上越数学教育研究，第28号，上越教育大学数学教室，2013年，pp.21-28.

スパイラル学習を意図した教材の一提案（Ⅱ－１）

－分析ツールの再検討および本実験の授業デザイン－

角田　直樹*
吉井　貴寿†
下平　将揮‡

１．はじめに

本研究の目的は，同一教材を用いたスパイラル型学習過程を実現するための授業デザインを行うことである。これにより，現在の数学教育における中核的な役割を担っている学習項目の学習に寄与する「算数・数学的活動」や，「学び直し・反復・スパイラルの重視」，「社会・生活への活用」への話題提供をする。本研究で目指す「授業デザイン」とは，各種学校間および学年・単元間の接続を行う際に，算数と数学との系統性も加味して同一教材を積極的に用いることで，新たな数学の知を獲得できる状況・授業を指し示すものとする。即ち，現在推奨されているスパイラル型の学習過程や，数学的活動の要件を満たし，かつ生徒の学習が成立する状況を構築することを研究の到達目標と据えた。そのためには，恣意的な考察ではなく，生徒の学習を緻密に分析・考察できるツールが必要となる。そこで本研究では, 生徒の数学の知の状態や, 変容・知識の獲得を記述できる分析ツールを用いることで，生徒の知識の変容を明らかにしていく。以下，２章で 2012 年度の研究の概要と反省点を示す。次に２章の反省を受けて３章と４章で 2013 年度以降の研究の方向性を打ち出す。さらに，2013 年度の教授実験における授業デザインを示す。

２．2012 年度の研究と反省

2.1. 2012 年度の研究の概要

本研究は，学習指導要領 (2008) に示されている「スパイラル型学習過程」を Brunner (1984) による「ラセン型教育課程」と同義であるとの立場を示してきた。これをもとに，渡邊 (2010) および淡川 (2008) が提案している「同一教材を単元間・学年間・学校種間に用いることによるスパイラル型の学習（以下，接続）」について考察を行った。さらに２種類のコーラ瓶を用いた授業デザインおよび予備実験を行ってきた (2012a,b) 。２種類のコーラ瓶とは，外見はほぼ合同であるが，内容量が異なる瓶を指す。図１の左瓶が通常販売されているコーラ瓶（C_R）であり，内容量は 190ｍL である。右瓶は，コーラ Zero 瓶（C_0）であり，内容量は 242mL である。この教材を用いて 2012 年度は，中学１年で学習した比例・反比例単元から中学２年で学習する一次関数単元への接続を意図した予備実験を実施した。予備実験は，平成 24 年 7 月 13 日および 19 日の２日間にわたり，長野県公立 K 中学校第２学年１

図１　２種類のコーラ瓶と販売時の水面

---

*　上越教育大学大学院　平成 23 年度修了生，現群馬県利根教育事務所小規模中学校教科充実非常勤講師
†　早稲田大学　大学院　教育学研究科教科教育学専攻（数学科教育学）博士課程１年
‡　上越教育大学大学院　平成 22 年度修了生，現長野県松本市立鎌田中学校数学科教諭

学級（31 名）を対象に実施した。予備実験の詳細は，拙稿（2012c）を参照していただきたい。なお，授業に際して教師からの指示や助言を極力減らし，生徒同士で協力して学習問題（表１）を解決するよう求めた点を特記する。

表１　予備実験の学習問題

時間	学 習 問 題
第１時	【学習問題Ⅰ】 コーラ瓶(C_R) とコーラ ZERO 瓶(C_0)の２種類のコーラ瓶の違いを考えなさい。
第２時	【学習問題Ⅱ】 ある企業は，コーラ瓶の形状は変えずにできるだけ内容量を増やしたいと考えている。では，最大で何 ml のコーラを入れることができるだろうか。

