

2 次関数のルーツとその教材化

ーガリレオ・ガリレイ『新科学対話』を読むー

伊達文治
上越教育大学

1. はじめに

中学校数学3及び高等学校「数学I」で学ぶ「2次関数」のルーツは、ガリレオ・ガリレイ (Galileo Galilei, 1564-1642) の発見した自然落下の法則「自然落下では、落下の距離は時間の2乗に比例する」にある。この発見は、1638年に完成したガリレオ最後の著作『新科学対話』に記されている。この書の正式な題名は『機械学と位置運動に関する二つの新科学についての論議と数学的証明』 (“Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica & i movimenti locali”) であるが、長いため通常『新科学対話』と呼ばれることが多い。この書は、3人の登場人物 (ヴェネチア市民サグレド、新しい科学者サルヴィヤチ、アリストテレス哲学に通じた学者シンプリチオ) の4日間に亘る対話として構成されている。この書には、「放射された物体の経路が放物線を描く」という発見についての記述もある。本稿では、ガリレオの自然落下の法則の発見を取り上げ、『新科学対話』がどのようにその発見を説明しているのかを明らかにし、その説明をこれから「2次関数」を学ぼうとする中学生や高校生にも読めるように仕上げることで、生徒自らが2次関数のルーツを掘り当てることができるような教材を作成していきたい。

2. 『新科学対話』と近代科学的方法

ガリレオは、『新科学対話』において、アリストテレス哲学に通じた学者と新しい科学者 (ガリレオの代弁者) および市民の対話という形式を用いて、従来の固定観念の誤りを正し、近代科学創始の基礎をつくったといわれる。シンプリチオはアリストテレスが書いたことを単純に信奉するだけで何も考えようとする学者という設定である。サルヴィヤチは実験によって事実を積み上げ、真実を明らかにしようとする新しい科学者という設定で、シンプリチオをやりこめていく。サグレドは良識的な市民という設定で、2人の学者の話の聞き、論点を明らかにする。ガリレオは過去の学説を独断的な意見として信じるだけの人間と、学説そのものを新しく作りあげていく人間を、登場人物を通して明確に描き分けている。彼は、頭の中で考えるだけでなく、実験によって仮説を確かめ、実験結果の積み重ねによって説得していくという科学的方法論を展開している。そのことは『新科学対話』の次のような記述に見ることができる。

《まづ、自然現象に最も適合する定義を求め、これを明かにせねばならぬ。誰でも任意の運動を頭の中で考へ出し、その特性を論ずることができる。(略) だが吾吾はこの現象を自然に於て現実に起る自由落下体に

ついて考察し、かつ加速運動の定義をして、自然加速運動の本質に一致せしめようと決心したのである。吾々は長い熟慮の後、つひにその最善のものを見出し得たと信じるのであるが、かかる確信は、実験が引出した意味が、吾々の次々に説明して行った諸現象に正確に照應することによって最もよく支持されるのである。》(今野他訳, 1948, p. 14.)

ガリレオの打ち立てた科学的方法論は、概略、次のように言うことができる。まず、問題となる現象に対して丁寧に詳しく観察をすすめる。何事も最初は心を無にして事実を見つめることから始まる。そして、現象がはっきりしてくると、「どのようにそれが起きたのか、なぜそれが正しいといえるのか」を説明する仮説をたてる。次に、今仮説としてたてた考え方がどこまで通用するかを考え、ずっと先まで考えていく。できるかぎり予測を推論によって進めていく。演繹法と呼ばれる手法である。さらに、仮説・推論から演繹によって得られた「新しい予測」を実験により確かめる。実験は1回で成功するというものではない。仮説を検証するために実験を何度も行うことになる。この結果、「新しい予測」が実験によって正しいと判断できれば、実験で得られた多数の観察データから、問題となる現象の説明をまとめていくのである。帰納法と呼ばれる手法である。このように演繹法と帰納法とにより「予測」を超えた一般的原理を導き出し、最終的な結論をここで導くのである。

