上越数学教育研究，第30号，上越教育大学数学教室，2015年，pp.73-84.

算数教育におけるオープンな問題の活用に関する再考

－作成したオープンな問題と生起した算数的活動の関係に着目して－

渡部　一嵩
上越教育大学大学院修士課程２年

１．はじめに

算数は，今までに得た知識・技能を活用し，様々な考えや方法で問題に立ち向かうことのできる教科である。そのよさを生かす取り組みの一つにオープンな問題とその活用がある。この取り組みは，島田（1977）のオープンエンドアプローチの研究を発端として，算数・数学教育の実践や研究に拡がりをみせた。しかし，教科書の章末で扱うなど断片的にオープンな問題を活用する授業が多く，日常の学習においてオープンな問題は十分に活用されていない現状や，オープンな問題を提示し児童から引き出した多様な考えをいかに学習課題と結びつけていけばよいのかに悩む教師の姿が，先行研究の多くや算数教育の研究会の報告などから垣間見えてくる。児童から出された多様な考えと学習課題を結び，算数的活動を活性化していくことができれば，算数のよさを生かすことに繋がるだろう。どのようなオープンな問題とその活用によって，児童の多様な考えと学習課題を結び，学習課題を児童自身の「問い」とすることができるのかに着目して研究に取り組み，修士論文「算数教育におけるオープンな問題の活用に関する研究―算数的活動を活性化する教師の働きかけに着目して―」（渡部，2015）に研究をまとめたところである。

渡部（2015）で述べた調査授業において，まず，算数的活動の活性化を可能にするオープンな問題を作成した。作成の手順は次の通りである。

①教師が学習課題を解決する上で期待する考えや予測する考えをあげ，課題解決に必要な観点を考察する。
②課題解決に必要な観点をもとに，オープンな問題の種類を選定する。
③選定したオープンな問題の種類に，考察した課題解決に必要な観点を盛り込み，新たにオープンな問題を作成する。

次に，作成したオープンな問題を調査授業の導入部で活用し，児童から多様な考えを引き出し，学習課題と結びつけ，学習課題を児童自身の「問い」とすることを目指した授業を設計した。

渡部（2015）の成果として，第６学年「いろいろな図形の面積」の単元においては，算数的活動の活性化を可能にするオープンな問題と，それに内在する多様性を積極的に生かそうとする授業におけるオープンな問題の活用のあり方を打ち出したことが挙げられる。

しかし，渡部（2015）においては，作成したオープンな問題とその活用が，算数的

活動の活性化にどのように繋がったのかを分析したまでに留まり，生起した算数的活動が授業の導入部における作成したオープンな問題の活用によるものかについては，確認するまでに至らなかった。作成したオープンな問題と生起した算数的活動の関係に着目して，生起した算数的活動がどのような児童の思考に起因し，その児童の思考が作成したオープンな問題と授業の導入部におけるその活用とどのように繋がっているのかを明らかにしたい。

本稿の目的は，渡部（2015）の調査授業における生起した算数的活動が，作成したオープンエンドの問題と授業の導入部における活用にどのように繋がったのか，遡及し検証することである。

本稿では，渡部（2015）のオープンエンドの問題を活用した調査授業を取り上げ，作成したオープンな問題と生起した算数的活動に着目して，作成したオープンエンドの問題の活用に関する再考を試みたい。まず，その調査授業に関わる先行研究やオープンな問題の性質と算数的活動の分析の枠組み等について渡部（2015）から抜粋して概略を述べる。その上で，オープンエンドの問題を活用した調査授業において，生起した算数的活動が，導入部において活用したオープンエンドの問題とどのように関わっていたのかを検証していきたい。

