上越数学教育研究，第28号，上越教育大学数学教室，2013年，pp.131-140．

授業設計における教授学的状況理論の可能性と限界
～中学校図形領域の事例を通して～

中村　圭貴
上越教育大学大学院修士課程２年

1．はじめに
1.1 研究の背景と目的

筆者は修士論文に向けた研究の一環として，中学校図形領域の教材開発を進めてきた．そこでは，Brousseau（1997）による教授学的状況理論（以下，TDS と呼ぶ）を用いて授業を構想・設計し，実際に授業を行った．授業を設計するにあたって，理論はその方向性を示唆してくれる有用なものと感じたが，その一方で，実際にどのような授業内容にすればよいのかという具体的な点において TDS から明確な示唆が得られないことも少なくなかった．その際は，筆者の TDS の解釈や経験的なもの，個人的なアイディアに依拠した部分が少なからずあった．こうした教材開発の経験を通して筆者は，TDS が実際に授業設計のどの部分に寄与し，どの部分に寄与できなかったのかということに関心をもった．なぜならば，実際の教材開発の過程では様々なものが錯綜し必ずしも理論と実際の授業との関係が明確でないからである．

そこで本稿では，中学校図形領域における筆者の教材開発の過程をより詳細に振り返ることにより，授業設計における TDS の可能性と限界を明らかにすることを目的とする．この研究は次の二点において数学教育に貢献できると考える．第一に実践への貢献である．今回は図形領域に限るが，TDS の可能性と限界の明確化により，授業実践において TDS をより使いやすいものにできると考える．換言すれば，理論と実践との垣根を低くできると期待する．第二に研究への貢献である．数学教育学という学問の特徴の一つは，理論と実践の往還であると言われている（中原，1995）．しかし両者の実際の関係は必ずしも明確ではなく，今日，数学教育学の発展においてそのあり方が検討課題の一つとなっている（岩崎・中野, 2005; 岡崎, 2012）．本稿の研究により理論（TDS）と実践との関係をより具体的に示すことができれば，この研究課題を考察する上での資料提供となると考える．

1.2 研究の方法

本研究では，授業設計における TDS の可能性と限界を明らかにするにあたって，筆者が進めてきた中学校図形領域の教材開発の過程と実際の授業を分析することにより，授業のどの部分に TDS が反映され，どの部分に TDS が貢献できなかったのか，その際何に依拠したのかを考察する．

分析を進めるにあたって，まず，TDS の視点から授業に反映しようと当初考えていた「学習の要件」を明確にする．そして，それらが実際の授業のどの部分にどの程度反映されているのか明らかにする．その際，理論（TDS）と実際の授業の関係を直接検討するのではなく，両者の間の媒介物を考慮に入れる．それは，指導案に見られる授業である．今回の教材開発の過程では，TDS に依拠して指導案が作成された．指導案の授業の分析により，TDS が反映されている部分がより明確

に特定できると考える．ただ，実際の授業において，指導案の内容がすべて反映されることは少ない．実際の授業では様々な制約があり，想定外のことが起こる．そこで，授業を構想・設計する段階と，それをもとに授業を実施する段階に分けて，分析を進める．これにより，実際の授業で実現されたこと，されなかったことが，どの段階の制約によるものか明確にできると期待する．以上のことから，今回の分析の概要を図式化すると図 1 のようになる．

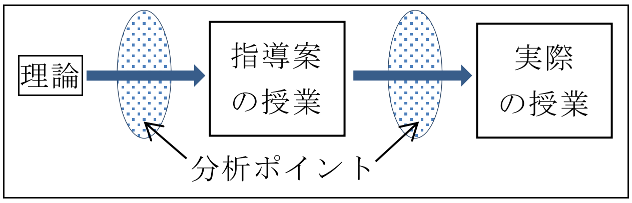

図 1　　2 つの分析の視点

したがって，大きく分けて 2 つの分析がある．第 1 に，TDS が指導案の授業のどの部分に反映されているか明らかにする．具体的には，指導案における授業の特徴的な点を取りあげ，どういった理由からそうした設計になったのか考察する．それは，TDS の学習の要件から導かれたものなのか，それとも他の要因から導かれたものなのか，などの検討である．

