

## 分数の除法における意味理解の様相と指導改善に関する研究

原田 望

上越教育大学大学院修士課程 2年

### 1. はじめに

小学校算数科の「数と計算」領域では、数の世界が整数から小数、そして分数へと拡張されていく。四則演算についても、加法減法から乗法除法へと意味が拡張されていく。これらの中でも、特に指導が難しいとされている単元が「分数の除法」に関わる単元である。その原因として、分数と除法のそれぞれに多様な概念が存在し、それらが密接に関わっているということが挙げられる。分数について言えば、分数自身が量的な意味を表すものと、操作的な意味を表すものが存在する。この二つの区別は、分数が扱われる状況によって異なる。このように複雑な意味や種類のある分数を用いて除法を行うことは、児童にとって複雑な計算になることは明らかである。

筆者の小学校時代の授業を思い返すと、「÷分数」は「×逆数」にして計算すればよいということを覚えて、後はひたすら練習問題を解いて、その計算方法を身につけたということしか記憶に残っていない。「なぜ分数の除法は逆数にして掛ければよいのか」、「そもそも分数で割るといことはどういう意味なのか」といった、分数の除法における意味については全く答えられないが、分数の除法の計算はできるという状態である。

このように、分数の除法の指導において、計算方法の定着だけが重視され、意味理解の指導が不十分になりがちである。

本研究は、分数と除法に関わる概念に着目して、分数の除法における意味理解とは何かを考察し、児童の分数の除法における意味理解を確実なものとする指導を目指すことを目的としている。

### 2. 分数と除法に関する概念整理

ここでは、分数と除法に関する概念について、小学校学習指導要領解説算数編(2008)の記述と、先行研究の分析を基に概念整理を行っている。

#### 2.1. 分数の概念について

小学校学習指導要領解説算数編(2008)では、「分数は除法の商を表す」ことや、「分母と分子に同じ数字をかけてもわっても大きさは変わらない」、といった分数の性質が重要であると述べている。

石田(1985)の研究では、図 2.1 の例を基に、分数の持つ意味や種類を以下のようにまとめている。

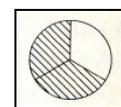


図 2.1

- ① 分割分数: あるもの、例えば図 1 の円を 3 つに等しく分けたときの 2 つ分の大きさを表す  $\frac{2}{3}$
- ② 操作分数: 演算子(operator)としての分数で、あるものを 3 つに等しく分けて、その 2 つ分をとる操作を表す  $\frac{2}{3}$

- ③ 量分数：何らかの量の大きさを表す $\frac{2}{3}$
- ④ 割合分数：2m の 3m に対する割合を表す $\frac{2}{3}$
- ⑤ 商分数：2 を 3 で割ったときの商を表す $\frac{2}{3}$
- ⑥ 数としての分数：有理数を表す分数

以上のように、分数には操作的な意味のものと量的な意味のものがあり、これらの分数が持つ意味や種類の多様性が、児童の分数の意味理解を困難にしていると、石田(1985)では述べられている。

## 2.2. 除法の概念について

除法に関する概念について、解説では、各学年の学習段階に伴って、意味の拡張が行われている。

第3学年では、除法には「ある数量を等分したときにできる一つ分の大きさを求める」場合の「等分除」と、「ある数量がもう一方の数量の幾つ分であるかを求める」場合の「包含除」という意味があることが述べられている。

第4学年では、除法には「除数と被除数に同じ数をかけてもわっても答えは変わらない」という性質があることが述べられている。

第5学年、および第6学年では、整数から小数・分数へと数の世界が拡張されていくにつれて、除法を割合によって意味づけしていくことが述べられている。

以上まで分数と除法に関する概念と各学年の学習段階について述べた。その中でも「分数は除法の商を表す」といった性質があるように、分数と除法は互いに関連し合っていることが分かる。次に、分数と除法の関連性について考察する。

## 3. 分数と除法の関連性について

分数と除法の間にはどのような関連性が

あるのか、Levin Weinberg(2001)の研究を基に考察した。その結果、分数と除法の両方に割合という概念が密接に関わっているということが分かった。田端(2002)および宮下(2008)の先行研究を基に、割合についても概念整理を行う。

