上越数学教育研究，第30号，上越教育大学数学教室，2015年，pp.63-72.

文字式利用の表現過程に焦点をあてた 論証の授業改善に関する研究

迂田　克彦
上越教育大学大学院修士課程 2 年

1.　はじめに

平成 21～25 年度に実施された全国学力・学習状況調査(以下 全国調査)の N 県の数学の結果を見ると，平均正答率は全国と比べて A，B 問題共に下回っている。

この結果を受け，前任校の様子を顧みると，A 問題において，計算力は概ね身に付いているが，表現力や読式力は十分に習得できているとは言えなかった。そのため，文章題や論証問題など，知識・技能を総合的に活用して解く B 問題に対応できる生徒が少なかった。このような姿が顕著に見られた学習場面の一つとして，「文字式による論証」がある。

文字式の利用について，三輪(1996)は，文字式を思考のための有効な手段とし，文字式利用の図式を提示している(図 1)。この図式は，「表す」「変形」「読む」の 3 つの過程を一廻りすることで，新しい発見や洞察が得られることを示している。

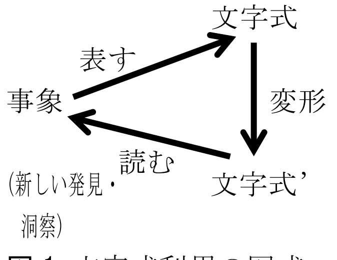

図 1: 文字式利用の図式
三輪(1996)より引用

しかし，文字式による論証の学習において，筆者の実践を振り返ると，生徒は文字式を用いると思考が進まないという現状が見られた。つまり，文字式が生徒にとって有効な道具として受け入れられなかったのである。

この要因は，文字式による表現において，具体的な事象を抽象化する過程に内在する困難性にあると考えられる。このことは，平成 22・24・25 年度に実施された全国調査の A 問題「文字式」に関わる設問，計 13 問の内，正答率が 70%未満であった問題が，表現は 3 問(4 問中)，読式は 3 問(5 問中)，計算は 0 問(4 問中)であったことからも推察される。また，この結果からは，「読式」にも課題があると考えられる。

表現は具体から抽象へ，読式は抽象から具体へつなげる力であり，双方が関連しあっている。そのため生徒は，文字式による表現を理解できなければ，読式で抽象化されたものを具体化することもできないだろう。つまり，表現力を高めることは，読式力の育成にもつながると考えられる。

そこで本稿では，生徒が文字式を思考の有効な手段として利用できるようにするため，文字式利用の表現過程に焦点をあてた論証の授業を構想，実践する。その授業の分析を通して，文字式による論証の授業改善の示唆を得ることを目的とする。

2.　文字式による論証の授業を構想するための方向性について

2.1　文字式による表現の問題点

三輪(1996)は，数量を文字式で表すことの指導上の問題点の一つとして，「数量の関係の中で，特に，分数を含んだとき，割合や比(例パーセント)を含んだとき，及び，速さ，濃度

の問題が難しい」(p. 5)と述べている。

また，国宗(1997)は，生徒が「文字式による表現」の問題を解けない原因として，次の2点を示している。

① 数量の関係を理解していない。

② 数量自身の意味が明確でない。

これらのことから，文字式による表現の問題点として，次の2点が考えられる。

・ 割合や速さの問題場面など，数量の関係を把握することが困難な場合に，文字式による表現も困難になる。
・ 「偶数」や「整数」など，数の仕組みについての理解が不十分な場合に，問題場面を適切に文字式で表現することが難しくなる。

2.2 文字式による論証の問題点

平成22・24・25年度全国調査のB問題「文字式による論証」に関する設問のN県の結果を見ると，常に正答率が低く課題があると考えられる(表1)。

表1:平成22・24・25年度全国調査B問題「文字式による論証」に関わる設問の正答率

年度	設問の概要	正答率(%)	
		N県(公立)	全国(公立)
22	連続する3つの奇数の和が3の倍数になることを説明する	20.3	24.3
24	連続する3つの自然数の和が3の倍数になることを説明する	32.3	36.3
25	2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差が9の倍数になる説明を完成する	33.3	37.4

さらに，それぞれの設問の誤答の解答類型と反応率の結果について，文字式による表現の視点から分析・考察を述べる。

文字式の計算が形式的処理だけで終わっている解答(6n+3, 3n+3, 9x-9y)の県の反応率は，平成22年度が17.3%，平成24年度が9.4%，平成25年度が15.5%である。ここから，計算結果と結論が結び付いていない生徒がいると考えられる。