さらに，予備実験における生徒の知識状態および数学の知の変容について明らかにしていきたいと考えた。そこで，Brousseau (1997) による教授学的状況理論（以下，TDS）および，下平 (2011) の数学的モデリングを本研究の目的に合わせて拡張した数学的モデリング (2012a) を分析ツールとして予備実験における生徒の知識状態および数学の知の変容を分析・考察してきた (2012c) 。その結果，二つの反省点が浮上した。１点目は，予備実験から明らかとなった生徒の困難性に関するものである。２点目は，生徒の学習における分析・考察の精度に関するものである。以下，2 節にて予備実験，3 節にて分析ツールの反省点をそれぞれ詳述する。

2.2. 予備実験の反省

予備実験の反省点は，予備実験の学習問題Ⅱにおける Shio（図２）の追究によるものからである。Shio は，２種類のコーラ瓶のガラスの重さと内容量を基に，新たな瓶の特徴を捉える場面において，第１学年の比例・反比例単元で学習した表を用いた解決を行った。しかし，その追究は，比例関係の表を用いて，瓶の厚さの変化を離散的に捉え，処理したものである。具体的には，

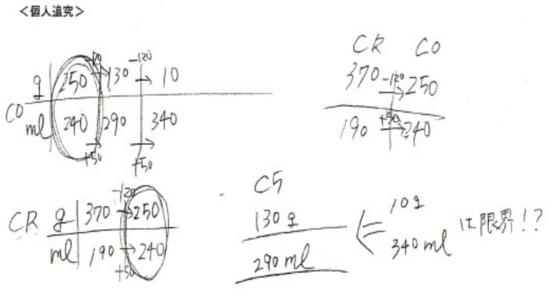

図２　Shio の表を用いた追究

C_R と C_0 の差を求め，C_0 から先の差の値を引くことで値を求めたものである。本研究では，この追究について次のような考察を与えた。

> **Shio の追究は「離散量の操作」に固執している。その要因は，生徒の既習事項の「表の操作」にあると考えられる。なぜならば，学校数学における比例での表の扱いは，変数を整数倍したときの従属変数の値を求める活動に傾斜がかかっている。そのため，連続的な数の操作や対応関係（特に，実数倍された値の対応）に関する新たな認識が生じなかった。**

即ち，Shio の困難性は，特定の二つの数量を取り出し，対応関係について調べることに起因する。故に，単にコーラ瓶を教材として授業実践しただけでは生徒の学習に直結せず，浸透しないといえよう。このような困難性を解消するためには，生徒が「一次関数が連続的である」ことを意図的に学習する場の設定が必要となる。具体的には，任意の x に対し y (= f(x)) が存在することを，生徒がコーラ瓶を操作する活動を通して，発見・獲得する状況を設けるということが必要となる。その活動の一つとして，実際に瓶の断面を視覚的に提示する方法が挙げられる。これにより，生徒はイメージの中で連続的な変形を施すなどの思考実験を行い易くなると推察される。即ち，生徒は思考実験を通して関数の連続性についての素地的な知識を獲得できると考えられる。

2.3. 分析ツールの反省

本研究では，2.1 節で述べた二つの分析ツールを用いてきた（2012a）。TDS は生徒の学習における状況を記述する微視的な分析ツールであるのに対し，数学的モデリングは生徒の学習の過程がいかなるものであったかを記述する巨視的な分析ツールであり，各々の分析ツールにより明らかとなる対象が異なる。そのため，これらの二つの枠組みを並列的に用いて授業・生徒の知識状態および数学の知の獲得・変容を観察すると，結果・考察に齟齬が生じる。これを端的に示せば,「コーラ瓶を教材として用いることで生活への活用や単元間の接続は行われたものの，生徒の学習は不完全であった」といえる。ここで，本研究の目的にある「学習項目の学習に寄与」しなかった要因は何かという疑問が生じる。つまり，生徒の困難性の要因はいかなるものであるのか。この手掛かりを掴むために，より詳細に生徒の知識状態や，数学の知の変容を捉えることを可能とする新たな分析ツールが必要となる。これにより，生徒の困難性から学習状態や知の変容を捉えることができ，学習項目の学習に寄与する接続について言及することができる。