### 3.1. Levin Weinberg(2001)の研究

Levin Weinberg(2001)の研究では、分数と除法の関連性について、どのようなものがあるかを考察し整理している。その結果、分数と除法の関連性を大別すると以下の四つに分けられる。

- ① 分数と除法の定義による関連性
- ② 分数と除法の記号体系による関連性
- ③  $\frac{N}{A}$ という分数と除法の表す状況(モデル)

による関連性

- ④ 分数と除法のアルゴリズムによる関連性
- これらの関連性の中でも、特に単位量当たりの大きさや、割合、によって分数と除法が密接に結びついていると述べられている。

### 3.2. 割合、倍、比、に関する先行研究

割合、倍、比については、田端(2002)と宮下(2008)の研究を基に、概念整理を行った。

田端(2002)では、割合を用いる立場として、比例関係を前提とした二組の数量関係を比較する場合から用語「割合」を用いることとし、さらに割合には、同種の量の割合と異種の量の割合の二つがあると述べられている。宮下(2008)では、倍、割合、比というものは、同じことの異なる言い回しであると述べられている。

分数の除法における意味理解とは何かを考える上で、分数と除法の両方に密接な関係のある割合という概念が重要であるということが予想できる。

次に、分数の除法における意味理解とは何かを明らかにするため、清水美憲(1995)、山

口ら(2004), 清水紀宏(2007)の研究を基に考察を深める。

#### 4. 分数の除法における意味理解について

##### 4.1. 分数の除法における意味理解に関する先行研究

清水美憲(1995)では, 分数の除法の問題解決過程には, 図 4.1 のように 3 段階のものがあるとされている。

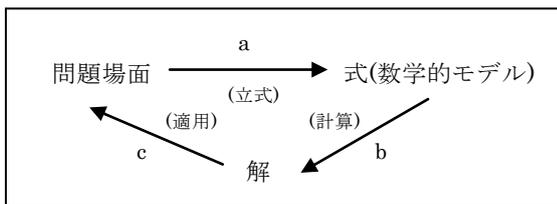


図 4.1 分数の除法における問題解決過程

- (a)問題文から分数の除法を立式する段階
  - (b)計算によって解を得る段階
  - (c)得られた解を問題場面に適用する段階
- という三つの段階である。

清水美憲(1995)では, 主に(b)の段階における児童の理解の様相を調査問題から明らかにしている。また, 児童に対する調査結果から, 立式段階には「分数の除法は現実世界に戻して考えることが難しい」という困難性があることが述べられている。本研究の最も考察したい点は, 立式段階における意味理解についてである。この段階の意味理解について, さらに山口ら(2004), 清水紀宏(2007)の研究を基に考察を深めた。

山口ら(2004)は, 分数の除法における意味理解には, 立式段階と計算段階の二つがあるとし, 現在の一般的な指導における問題点を挙げ, それに代わる新たな指導を考察している。右の表 4.1 が二つの指導を立式段階と計算段階という視点から

	比例的推論に基づく「÷分数」指導	対案に基づく「÷分数」指導
立式の指導	比例のスキーマ	比較のスキーマ
「×逆数」の指導	比例のスキーマ	分数や除法の性質に基づく演繹的推論

表 4.1

比較したものである。

山口ら(2004)において, 現在の一般的な指導は, 比例的推論に基づく「÷分数」指導というように置き換えられ, 立式段階と計算段階の両方において「比例」の考え方に基づきなされている指導であると述べられている。

「比例」の考え方だけでは, 分数の除法を立式することはできても, 「÷分数」を「×逆数」にするという計算方法には結びつきにくく, 立式と計算の乖離が起こる問題点があると述べられている。それに対し新たに提案された指導では, 立式段階においては「比較」の考えに基づいて指導し, 計算段階においては「分数の性質」および「除法の性質」に基づいた指導を行うことを提案している。

清水紀宏(2007)では, 分数の除法の意味づけには, 「量の世界」における意味づけと「数の世界」における意味づけの, 二つの意味づけがあるとし, この二つの意味づけに対する児童の理解の様相を調査研究から明らかにしている。