県の無解答率は平成22年度が29.8%，平成24年度が25.7%，平成25年度が25.2%である。ここから，問題場面の把握ができず，与えられた文字式が何を表しているか理解できていない生徒がいると考えられる。

この結果から，「文字式による論証」の問題点として，次の2点が明らかとなった。

・ 結論がどのような式で表現できるか理解できていない。
・ 問題場面が把握できなかったり，問題場面の仕組みと文字式とを結び付けることができなかったりする場合もある。

また，先行研究において，国宗(1997)は「文字式による論証」の理解に関する中学生の実態を明らかにすることをねらいとした調査を実施している。

調査問題は以下の通りである。

「奇数と奇数の和は偶数である。」このわけをいいなさい。

この調査結果として，文字を使って論証できていない生徒が，中1で59%，中2で38%，中3で17%いたとしている。また，文字を使っても不適切な使い方をしている生徒が，中1で41%，中2で52%，中3で75%いたともしている。

そして，不適切な文字の使い方をしている生徒の解答を3つのパターンに分け，次のように分析・考察を行っている。

a…奇数や偶数をnとするもの。
　言葉の代わりに文字を使ったにすぎない。
b…2つの奇数を2n+1とするもの。
　同じ文字には同じ値が入るという認識がない。
c…2つの奇数を2n+1，2n+3とするもの。
　任意の2奇数の表現の仕方が分からず困惑している。

文字式による論証において最初の過程は，

問題場面の仕組みを理解し，それを反映して文字式で表現することである。国宗(1997)の調査結果は，この場面で既に生徒が，適切に表現できていないことを示している。

以上から，文字式による論証の出発点といえる表現過程で，多くの生徒が戸惑いを抱いている現状があると考えられる。

そして，その要因を 2.1 の文字式による表現の問題点との関わりから考えると,「問題場面の把握」「問題場面の仕組みの理解」の 2 点が文字式利用の表現過程の問題点として明らかとなった。

このような現状では，生徒が文字式による論証の問題を解決し，文字式を思考のための有効な手段として実感することは難しい。

そこで 2.3 では，さらに先行研究を検討することで，文字式利用の表現過程に関わる 2 つの問題点を改善し，文字式による論証能力を育むための有効な手立てを探る。

2.3 文字式による論証能力を育むための手立て

横田(1995)は，生徒の文字式の理解の様相を探るために，文字式の二元性と文字式の自由性の 2 つの視点から授業実践と事例の分析を行っている。その中で，文字式を手続的に解釈している生徒が，文字式にいくつかの数値を代入することにより，構造的な解釈を促されたことを報告している。また，文字式の学習の初期段階で，図を描くなど様々な表現を用いることは，構造的に捉えることをより容易にするとも述べている。

鈴木ら(1998)は，「文字式による論証能力」に関する指導上の留意点として，問題場面を理解できるように，具体的な数を使い，その仕組みやそれらの関係を把握させるように努めることの重要性を述べている。

稲生(1996)は，文字式による論証において，生徒が問題の構造を理解する上で，action proof を利用したことが有効であったことを報告している。図を用いたことで生徒は数の仕組みが理解でき，その仕組みを文字式で表現しようと，様々な説明の仕方を考えたとしている。

これらのことから，問題場面の仕組みや文字式の構造的な見方の理解を促すためには，具体的な数や図で問題場面を考察したり，文字式に数値を代入して式の構造をチェックしたりすることが有効であると考えられる。

山本(2006)は，生徒同士が考えを交流する機会を設定したことで，文字式を構造的な見方で捉えられずに誤答した生徒が，正しい表現の仕方に気付き理解を深めた実践を報告している。事例では，生徒の意見をもとに問題場面を考察することで，誤った解答をしていた生徒が，他の生徒の意見に納得し文字式を構造的な見方で捉えられるようになったことが示されている。

このことから，文字式による表現の理解を深められるようにするためには，文字式による表現を話題に取り上げ，生徒同士で考えを交流し検討することが有効であると考えられる。

また，上述した 2 つの手立てに併せて，変形の過程に入る前に，仮定と結論のおよその形を明確にすることは，生徒が目的をもって式変形を行う上で，有効であることも予想される(三輪，1996；鈴木ら，1998)。