３．分析ツールの再検討

3.1. 分析ツールの条件

上述の反省から，本研究が分析の対象とする項目を挙げ, 具体的な分析対象を示す。

① 生徒にとってどの程度主体的な学習が生じたのか
② いかなる数学の知が獲得されたか
③ いかなる数学の知の変容があったか
④ 生徒の知識状態はいかなるものか
⑤ 上記四つの項目を微視的に捉えて分析結果・考察を可能とするもの

各項目の具体的な条件および分析の対象は次の通りである。①は，学習指導要領（2008）に示されている「数学的活動」,「社会・生活への活用」に関わるものである。具体的には，コーラ瓶を用いた授業において，どの程度生徒とコーラ瓶との相互作用が生じたのか，さらに，授業における生徒を取り巻く状況はいかなるものであったかを分析する。これにより，生徒の知識状態を詳細に記述することができると考えた。②は，①をさらに詳細に記述するための項目である。具体的には，生徒とコーラ瓶との相互作用からいかなる数学の知が獲得されたのか，その数学の知が獲得された状況はいかなるものであったかを分析する。③は，コーラ瓶を実際に手に取ってみたことで，生徒の数学の知にいかなる変容が見られたかを明らかにするものである。具体的には，コーラ瓶を用いた学習問題をいかなる既習事項を基に解決し，どのような数学の知へ変容したのかを記述する。④は，生徒の学習における知識状態に関わるものである。具体的には，コーラ瓶を教材としたときの生徒の知識状態はいかなるものか，学習問題を解決する活動における生徒の知識状態はいかなるものであるかを分析する。⑤は，2.3 節の反省を受けたものである。2012 年度の研究では，TDS と数学的モデリングを分析ツールとしてきた。前者は生徒の学習状態を微視的に分析するものであり，後者は巨視的に分析するものである。そこで，2013 年度以降は，生徒の学習状態を微視的な視点から分析することが可能となるツールを用いる。これにより，生徒の困難性やその要因についても詳細に分析することができる。

3.2. 分析ツールの提案

前節で示した五つの分析ツールの分析の対象および条件を踏まえ，Brousseau（1997）による TDS および Balacheff（1995, 2005）によるコンセプションモデルを用いることが適切であると考えた。加えて，数

学的モデリングの枠組みを分析ツールから除く。しかし，この枠組みを完全には無視できない。そこで，多くの先行研究や予備実験の結果から，本教材においても「単元間の接続」や「モデル化過程」が成立するものと仮定する。

Brousseau (1997) による TDS を分析ツールとすることで，項目①についての分析・考察が可能となる。そして，Balacheff (1995，2005) によるコンセプションモデルを分析ツールとすることで，項目②，③，④についての分析・考察が可能となる。さらに，コンセプションモデルを採用することで，項目⑤の条件も満たすと考えた。以下にコンセプションモデルの概要および TDS との関係を示す。

3.2.1. コンセプションモデル

コンセプションモデルは,「生徒の問題を解決する状況における知をモデル化するための教授学的なツール」(宮川，2002) であるとされ，四つの組 (P,R,S,L) から構成されている。

P：問いの集合　R：操作子・規則の集合
L：表記法　　　S：制御・検査構造

これらは, それぞれ次のように示される。まず，P は生徒が解決すべき問いの集合である。例えば，2.1 節で示した学習問題がこれに相当する。さらに，学習問題Ⅱを解決するためには t_1「２種類のコーラ瓶の関係を知る」，t_2「内容量を多くしたコーラ瓶のガラスの重さを求める」等の小さな問いが存在する (t_1，$t_2 \in P$)。次に，R は生徒が問いを解決する際に用いるためのストラテジーである。例えば，Shio は t_2 を解決するために「比例関係について表に表す」というストラテジーを用いている。そして，生徒の問題解決の過程における紙面上などに記された表現が L である。例えば，グラフを用いて問題解決を行っていれば L はグラフとなり，表を用いていれば L は表となる。Shio の解決における L は「比例関係の表」である。この L では，認知することのできる数学が限定される。具体的には，変数が自然数倍された表において，変数が自然数倍されたときの対応関係を知ることは可能である。しかし，実数倍されたときの従属変数の値を読み取ることはできない。即ち，変数が整数倍されていることから，従属変数も整数倍するという比例単元で学習した操作をしている。このように生徒の R や L に対する理論的な妥当性を与えるものが S である。(c.f.宮川 2002a,b)