2. オープンな問題

2.1　算数教育におけるオープンな問題

オープンな問題とは，正答や解法が幾通りにも存在する問題である。

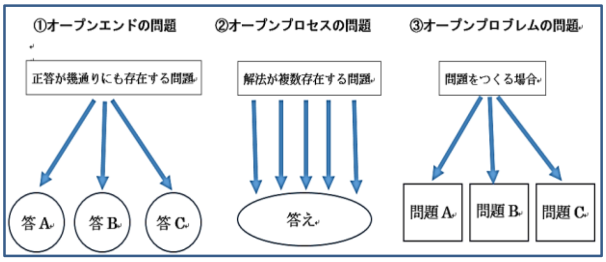


図 1：オープンな問題の種類

算数教育におけるオープンな問題は，島田(1977)のオープンエンドの問題(正答が幾通りにも存在する問題)を発端とし，今日ではオープンプロセスの問題(解法が複数存在する問題)，オープンプロブレムの問題(問題づくり)の 3 種類がある(図 1)。

2.2　オープンな問題の分類

Pehkonen（1995）は，オープンな問題を初期状況（Start Situation）と目標状況（Goal Situation）により分類を行っており，初期状況と目標状況のいずれかが開いている問題をオープンな問題としている（表 1）。初期状況を「問題が設定されている状況」，目標状況を「問題が学習者に求めているもの」と解釈する。具体的な例として，「5＋6 になる問題をつくる」といったオープンプロブレムの問題を取り上げ説明する。初期状況は「5＋6 になる問題」であり，どのような問題をつくるのかが明確に示されているため，初期状況はクローズドとなる。一方，「問題をつくりなさい」といった場合は，つくる問題が明確でないため初期状況はオープンとなる。目標状況は「問題をつくること」であり，その問題のつくり方は多種多様であるためオープンとなる。一方，答えが 1 つに定まる問題は，目標状況がクローズドとなる。

表 1：初期状況と目標状況によるオープンな問題の分類枠組み

目標状況 / 初期状況	クローズド （明確に記入がされている）	オープン
クローズド （明確に記入がされている）	クローズドな問題 オープンプロセスの問題 （木沢，1997）	オープンエンドの問題 オープンプロブレムの問題 現実生活場面 探究 問題フィールド 問題の変形
オープン	現実生活場面 問題の変形	現実生活場面 問題の変形 学習課題 問題設定

渡部（2015）では，Pehkonen（1995）の分類枠組みをもとに，プロセスのオープン

性を考慮した分類枠組みを新たに構築した(図 2)。しかし，目標状況とプロセスのオープン性の差異が明確でないことより，構築した分類枠組みは上手く機能しなかった。なぜなら，オープンエンドの問題は学習者にとって目標状況が異なるため，そこに至るプロセス状況もオープンとなる（多様に存在する）からである。そのため，Pehkonen（1995）の問題の分類枠組みより，初期状況と目標状況のいずれかがオープンである問題（ただし，オープンプロセスの問題を除いたオープンな問題に限る）を本研究におけるオープンな問題とした。

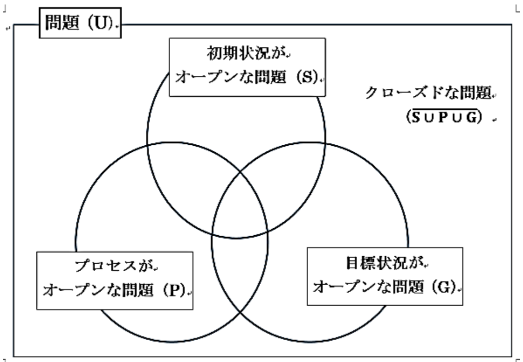


図 2：プロセスを考慮した分類枠組み

2.3　オープンな問題の種類の性質

算数教育におけるオープンな問題の種類の性質を明らかにするために，Pehkonen（1995），オープンな問題に関する先行研究をもとに,「問題が持つ固有の性質」,「学習者との関係により表出する性質」に分けその性質を考察した。

「問題が持つ固有の性質」とは，Pehkonen (1995) による，問題の初期状況と目標状況のオープン性である。表 1 より，算数教育におけるオープンな問題は全て初期状況がクローズドである。

「学習者との関係により表出する性質」とは，学習者がオープンな問題に取り組むことで表出する性質を指す。この性質を「個人によるもの」,「問題を用いて行うもの」の更に 2 つに分け，島田（1977），能田（1983），竹内・沢田（1984），清水（1998）をもとに考察を行った。

