解にも役立つと考える。よって，このような常用対数表を用いた学習は対数の性質の学習に位置づけることができると考える。

4.3 対数尺を用いた学習

例えば，図 3 のように目盛が 1，2，3，7，10 のみが与えられた対数尺とコンパスを用いて 4，5，6，8，9 の目盛の位置を求めさせるとする。4 の目盛の位置を求めるとする。

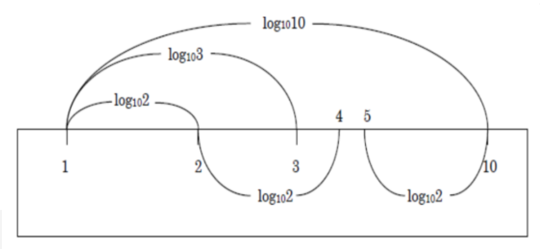

図 3：対数尺②
（筆者による）

4 の目盛の位置を求めるためには，対数の性質を利用する。4 の常用対数をとると，$\log_{10}4 = \log_{10}(2 \times 2) = \log_{10}2 + \log_{10}2$ である。コンパスを用いて，コンパスの両端を目盛の 1 と 2 に合わせると，コンパスの幅は図 2 のように $\log_{10}2$ となる。また，この $\log_{10}2$ の長さを目盛 2 から右方に測りとれば，測りとった点は 2×2 で 4 である。

目盛 5 の位置を求めるためには，$\log_{10}2$ の長さを目盛 10 から左方に測りとれば，10/2＝5 が得られる。理由は図 2 から明らかであろう。目盛 8，9 についても同様である。目盛の位置を求めるためには対数の性質を利用することが必要となってくる。

さらに，このような対数尺を 2 つ作らせ，例えば 2×7 のような乗除計算をさせるとする。計算尺を用いると，図 2 で基点が目盛 1 であるから，一方の対数尺を固定して，もう一方の動かす対数尺の基点の目盛 1 を，固定した対数尺の目盛 2 の位置に合わせる。固定した対数尺における基点から目盛 2 までの距離は $\log_{10}2$，動かす対数尺における基点から目盛 7 までの距離は $\log_{10}7$ であるから，固定した対数尺における基点から $\log_{10}2 + \log_{10}7$ の距離にあたる目盛を読むと，14 とわかる。つまり，「対数尺を用いることで，複雑な乗除計算などが容易になる」対数のよさを実感することができる。

このような対数尺の目盛の位置を求める学習活動によって，対数の性質の理解を深めるのに役立つと考える。対数尺の目盛の位置を求めるためには，対数の性質を利用することが必要となるからである。また，対数尺を用いることで，それぞれの常用対数の大きさを長さとして視覚的，感覚的に捉えやすくなる。さらに，このような対数尺を 2 つ作れば，計算尺となり，簡単な乗法や除法の計算を行うことで，対数の有用性を実感させることにもつながると考える。よって，このような対数尺を用いた学習は

対数の性質の理解を深める学習として位置づけることができると考える。

4.4 対数方眼紙を用いた学習

例えば，表4のように，バクテリアの細胞分裂において，バクテリアの分裂回数Xに対するバクテリアの個数Yの値を示した表を与え，バクテリアが12回分裂したときのバクテリアの個数を求めさせるとする。

表4：バクテリアの細胞分裂における分裂回数とその個数
(筆者による)

分裂回数X	1	4	6	9	10
個数Y	2	16	64	512	1024

まず，両対数方眼紙に表の値をとり，グラフを描かせる。そのグラフは直線となり，そのグラフからバクテリアが12回分裂したときのバクテリアの個数を読み取ると，4096個とわかる。

次に，バクテリアの分裂回数Xとそれに対する個数Yの関係式を求めさせる。その関係式はグラフから$Y=2^X$とわかる。

さらに，曲線である$Y=2^X$のグラフがなぜ直線になるのかを考えさせる。その理由は，この両対数方眼紙の縦軸，横軸がともに対数目盛をとっているからである。実際，$Y=2^X$の両辺の常用対数をとると，$\log_{10}Y=X\cdot\log_{10}2$となる。$\log_{10}Y=V$とおくと，$V=\log_{10}2\cdot X$となり，原点を通り，傾きが$\log_{10}2$の比例のグラフとなる。一般に，関数$Y=c\cdot a^X$のグラフを片対数方眼紙や両対数方眼紙で描くと，そのグラフは直線になる。