上で述べたガリレオの科学的方法は、第3日目の第二部「自然加速運動」において、次のように展開されている。ガリレオは、加速の原因を解明するという従来の試みを放棄して、加速の現象そのものを叙述することに専念している。自然落下運動に対して丁寧に詳しく観察をすすめた上で、まず、「速さが時間

に比例して増加する等加速度運動においては、距離が時間の2乗に比例する」という仮説をたてる。次に、今仮説としてたてた考え方がどこまで通用するかを考え、この仮説を数学的に証明している。さらに、数学的に証明された「速さが時間に比例して増加する等加速度運動においては、距離が時間の2乗に比例する」という現象が実際の自然落下において確認できることを巧妙に工夫された実験で立証していく。このようにして、自然落下が等加速度運動であることを「近代科学的に」証明しているのである。

上記のようなガリレオの打ち立てた科学的方法を踏まえながら、次に「2次関数のルーツ」を教材化していくことにする。

3. 2次関数のルーツの教材化

まず、高校生に投げかける問いとして考えられる事柄に関する『新科学対話』の記述を抽出し引用する。次に、その引用を基に、関係記述の内容を教材化し作成した[問]を提示する。この節では、《引用》と教材としての[問]を交互に示していくことにする。

《シムプリチオ 私の覚えている限りでは、アリストテレスは、真空は運動に必要な前提であって、真空がなければ運動は生じないだらう、といふ二、三の彼より昔の哲学者の見解を罵倒してゐます。この見解に反対して、運動といふ現象こそ一後でわかります—真空の観念を認め難いものにするのだ、といふ事を証明してゐるのです。その証明法は次の通りです。彼は二つの場合を論じてゐます。即ち先づ重さを異にした物体が同じ媒体中で運動する場合を、次に同じ物体が異なった媒体中で運動する場合を假定します。最初の場合に於ては、重さを異にした物体は一つの媒体中で互にその重さに比例した速さで運動すると考へ、それで例へば、10倍も重い物体は10倍も大

きな速さで運動すると主張します。(略)

シムプリチオ 一定の媒体中を運動する一定の物体は自然が決めて呉れた一定の速度を持ってゐて、外から運動量を加へられなくてはその速度は増さず、又何かそれを阻む抵抗がなくてはその速度は減じない、といふことは疑ひありません。

サルヴィヤチ ではもし自然速度の異なる二つの物体をとって、二つを結び合せた場合、速い方の物体は遅い方の物体のために幾分かその速さを緩められ、遅い方は速い方のため幾分か速められるといふことがあるわけですね。かういふ考へでは私と一致するでせうか。

シムプリチオ 全く仰せの通りです。(略)

サルヴィヤチ しかし、もしこれが本当だとし、そしてもし大きな石が例へば8の速さ、一方 小さな方の石が4の速さで動くとするればその二つが結び合さったものは8より小なる遠速さで動くでせう。ですが二つの石が結合されれば、その大きさは、以前8の速さで動いてゐた石よりも大となりますから、重い物体が軽い物体よりも速度が小であるといふ、貴方の仮説と全く相反する結果になります。これで貴方の仮定、即ち重い物体が軽い物体より速度が大きいといふことから理を推して行けば、重い方が軽い方より一層速度が小さくなる、と言へることがお分りでせう。》(今野他訳, 1937, pp. 95-98.)