以上の先行研究の分析から, 分数の除法における意味理解には, 主に立式段階における意味理解と計算段階における意味理解の二つがあることが分かった。本研究で明らかにしたい意味理解は立式段階における意味理解である。

次に, 立式段階における意味理解について明らかにするため, 教科書にある分数の除法を立式させる文章問題にはどのようなものがあるのか, そして分数の除法を立式するにはどのような事が理解できていないといけないのか, という点に着目し, 教科書分析を行う。

#### 4.2. 分数の除法における意味理解の考察

##### 4.2.1. 立式段階における意味理解

教科書分析を行ったところ, 分数の除法を立式させる文章問題には, 大きく分けて以下の二種類があることが分かった。

○同種の量の倍関係を求める問題

(例)「青いテープが  $15/8\text{m}$ 、赤いテープが  $5/4\text{m}$  あります。赤いテープの長さは、青いテープの長さの何倍でしょう。」

○単位量当たりの大きさを求める問題

(例)「 $2/5\text{ m}^2$ のへいをぬるのに、青いペンキを  $3/4\text{dL}$ 使います。このペンキ  $1\text{dL}$ では何 $\text{m}^2$ ぬれるでしょう。」

前者の同種の量の倍関係を求める問題は、 $5/4(\text{m}) \div 15/8(\text{m})$ という計算で答えを求めることができ、計算の意味を包含除で捉えることができる。それに対し、後者の単位量当たりの大きさを求める問題では、 $2/5(\text{m}^2) \div 3/4(\text{dL})$ という計算で答えを求めることができるが、異種の2量をわる計算になり、等分除とも包含除とも捉えにくいものとなっている。これだけでは、「なぜ異種の2量をわることで単位量当たりの大きさが求められるのか」ということを説明できない。

そこで、この課題を解決するものが「分数と除法の結びつき」ではないかと筆者は考えた。次に、分数と除法の結びつきについて述べる。

#### 4.2.2. 分数と除法の結びつき

分数と除法の結びつきとは、「除法の商を分数で表す」や「割合分数：2量の割合を表す分数」といったような、分数と除法の概念とそれらの関連性からくるものである。2量と分数を結び付けているものが除法であり、本稿では、これらの結びつきを「分数と除法の結びつき」と呼んでいる。

したがって、「単位量当たりの大きさ」を「異種の2量の割合」と見ることができれば、なぜ異種の2量をわることで単位量当たりの大きさを求めることができるのかという課題に答えることができるのである。

児童が、この分数と除法の結びつきを理解して初めて、分数の除法における立式段

階の意味理解ができている状態だと考える。

これまで分数の除法における意味理解とは何かを述べた。しかし、実際の児童が分数の除法における意味理解を、確実なものとしている状態であるのかどうか、児童の意味理解の様相はまだ分かっていない。そこで、児童に対するアンケート調査を作成・実施し、分数の除法における児童の意味理解の様相を探った。

### 5. アンケート調査の結果と分析

これまでの先行研究で得た、分数の除法における意味理解の捉え方を基に、児童に対するアンケート調査を作成・実施し、その結果の分析を行った。アンケート調査の概要を次に述べる。

#### 5.1. アンケート調査の内容

児童に対するアンケート調査の概要は以下のとおりである。

学校：新潟県公立某小学校
日時：平成24年 10月16日、17日、18日
調査時間：約30分
対象：分数の除法が既習の小学校第6学年 78名(3クラス)
記録内容：児童によるアンケート調査用紙 への記入

アンケート調査は各個人で回答するものとし、周囲と相談しないように指示したものである。このアンケート調査は児童の分数の除法における意味理解の様相を、その回答から見るができる。

アンケート調査の内容については、質問(1)、(2)で「性別」および「算数が好きか嫌いか」を問っており、その後問題1と問題2を出題している。問題1は、地図上の距離と実際に歩いた距離の量関係を使った問題で、児童がどのように問題を解くかその傾向を探った。問