第 2 に，指導案の授業と実際の授業との関係を分析する．授業が指導案通りにいったのか否かを考察し，その結果を招いた要因を検討する．

そして，最後に上記の内容を踏まえ，理論（TDS）が実際の授業にどれだけ反映できたのかということを考察する．なお本稿では，紙面の都合上，一つ目の分析を主に報告する．

2．TDS から示唆される学習の要件

本稿で分析の対象とする授業は，中学校学習指導要領解説（文部科学省，2008）で述べられている数学的活動のように，生徒が主体的に新たな性質を見いだす活動を行うことを狙って構想・設計されたものである．授業の構想・設計には Brousseau（1997）による TDS を採用したが，その理由は大きく 2 つあった．1 つはこの理論が生徒の主体的な活動において自ら知識を獲得する条件に焦点を当てていること．もう 1 つは数学的知識の発生する一連の過程を異なった知識状態を考慮にいれて総合的に捉えていることである．以下では，TDS の概要を述べるとともに，これらの 2 点を伴う授業，つまり TDS の視点から学習が生じる授業が備える要件を明確にする．

2.1 TDS の概要

TDS は次の原理を学習の前提としている．「学習者は矛盾や困難，不均衡を生成する環境（ミリュー）に適応することで学習する」（Brousseau, 1997）．つまり，学習者は教師ではなく，ミリューに適応しながら学習するのである．この状況を図式化したものが図 2 である．宮川（2011a）によれば，この図は「生徒がミリューとの相互作用により自ら知識を獲得し，教師による働きかけが行われているものの，生徒にとってはあたかも教師が不在であるかのような状況」を示している．TDS では，このような状況を亜教授学的状況と呼ぶ．筆者は，教材開発の過程で，このような亜教授学的状況を設定することで，生徒の主体的活動を生じさせることができると考えた．

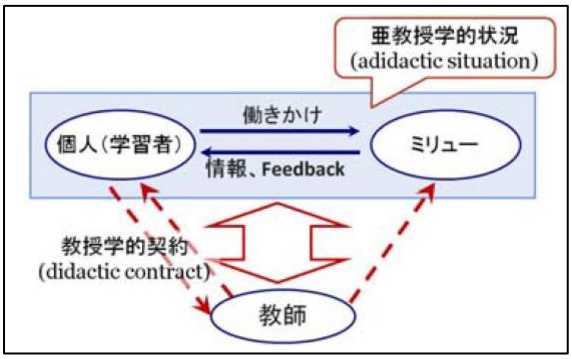

図 2　教授･学習過程のモデル（宮川, 2011b）

また TDS ではゲームのメタファがしばしば用いられる．授業や学習の状況において，生徒をプレイヤーに喩え，生徒は何らかのゲーム（課題など）に取り組んでいると捉える．そして，プレーヤーはそのゲームに勝つこと

を目的に行動する．ゲームのメタファを用いることで，生徒が実際に取り組んでいるものが何か，どれだけ主体的に活動しているのかを知る手掛かりとなる．そこで，本稿でもTDS に言及する際に，ゲームのメタファを用いる．

2.2 TDS から示唆される学習の要件

授業を設計する際に前提としたことは 2 点あった．それは亜教授学的状況を作り出すことと，知識の形成過程を実現させることである．以下では，この 2 点を生じさせるための，TDS から示唆される学習の要件を示す．これらは Brousseau（1997), Sierpinska（1999），宮川（2004，2011a），石川・宮川（2012）を参考に得たものである．

（1）亜教授学的状況を作り出す要件

TDS より亜教授学的状況を生じさせる要件を検討した結果，次の 5 つがその要件であると考えた．

①必要性のある状況

これは，指導目標となる知識が，生徒の問題解決のための最適な手段として，場面の必要性から発生し，構築されるような状況を意味する．換言すれば，ゲームに勝つための必勝法が教えたい知識になっている状況である．この背景にはいかなる知識も何らかの必要性によって発生するとの考えがある．

②相互作用が生じる状況

生徒と教師ではなく，生徒とミリューとの相互作用が多く生じる状況を意味する．生徒がミリューに対して働きかけることで，ミリューからそれに対する情報が返ってくる．TDS の視点からすれば，この相互のやりとりが学習には必要である．また，このことは，直観的な言葉を使えば，生徒の試行錯誤が多く生じているような状況を意味する．