考察の結果，調査授業で活用したオープンエンドの問題の性質は以下のようになる。

オープンエンドの問題の性質

【問題が持つ固有の性質】

初期状況・目標状況

クローズド・オープン

【学習者との関係により表出する性質】

〇個人によるもの

・問題を解く上での自由度が高い。

・問題の解決の過程で，悪定義問題が良定義なものへと変化する。

〇問題を用いて行うもの

・他の児童の考えに目を向け，多種多様な数学的な考えを知ることができる。

・自分の考えと他人の考えを比較・検討することで，数学的価値の高いものへと洗練する。

3. オープンな問題を活用した授業設計

3.1　先行研究におけるオープンな問題を活用した授業設計と課題

①島田（1977）のオープンエンドアプローチ

島田(1977)は，オープンエンドの問題を活用したオープンエンドアプローチと呼ばれる指導法を開発した。島田は,「われわれがオープンエンドアプローチと呼ぶ指導の仕方は，未完結な問題を課題として，そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展望し，その過程で，既習の知識・技能・考え方をいろいろに組み合わせて新しいことを発見していく経験を与えようとするやり方を意味するもの」(島田，1977，p.10)としている。

島田(1977)は問題に内在する正答の多様性を積極的に利用することで授業を展開しようとしたのである。

②　能田（1983）のオープンアプローチ

能田(1983)は，算数教育におけるオープンな問題（図 1）を活用したオープンアプ

ローチと呼ばれる指導法を開発した。能田は「オープンアプローチによる指導は，児童の活動に開かれていると同時に数学の活動に開かれていることがその特徴である」(能田，1983，p.59)としている。児童と同時に数学に開かれている指導とは「児童の発想や考えを取り上げ，それを数学的活動として位置づけながら発展させ，できることなら，児童が進んで学習し，よりよい数学的活動ができるよう助成すること」(能田，1983，p.64)である。

能田(1983)は，オープンな問題の活用により得られる児童の発想と数学的アイデアを大切にすることで，授業を展開しようとしたのである。

③オープンな問題の活用における課題

島田(1977)，能田(1983)にみられるように，先行研究におけるオープンな問題の活用は,オープンな問題を授業の中心として，オープンな問題に内在する多様性を積極的に活用することで授業を展開していくものである。そのため，内在する数学的内容が豊富で，数学的価値があるオープンな問題であるほど，児童の自主的・自発的な算数的活動が展開されることが期待できる。

オープンな問題の活用における主な課題としては,「オープンな問題を授業でどのように活用していくか」,「オープンな問題で得られた多様な考えをどのようにまとめるか」があげられる（島田，1977)。

3.2 オープンな問題を活用した授業設計についての考察

オープンな問題を中心に授業を展開していく指導法は，当時の授業改善や児童に与える利点が多く，算数・数学の高次目標に対する有用性が認められ，実践や研究に拡がりをみせた。 しかし，3.1 であげたオープンな問題の活用に関する課題は，これまでのオープンな問題に関する先行研究においても十分に解決がされておらず，教育現場においてもオープンな問題の活用が普及されているとは言い難い。

そこで，オープンな問題を中心に授業を行うのではなく，課題解決に必要な算数的活動を活性化することを目指し，算数的活動を活性化する教師の働きかけに着目して，授業の一部においてオープンな問題を活用する授業設計を考えた。

次節では，算数的活動を活性化する教師の働きかけについて述べ，算数的活動を活性化するためにはどのような場面でオープンな問題を活用することが適切であるのかを述べる。

4. 算数的活動を活性化する教師の働きかけ

4.1　算数的活動の生起と教師の働きかけ

（1）算数的活動の生起

日野・熊谷（2002）は，児童の算数的活動の局面を 0～6 の 6 段階に分けて捉えている。

表 2:算数的活動の局面(日野・熊谷, 2002)