題 2 は、教科書の指導でもよく見られるペンキの塗れる面積と量を使った問題で、(1)と(2)でこの問題に対する二つの立式の例を提示している。そして、この二つの立式がどのように考えて答えを求めたのか児童に予想させ、考え方を記述させるという問題であった。

本論文では、児童の立式段階における意味理解の様相が最も明らかになると考えられる、問題 2 について紹介し、深く考察していく。

以下の図 5.1 が、実際の問題 2 の内容である。

2 次の文章を読んで質問に答えてください。  
太郎君と花子さんは次の問題の解き方を考えていました。

$\frac{2}{3}$ L(リットル)で5㎡のカベをぬれるペンキがあります。  
このペンキ2L(リットル)では、何㎡のカベがぬれるでしょう。

※以下は2人の答案用紙です。

〈太郎君の式〉

$$5 \div \frac{2}{3} = 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{15}{2} \times 2 = 15$$

太郎君  
答え 15 ㎡



〈花子さんの式〉

$$2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

$$5 \times 3 = 15$$

花子さん  
答え 15 ㎡



(1) 太郎君が行った計算を見てください。この計算から太郎君はどのように考えて答えを求めたのでしょうか。あなたの予想を次に書いてください。

太郎君の考え方 (予想)

まず、

次に、

だから、このペンキ2Lでぬれるカベの面積は15㎡になります。

(2) 花子さんが行った計算を見てください。この計算から花子さんはどのように考えて答えを求めたのでしょうか。あなたの予想を次に書いてください。

花子さんの考え方 (予想)

まず、

次に、

だから、このペンキ2Lでぬれるカベの面積は15㎡になります。

図 5.1 アンケート調査の問題

問題 2(1), (2)においては、与えられた太

郎君と花子さんの立式から、その考え方がどのようなものであったかを予想させることで、計算の意味をどれほど理解しているかを見ることを目的としていた。

問題 2(1)において、太郎君の計算の意味は、5㎡を $\frac{2}{3}$ Lで割ることで、1Lで塗れるペンキの面積を求めてから、それを2倍すれば2Lで塗れる面積を求められるという考え方である。

問題 2(2)において、花子さんの計算の意味は、 $\frac{2}{3}$ L : 5㎡ = 2L : □㎡というペンキの使う量と面積の比例関係を基に考え、2Lが $\frac{2}{3}$ Lの何倍になっているかを、 $2 \div \frac{2}{3}$ という式で求めてから、その倍関係を5㎡にかければ答えが求められるという考え方である。

## 5.2. アンケート調査の結果

問題 2(1), (2)で最も見たかった点は、「最初の計算で何を求めているのか」ということを、どれほどの児童が理解できているのか、また間違った考え方をしている場合は、どのように間違えているのか、ということである。まずはその理解の程度を図るために、児童の記述内容を分類化した。以下のように7パターンに分類化し、問題 2(1), (2)の記述に対応するように分けた。

ア. 最初の計算で、1Lで塗れる面積を求めたと記述されている。

- (1) 「まず、 $5 \div \frac{2}{3}$ という計算で、1Lで塗れるペンキの面積を求めた。」
- (2) 「まず、 $2 \div \frac{2}{3}$ という計算で、1Lで塗れるペンキの面積を求めた。」

イ. 最初の計算で1㎡の面積を塗るのに使うペンキの量を求めたと記述されている

- (1) 「まず、 $5 \div \frac{2}{3}$ という計算で1㎡の面積を塗るのに使うペンキの量を求めた。」
- (2) 「まず、 $2 \div \frac{2}{3}$ という計算で1㎡の面積を塗るのに使うペンキの量を求めた。」

ウ. 最初の計算で単位に着目して何を何で割ったのかが記述される。

- (1)「まず、 $5 \text{ m}^2$ を  $2/3\text{L}$  で割った。」
- (2)「まず、 $2\text{L}$ を  $2/3\text{L}$  で割った。」

エ. 最初の計算で、 $2$  量の倍関係および比例関係を求めたと記述されている。

- (1)「まず、 $5 \div 2/3$  という計算で  $5 \text{ m}^2$ が  $2/3\text{L}$ の何倍かを求めた。」
- (2)「まず、 $2 \div 2/3$  という計算で、 $2\text{L}$ が  $2/3\text{L}$ の何倍かを求めた。」