3.2.2. TDS とコンセプションモデルの関係

TDS は，生徒と milieu との相互作用において, どのような働きかけを行い, milieu からどのような feedback が返されたのかを分析するものである。即ち，生徒がコーラ瓶に対していかなる働きかけを行い，コーラ瓶からいかなる feedback が返されたかを明らかにする。しかし，TDS では生徒が問いを解決するために用いた数学的な表記法や操作・規則，前提となる数学の知について言及することはできない。これらに対する分析の視点を与えるのがコンセプションモデルである。これら二つの分析ツールを用いることで，生徒の主体的な活動および知識状態・数学の知の変容を同時に明らかにすることができる。

４．教材研究と授業デザイン

本研究は，同一教材を用いたスパイラル学習が生徒の学習にいかに寄与するかを考えていく。そのために，数名の抽出生徒を３年間追跡調査し，生徒の知識状態および数学の知の獲得・変容を捉えることが有効であろう。追跡調査は，2013 年度から３年間実施する。つまり，2013 年度入学する生徒の学習を３年間追調査するということである。そこで，2013 年度は，中学第１学年を対象とした授業の提案を行う。追跡調査

を実施する単元は関数単元に限定する。そこで，小学校算数および中学校数学における比例単元・関数単元についての学習指導要領（2008）の内容や教科書での記述を概観・考察し，2013 年度実施予定の授業デザインを行う。

4.1. 比例単元・関数単元の指導内容

4.1.1. 小学校 比例単元

比例単元は，第４学年の「伴って変わる二つの数量」単元から導入される。ここでは，具体的な場面に着目し，表やグラフ（一部，折れ線グラフ）に表すことを目的としている。また，ここでは比例関係以外のものもみられることから，関数関係の素地的な学習がなされていると推察される。具体的な内容では，現実事象では到底想定されない無目的なゲーム感覚の内容が取り上げられることもある。つまり，必ずしも数量関係を利用した問題解決として扱われているとは限らない。

第５学年では，「比例」という言葉が導入され，簡単な場合における比例の関係を発見することが学習の目的となる。その際，変化する二つの量の関係を捉え，表の読み書きを行うことが活動の中核を担う。

第６学年では，比例関係を表から読み取りグラフで表現することを目的としている。また，割合や比の考え方を扱った上で，比例のもつ「一方が２倍になれば他方も２倍」や「商一定」の性質に着目する。グラフに関して特記すれば，様々な事象における数量の対応関係に着目し，与えられた表をグラフに表すことにより，比例のグラフを学習する流れとなっている。また，表を用いて変化を捉える学習も扱われているが，ｘが有理数倍されているときのｙの値を求める問題や，ｘが有理数倍されたときのｙの対応する値からｙが何倍されたかを問う問題が多く見受けられる。そして，表の中で表現される数はが全て自然数であることも

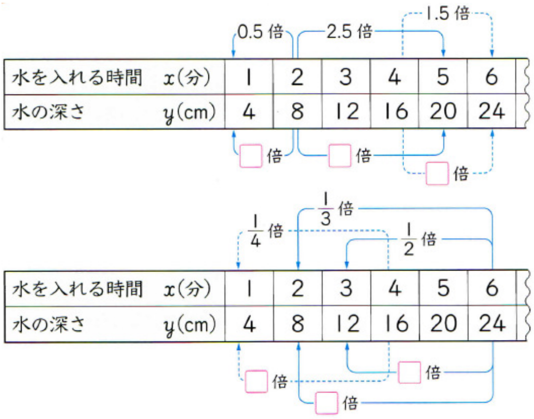

図３　比例関係の指導（東京書籍，新しい算数６下，p. 7）

小学校算数における比例単元の特徴と考えられる（図３）。また，第６学年の比例単元では問題解決関連の内容も扱われており，多少の目的意識をもって二量の変化を考察するようにもなっている。しかし，考察を行う二つの量は設定されている場合が多く，知識の活用という観点から言えば不十分である。その後，与えられた二つの量が比例関係にあるか否かを判断する類いの問題も扱う。その際は，表を作成したり，グラフを描いたりすることでこれを判断する。