③フィードバック(FB)が生じる状況

このことは，②と関連するが，ミリューとの相互作用において，ミリューから生徒へフィードバックが生じることを意味する．フィードバックとは，ミリューから返ってくる情報の中で，予想に反する情報のことである．このフィードバックにより，自らの方略がうまくいかないことに気付き，その方略を改善することにより学習が進む．

④教授学的契約の影響を考慮した状況

教室には新たな知識をこれから学ぼうとする生徒と，既にその知識をもっておりそれを教えようとする教師が存在する．こうした状況においては，生徒と教師の相互期待によって教授学的契約と呼ばれるものが自然に作り上げられる．そして時としてこの契約が生徒に望ましくない影響を与える．つまり教師の存在が生徒の学習の妨げになることがあるのだ．したがって，この要件の状況は，知識の発生の際に，契約ができるだけ直接影響を与えないような状況を意味する．

⑤委譲を生じさせる

委譲とは生徒にミリューとの相互作用を起こさせるために，つまり亜教授学的状況を生じさせるために，ある問や課題に対する“責任”を生徒に移す過程のことである．授業では，前述した契約の影響が生徒と教師の間に少なからず働いている．その結果，生徒はある問題の解答が正しいかの判断を教師に委ね，教師の期待するものを探るといった行為が生じかねない．これは知的責任が生徒ではなく教師にある状態であり，生徒とミリューとの相互作用ではなく，生徒と教師との相互作用が生じている状態である．したがって，⑤の要件は，この知的責任をうまく生徒に委譲することを意味する．

（2）知識の形成過程を実現させる要件

TDS は知識の形成過程を考慮に入れている．この視点からすれば，知識の発生（学習）においては以下の⑥~⑨が必要と考える．なお，前で述べた①～⑤の要件は⑥～⑨の状況に関わり独立したものではない．そして⑥～⑨の要件は必ずしもこの順番通りに場面が変化するとは限らず，前後することもある．

⑥試行錯誤（action）の状況

生徒が試行錯誤をしながらゲーム（問題）に取り組む場面である．この場面では指導目標の知識がゲームに勝つための最適な手段になっている．しかし生徒はそのようなことは知らず，ゲームに勝つという目的から必勝法を直観的に見つける．目標とする知識は手段に潜んでおり，暗黙裡に使用され，まだ定式化されていない状況である．

⑦定式化（formulation）の状況

他者にゲームに勝つ方法を伝えるという必要性から,自らの問題解決の過程を振り返り,自らの方法や考えを定式化・言語化する場面である．自らの考えを表出させることによって直観的・個人的に，暗黙裡に利用されていた知識が顕在化される状況である．

⑧妥当性判断（validation）の状況

自らの方法や考えが本当に正しいのか，解決につかえるのかという，その妥当性や有効性を,根拠を探しながら判断する場面である．ここで生成される数学的知識は妥当性をもつ．

⑨制度化（institutionalisation）の状況

⑥，⑦，⑧で形成されてきた数学の知識は文脈や個人に依存したものである．そうした知識を脱文脈化，脱人間化して，一般的に社会で受け入れられている数学の知識と一致するようにしていく場面である．

3．指導案に見られる授業の分析

以下では，指導案に見られる授業の概要を示し，理論（TDS）と指導案に見られる授業との関係を考察する．

3.1 授業の概要

指導案の授業は，中学校第 2 学年を対象にした平面図形領域の三角形の決定条件についてのものであった．指導案では 3 時間分（ここでの時間は単位時間を意味する）の授業が想定されている.以下に各授業の概要を示す.

＜1 時間目＞

この授業では，図 3 のような三角形の一部が欠けた図形[1] が用いられている．生徒にとっての課題は，欠けた図形のもつ情報をもとに欠ける前の三角形と合同な三角形をかくことである．ここには線分や角の大きさは示されていないため，生徒は自ら必要な箇所を測定等しながらかき写すことが求められる．生徒は 2 人 1 組のペアをつくりこの課題に取り組む．

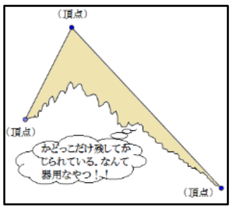

図 3

問題文は生徒が親しみやすいようにストーリー仕立てになっており，それは 1，2，3 時間目でつながりをもっている． 1 時間目の問題のストーリーは次のようなものである．