オ. その他

計算の意味について記述されているものの内、上記以外のもの

カ. 計算手順の説明のみ

- (1)「まず、 $5 \div 2/3$  をした。分数の割り算は逆数にしてかければいから、 $5 \div 2/3 = 5 \times 3/2 = 15/2$ になる。それを  $2$  倍して  $15$ 。」
- (2)「まず、 $2 \div 2/3$  をした。分数の割り算は逆数にしてかければいから、 $2 \div 2/3 = 2 \times 3/2 = 15/2$ になる。それを  $5$  にかけて  $15$ 。」

キ. 無回答

(ア)~(オ)までが計算の意味について記述している回答パターン、(カ)が計算手順のみを記述した回答パターン、(キ)は無回答である。問題 2(1)における正しい説明は(ア)としている。また、問題 2(2)における正しい説明は(エ)である。この結果をまとめたものが表 5.2 である。

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	計
問題 2(1)	19	19	9	0	6	14	11	78
問題 2(2)	10	3	10	<u>16</u>	9	14	16	78

表 5.2 アンケート調査の結果 問題 2(1), (2)

(※下線部は正答のもの)

### 5.3. アンケート調査の結果の分析

次に、各回答パターンの児童の記述内容を細かく分析し、児童の理解がどの程度のものなのか考察した。

#### (ア)の考え方をした児童について

(ア)の考え方は、上述したとおり問題 2(1)の正答であり、最初の計算で「ペンキ  $1\text{L}$  当たりで塗れる面積」を求めていることが理解できている。問題 2(1)でこの回答をした児童は  $19$  名であった。それに対し、問題 2(2)では、この考え方は誤答であるにもかかわらず、 $10$  名の児童がこの考え方を記述している。被除数と除数の単位に着目すれば、単位量当たりの大きさを求めている計算ではないと理解できるはずである。この  $10$  名における共通点として、問題 2(1)で(イ)の回答をしていることである。問題 2(1)における(イ)の回答は、太郎君は最初の計算で、「 $1 \text{ m}^2$ の面積を塗るのに使うペンキの量」を求めたと考えている回答である。つまり、太郎君の考えと花子さんの考え方を対照的に考え、花子さんは「ペンキ  $1\text{L}$  当たりで塗れる面積」を求めていると考えているのである。太郎君と花子さんの考え方を並べて提示したために、こうした誤解をしてしまったと考えられる。しかし、いずれにしても、問題 2(1)において(イ)の考え方は誤答である。やはりこの回答をしてしまった  $10$  名の児童は、「除法の被除数と除数をどのような量にするかによって、求められる単位量当たりの大きさが異なる」ということが、十分に理解できていないと考えられる。

また、この考え方をした  $19$  名の内、問題 2(2)でも正答である(エ)の考え方をした児童は  $7$  名であった。つまり、その他の  $12$  名は、問題 2(1)のみ正答していたことになる。その  $12$  名の問題 2(2)での回答パターンについては、特に注目すべき共通点などは見当たらなかった。

### (イ)の考え方をした児童について

(イ)の考え方は、(ア)の考え方の分析の際に説明したとおり、最初の計算で「1 m<sup>2</sup>の面積を塗るのに使うペンキの量」を求めていると考えたものである。この考え方をした児童は、問題 2(1)では 19 名と比較的に多く、問題 2(2)では 3 名であった。やはり彼らは、「1 m<sup>2</sup>の面積を塗るのに使うペンキの量」を求める計算と、「ペンキ 1L 当たりで塗れる面積」を求める計算との区別が十分に理解できていない。つまり、「除法の被除数と除数をどのような量にするかによって、求められる単位量当たりの大きさが異なる」という除法の意味や性質が十分に理解できていないと考えられる。