以上から，本実験授業では，「問題場面を文字式で表現できるようにする」「結論を意識した式変形ができるようにする」ために，上述した 3 つの手立てを取り入れていくこととする。

3. 実験授業の概要

3.1 実験授業の目的と方法

本実験授業の目的は以下の通りである。

> 文字式による論証の授業において，文字式利用の表現過程に焦点にあてる。その際，「問題場面を文字式で表現できるようにすること」

「結論を意識した式変形ができるようにすること」を目標とし，実験授業を構想，実践する。この実験授業が，生徒の文字式による表現の理解を助け，文字式による論証問題を解決する上で，どのような役割を果たしたのか，生徒の思考過程を分析・考察することで，その効果を検証していく。

実験授業は，N 県公立中学校 2 学年 1 クラスを対象にし，全 6 時間の授業を行った。学級全体と抽出生徒 1 組 2 名の学習過程を，ビデオと IC レコーダーで記録し，それを基にプロトコルを作成した。また，生徒の記入したワークシート(以下 WS)も回収し記録として残した。このように収集したデータを基に，上述の目的と関わる分析・考察を行った。

3.2　実験授業の構想

2．で述べた通り，文字式による表現の理解が，文字式による論証問題の解決に大きな影響を及ぼしている。そこで，実験授業は次のように 2 次に分け，授業を構想した。

第 1 次	文字式による表現に特化した授業(2 時間)
第 2 次	文字式による論証の授業(4 時間)

第 1 次については，先行研究から，生徒の文字式による表現の理解の現状を踏まえ，文字式による論証の単元に入る前に，文字式による表現について学び直す機会が必要であると考え，設定した(三輪，1996;鈴木ら，1998)。

また，文字式による論証能力を育んでいくために，実験授業では，2 つの目標から次の 3 つの手立てを講じることとした。

○　問題場面を文字式で表現できるようにする

・　問題の仕組み(仮定)や説明することの仕組み(結論)を，具体的な数や図などを用いて考察しその仕組みを理解することで，問題場面を適切に文字式で表現できるようにする。

・　文字式による表現を話題に取り上げ，生徒同士が意見交流することで，その理解を深められるようにする。

○　結論を意識した式変形ができるようにする

・　変形の過程に入る前に，結論のおよその形を式で表現しておくことで，目的意識もって式変形を行うことができるようにする。

3.3　抽出生徒について

抽出生徒 2 名は，以下に示した第 1 次第 1 時の課題を用いた事前調査において，2 けたの自然数を表す文字式として，①，②，③のいずれかを選択した生徒の中から選出した。さらにその中で，自身の考えていることが外在化しやすい生徒を，担当数学教師と相談して決定した。

課題
2 けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とするとき，その 2 けたの自然数の表す式について，4 人は次のように考えた。
①太郎「xy」　②次郎「x+y」
③三郎「10xy」　④花子「3 人とも違うと思うわ」
あなたは誰の考えに賛成しますか。

抽出生徒 Hoto と Shin の特徴は以下の通りである。

Hoto(男)
授業中の発言が多い。課題に対する自身の考えや疑問に思ったことは，積極的に他と話し合おうとする。学習内容の定着に時間はかかるが，粘り強く学習に取り組む。

Shin(男)
授業中の発話が比較的多い。自身の考えを WS に記入したり，他に説明したりと進んで学習に取り組む。

抽出生徒は，座席を隣り同士に配置することで会話がしやすい環境を作った。そして，2 人が話し合いながらどのように学習を進めるか，その様子を学習過程として記録できるようにした。

なお，本稿中の生徒名は全て仮名である。

4.　実験授業における抽出生徒の思考過程の分析・考察

4.1　問題場面の文字式による表現について

4.1.1　具体的な数や図による問題場面の考察

○　偶数の仕組みを文字式で表現する場面（第 2 次第 4 時）

課題 　2 つの奇数の和が偶数になっていることを説明する。

【思考過程】

最初に偶数は，「2 の倍数」「2 で割り切れる数」という仕組みをもっていることを全体で確認した。

次に，「2，4，6，8」といった具体的な偶数を，その仕組みが分かる形でどのように表現できるか考えた。この場面で，Shin は，具体的な偶数の仕組みを図 2 のように WS に記入した。Hoto は当初，図 3-①のように奇数の仕組みを記入した。その後，他の生徒と授業者のやり取りで「2=1+1　4=1+3」という考えが話題となり，板書されたのを確認すると，図 3-②のように書き直した。そして，最終的に授業者が全体に行った説明を参考にし，図 3-③のように再度書き直した。