[問1] 物を手に持って静かに放すと、物は地面に落ちていきます。今日は、このような物が落ちる運動について考えていきましょう。紙切れを手に持って静かに放すと、紙切れはゆっくり落ちていきます。鉛筆を手に持って静かに放すと、鉛筆は目にもとまらぬ速さで落ちていきます。このように、軽い物はゆっくりと、重い物は急速に落ちていくのでしょうか。いま、1kg と 10kg の二つの鉛の球

があつて、これらを同時に高いところから落したらどちらが先に地上につくでしょうか。

(片野, 1978, p. 98. を参考に作問。)

[問2] 1kg と 10kg の二つの鉛の球を同時に高いところから落したらどちらが先に地上につくでしょうか。常識的に考えると、10kgの方が落ちる速さが早く、先に下に落ちそうに思えます。ガリレオの時代にはこういう考えが通用していました。頭の中だけで考えるだけで実際に試してみようとする人がいなかったのかもしれませんが。それと、当時の学者の間で尊敬されていたギリシアのアリストテレスが、重いものほど早く落ちるということを巧みに説明している理論が信じられていたからでしょう。

アリストテレスは、地球上のすべての物には、それが居るべき場所がきめられています。宇宙の天体もそうだし、人間の地位もそうだというのです。だから、居るべき場所にいない物は、その本来の居場所へいこうとします。一般に重い物ほど居るべき場所が下の方に定められています。だから、水や土のような重い元素でできている物は落下して早く下へいこうとし、火や空気のような軽い元素でできている物は上昇して上の方へいこうとします。重い物ほど下へいこうとする傾向が強い。だから重いものほど早く落下する。つまり、物体はその重さに比例する速さで落下する、というのです。

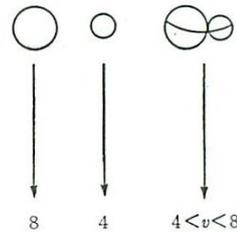
この理論に対して、あなたはどのように反論しますか。いま、大小二つの石があつて、大きい石は8の速さで、小さい石は4の速さで落ちるものとする、どのような矛盾が出てくるか、考えてみてください。(片野, 1978, p. 98. を参考に作問。)

[問3] **[問2]** の理論に対してガリレオは次のように反論します。いま、大小二つの石があつて、大きい石は8の速さで、小さい石は4の速さで落ちるものとし、ところで、この二つの石を紐で結んだものを考えて

みます。

大きい石は8、小さい石は4の速さで落ちますから、大きい石は遅い小さい石のために幾分速さがおくらされ、逆に小さい石は大きい石のために幾分速さが早められるでしょう。つまり、二つの石を結合した物体は4と8の間の速さで落ちることになります。

しかし、一方では、大きい石と小さい石を結合した物体は大きい石よりも重さが重いはずですから、大きい石の速さ8より早い速さ



で落ちなければならないはずですが。これは大変矛盾したことになりました。こうなったのは、最初の假定、物には物自体に本来そなわっている速度があって、それは重さに比例する、ということが間違っているからです。

さて、ガリレオが知りたかったのは、物を落したとき、その物がどのように落ちていくかということでした。つまり最初の1秒間にいくら、次の1秒間にいくら落ちる、というように、落してから時間と落ちた距離の関係が知りたかったのです。落してから時間と落ちた距離の関係を、あなたはどのように考えますか。(片野, 1978, pp. 98-99. を参考に作問。文中の図は、片野, 1978, p. 98. の図を引用。)

《私は、最初指示された高さに於ける静止から落下する石が、次第に新しく速さを増すことを観察した時、どうしてかやうな速度の増加が、全く簡単な、誰にも分명한仕方で行はれてあることを信じてはいけなかったらうか? 細心の注意を以てすれば、速度の追加或ひは増加が常に一様に行はれるもの程簡単なるものは有るものでない。それは時間と運動との概念の親近性を考へて見れば直ちに解ることである。何となれば、等速直線運動が等しい時間と等しい時間と