局面 0	全く課題に取り組まない。
局面 1	目的意識はなく，与えられた作業をする。
局面 2	介入によって与えられた課題だけを解決しようとする。
局面 3	与えられた課題を自分の問題として向き合い, 解決しようとする (課題を自身の問いに変える)。
局面 4	与えられた課題を自分の問題として向き合い，算数的な発見をしたりそれを説明したりする。
局面 5	自分で算数に関わる新たな問題を見出し，解決しようとする。
局面 6	獲得した知識・技能を日常生活に活用しようとする。

日野・熊谷（2002）は，算数的活動は局面 3 から始まるとしている。算数的活動を生起するには,学習課題を児童自身の「問い」とすることが必要である。

（2）学習課題を児童自身の「問い」とする

生田・丸野（2005）は，質問行動の過程が始まる状況を次のようにまとめている。

① 命題あるいは現象を知覚する
② 新しく知覚されたものと，既に知覚されたものを区別する
③ 困惑した気持ちの経験
④ 質問したい気持ちの芽生え
⑤ 言葉にまとめる
⑥ 質問する

（生田・丸野，2005，p.41）

上記の③の困惑した気持ちとは，疑い，驚き，無知，当惑，無理解，不確かさ，困惑といった気持ちである（生田・丸野，2005）。そして質問行動の過程の根拠については，次のように述べている。

「学習場面で新たな情報に遭遇したときに，その情報が新奇なものであったり，理解しがたいものであったりすることから既有知識とのズレが生じることについて言及しており，ズレの認知の結果として種々の困惑した気持ちが生起するという仮説を保証すると考えられる。」

（生田・丸野，2005，p.42）

先記した①の命題は，学習の課題にあたると解釈できる。与えられた学習課題を児童自身の「問い」とするには，児童と学習課題との間にズレを生じさせることが必要である。

（3）ずれ（ズレ）について

言葉・操作・式などを広義の「言語」として捉えたとき，これら言語の違いによって，学んでいる対象に対するとらえ方の違いや，子どもが既習で身につけている理論と，教師の教材解釈との間に違い等により子どもの学びにおける意識の不整合を「ずれ」と呼んでいる（志水・井出，2003）。

中村（2008）は，志水・井出（2003）の「ずれ」に基づき，児童の主体的な活動を生起させるためには，児童の内面に葛藤を引き起こす必要があるとし，その葛藤を引き起こす原動力として次に示す５つの「ずれ」が必要だとしている。

〇　教材との認知的なずれ（1）
これまで活用できた既習事項が活用できないことに気づいたり，活用できるかどうか確信がもてなかったりという認知的に不調和の状態。
〇　他者との認知的なずれ
他者の解決の＜文脈＞に矛盾点を見出している状態。
〇　教材との認知的なずれ（2）
現段階の解決よりも，一般性・簡潔性の視点からよりより解決があることに気づいた状態，または，よりよい解決を試行する状態。
〇　対象化された表現のずれ
自分の表現が曖昧で説得的でないことに気づいた状態，または他者を意識して説得的な表現をつくろうとしている状態。
〇　対象化された情意のずれ
自己が抱く間違えることに対するマイナスの情意が，他者の間違いを恐れない行為を知ることによって，揺さぶられる状態。
※（1），（2）は筆者。（中村，2008，p.33）

上記の５つの「ずれ」を生じさせ，その「ずれ」を児童自身が気付くことで，児童の内面に葛藤を引き起こし，主体的な活動が生起される（中村，2008）。学習場面において，児童と学習課題の間に「ずれ」を生じさせ，児童自身が「ずれ」に気付けるよう，教師は働きかけを行う必要がある。

（1）～（3）で述べてきたことから，算数的活動の生起には学習場面において，学習課題が児童自身の「問い」となることが必要である。学習課題を児童自身の「問い」とするには，学習場面で児童と課題の間に，中村（2008）が示す５つの「ずれ」を生じさせ，児童の内面に「疑い，驚き，無知，当惑，無理解，不確かさ，困惑」といった気