以上のことから，次のような考察が得られる。中学校数学における比例単元・関数単元に関わる数学の知の獲得を目指すのであれば，「表で示された点を結ぶ」という数学の知を「座標平面上の点列の集まり」とする必要がある。なぜならば，表という数学表現とグラフという数学表現の間には「離散的な表現」か「連続的な表現」という違いが存在するためである。これにより，連続性についての考察も可能となる。

4.1.2. 中学校 比例・関数単元

第１学年では，具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，比例，反比例の関係についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培うことを目的としている（学習指導要領解説数学編，2008，p.72）。即ち，比例関係から関数関係を見いだすことに重点が置かれて

いると考えられる。同時に，比例・反比例を表・式・グラフで表現し，特徴を理解することも評価対象として示されている。即ち，第１学年の比例・反比例単元は，小学校の比例単元から一次関数への接続を行うためにも重要であることが伺える。

第２学年では，具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養うことが目的となっている（ibid.,p.98)。第１学年との差異を言及すれば，第１学年では，表の見方は横方向（ｘが自然数倍→ｙも自然数倍）の増減が主であった。しかし，第２学年では縦方向（$x \mapsto y \mid y = ax + b$）に焦点を当てる。即ち, 全単写となることを学習する。ここで, 予備実験の反省点を付記すれば，一次関数が連続的であることについても学習できるよう考慮する必要がある。

第３学年では，具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，関数 $y = ax^2$ について理解するとともに，関数関係を見いだし，表現する能力を伸ばすことが目的となっている（ibid.,p.124)。また，第３学年では, 代数単元からの接続も大変重要になる。なぜなら，二次方程式の意味や代数的な操作が必要となるためである。そして，二次関数の学習を通じて,「後の学習の素地となるようにすること」（ibid.,p.126）とあるように，高等学校以降の数学への接続を目指す必要がある。

4.2. 授業デザイン

2.2節の反省や4.1.2項で示した内容を踏まえると，中学校第１学年の学習の内容の中で，コーラ瓶教材および関数単元と最も相性のよい指導内容は空間図形（回転体）であると考えられる。実際,『新しい数学1』(東京書籍，2012，p.180）には図４に示し