によって、定義され云ひ表はされる(等しい時間内に等しい距離を通過するとき、これを等速直線運動と呼ぶゆゑ)のと同じやうに、等しい時間を通して、簡単に行はれる速さの増加を表現し得るからである。故に吾々は、任意の等しい時間間隔内に、等しい速度増加が與へられるとき、常に一様にして連続的に加速する運動を心に想ひ、描くことができるのである。それでもし運動体が静止の位置を去って落下し始めた時から等しい時間を算へるならば、最初の二単位時間内に得らるる速度は第一単位時間内に得られる速さの二倍に達し、三単位時間内には第一のもの三倍、四単位時間内には四倍の速さが得られるであらう。もつとはっきり云へば、物体が第一単位時間内に得た速さと同じ速きで以て等速直線運動を続ける場合には、それが二単位時間内に得る速さの半分で進行するであらう。

故に吾々は、この速さの増加を時間の増加に比例する、と云つても大過はない。したがってこれから論究しようとしてゐる運動の定義は次のやうに述べられる。静止から出立して、等しい時間内に等しい速さの増加を得べき運動を等加速(一様に加速された)運動といふ。》(今野他訳, 1948, pp. 14-16.)

《サルヴィヤチ (略) あなたは、重い物体が静止から出立すると直ちに相当大きな速さを得るやうに思ふと仰しやる。しかし私はその同じ実験が、落体の最初の運動が、その重さに関わりなく、極めて遅く、かつ緩つくりしたものであることを明示してゐるものだといひたいのです。いま重い物体を支持物上に載せ、それ自身の重さだけで壓します。ところがこの場合、もしこの物体を一キュービット乃至二キュービット牽き上げて、同じ支持物の上に落下させるならば、この衝撃のために、単に自己の重さだけによる場合よりも大きな新しい壓力を

及ぼすことは明かです。そしてどの落体に依って惹起された効果は、落体の重さに、落下中に得た速さが加はって生じたものなので、この効果は落下の高さが増すほど、云ひ換へれば跳躍に際しての落体の速さが大きいほど次第に大きくなるものです。落体の速さが如何なる値であらうと、衝撃の性質とその大きさとから、吾々はそれをこの衝撃の性質と強さとから精確に決定することができます。しかし、さうすると両君、木塊を四キューピットの高さから杭の頭に落して、後者を例へば四指幅だけ地中に喰ひ込ますことができるとすれば、もしそれが二キューピットの高さから落ちる時には、もつと僅かの距離しか喰ひ込ませることができず、更に一キューピットの高さからの時には、もつと僅かなものになることは間違ひないでせう。もし木塊を一指幅ほどしか落下しなかったならば、打ち下さずにただ杭の頭にのせた場合と、どれだけの相異があるでせうか？ 更にもしそれが僅かに木の葉一枚の厚さほどしか木塊をひき上げなかったならば、その効果はとても小さく、殆ど感知されないほどでせう。そして打撃の効果が、到達した速度によるものとすれば、打撃の効果が感知し得ない程小さい場合に、その運動の極めて遅く、その速さの極めて小さいことを誰が疑ひ得ませう？ ここに人は眞理の力を見るのです。(略)

しかし、かやうな実験（眞に論證せられた）によらなくても、簡単な推理だけで、かやうな事実の正しさを確かめることも難事ではないと思ひます。いま一個の石が空中に静止の状態に置かれてゐるとします。若しその石を支へてゐるものが取除かれ石が自由にされたとすれば、石は空気よりも重いものですから落下し始め、しかも一様な運動を以てではなく、初めは遅いが次第に速くなって行きます。そして速度は際限

なく、増加も減小もできるので、かやうな一つの物体が無限の遅さを以て静止からであるから、4なる速度をとらないで突然10なる速度に、或ひはこの4なる速度の前に、或ひは2の、或ひは1の或ひは $\frac{1}{2}$