「あなたは“なんでも屋”の店長である．白髭のおじいさんから，三角形のスライスチーズが何者かにかじられてしまったので，かじられる前と同じ形のものを新しく作れないかと依頼があった．そのためにはかじられる前と同じ形の型紙が必要である．さて，あなたはこの依頼に応えられるかな？」

問題は図 4 の 6 問を使用した．この中には合同な三角形がかけるものと，かけないものが存在する．

授業展開は，問題提示，ルール説明，デモンストレーション，問題に取り組む，答え合わせ，まとめ，という一般的な流れである．なお，問題は 2 問ずつ配布し，それが終わったら答え合わせをして次の問題へと進む．答え合わせは，透明なシートに三角形が印刷されたものを用いて行う．それを重ね合わせることで正誤判断は生徒自らが行う．

---

[1] この教材は（Balacheff，1991）を参考に作られた．

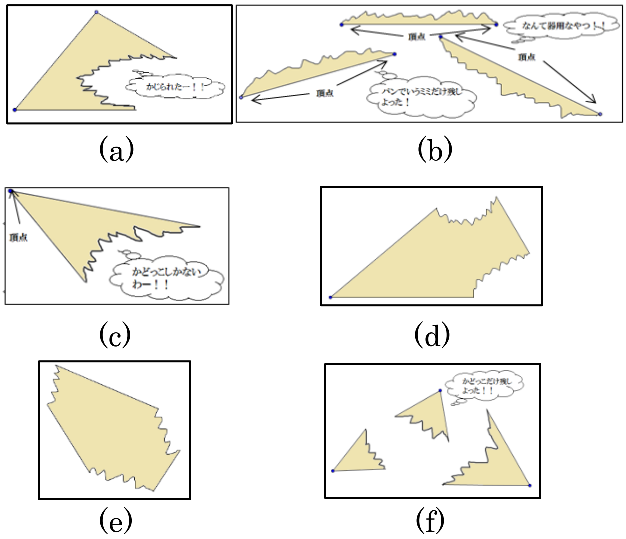

図 4　1 時間目で用いた問題

＜2 時間目＞

2 時間目はカードを使ったゲーム形式の授業である．ゲームは，ある三角形の 3 つの辺と 3 つの角の値がそれぞれ 1 枚のカードに記載された図 5 のような合計 6 枚のカードを用いて行われる．用意したカードの種類は 4 パターンあり，鋭角三角形が 2 つと，鈍角三角形が 2 つである．生徒は 1 時間目と同じペアをつくり，2 対 2 で対戦する．ゲームの内容は対戦者がカードをトランプのように数枚ひいて，その情報からカードに示された三角形と合同な三角形をかくというものである。生徒は手札にあるカードの情報から三角形をかく過程で，この手札でかけるのか，どうすればかけるのか，またはかけないとしたらどうなればかけるのかなど試行錯誤することになる．このゲームの流れは次のようになる．

①先攻後攻を決めて先攻チームから始める
②ひく枚数を宣言してからカードをひく
③手札に交換したいカードがあればそれを捨て，それと同じ枚数のカードをひく
④三角形をかく
⑤答え合わせをする
⑥間違えた場合は②へもどって繰り返す
⑦先攻後攻を交代する

なお，このゲームに勝つためには最小限のカード枚数で合同な三角形をかく必要がある．最低限必要なカード枚数は 3 枚であることと，3 つの三角形の決定条件が対応している．これを両チーム 2 セットずつ行い，勝敗は次のような点数計算によって決まる．

・両チームの始めの持ち点は 100 点
・②でカードをひくためには，1 枚につき 10 点を相手チームに払う
・③でカードをひくためには，1 枚につき 5 点を相手チームに払う
・1 回目で合同な三角形がかけたら相手チームから 60 点を受け取る
・2 回目で合同な三角形がかけたら相手チームから 30 点を受け取る

問題のストーリーは「サンタさんからサンタカードのプレゼントがありました．これを使って遊びましょう.」といった内容である．

授業展開は，問題提示，ルール説明，デモンストレーション，ゲーム 1 回戦(2 セット)，2 回戦(2 セット)，まとめという流れである．ゲームの 1 回戦目は，とにかくカードで生徒に遊ばせる．そして 2 回戦目ではワークシートに「勝つために工夫したこと」と「どんなときに三角形がかけたか」をゲーム終了後に記入することを伝えてから取り組ませる．