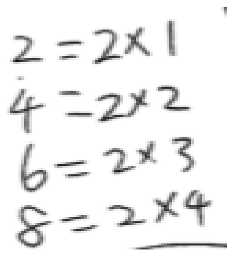

図 2：Shin の WS

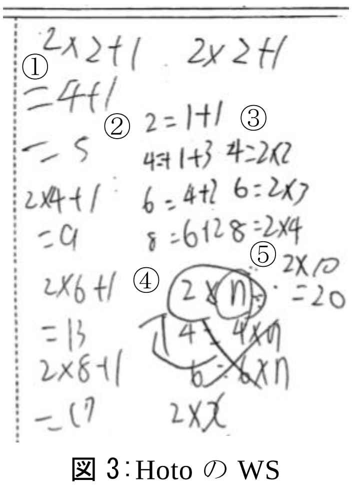

図 3：Hoto の WS

最後に，偶数の仕組みを文字式でどのように表現できるか考えた。この場面で Shin は，「偶数の仕組み　2×x」と直ぐに WS に記入した。Hoto は，図 3-④のように WS に記入した。その後，Hoto は Nogu に「4×n？」と問いかけられると，「ミスった」とつぶやき，「2×n」に「○」を，「4×n」「6×n」に「×」を付けた。そして Hoto は，Nogu に「だから，倍数でしょ。だから，その n(2×n)に，例えば 1 とか，2 とか，3 とか，4 とか，だから 10 とか入れて計算すると 20 で，これもなるじゃん。だからこれでしょ。（WS に「2×10=20」と記入する(図 3-⑤)）」と説明した。

【考察】

Shin は戸惑うことなく，偶数を仕組みが分かる形で適切に数式，そして文字式で表していた。これは，前時に Shin が，2 つの奇数の和が偶数になる理由を図 4 に表した際，ブロックを 2 個ずつ囲み，さらに「これ，2 じゃん。これが x 個あるわけでしょ」と発話していたことから，偶数の仕組みを理解できていたためと考えらえる。

図 4：Shin の前時の WS

Shin は，第 1 次第 1 時で，「25」という 2 けたの自然数の仕組みを図 5 に表し，十の位の数と一の位の数の意味を説明した。

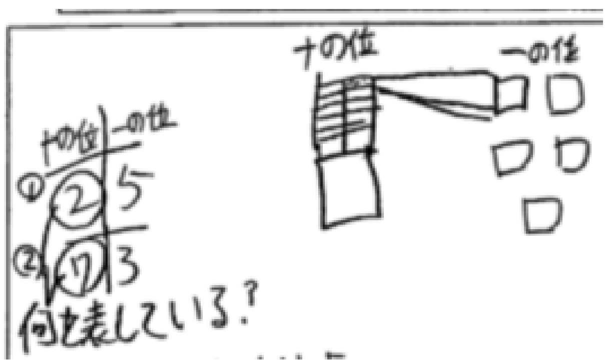

図 5：Shin の WS

また，第 2 次第 1 時で，「連続する 3 つの整数の和が真ん中の整数の 3 倍」になる理由を，問題場面の仕組みを反映した図 6 を描き，

その図を操作することで明らかにしていた。

このように Shin は，これまでの学習場面において，問題場面の考察に図を継続して用いていた。これは，Shin が図を用いれば問題場面の仕組みを理解できるということを実感したことにより，生み出された姿だと考えられる。

図 6：Shin の WS

一方で，Hoto は偶数の仕組みを表す言葉から，具体的な偶数の仕組みを適切に数式で表すことができなかった。この要因は，Hoto が偶数の仕組みを理解できていなかったことにあると考えられる。このことは，前時に Hoto の描いた図 7 が，偶数の仕組みが分かる形で表現されていないことからも推察される。

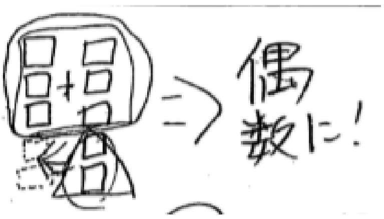

図 7：Hoto の前時の WS

但し，Hoto は偶数の仕組みを表した数式が示されると，変わっていく整数の部分に着目し，「2×n」と文字式で表現することができていた。つまり，数式を数ではなく仕組みを表した具体例として捉えることができたのだと考えられる。