### (ウ)の考え方をした児童について

(ウ)の考え方は、計算において被除数と除数の単位に着目しているものである。つまり、除法の計算が、何を何で割ったのかということは理解できているが、その計算によって得られた数が何を表しているのかについては記述がないため、太郎君および花子さんの考え方を十分に理解しているとは判断できない。この考え方をした児童は、問題 2(1)では 9 名いた。これらの児童の理解の程度を探るために、問題 1 における回答パターンと、問題 2(3)における記述から推測したところ、問題 1 において、単位量当たりの大きさを求める考え方をを用いて正答しているものが 1 名、問題 2(3)において、「ペンキ 1L 当たりで塗れる面積を求めるから」という記述をしている児童が 1 名いた。よってこの 2 名は、問題 2(1)において、最初の計算が何を求めているものなのかを理解できていると考えられる。他の 8 名の児童は、問題 1 において単位量当たりの大きさを求める計算をしていたが、被除数と除数を誤って計算していた。そのためこの 8 名の児童は、何を求めているのかということが十分に理解できていると

は考えにくい。

一方、問題 2(2)でこの考え方をした児童は 10 名いた。しかし、他の記述から理解の程度を把握することはできなかった。

### (エ)の考え方をした児童について

(エ)の考え方は、最初の計算が 2 量の倍関係を求めていると考えたものであり、問題 2(2)における正答である。この考え方をした児童は、問題 2(1)においては 0 名、問題 2(2)においては 16 名であった。この考え方は教科書の指導ではあまり見られないものであり、アンケート調査を行った学級でも、このような解き方は指導していないようであった。それにもかかわらず、この考え方を理解して説明できている児童が 16 名いたということは重大な結果である。分数の除法において、倍関係を求める計算の方が、単位量当たりの大きさを求める計算よりも、問題内容がシンプルで、演算決定も比較的容易であると考えられる。また、この考え方をした 16 名の内、問題 2(1)でも(ア)の考え方をして正答していた児童は 7 名で、問題 2(2)のみ正答していた児童は 9 名いた。つまり、問題 2(1)において、単位量当たりの大きさを求める計算を十分に理解できていなかった 9 名の児童でも、この考え方を理解できたということになる。この結果から、分数の除法の指導において、単位量当たりの大きさを求める考え方を指導するだけでなく、倍関係を求める考え方も並行して指導することの重要性があると考える。

### (オ)の考え方をした児童について

(オ)の考え方は、(ア)~(エ)までの考え方に当てはまらなかったものを、「その他」の考え方としたものであり、問題 2(1)においては 6 名、問題 2(2)においては 9 名いた。この考え方で多かったものは、最初の計算が「5/3L で塗れる面積を求めた」や「5 m<sup>2</sup>に 5/3L の

ペンキを塗った」などといった記述であり、問題文の意味を理解できていなかったと考えられる。また、これらの児童の大半は、問題 1 においても正しい考え方をを用いて正答を得ることができていなかった。

#### (カ)の考え方をした児童について

(カ)の考え方は、計算の意味については全く記述がなく、計算の手順や計算方法を説明しただけのものであった。つまり、問題に提示された計算を、もう一度書き写したようなものである。問題 2(1)においては 14 名、問題 2(2)においても 14 名いた。このような児童が存在してしまった原因は、問題文の発問が「どのように考えて答えを求めたのでしょうか」というように曖昧であり、必ず「計算の意味」を記述させるようなものになっていなかったということが考えられる。

(キ)は無回答のもので、問題 2(1)においては 11 名、問題 2(2)においては 16 名いた。

調査問題 2(1)、(2)を通して、計算の意味に触れていなかった児童も含めて、ほとんどの児童が、「÷分数」は「×逆数」にすればよいということを正しく利用することができていた。このことから、児童の計算段階における意味理解は十分なものであったと言える。しかし、立式段階においては、児童の意味理解は不十分なものであった。

単位量当たりの大きさを求める調査問題 2(1)での正答者は 19 名、同種の 2 量の倍関係を求める調査問題 2(2)での正答者は 16 名であり、どちらも 3 割にも満たない正答率であった。単位量当たりの大きさを求める考え方は、授業の中で既に習っている知識であるにもかかわらず、19 名しか正答できなかったことは問題視すべき点である。それに対し、同種の 2 量の倍関係を求める考え方は、授業の中で習っていない考え方であるにもかかわらず、16 名の正答者がいた。このことから、問題文から分数の除法を立式するうえで、