＜3 時間目＞

3 日間の授業の総括となる．生徒はこれまでと同じペアで課題に取り組む．課題の内容は 1 時間目と同じであるが，使用してよい道

∠A ＝15°	∠B ＝35°
∠C ＝130°	AB ＝5.5 ㎝
AC = 4.1 ㎝	CB = 1.9 ㎝

図 5 [2]

[2] 数学的にこのような三角形は存在しないが，この授業ではかくことが目的であるため細かな値は省略した．

具はコンパスと定規のみに制限する．課題として使う図も同じものを使用し，図 3 及び，図 4-(a)，(b)の 3 問である．ここで問題となることは角を写しとる作図方法である．

問題のストーリーは「1 時間目の白髭のおじいさんは実はサンタさんでした．サンタさんからみんなに挑戦です．1 時間目にかいた三角形はもとの三角形と微妙にずれていました．そこでより正確な三角形をコンパスと定規のみで作図できるかな？」といった内容である．

授業展開は，問題提示，ルール説明，問題に取り組む，角を写しとる作図方法についてのまとめ，三角形の決定条件の絞り込み，3 時間全体のまとめという流れである．三角形の決定条件の絞り込みは，三角形の 6 つの要素から 3 つを用いる計 6 パターンを取り上げ，それらが三角形の決定条件になりえるかどうかの吟味を行う．

3.2 理論と指導案における授業との関係

この授業は，三角形の決定条件についての知識を生徒が自ら見いだし，獲得していくことをねらって設計された．ではそれは，TDS が示唆する学習の要件をどの程度満たしているのだろうか．以下に授業を「教材」と「授業の流れ」の視点から，1 時間目から順番に分析していく．具体的には，授業の主たるポイントもしくは設定を抽出し，それが何に基づいて設計されたか検討する．なお，ポイントの重複は省いた．

（1）教材の分析

＜1 時間目＞

◇合同な三角形をかくという設定

このことは三角形の決定条件という指導内容を教えようとしたことから導かれたものであった．三角形の決定条件とは三角形がかけるための条件であるので，作図とのつながりからこのような設定になった．つまり数学的な理由がこの設定の主要因である．

◇欠けた三角形を使用した

このことは TDS の「①必要性」から導かれたものであった．問題によって使用する三角形の決定条件が異なってくる．欠けているからこそ特定の条件（例えば，1 辺とその両端の角）でかく必要性が生まれる．

◇道具は何をつかってもよいとした

このことは，まず性質を見いだすことが大事との考えから導かれた．分度器の使用も許可することで角度にも焦点が当たる．また，ここでは学習が可能かどうかという生徒の学習可能性も考慮に入れている．道具の制限により問題が難しくなり，生徒の活発な試行錯誤を妨げる恐れがあると考えた．

◇条件不足の問題を含めた

このことは TDS の「③FB」,「④契約」,「⑤委譲」から導かれたものであった．契約の影響により，生徒には教師が与えた問題だからきっと解答があるはずだという思考が働いていることが予想される．ここではこの契約の影響を逆に利用する．つまり，もし生徒が契約の影響を受けて三角形をかきそれが答えと異なっていた場合，その情報がフィードバックとなるとなる．また，このような不可能問題は「なぜできないのか」と考えさせ，生徒により試行錯誤させるための委譲にもなると考えた．

◇問題を 6 問用意した

このことは，まず数学的な理由から導かれた．三角形の決定条件は主たるものが 3 つあることから，少なくとも 3 種類以上の問題が必要となる．さらに授業時間と，生徒が問題解決に有する時間を考慮して問題数は 6 つが妥当と判断した．

◇問題をストーリーにした

このことは TDS の「⑤委譲」から導かれたものである．導入問題を親みやいストーリー仕立てにすることで，生徒は問題の意味を捉えやすくなり，ルールや成すべきことをより明確に理解し，自分のものとして捉えることができると考えた．

＜2 時間目＞

◇課題をゲーム形式にした

このことは TDS の「①必要性」,「②相互作用」から導かれたものであった．ゲームには勝ち負けが存在する．ここではゲームに勝つための最適な手段（必勝法）を学習させたい知識に設定している．これにより生徒がゲームに勝とうとすれば，それは即ち学習させたい知識を見いだす活動である．また，ゲームにはルールがあるため，生徒は教師に依存することなく自らの判断で試行錯誤しながらゲームに取り組むことができる．