さらに Hoto は，文字式に具体的な数を代入することで，自身の考えに確信がもてたのだと考えられる。

このように具体的な数や図といった様々な道具を用いて問題場面の仕組みを理解することは，問題場面と文字式とを結び付けて考える表現過程を遂行する上で，重要な役割を果たすのだと推察される。

4.1.2　生徒同士の意見交流

○　2 けたの自然数を表す文字式の正誤を検証する場面（第 1 次第 1 時）

課題は，3.3 で示した「2 けたの自然数を表す文字式として正しものを選択する」というものである。

【思考過程】

2 けたの自然数を表す文字式として，当初 Hoto は③「10xy」を選択した。Shin は①「xy」を選択したが，途中で自身の考えを③「10xy」に変更した。そして，Shin はその理由を Hoto と Nogu に説明した。しかし，Nogu は④「私は，3 人とも違うと思うわ」が正答だと考えていたため，Shin の説明に反論した。3 人のやり取りは以下の通りである。

Shin：あのさ，つまり，全部 52 とするじゃん。（WS に記入しながら（図 8））これは 5×2 でしょ。だから 10 になるでしょ。で，これは 5+2 だから 7 になるでしょ。これは例えばこれが 5 で，これが 2 だとしたら。
Nogu：（Shin の説明を遮り）10x×y，10×x×y。だから，かけ算を入れると。
Hoto：10x×y。10×x。
Shin：だからこれ（10x を○で囲む（図 8））を十の位にしたいでしょ。でも，5 だけだと一の位じゃん。これを 50 にしてあげるのね。これプラス 2 をしてあげれば，52 になるでしょ。
Shin：これが正解じゃん。俺，間違っていた。
Nogu：違うって，たすにするためにはプラスを入れるんじゃないの。分かんないけど。

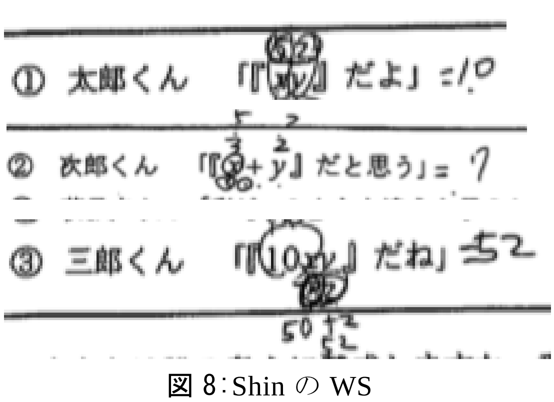

図 8：Shin の WS

その後，再度 Hoto，Shin，Nogu との間で次

のようなやり取りが行われた。

Nogu：何だ。じゃあ，10xy ってさ，10×x×y だよね。（WS を記入する（図 9–①））
Nogu：（WS を見せて）答え 90 でしょ。
Hoto：あはは，何で！（笑いながら驚く）
Shin ：何でですか！（驚く）
Nogu：③番は答え 90 になるよ。お前が言った x が 1，y が 9 にすると。（WS の「10×1×9=90」を見せる）

しかし，Hoto と Shin は，この説明に納得せず，Nogu に③になる理由を次のように説明した。

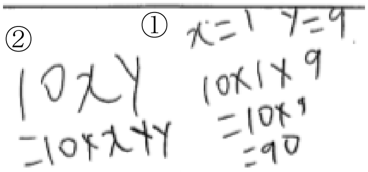

図 9：Nogu の WS

Shin ：（WS に例を記入しながら（図 10））だから x が 5 だとするでしょ。それで y が 2 だとするでしょ。したら，この x は一の位でしかないでしょ。これを十の位にしたいから，この 10 をかけて 50 にするでしょ。それで 2 を付ければいいじゃん。


図 10：Shin の WS

Nogu：何で 2 を付けるの？
Shin ：2 じゃん。
Nogu：何だ。じゃあ 10xy ってさ，10×x×y だよね。（WS を記入する（図 9–②））これプラス入れないとかけ算になるよ。かけ算省略するルールだよ。