児童が理解しやすい考え方は、同種の 2 量の倍関係を求める場合であるということが考えられる。

もう一つ注目すべき点は、被除数にすべき量と除数にすべき量を取り違えて認識している児童が多かったということである。

単位量当たりの大きさを求める計算で、被除数にすべき量と除数にすべき量を取り違えて認識していた児童は 19 名いた。これに対し、同種の量の倍関係を求める計算では、被除数にすべき量と除数にすべき量を取り違えて認識していた児童は 13 名であり、比較的少なかった。この二つの差は、分数と除法の結びつきの差を示すものと考えられる。

#### 5.4. アンケート調査の結果の分析から見られる現在の指導の問題点

2 量の倍関係を求める場合、除法を使うことは比較的容易であり、「分数÷分数」の意味は包含除で説明できる。これに対し、単位量当たりの大きさを求める場合では、「分数÷分数」の意味理解は容易ではない。単位量当たりの大きさは、異種の 2 量の割合であり、分数はこれを一つの量として表すものである。ここに分数と除法の結びつきの意味理解が関わっている。異種の 2 量の除法の意味理解は、分数の概念、除法の概念、分数と除法の結びつきにも関わるもので、児童にとって計算の意味はかなり複雑なものであると考えられる。

アンケート調査の結果の分析から、単位量当たりの大きさを求める問題において、除数にすべき量と被除数にすべき量を取り違えて認識している児童が多いということが分かった。この結果から、現在の分数の除法の指導は、分数と除法の結びつきの意味理解についての確認が十分にされていないという問題点があると考えられる。

次章では、この現在の指導の問題点を改善し、分数の除法における児童の意味理解が確

実となるような指導を考察し提案している。

## 6. 分数の除法における児童の意味理解を確実なものとする指導の提案

この問題点を改善するための指導として本研究では、単位量当たりの大きさを求める問題において、ただ単位量当たりの大きさを求める計算の仕方を教えるのではなく、計算の意味を包含除で捉えられる「同種の量の倍関係」を求める考え方と並行して指導することを提案している。先にも述べたように、単位量当たりの大きさとはい、言い換えれば異種の2量の割合である。例として、以下のような四つの量関係を示しながら説明する。

使うペンキの量(L)	A	A'
塗れる面積(m <sup>2</sup> )	a	a'

この四つの量関係において、同種の量とは、AとA' およびaとa' であり、この表において言えば横の関係である。それに対し、異種の量とは、AとaおよびA' とa' であり、縦の関係である。アンケート調査からも明らかになったように、この二つの量関係において児童が理解しやすいのは、同種の2量の倍関係であり横の関係であると考えられる。これは倍関係なので何倍という値が求められ、除法の概念が重要である。しかし、縦の関係は、異種の2量の割合であり、除法で求めた2量の関係を、一つの量として分数で表すことができる。ここには、除法の概念だけでなく、分数の概念および分数と除法の結びつきが必要になってくる。このように縦と横の二つの視点から量関係を見ていくことで、単位量当たりの大きさが「異種の2量の割合」であるということに気付きやすく、より単位量当たりの大きさの理解が深まると考える。

## 7. 研究のまとめと今後の課題

### 7.1. 研究のまとめ

本研究は、分数の除法における意味理解と

は何か、児童の分数の除法における意味理解を確実なものとする指導はどのようなものかということについて、調査等を実施し考察を深めてきた。

まずその解決の糸口として、分数と除法に関わる概念に着目し、整理を行った。その中で、分数と除法の間には様々な関連性があること、そして、割合という概念が分数の除法における意味理解において重要な概念であるということを示してきた。

さらに、清水美憲(1995)、山口ら(2004)、清水紀宏(2007)の先行研究を分析し、教科書分析を行うことで、分数の除法における意味理解について、様々な知見を得ることができた。以下の3点にまとめることができる。