◇6 枚のカードを用いた

このことは，三角形は 3 つの辺と 3 つの角の 6 つの要素で構成されているという数学的な理由から導かれたものであった．

◇得点計算は玉を使用した

このことは経験的なことから導かれたものであった. 紙と鉛筆で計算となると面倒だが，今回のように玉（赤玉：10 点×9 個，白玉：5 点×2 個）を使用することで，点数計算が容易になる．これにより，生徒がゲームに集中できると予想した．

◇最初にひくカードの枚数を宣言させた

このことは TDS の「①必要性」から導かれたものであった．三角形は特定の 3 つの要素が分かれば決定するので，ここでは 3 枚と宣言することが必勝法である．よって，ひく枚数を宣言させることは，三角形を決定させる最少の要素の数を考えさせることになる．

◇途中でカードを交換できる場面を設けた

このことは TDS の「①必要性」「③FB」から導かれたものであった．先ほどのひくカードの枚数を宣言する場面で，仮に 3 枚のカードをひいたとしても，それで必ず合同な三角形がかけるとは限らない．よって，そのような状況が想定外であった場合，まずこの予想に反する情報がフィードバックとなる. また，今の手札では合同な三角形がかけないと判断した場合，どのカードを交換すべきかと考える．これは即ち手札に三角形の決定条件をつくることを考えることになる．

◇鋭角三角形 1 回，鈍角三角形 1 回のゲーム

このことは TDS の「③FB」と数学的理由から導かれたものであった．仮に手札のカードが，2 つの辺と，その間ではない角の 3 枚であったとする．この条件では 2 つの三角形がかけることになる[3]. もし生徒がそのことに気付かず三角形をかくとすれば，無意識に自らが思い込んだ方の三角形をかくと予想される．そして，もし答えが自らのかいたものと異なっていた場合，この情報がフィードバックになる．

＜3 時間目＞

◇道具をコンパスと定規のみに制限した

このことは TDS の「①必要性」から導かれたものであった. 問題に取り組むにあたり，分度器が使えないため，角を写し取る作図の必要性が生じる．

◇角を写しとる作図という設定

このことは TDS の「①必要性」から導かれたものであった．角を写しとる作図は，写したい角を含む三角形と合同な三角形を作図することに等しい．そして，合同な三角形をかくには三角形の決定条件である 3 辺を用いる必要がある．つまり，角を写しとる作図方法の中には，三角形の決定条件を用いる必要性が潜んでいる．

◇1 時間目と同じ問題を使用した

このことは TDS の「⑤委譲」と経験的なものから導かれたものであった．既に 1 時間目で扱った問題なので生徒は問題を理解しやすい. また道具の制限がないときはできたが，制限があるときも同様にできるのかという心理が働き，問題を自分自身のものとして取り組みやすくなると考えた．

---

[3] ただし，△ABC において∠B，BC，AC が分かったとする．このとき，AC≧BC ならば△ABC は 1 つに決定する．

<全体>

◇問題のストーリーが続いていた

このことは TDS の「⑤委譲」と経験的なものから導かれたものであった．今回は 3 つの連続した授業であったため，3 時間の授業のストーリーに一貫性をもたせることで，生徒は 2，3 時間目の課題の理解がしやすくなると予想した．

（2）授業の流れ

<1 時間目>

◇なぜルール説明をするのか

◇なぜデモンストレーションをするのか

◇なぜ図 4-(c)の問題説明で画用紙を破って見せるのか

これらのことは経験的にはあまりにも当たり前のことかもしれないが，理論的には，「⑤委譲」の視点から導かれたものであった．これにより生徒はルールをより明確に理解することができると考えた．つまり，このゲームですべきことは何か，どうなれば勝ちなのか等の判断を自分でできるようになり，問題に対する責任が教師から生徒に移ると期待した．

◇なぜ 2 人ペアで取り組ませるのか

このことは TDS の「②相互作用」,「③FB」から導かれたものであった．ペアの相方と相談することで多くの相互作用が生じ，時には自分の意見に対する返答がフィードバックとなりうる．つまりペアの相方もミリューとなっているのである．このことについては（石川，宮川，2012）で詳しく述べられている．