2 人の会話を受け，今度は Hoto が③になる理由を以下のように説明した。

Hoto：（Shin の WS（図 10）を指しながら）これ順番に並べるじゃん。
Hoto：5 があるじゃん。10 があるから，10 倍されるじゃん。50 になるじゃん。2 があるじゃん。（Nogu はここまでの説明は頷く）そのまま移動させて 52 になるじゃん。
Nogu：何で移動させるんだよ。
Hoto：筆算みたいなもんさ。
Nogu：何で筆算になるんだよ。

その後，Hoto と Shin は Nogu の考えを聞いた。Nogu が「10x+y」と発すると，Shin は「確かにそうかもしれないな。…」とつぶやいた。そして，Shin は自身が選択していた③「10xy」が正しくない理由を WS に記入し説明した（図 11）。

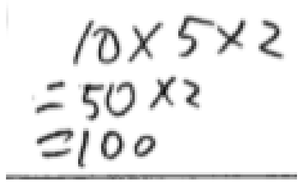

図 11：Shin の WS

Hoto も自身の考えを④に変え，教科担任にその理由を,「俺が考えたのは，たす y だから，これ（10xy）を普通に式に直すと 10×x×y じゃないですか，俺が言っていたのはたす y だから違うと思うんですよね。」と説明した。

【考察】

Shin は，①「xy」と②「x+y」について，x=5，y=2 を代入し，式の値（5×2=10，5+2=7）を求めることで，2 けたの自然数を表す文字式として正しくないことを確認していた。その後，Shin は③「10xy」においても数の代入を行った。しかし，Shin は「50+2」と記入し，続けて「だからこれ（10x）を十の位にしたいでしょ。でも，5 だけだと一の位じゃん。これを 50 にしてあげるのね。これプラス 2 をしてあげれば，52 になるでしょ。」と発話していた。

このことから，Shin は，③「10xy」を選択しながらも，実際の発話では「10x+y」に相当する発言をしていた。しかし，Shin はそのことに気付いていない様子が伺えた。また，Shin は「十の位は 10 をかける。それに 2 を付ける。」と，数字を並列して表記する考えの発話もしていた。この Shin の姿から，文字式の表現のルール（10×x×y）と，数字を並列して表記するという数の表現のルール（10xy）が混在した状態であったと考えられる。

これについては，Hoto も Shin と同じ状態

であったと考えられる。それは，Hoto が「10 倍されるじゃん。50 になるじゃん。2 があるじゃん。そのまま移動させて 52 になるじゃん。」と発話し，十の位の大きさは捉えていながらも，数字を並列させた形である③「10xy」を選択していることから推察される。

このように，Hoto と Shin は文字式の表現のルールと数の表現のルールを混在させて，「10xy」が 2 けたの自然数を表す文字式であることを Nogu に説明していた。それに対し Nogu は，「10×x×y だから，かけ算を入れると」「90 でしょ（10×1×9）」「プラス入れないとかけ算になるよ」など，文字式の表現のルールのみを基にして Shin と Hoto に説明していた。そのため，3 人の議論がかみ合わない状態が続いたのだと推察される。

しかし，Shin と Hoto は，Nogu の説明を何度も聞く中で，しだいに文字式の表現のルールだけに着目する必要性に気付いていったと考えられる。これにより，「10xy」という文字式の仕組みを，Shin は式の値で，Hoto は文字式の表現方法のきまりでそれぞれ確認した。そこから 2 人は，「10xy」が適切な表現ではないことを理解したのだと考えらえる。

このことから，生徒は自身が扱いやすいルールを用いて問題場面を表そうとすることが理解される。そのため，多様な表現が生み出されるのだと考えられる。本実験授業では，生徒相互で話し合う場面を取り入れ，様々な視点から文字式の表現について，自分たちで吟味できるようにした。それにより，文字式の表現と数の表現の 2 つのルールを混在させて使っていたことが意識できたと推察される。そこから課題を場面に合った文字式の表現のルールで再考し，適切な表現を自ら選択する機会が保障されたのだと考えらえる。つまり，文字式のルールに基づいた表現の理解が促されたと考えられる。

4.2　結論の形に基づく推論について

○　文字式による説明を完成させる場面（第 2 次第 2 時）

課題
連続する 3 つの整数の和が真ん中の整数の 3 倍になっていることを説明する。

【思考過程】

授業者が仮定と結論をまとめ，全体で計算式を確認した後，文字式による説明を各自で考えた。

問題の仕組み（仮定）　①n-1，n，n+1　②a，a+1，a+2
説明することの仕組み（結論）　①3n　②3(a+1)
計算式　①(n-1)+n+(n+1)　②a+(a+1)+(a+2)