持ちを引き起こし,児童自身がその「ずれ」に気付くことが必要である。

4.2 算数的活動の活性化に向けたオープンな問題の活用

（1）数学的活動の４段階

フロイデンタール研究所の「現実的数学教育（Realistic Mathematics Education，RME）」では「数学の根源は人間活動である」という思想に基づき，数学的活動を４つの段階に分けている（図３）。そして，数学的活動において最も重要な点は「問題設定」であるとしている。「問題設定」の段階で児童が課題を理解することができなければ，その後の活動における課題に対する理解は十分なものとはならないからである（数学教育研究会，2010）。

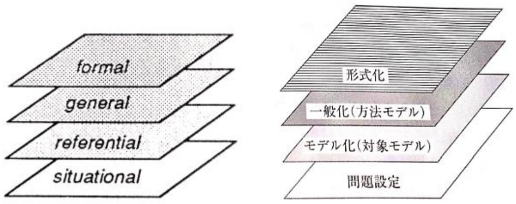


図３：数学的活動の４段階

（Gravemeijer，K，2002，p.340，
cf. 数学教育研究会，2010，p.91）

（2）算数的活動を活性化する教師の働きかけに着目したオープンな問題の活用

学習課題を児童自身の「問い」とするために，数学的活動の４段階（図３）の「問題設定」において，オープンな問題の活用を考えた。算数教育におけるオープンな問題の性質とオープンな問題に内在する多様性を活かした活用により，中村（2008）の「教材との認知的なずれ（1）」を生じさせることができるのではないかと考えた。

次節では，これまで述べてきたことをもとに，設計した調査授業とその実際について述べる。

5. 調査授業の実践と分析

5.1 調査授業の概要

以下に，調査授業の概要について述べる。

【調査授業の概要】

- **単　元**　：　いろいろな図形の面積
- **対　象**　：　新潟県Ｔ小学校
第６学年１組　12名
- **実際の調査授業の日程等**

６月３日（木）：オープンプロブレムの問題を活用した授業①
４日（金）：オープンプロブレムの問題を活用した授業②
10日（水）：オープンエンドの問題を活用した授業

上記に示した通り，対象を第６学年として，調査授業は単元「いろいろな図形の面積」で行った。調査授業は，立案した指導案をもとに全３時間実施された。

授業実践の目的を,「算数的活動を活性化する教師の働きかけに着目して，オープンな問題の活用がどのようなものかを明らかにすること」とした。調査授業の方法は，まず単元の授業を全て参観し，この単元の学習課題に対する理解が不十分であると考えた点について，新たに学習課題を練り上げ，練り上げた学習課題に適するオープンな問題を作成する。次に，作成したオープンな問題を，算数的活動を活性化する教師の働きかけに着目して，数学的活動の４段階（図３）の「問題設定」で作成したオープンな問題を活用する学習指導案を作成する。授業者（教諭）がその学習指導案をもとに授業を実施するというものである。

本稿では，オープンエンドの問題を活用した授業設計についてのみ取り上げ，以下述べる。

（1）学習課題の練り上げ

第６学年,「いろいろな面積」の単元において，全11時間を観察し，学習が不十分であると考えた点について，次の学習課題を練り上げた。

図形の周りの長さが同じとき，１番面積が広くなる図形を考える。

「いろいろな図形の面積」の単元は，これまでの平面図形の学習のまとめとしての単元でもある。児童はこれまでに求積公式等を活用し，面積を求めるために必要な辺の長さや角度に目を向ける活動を行っている。しかし，図形の周りの長さと面積との関係について着目する学習は行われていない。練り上げた学習課題は，古代エジプトより等周問題として扱われていたものである。平面図形についての理解を深める上で必要であると考え，学習課題を練り上げた。

（2）オープンな問題の種類の選定と作成

(1)で練り上げた学習課題に適するオープンな問題の種類を考察したオープンな問題の性質と照らし合わせ考察して，オープンエンドの問題が適切であるとした。

練り上げた学習課題を解決するためには，「周りの長さが同じ図形の面積は，図形によって異なる」をオープンな問題を通して，児童自身が見出すことが必要である。学習課題の解決に必要な観点を児童自身が見出すことで，その後の課題解決の場面において，児童はオープンな問題に取り組み得た知見をもとに，学習課題を解決しようと働きかけるのではないかと考えるからである。