◇なぜ答え合わせを自分たちで行うのか

このことは TDS の「③FB」,「⑤委譲」から導かれたものであった．解答の正誤判断が自ら下せることで責任が生徒に移る．また答えが間違っていた場合，自らがかいた図と正答の図とのギャップがフィードバックとなる．

◇なぜ問題を 2 問ずつ配布するのか

このことはクラス全体の授業の進行を考慮したことから導かれたものであった．生徒によって課題の進捗度は異なるため，授業の構成を考えると途中でクラス全体の歩調を整える必要がある．つまり授業を進めるという実践的理由による．

◇なぜ図 4-(b)は黒板で説明するのか

このことは TDS の「⑨制度化」と，授業の展開を考慮したことから導かれたものであった．途中までで明らかになった内容をクラス全体で共有し，自力ではできなかった生徒への支援も必要と考えた．

◇なぜ図 4-(d)は徐々にヒントをだすのか

本来であれば，自ら試行錯誤することが望まれる．しかし授業時間や指導すべき内容などを考慮すれば，このようにせざるを得ない．TDS では，生徒が期待する解答を見つけるために，教師が問いを変えていくことによって，目標としていた知識が変化してしまうことをトパーズ効果と呼ぶ．

このような背景を踏まえた上でこの設定は TDS の「②相互作用」,「④契約」から導かれたものであった．この問はこれまでの課題とは毛色が異なり，解決するためには図に補助線をひく必要がある．よって，生徒には「図に線をかきこんではいけない」といった教師が期待しない契約が働いている可能性がある．したがって，もしこの契約が見られた場合，徐々にヒントをだし，より適切にゲームのルールを把握できるようにする必要がある．

また，上述の理由も含めこの問はやや難易度が高い．しかし，だからといってただ解答を与えてしまっては相互作用が生じない．生徒は試行錯誤することで，その指導内容である最適な手段と他の数学知識との関連が生じ，生徒は自らその意味を構築できると考える．そのためにも，ヒントが必要と考えた．

◇なぜまとめをするのか

授業では，クラス全体が共通の内容を学習しなければならない．この授業で何を学んだのか確認するためにもまとめが必要となる．このことは，授業というものの必要性から生じた．

＜2 時間目＞

◇なぜゲームを1回でなく2回おこなうのか

このことは TDS の「①必要性」から導かれたものであった．1 回戦目はとにかくゲームで遊ばせてゲームに慣れることを目的とする．そして2回戦目でどうすれば勝てるかその手段を考えるためである．2 回戦目は,「⑦定式化」もやや考慮されている．

◇なぜワークシートに「勝つために工夫したこと」と「どんなときに三角形がかけたか」を記入させるのか

このことは TDS の「①必要性」「⑤委譲」「⑦定式化」から導かれたものであった．上記のような発問は試行錯誤の状況から定式化の状況へ場面を変更させるものである．また，これまで試行錯誤の状況で暗黙裡に使用していた知識を紙に記述するために言語化する必要性が生じる．

＜3 時間目＞

◇なぜ角を写しとる作図方法についてまとめるのか

このことは TDS の「⑨制度化」と授業における必要性から導かれたものであった．この授業で扱われる課題を解決するためには角を写しとる作図を利用することが求められる．授業では共通の内容を学習しないといけないので，教師が問題の解説をするにあたり角を写しとる作図方法をまとめる必要がある．

◇なぜ三角形の決定条件を 6 つの候補から 3 つへ絞り込むのか

このことは TDS の「⑧妥当性」から導かれたものであった．これまでの活動で三角形の決定条件がほぼ定式化されていることが予想される．また，2 時間目のゲームにより三角形は最低 3 つの要素が分かればかけるということも予想される．よってそれが正しいかどうかを確認するために 3 つの要素からなる 6 パターンの検証をすることで，その妥当性を判断できる．

◇なぜ 3 時間全体のまとめをするのか

このことは TDS の「⑨制度化」から導かれたものであった．生徒が見いだした知識は妥当性判断がなされ，正しいことが明らかになったとする．しかしこの知識は個人やこのクラスでのみ用いられるものである.そこで,知識を脱人間化，脱文脈化する必要がある．つまり生徒が見いだした知識を社会一般で使われているものと一致させる必要がある．