当初 Hoto は，WS の①の計算式の下に「3n-3　3n　3n+3」と，仮定の①を 3 倍した文字式を記入して答えとした。

そこで授業者は，Hoto と①の結論が「3n」であることを確認した上で，実際の計算を，Nogu を加えて次のように進めた。

T　：n と n と n をたしたらどうなる？
Nogu：3。
Hoto：3n。（WS に「3n」と記入する（図 12））
Nogu：おっ！
T　：3n だよね。マイナス 1 とプラス 1。
Nogu：お～！0。
Hoto：お～。0。（WS に「0」と記入する（図 12））
T　：て，いうことは？
Nogu：3n。
Hoto：3n。
Nogu：お～。
T　：なったでしょ。
Hoto：はい。

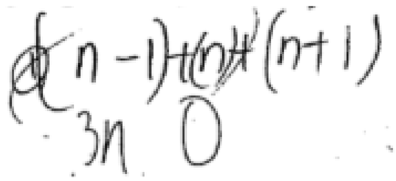

図 12：Hoto の WS

Hoto は Nogu と共に，計算結果が結論の式と同じになったため，納得する様子を見せた。

その後，Hoto と Nogu は，①と同様に，②の計算式「a+(a+1)+(a+2)」についても，次のようなやり取りをしながら結論を導こうとした。

Hoto：簡単じゃんこんなの。

Nogu：どうするの？
Hoto：（WS に記入しながら）3a でしょ。えっ，どの形にするの？この形にすればいいの？（WS の「3(a+1)」を指す）
Nogu：（Hoto の WS の「3n」を指して）3n にすればいい。
Hoto：えっ，違う。これ（3(a+1)），これにすればいいんでしょ。結論だから。
Nogu：（「3(a+1)」を指して）あっ，そうだ，そうだ。これにすればいい。
Hoto：はあ！（計算式と結論を見つめて）えっ，待って，待って。あっ。えっ？
Hoto：えっ！あっ，分かった，分かった。あっ，できた。多分。多分これ。
Hoto：（WS に計算結果を記入しようとして）はっ？
Hoto：a たす，a たす，a は 3a だろ。（WS に「3a+3」と記入する（図 13））
Hoto：3 たす 2。2 たす 1 で 3。
Hoto：これじゃあ，できません。どうしましょ。（しばらく WS を見つめる）無理でしょ。難しすぎる。
Nogu：これを 3 括弧 a プラス 1 の形にするの？
Hoto：無理でしょ。

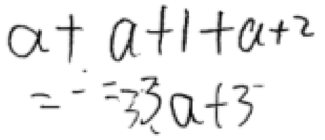

図 13：Hoto の WS

Hoto と Nogu は，計算結果の「3a+3」が結論の「3(a+1)」と同じ文字式にならなかったことに疑問をもち，結論を導き出せず困惑した様子を見せた。

この後，代表生徒が文字式による説明「a+(a+1)+(a+2)=3a+3=3(a+1)」を板書した。Hoto はそれを見て「3a たす 3 から，何でプラス 1 がでてきたか，ちょっと知りたいな，そこらへん。」と発話し，「3a+3=3(a+1)」の式変形の意味が理解できない様子を見せた。

ここで，授業者は全体で文字式による説明の確認を行った。Hoto は，②の計算式について，授業者が分配法則に基づいた式変形の方法を説明するが，「（険しい表情で）はあ？いや，いや，いや，無理でしょ。どっからあの 1 がでてくるの。」と発話した。

【考察】

①の計算式について，Hoto は結論が明確であったため，計算結果の「3n」と結論の「3n」とが結び付き，その説明に納得する様子を見せていた。また，②の計算式についても，計算処理だけで終わらず，「3a+3」と「3(a+1)」を結び付けようとする姿が見られた。

このことから，変形の過程に入る前に，結論を表す文字式を明確にしたことが，計算結果と結論の文字式との関連を図ろうとする Hoto の姿勢を育むことにつながったと考えられる。

しかし，Hoto は②の計算式について，計算結果の「3a+3」から結論の「3(a+1)」を導き出すことはができなかった。また，Hoto は，分配法則に基づく式変形について説明されても，納得する様子を見せなかった。