そこで，学習課題の解決に必要な観点をオープンな問題に盛り込み，次のようなオープンエンドの問題を作成した。

エジプトひもを用いて，周りの長さが同じ図形を作り，面積を求めましょう。

これは，周りの長さが 60cm のエジプトひもを用いて行うオープンエンドの問題である。エジプトひもとは，周りの長さが 12 等分されているひもである（図 4）。児童は，エジプトひもの 14 個の点を自由に動かすことで好きな図形を作ることができる。調査授業では，児童が形を作りやすいよう，5cm のストローを 12 個繋いだものを用いて行うこととした（図 11）。

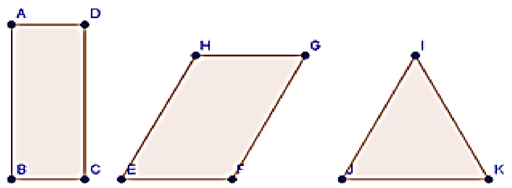
図 4：エジプトひも

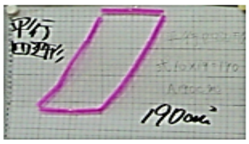
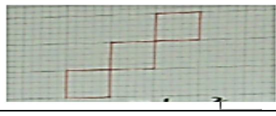
図 5：調査授業

さらに，エジプトひもで図形を作るときに，児童が図形の面積を意識できるよう，方眼紙の上で活動を行うこととした。

5.2 実際の授業の展開

作成したオープンエンドの問題を，教師の働きかけに着目して，数学的活動の 4 段階（図 3）の「問題設定」で活用する学習指導案を作成した。作成した学習指導案をもとに調査授業は行われた。実際の授業の展開を次に示す。

学　習　活　動 （　　）時間	【　　】先生の発言　　　△子どもの反応　　・留意点　　○ビデオデータより
・導入（10 分）	【今日は、図形の勉強をします。前に攻略本 2 を作りましたね。どんなことに注意してやりましたか？】 △　使った図形を最初に書いておくと、最初に何を求めればいいかわかるからやりやすかった。 【では、次の図形を見て何か気付いたことを発表してください。】 

	△　平行四辺形と長方形に、１本だけ対角線を引くと、三角形が２個ずつできる。 △　辺の長さを全部足すと 14 になる。 【周りの長さが全部 14cm なんですけども、面積はどうだと思いますか？】 △　面積は違う。（1 人） △　面積は同じ（11 人） 【そう考えた理由を教えて下さい。】 <u>面積は同じと予想した人の意見</u> △　なんか長さが関係してくると思った。 <u>面積は違うと予想した人の意見</u> △　式によって値が変わるから。 △　平行四辺形が大きい感じがする。
展開①（20 分） ・エジプトひもの使い方の説明 ・エジプトひもで図形をつくり、面積を求める。 ・全体で作った図形と面積を確認する。	【これからみなさんにエジプトひもというものを配ります。】 エジプトひもの使い方の説明 周りの長さは、 5cm のストローが 12 本付いている 60cm のひもを使う。 ・自分で面積が求められる形にすること。 ※実際に正六角形を黒板で作り，作り方を説明する。 　エジプトひもに慣れるために、三角形と四角形を作る。 △　台形、簡単にできるよ。 △　先生、正六角形の面積ってどうやって出すんですか。 △　ひし形。 △　先生、俺、台形にします。 【では、一人ずつ、なになにの図形を作りました。面積は何々ですと発表してください。】 △　私は三角形で 120.5 でした。 △　W 正六角形を作って、128 です。 △　えっと、平行四辺形で 130 です。 △　僕は M 型を作って、110.5 でした。
・図形と面積より気付いたことを発表。	【この図形と面積を見て気付いたことを発表してください。】 △　面積は一緒じゃなかった。（最初に面積は同じと答えた児童） △　形が似ていると・・・。例えば、三角形とかはほとんど答えが一緒で。 【この中でさ，一番大きい面積を作ったのは誰ですか？】 △Riku さんの平行四辺形  【逆に一番小さいのは，誰が作りましたか？】 △Hide さん。 
展開② （15 分） ・学習課題について考える ・周りの長さが同じとき、１番面積が大きい図形を予想する。	【この中で１番大きい面積を作った Riku さんの 190 より、大きいのは作れないですか？条件は周りの長さが 60 です。】 △　えっ、なくない？ △　いや，わかんないっす。 △　大きく？ △　長方形。 △　台形・・・。 △　正方形だから・・・。 △　円。 △底辺×高さ÷2 【ちなみに何だと思う？　何の図形だと思う？　何の図形を作れば一番おっきくなる？　予想，予想。】 △長方形 △長方形。あっ，そっか平行四辺形より大きくするのか。 △えっと，円。 △正方形。