＜全体＞

◇なぜ 1,2,3 時間目の授業をこの流れで構成したのか

このことは TDS の「⑥試行錯誤」「⑦定式化」「⑧妥当性」「⑨制度化」から導かれたものであった．三角形の決定条件の知識を獲得させるために，知識形成の過程をたどっている．授業時間が正確に知識形成過程の順番になっているわけではないが，主に 1 時間目が「⑥試行錯誤」，2 時間目が「⑦定式化」,「⑧妥当性」,3 時間目が「⑧妥当性」,「⑨制度化」となる．

3.3 考察

以上が，理論（TDS）と指導案に見られる授業との関係の分析である．この結果，授業の多くの点において TDS が示唆を与えていることが分かる．それと同時に，TDS からの示唆ではなく，数学的な理由をはじめ，授業についての経験的な理由，生徒らの学習可能性等の理由により設計された部分も少なからず存在した．具体例を取り上げながら考察を進める．

例えば授業設計の際，主体的な活動を生じさせるために，TDS は「③フィードバックが生じる状況」を作ることを示唆した．更に，より望ましいフィードバックがいかなるものかということも教えてくれた．それは，生徒とミリューとの相互作用の中から生じる情報で，生徒の期待に反するものである．これらの方針のもと筆者は教材開発に取り組んだ．しかしながら，よいアイディアが生まれず，結局は透明な解答シートを作り，生徒たちが

それを自らかいた図に重ね合わせることにより図の正誤を自ら判断できるようにした．これではフィードバックが弱い．その理由は，TDS の視点から明らかである．解答シートは教師が作ったものであり，生徒がミリューとの相互作用から得たものではないからである．

このようなことは，2 時間目の教材開発でも生じた．「①必要性」と「②相互作用」の視点から課題をゲーム形式にしたいという TDS からの示唆はあった．しかしその後の教材の開発は筆者の経験やアイディアに大きく依存したのである．したがって，TDS は授業設計においてその方向性を示唆するという面では大きな役割を果たしたが，現実問題としてどういった教材をつくればよいかという具体的な示唆は与えてくれない．このことは，当たり前のことかもしれないが，理論のみならず，実践を通して数多くの教材を作るという経験が重要になることを示唆している．

4. おわりに

本稿では，中学校図形領域における TDS と指導案の授業との関係を分析し，授業設計における TDS の可能性と限界を探った．その結果，授業の多くの点において TDS がその方針について示唆を与えていることを示した．一方で TDS は具体的な教材や指導内容は寄与せず，その点は教師の経験やアイディアに依存せざるを得ないことを示した．また，授業設計においては，扱う数学の内容の制約によって決定される部分も少なからずあることを示した．

本稿では紙面の都合上，実際の授業における詳細な分析を掲載することはできなかった．しかし，教授実験はすでに実施し，データを収集したため，今後はこのデータをもとに二つ目の「指導案の授業と実際の授業」の分析を進める．そして「理論（TDS）と実際の授業との関係」を考察し，TDS の可能性と限界をより詳細に明らかにしていきたい．

引用・参考文献

Balacheff, N. (1991). Benefits and limits of social interaction. *Mathematical Knowledge.* Dordrecht: Kluwer.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer.

石川実・宮川健（2012),「「手続きの説明」の学習における伝言ゲームの可能性」, 数学教育学会誌，94（11)，2-11.

岩崎秀樹・中野俊幸（2005).「学としての数学教育研究の展開」，数学教育学論究，85, 3-21.

宮川健（2004).「フランス算数教育研究から見た「自ら考え，自ら学ぶ」こと」，新しい算数研究，7 月号，38-40.

宮川健（2011a).「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格」，数学教育学論究，94，37-68.

宮川健（2011b).「フランス数学教授学の立場から見た「授業」の科学的探究」，第 44 回数学教育論文発表会論文集，51-60.

文部科学省（2008). 中学校学習指導要領解説数学編．教育出版．

中原忠男（1995),『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社．

岡崎正和（2012),「数学教育学の理論とその形成に関する課題」，第 45 回数学教育論文発表会論文集，21-26.

Sierpinska, A. (1999). *Lecture notes: Theory of Didactic Situations.* （http://annasierpinska.wkrib.com/，最終アクセス 2013/2/19）