の、或ひは $\frac{1}{100}$ の速度をとらずに到達し得ると考へられるでせうか？ そして実に、速度の小ささを示す無限の数のどれかでもなしに、突然10の速度を得ると云ふことがどうして納得されませうか。どうかよく聞いて下さい。私は静止の状態から落ちる石が速度を増すのは、丁度或る衝撃力によってその石を以前あつた高さに迄抛り上げるとき、石が次第にその速度を鈍らして、遂には全然速度をなくしてしまふ場合と同じ順序に従ふものなることを、あなたがたはよもや否定はなさるまいと思ひます。しかし、たとへ、このことを承認なさらないにしても、抛り上げられた石が、次第にその速度を減じて、いよいよ静止の状態になる迄には、あらゆる遅さを経過せねばならぬといふことには、疑問の餘地はありますまい。》(今野他訳, 1948, pp. 18-21.)

【問4】 【問3】の落してからの時間と落ちた距離の関係を考へていこうとするとき、ガリレオはまず、落下する物の速さが落ちた距離(時間)に関係があることをみぬきます。

たとえば、鉛球を木の杭の上に落します。10mの高さから落したとき杭が地中に4cm喰ひ込んだとする、次に5mの高さから落してみると、とても4cmはくい込まない。これは鉛球の速さが遅くなって杭に与える衝撃が小さいためであると考えます。つまり物を落すとき、落ちる速さは落下した距離(したがって時間)に関係があると判断したのです。そこでガリレオはまず、ある一つの大胆な仮説を立てます。どのような仮説を立てたのでしよ

うか。(片野, 1978, p. 99. を参考に作問。)

《しかし、実験を妨げるとの障碍さへ一度
び取除かれるならば、その運動量 [impeto]
は (落下と共にその弧さを増す) 物体を同
じ高さまで持揚げ得ることは明かです。そ
こで吾々は、さしあたり、これを一つの公
準として採り上げ、その絶対的な眞理性は、
これからの推論が完全に実験に對應し、一
致することが見聞された場合に確立される
ものとしませう。著者はこの単一の原理を
仮定した後、次の諸命題に移り、それ等を
明確に証明してゐます。その第一は次の通
りです。

命題 一 定理 一

物体が静止から出立して、一様に加速され
る場合、それが任意の距離を進むに必要な
時間は、同じ物体が同じ距離を、その速
さが加速運動の始まる直前の速度と、最
高の速度との平均値に等しい等速運動を行
ふ場合の所要時間に等しい。》(今野他訳, 1948,
pp. 34-35.)

[問5] [問4] の落ちる速さと落ちる時
間の関係について、ガリレオは大担に、「自然
落下する物体の落下速度は落下時間に比例
する」という仮説を立てました。

速さを v 、時間を t 、比例定数を g とする
と、この仮説はどのように表せるでしょうか。
(片野, 1978, p. 99. を参考に作問。)

《物体がCに於ける静止から出立して、等
加速度を以て距離CDを通過する時間を直
線ABで表はし、間隔ABの間に得た最終、
最高の速度をABに直角な直線(線分)EB
で表はさう。直線AEを引く。しからば
AB上の等距離に在る諸点からBEに平行
に引いた凡ての直線は、瞬間Aに始まり、
次第にその値を増加して行く速度を示すで
あらう。点Fで直線EBを二等分し、BA

に平行にFGを、FBに平行にGAを引く。
かくて形作られた平行

四辺形AGFBは三角
形AEBの面積に等し
い。なぜならその辺GF
は辺AEを点Iで二等
分しているからである。
三角形AEB間の平行
線をGI迄延長すれば、
四辺形内に含まれてゐ