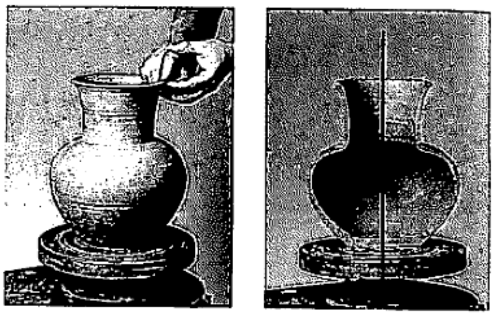

図４　壷の断面（東京書籍，新しい数学１，2012，p.180）

問３　下の(1)，(2)の回転体は，それぞれどんな平面図形を回転させてできたものと考えられますか。

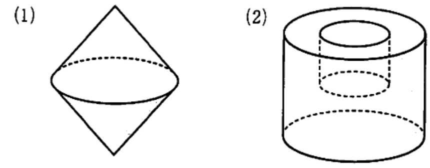

図５　回転体の問いの例
（東京書籍，新しい数学１，2012，p.180）

た図が掲載されており，回転体を回転の軸を通る平面で切断した際の図形について考察している。また，同頁には問として図５のような問題も掲載されている。即ち，これらの学習はコーラ瓶教材を用いても行えると考えられる。本内容を扱う際，コーラ瓶の形状が複雑で考察が難しければ，ある程度簡単な図形で学習を行った後に，応用問題として「身の回りにある回転体」という学習問題を設定し，本教材を取り上げてもよい。また，生徒の理解状況によっては，実際に切断したコーラ瓶を提示し，理解を助ける事も可能である。上記の学習活動を通し，コーラ瓶の断面を考察することでガラスの厚みを思考対象とする事が容易になると考えられる。つまり，回転体の学習がコーラ瓶に潜む関数関係を捉える学習の導入（接続）となる。ここで，第１学年で学習する関数関係は比例・反比例のみであるため, ここでもこれらの関係に着目したい。また，文字式として一次方程式を解決する学習は既習事項となることから，必要に応じて一次方程式の考え方を利用した学習や生徒の追究が可能であろう。

これらの教材研究から，本稿では，以下のようなオープンエンドな問題を設定する。

【学習問題】

現在，多くの国では天然資源を大切に利用しようという考えから，ガラス瓶のリユースやリサイクルが行われています。実際，使用済みのガラス瓶は瓶として再利用される以外にも、住宅用断熱材、タイル、舗装道路やガラス工芸品などにも使われているそうです。

では，このコーラ瓶に使用されているガラスの量を考えてみましょう。皆さんはこのコーラ瓶に使用されているガラスの体積が求められますか？

どのような事を調べれば，使用されているガラスの体積を知る事ができるかを考えてみましょう。

上記の問題の解決方法は無数に考えることができる。例えば，以下のような方法が挙げられる。

(1) 瓶の重さから体積を考察する方法

(2) 瓶を円柱などで近似し，その体積を計算する方法

(3) 瓶の切断面の面積や瓶の厚みから体積を計算する方法

それらの中には技術的に計算が困難なものや，既習内容では計算が困難なものもある。しかし，ここで大切にしたいのは，体積を求めるために，これと関数関係にある量を思考している点である。第１学年は，小学校段階における比例・反比例の考え方を拡張させ，関数関係という新たな概念を獲得する段階である。故に，上記の学習問題を解決する活動を通して，関数の基礎的な概念を形成することは非常に意義深いといえる。このように，上記の学習問題は解決方法を思考する部分に大きな意義がある。しかし，生徒の学習状況や能力に応じては次のような比較的簡単な解決方法を用いることも有効である。

[1] ガラス瓶を満水の水槽に沈め，押し出された水の量から体積を求める方法

[2] ガラスの比重の情報を利用し，重量から体積を求める方法

[1]の方法はアルキメデスの方法として知られるものである。本手法は十分に大きな水槽と，あふれた水を測る準備さえ整っていれば実験可能である。このとき，押しのけられた水の分だけ重量が減少していることから，重量の差が 150g であれば体積は水 150g 分(つまり，150cm^3)であることがわかる。また，この方法には応用が存在し，空気中での瓶の重さと水中での瓶の重さの比較によっても体積を算出することができる。その際はバネばかり等を用いて瓶をぶら下げた状態で重量を量る必要がある。このような数量関係の導出は，多くの場合小学校段階が初出である。

[2]は，ガラスの比重を利用し，重量から体積を求める方法である。水 1cm^3 の重さを１ g とすれば，ガラスの比重は約 2.5 であるとされている。従って, ガラス 1cm^3 の重さは約 2.5 g であることが求められる。この関係を式で表してみると次のようになる。ガラスの体積を y（cm^3)，重さを x（g）とすると「2.5×y = x」と表される。コーラ瓶（C_R）の重量を量ると約 370g である。よって，上式から体積 y（cm^3）の値を y = 148 と求めることが可能である。この関係は比例であることから，第１学年であれば，表・式・グラフを用いた表現や追究が可能である。

５．おわりに

本稿では，昨年実施した予備実験の結果から，研究に必要となる二つの問題点が浮上した。これをもとに, 分析ツールの修正・再検討および授業デザインを進めてきた。これまでの議論において，特に重要である点をまとめ，本稿のおわりとする。