- (1)分数の除法における意味理解には、立式段階における意味理解と、計算段階における意味理解の二つがある。
- (2)立式段階の意味理解は、問題文の内容によって計算の意味が異なり、主に単位量当たりの大きさを求める問題に関わるものと、同種の量の倍関係を求める問題に関わるものとに分けられる。
- (3)同種の量の倍関係を求める問題の場合は、計算の意味を包含除で捉えられるのに対し、単位量当たりの大きさを求める問題の場合は、単位量当たりの大きさを「異種の2量の割合」と見なければならず、「分数と除法の結びつき」に着目する必要がある。

そして、これらの研究成果を踏まえ、児童に対するアンケート調査を作成・実施し、児童の分数の除法における意味理解の様相と、そこから見える現在の分数の除法における指導の問題点を明らかにした。アンケート調査とその分析によって得られた結果は、次の3点にまとめることができる。

- (1)児童の立式段階における意味理解について、単位量当たりの大きさを求める問題の

場合に、除数にすべき量と被除数にすべき量を取り違えて認識している児童が多く、意味理解は不十分なものであった。

- (2)児童の立式段階における意味理解について、同種の量の倍関係を求める問題の場合、授業の中で習っていない考え方であるにもかかわらず、比較的多くの児童が正しく計算を説明することができていた。
- (3)現在の分数の除法における指導では、単位量当たりの大きさを求める計算を教える際での、「分数と除法の結びつき」の確認が不十分であると考えられる。

これらの研究成果を基に、児童の分数の除法における意味理解を確実なものとする指導とはどの余剰なものかを考察した。そして、単位量当たりの大きさを求める問題においても、同種の2量の倍関係を求める考え方と、単位量当たりの大きさを求める考え方を並行させて指導することを提案した。比例関係にある四つの量を、縦と横の関係から見ていくことで、単位量当たりの大きさというものが、異種の2量の割合であるということに気づきやすく、分数の除法における意味理解がより深まると考えたからである。

分数の除法に関わる領域は、分数と除法の概念、分数と除法の結びつき、さらに同種の量の倍関係や単位量当たりの大きさ、及び異種の2量の割合など、幾つもの概念や考え方が密接に絡み合っている単元であると言える。児童の分数の除法における意味理解を確実なものとするためには、これらの概念や考え方を、低学年の段階から丁寧に解きほぐしていくことが重要である。

## 7.2. 今後の課題

児童に対するアンケート調査では、児童の立式段階における意味理解の様相は探ることができたが、計算段階における意味理解の様相は、明らかにできたとは言えない。

今後の課題としては、計算段階の意味理解についても焦点を当てて、児童の理解の様相や、現在の指導の問題点を考察していくことである。そして、本研究の成果を実践の中で検証し、さらに分数の除法における意味理解を確実なものにしていくような指導を打ち立てていきたい。

### 【引用・参考文献】

Suzanne Levin Weinberg, (2001), *Is There A Connection Between Fractions and Division? ; Student's Inconsistent Responses*, Presentation for the Annual Meeting of the American Educational Research Association, (Seattle, WA 12 April, 2001).

文部科学省, (2008), 小学校学習指導要領解説算数編, 東洋館出版.

石田忠男, (1985), 分数小数の意味理解はなぜ難しいか, 算数教育, No.327.

田端輝彦, (2002), 同種の量の割合と異種の量の割合の指導順序に関する考察, 日本数学教育学会誌算数教育, 51-4, pp.22-29.

宮下英明, (2008), 「わり算」「割合」の概念整理, 日本数学教育学会誌算数教育, 57-2, pp.67-70.

清水美憲, (1995), 分数の除法に関する児童・生徒の認識:その硬直した「論理性」の問題, 日本数学教育学会誌, 数学教育学論究, 63, pp.3-26.

清水紀宏, (2007), 分数の除法の关系的理解に関する調査研究:「数の世界」における意味づけと「量の世界」における意味づけという視点からの考察, 数学教育論文発表会論文集, 40, pp.331-336.

山口武志・岩崎秀樹, (2004), 一般化分岐モデルに基づく分数除の教授・学習に関する研究, 日本数学教育学会誌, 数学教育学論究, 86, pp.3-25.