る凡ての平行線の和は、三角形GIA内
にあるものの和に等しい。時間間隔AB中
の各瞬間は直線AB上に對應點を有し、そ
れらの諸点から引いた平行線の、三角
形AEB内に在り、それによって限られた部分
は、増大し行く各瞬間の速度の増加する
値を表はし、平行線の矩形内に在るもの
は、増加しない、一定の速度を表はす。同
様にして、運動体の有する運動量 [momenta]
は、加速運動の場合には、三角形AEB内
の増大する平行線によって、また等速運
動の場合には矩形GB内の平行線によつて
表はされる。何となれば、加速運動の最
初の部分に於て不足な筈の運動量(この
運動量の不足は三角形AGI内の平行線
によって表はされてゐる)は、三角形IEF
内の平行線によって償はれるからである。
従つて二つの物体の一つは静止から出立
して等加速度で運動し、一つはその等加
速運動の下に於ける最大運動量の半分
の速度で等速運動を行ふとき、それら
は等しい時間内に等しい距離を通過す
ることが明かである。》(今野他訳, 1948,
pp. 35-36.)

[問6] [問5] の仮説は、 $v = g t$
という関係式で表すことができます。これ
を基に、ガリレオは自然落下する物体の
落下時間と落下距離との関係をどのよう
に考えていたのでしょうか。速さが一定
である等速運動の落下時間と落下距離
との関係と比較しな

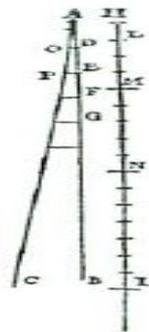
がら考えてみましょう。(片野, 1978, p. 99. を参考に作問。)

《 命題 二 定理 二

静止から等加速運動を以て落下する一つの物体によって通過されるべき距離は、それらの距離を経過するに要する時間間隔の平方に比例する。

任意の瞬間Aに始まる時間を直線(線分)ABで表はし、その上に二つの時間間隔AD及びAEをとる。HIを引き、Hに於ける静止から出立し、等加速度で落下する物体の通過すべき距離を表はさしめる。もしHLを時間間隔AD内に通過すべき距離、HMを時間間隔AE内に行くべき距離とする。しからば、距離HMは距離HLに對し時間AE對時間ADの比の平方に等しい比を成すといふのである。直線ACを直線ABに對して任意の角を成すやうに引き、点D及びEから平行線DO及びEPを引く。

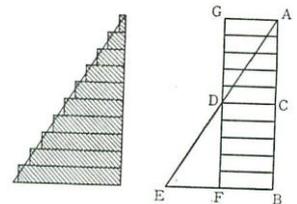
これらの二直線の中、DOは時間間隔AD内に得られる最大速度を、EPは時間間隔AE内に得られる最大速度を表はすものとする。しかるに上に証明したやうに経過された距離が



考へられる限り、物体が静止から等加速度で落下しようと、或ひは等しい時間間隔の間、加速運動中に得られる最高速度の半分に等しい一定速度で落ちようと、精確に等しい。それ故、距離HM及びHLは、それぞれDO及びEPによって表はされるものの半分に等しい様な速度によって時間AE及びAD内に通過すべき距離に等しい。故に若し距離HMとHLとが、時間間隔AE及びADの平方と同じ比を成すことを示し得るならば吾々の命題は証明されるのである。(略) しかるにここでは、速度の比は

時間間隔の比に等しい(何となれば、AE對ADの比は $\frac{1}{2}$ PE對 $\frac{1}{2}$ OD或ひはPE對ODに等しいから)故に、通過された距離の比は、時間間隔の比の平方に等しい。従つて距離の比は、最終速度の比、即ち直線PEとODとの比の平方に等しいことが明かである。何故なら、それらはいづれもAE對ADの比に等しいから。》(今野他訳, 1948, pp. 36-38.)