理論枠組みに関しては，数学的モデリングを本研究の分析ツールから除き，コンセプションモデルを分析ツールに加えた。これにより，TDS のみでは明らかにできなか

った生徒の知識状態や数学の知の変容をより詳細に記述することができると期待する。

授業デザインに関しては，小学校算数および中学校数学の学習指導要領の内容を概観し，考察を行った。これをもとに 2013 年度実施予定の授業デザインを進めた。

今後は，さらに授業デザインを具現化し，本実験を実施する予定である。同時に，本稿で示した授業デザインをアプリオリ分析し，予想される生徒の学習を明らかにする。これにより，生徒の学習をより深く分析・考察することが可能となる。

引用・参考文献

Ballacheff N. (1995) Conception, Connaissance et concept. In Grenir D.(ed,) Seminaire Didactique et Technologes cognitives en mathematiques (pp.219-244).

Balacheff N. (2005) cK ¢ Modele de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In Merecier A.& Margolinas C.(ed.), Balises pour la didactique des mathematiques, -La Pensee Sauvage – Editions – Imprime en France.(pp.1-32).

Brousseau G. (1997) Theory of didactical situation. Dordrecht: Kluwer Academic Publishiers.

Takeshi M. (2002a) Relation between proof and conception: The case of proof for the sum of two even numbers. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th International Conference of Psychology of Mathematics Education (vol.3, pp.353-360), Norwich: PME.

J.S.ブルーナー（著），鈴木祥蔵・佐藤三郎（訳）(1984).『教育の過程』，岩波書店.

淡川直樹 (2008).「新しい学習指導要領に求められる教材の研究～スパイラル教材を定義して～」，日本数学教育学会 第 41 回数学教育論文発表会論文集，885-886.

宮川健 (2002b).「教授学的状況理論にもとづくコンセプションモデルに関する一考察」.『筑波数学教育研究』.第 21 号. 63-72.

宮川健 (2011).「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格 －わが国における「学」としての数学教育研究を目指して－」，日本数学教育学会誌 数学教育学論究 第 91 巻 Vol.94，37-68.

宮川健 (2012).「認識論と算数・数学の授業～基本認識論的モデルの視点から～」，日本数学教育学会 第 45 回 日本数学教育学会論文発表会 論文集，15-20.

渡邊公夫 (2010).「数学的活動に相応しい教材づくり」，日本数学教育学会 第 92 回全国算数・数学教育研究（新潟）大会報告，51-52.

角田直樹・吉井孝寿・下平将揮 (2012a) 「スパイラル学習を意図した教材の一提案 －授業デザインのための理論構築を目指して－」．上越数学教育研究 第 27 号，199-210.

下平将揮・吉井孝寿・角田直樹 (2012b) 「スパイラル学習を意図した教材の一提案 －２種類のコーラ瓶の差異に着目して－」．日本数学教育学会 第 94 回 全国算数･数学教育研究 大会特集号，431.

角田直樹・下平将揮・吉井孝寿 (2012c) 「スパイラル学習を意図した教材の一提案（１）－２種類のコーラ瓶を用いた授業の分析－」．日本数学教育学会 第 45 回 日本数学教育学会論文発表会 論文集，365-370.

藤井斉亮・俣野博ほか (2012).「新しい数学１」，東京書籍.

藤井斉亮・飯高茂ほか (2011).「新しい算数６下」，東京書籍.

文部科学省 (2008).『小学校学習指導要領解説 算数編』，東洋館出版.

文部科学省 (2008).『中学校学習指導要領解説 数学編』，教育出版.

本研究報告は，上越教育大学大学院修了生を主体とした研究チームによるものであり，昨年度からの継続研究における中間報告として投稿したものである。

本研究を進めるにあたり，多くの先生方からご指導・質疑をいただきました。特に，本稿の執筆をすすめるにあたり，上越教育大学の宮川先生からは，理論枠組みを中心に多くの意見をいただきました。また，早稲田大学の渡邊先生からは，授業デザインのための多くの意見をいただきました。そして，本稿を上越数学教育研究誌への投稿を認めていただいた諸先生方に感謝いたします。