このような対数方眼紙を用いて，$Y=c\cdot a^X$の関係になる事象について考察したり，対数方眼紙に表したグラフがなぜ直線になるかを考えさせる学習活動によって，対数に対する理解が深まったり，対数の有用性を実感するのに有効であると考える。それは対数方眼紙に描いたグラフが直線になることで，$Y=c\cdot a^X$で表される事象の関係が明らかになるからである。これが「対数尺を用いることで数量関係を単純化して表せる」という対数のよさである。よって，このような対数方眼紙を用いた学習は，対数の応用として位置づけることができると考える。

5. まとめと今後の課題

本稿の目的は対数のよさを実感する対数学習について，過去の学習指導要領や教科書の分析を基に，現在の数学教育への位置づけという視点を加えて再考察することであった。

これまでの対数学習の変遷を見ると，これまでの対数学習は学習指導要領が改定されるにつれて，学習内容が削減され，精選されていったことがいえる。このことから，対数のよさを実感できる内容が削減されたために，現在の対数学習が形式的に公式を当てはめて計算するといった，対数の真の理解に至っていない学習になっているといえる。現在の対数学習では，「2^{30}のような桁数の多い数の桁数を求めることができる」対数のよさしか実感することができない。

しかし，削減された内容には，「複雑な乗除などの計算が対数の和や差に置き換えられることで容易になる」，「対数尺を用いることで，複雑な乗除計算などが容易になる」，「対数尺を用いることで，数量関係を単純化して表せる」対数のよさを実感するものがあった。つまり，対数のよさを実感できる内容が削減されたために，現在の対数学習は形式的に公式を当てはめて計算するといった，対数の真の理解に至っていない学習になっているのであり，第4節で示した対数のよさを実感する対数学習によって，

対数を真の意味で理解することができるのである。本稿では，現在の数学教育に位置づけられる可能性を示すことができたが，明らかにした対数のよさを実感する対数学習によって，生徒が対数のよさを実感することができるかどうかについては，今後検証していきたい。

今後の課題は，高校生に対してアンケート調査を行い，その結果を分析することにより，生徒が現在の対数学習に対して抱える問題点を明らかにしていくことである。その上で，本稿で明らかにした対数のよさを実感する対数学習を現在の数学教育へ位置づける方策をさらに探究していきたい。

【引用・参考文献】

大阪府教育センター
http://www.osaka-c.ed.jp/kak/karikenweb/newpage/koumoku2.htm

中等学校教科書(1948)，『解析篇(1)』，中等学校教科書.

田島一郎(1950)，『高等学校解析 1』，好学社.

清水辰次郎ら(1951)，『解析 1　下』，三省堂出版.

菅原正巳(1951)，『解析 1』，大日本図書.

文部省(1951)，『中学校高等学校学習指導要領数学科編（試案）』，中部図書.

小林善一(1952)，『高等学校解析 1』，昇龍堂.

数学学習指導研究会(1952)，『高等学校数学解析 1』，中教出版.

近藤基吉ら(1953)，『解析 1』，日本書院.

鍋島信太郎ら(1954)，『解析 1』，池田教科書出版.

福原満洲雄(1954)，『数学の教室　解析 1 下』，実教出版.

矢野健太郎(1955)，『数学 1 代数編』，好学社.

文部省(1956)，『高等学校学習指導要領数学科編』，好学社.

文部省(1960)，『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

功力金二郎ら(1966)，『改訂版 高等学校数学 1』，数研出版.

文部省(1970)，『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省(1978)，『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省(1979)，『高等学校学習指導要領解説数学編理数編』，実教出版.

文部省(1988)，『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局.

文部省(1988)，『高等学校学習指導要領解説数学編理数編』，実教出版.

文部省(1999)，『高等学校学習指導要領』，国立印刷局.

文部科学省(2009)，『高等学校学習指導要領』，実教出版.

文部科学省(2009)，『高等学校学習指導要領解説数学編理数編』，実教出版.

後藤竜太(2012a)，『対数教材の指導系統の改善に関する考察－対数のよさを実感する学習を志向して－』，上越数学教育研究，第 27 号，pp.151－158.

後藤竜太(2012b)，『対数のよさを実感する対数学習に関する考察』，第 45 回数学教育論文発表会論文集，日本数学教育学会，pp.203－208.