[問7] ガリレオは、自然落下する物体の落下時間と落下距離との関係を次のように考えていきました。いま、ある物を落したときt秒後の速さをvとし、ABで時間を、それに垂直なBEで速さを表わし△AEBをつくります。落下の各瞬間における速さは、それまでの時間に比例するわけですから、EBに平行な△AEB内の線分で表わすことができます。そして、△AEBの面積はこの落下運動の距離を示すこととなります。速さは時間とともに変わりますが、時間がごく短い時は、この物はAでの速さとBでの速さの平均の速さで落下したと考えることができます。このように考えると、この物がt秒間に落下した距離はAB×CDつまり、長方形AGFBの面積に等しくなります。



このように考えると、自然落下する物体の落下時間と落下距離との関係において、どのような結論が得られるのでしょうか。(片野, 1978, p. 99. を参考に作問。文中の図は、片野, 1978, p. 99. の図を引用。)

[問8] 落下の距離をsとすると、 $s = \frac{1}{2} v t$ です。この式に $v = g t$ を代入すると $s = \frac{1}{2} g t^2$ の式が出てきます。つま

り、自然落下では、落下の距離は時間の2乗に比例する、という結論がえられたわけです。

さて、理論の上では落下の法則を発見したものの、これを実験によって確かめるにはどうしたらよいかの問題です。g は現在、重力加速度として知られ、約 9.8 m/sec^2 です。

そこで $\frac{1}{2}g \approx 5$ とすると $s = 5t^2$ となり、

$t = 6$ とすると $s = 5 \times 6^2 = 180$ となって、6秒間に180mも落下することになります。当時はこんな高い建物などありません。あったとしても、当時の実験技術ではとても時間や距離の測定はかなり困難なものであったでしょう。そこでガリレオはどのような工夫をしたのでしょうか。(片野, 1978, pp. 99-100. を参考に作問。)

[問8の(参考)解答例] ガリレオが理論の上で発見した落下の法則を、次のような実験によって確かめたようです。長さ約12キュービット(指先から肘までの長さ、約45cm)、幅 $\frac{1}{2}$ キュービット、厚さ3指幅の角材の縁に1幅1指幅ぐらいの溝を切ります。この溝は真直に、平らに磨きあげて、つるつるした羊皮紙をはって摩擦を少なくします。この溝に、真鍮の球をころがすのです。

この角材の一方の端を他の端より1ないし2キュービット高くして斜面をつくって、球を転がして落下に要する時間を測るのです。時間は脈博や水を入れた底に小さい孔のあいだにある大きな器を高い所において、それから流れ出す水を他の器に受けとり、それを精密な天秤で測って求めたのです。

球を溝の長さの $\frac{1}{4}$ だけ転がして時間を測ると、全長を転がす時の時間の $\frac{1}{2}$ であること
を確認したあと、全体の長さの $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ の

長さを転がして時間を測りました。100回以上も同じような実験をくりかえした結果、斜面の傾斜に関係なく、通過距離が時間の2乗に比例することを確認したのです。(片野, 1978, pp. 99-100. を参考に作成。)

4. おわりに

これまで、ガリレオの自然落下の法則の発見を取り上げ、彼の近代科学的方法を辿ることができるような教材を作成してきた。『新科学対話』の読み込みや他書による文献的検討など不十分な点は多々ある。もっと当教材には改良を加えていかなければならない。ここに取り上げたガリレオの発見や科学的方法は、「2次関数」を学ぼうとする中学生や高校生には是非とも追体験してもらいたい事柄である。本稿が、2次関数のルーツを生徒自らが掘り当てていくような学びとそれを支援する実践の一助となれば幸いである。

[引用・参考文献]

- Boyer, C. B. (1949), *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, Dober Publication, Inc., New York.
- Schiffer, M. M. (1984), *The Role of Mathematics in Science*, The Mathematics Association of America (MAA).
- 青木靖三(1980),「ガリレイの道—近代科学の源流」, 明治図書.
- 片野善一郎(1978),「授業を楽しくする数学の話」, 明治図書.
- 今野武雄他訳(1937),「ガリレオ・ガリレイ 新科学対話(上)」, 岩波書店.
- 今野武雄他訳(1948),「ガリレオ・ガリレイ 新科学対話(下)」, 岩波書店.
- 伊達文治(1993),『アルキメデスの数学—静力学的な考え方による求積法—』, 森北出版.