このことから，文字式による論証の初期段階で，「3a+3=3(a+1)」と式変形することに困難を感じる生徒がいると推察される。これは，これまでの分配法則の学習で，括弧でくくることに比べ，括弧をはずす機会の方が多かったことに要因があると考えられる。

5. まとめ

本稿では，文字式利用の表現過程に焦点をあて，「問題場面を文字式で表現できるようにする」「結論を意識した式変形ができるようにする」という 2 つの目標から実験授業を構想，実践し，その視座に立って分析・考察した。その結果，次の 3 点が明らかとなった。

- 文字式による論証の初期段階において，問題場面を具体的な数や図を用いて考察しその仕組みを理解することは，問題場面を適切に文字式で表現する上で，有効な手立てとなる。
- 生徒の疑問や誤った捉え方を話題とし，生徒同士が意見交流することは，「数の仕組み」や「文字式の仕組み」など，文字式による表現の重要な点を明確化する上で，有効な手立てとなる。
- 変形の過程に入る前に，結論のおよその

形を式で表現し明確にしておくことは，計算結果を結論と結び付けようとする姿勢を育む上で，有効な手立てとなる。

調査対象クラスに，実験授業後，平成 21・22 年度全国調査の B 問題「文字式による論証」の問題を，事後テストとして実施した。その結果，調査対象クラスの無解答率について，全国と比べて改善が見られた（表 2）。

表 2：事後テストの無解答率

年度	調査対象クラス	全国（公立）
21	2.7％	17.8％
22	10.8％	29.1％

これは，表現過程に焦点をあてた本研究の成果の一つだと考えられる。ここから，文字式で表現しようとする生徒の姿勢も育むことができたと考えられる。

6. おわりに

本研究は三輪(1996)が述べる「表現過程」に焦点をあてることで，生徒が文字式を思考の有効な手段として利用できるようにすることをねらい，一定の成果が見られた。

しかし，残る 2 つの過程（「変形過程」「読式過程」）については，「表現過程」に多くの時間を割いたことで，生徒に十分な学習機会を確保することができなかった。そのため「変形過程」においては，4.2 で示したように，分配法則に基づく式変形について，理解できずに戸惑う抽出生徒の様子が見られた。

今後は，「変形過程」の指導も含め，文字式による論証の授業を構想，実践し，どのような生徒の理解の変容が見られるか検証していく必要があると考えられる。

引用・参考文献

稲生耕一. (1996). action proof を手がかりとした文字式による証明を作り出す指導の在方. 日本数学教育学会第 29 回数学教育論文発表会論文集, 19 - 240. 筑波大学.

国宗進（編著）. (1997). 確かな理解をめざした文字式の学習指導. 明治図書.

三輪辰郎. (1996). 文字式の指導序説. 筑波数学教育研究, *15*, 1 - 14.

文部科学省, 国立教育政策研究所. (2009). 平成 21 年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書. 2014 年 2 月 1 日 http://www.nier.go.jp/09chousakekkahoukoku/03chuu_chousakekka_houkokusho.htm より入手.

文部科学省, 国立教育政策研究所. (2010). 平成 22 年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書. 2014 年 2 月 1 日 http://www.nier.go.jp/10chousakekkahoukoku/03chuu.htm より入手.

文部科学省, 国立教育政策研究所. (2012). 平成 24 年度全国学力・学習状況調査【中学校】報告書. 2014 年 2 月 1 日 http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoukoku/04chuu_houkokusho.htm より入手.

文部科学省, 国立教育政策研究所. (2013). 平成 25 年度全国学力・学習状況調査報告書:【中学校】数学. 2014 年 2 月 1 日 http://www.nier.go.jp/13chousakekkahoukoku/data/13-j-math.html より入手.

鈴木裕, 中西知眞紀, 熊倉啓之, ほか 3 名. (1998). 文字式による論証（第 6 次報告）: 指導上の問題点とそれらを克服するための留意点. 日本数学教育学会誌, *80*(11), 8 - 16.

山本晋平. (2006). 子どもが主体的に取り組むことのできる一斉授業・習熟度別少人数学級の在り方. 平成 17 年度中津川市教育実践研究論文集, 1-10.

横田誠. (1995). 文字式の二元性(duality)に関する考察. 上越数学教育研究, *10*, 133 - 142.