・学習課題に取り組む。	【では、これから、円なのか、長方形なのか、正方形なのか、あの 190 を超せるのは誰か。どれが 1 番大きいのか、1 番最大の面積の図形は何なのか調べてみよう。】 △　円ってさどうやるの？（作り方） △　長方形より、こっち（円）の方が大きかったです。 △　先生、正方形が 1 番大きいんじゃないかって思う。 △　直径が 19・・・。 △　えっ、でも円、でかいよ。 ○ビデオデータより ・予想した 3 つの図形（正方形，長方形，円）以外の図形を作成し求積を行う姿 ・エジプトひも内に多くの 1cm²を入れようと操作する姿 ・自分の作成した図形をもとに，それよりも広くなるようエジプトひもを操作する姿
・発表	【じゃあ、聞きまーす。長方形やった人いないのかな？】 △　長方形やったけど、正方形や円の方が大きかった。 △　正方形は 15×15＝225 です。 △　円は、9.5×9.5×3.14＝283.385 △　円は、10×10×3.14＝384 △　円は 9×9×3.14＝254.34 △
・円の面積が 1 番広くなる理由を追求する。	【円の半径が違っていたけども、どっちにしろ勝ってるね（正方形よりも）】 【でも、なんで円が 1 番広いと思う？】 △　3.14 入っているからじゃない？ △　角がないから。 △　全部かけているから。
終末（5 分）	【今日は、周りの長さが同じ図形を作って、面積を攻略しました。みん名の予想どうり、周りの長さが同じでも面積は違っていましたね。そして、面積が 1 番大きくなるのは円でしたね。角がないから。あと、公式で 3 回かけているからなど、いろいろな理由を考えましたね。では、今日、学んだこと、わかったこと、すごいなと思ったこと、全部書いて下さい。】 △　長さは同じだったけど面積は違っていてびっくりした。 △　R さんの W 六角形は思いつかなかった。 円は角がないのと、掛け算を 3 回しているから 1 番大きくなるのかなと思いました。

図 6：調査授業の実際

6. 調査授業の分析

渡部（2015）では，数学的活動の 4 段階（図 3）の「問題設定」におけるオープンエンドの問題の活用が，児童の思考をどのように変容させ，それに伴い活動がどのように変容したのかについて，考案した学習指導案をもとに行われた調査授業のデータから次の 3 つの視点で分析し考察を行った。

① 作成したオープンエンドの問題は「問題設定」において児童に対して，どのように働いたのか。
② 児童の思考はどのように変容し，活動はどのように変容したのか。
③ 児童の学習課題に対する理解はどのように変容したのか。

上記の視点で分析し考察した結果，次のことが明らかとなった。

① 作成したオープンエンドの問題は，課題解決に必要な観点と考察したオープンエンドの問題の性質から児童に働きかけ，課題解決に必要な観点を児童自らに見出させた。
② 作成したオープンエンドの問題を数学的活動の 4 段階（図 3）の「問題設定」において活用する授業設計は，児童から多様な考えを引き出し，それらを学習課題と結びつけ，学習課題を児童自身の「問い」とさせた。
③ 「問題設定」でオープンエンドの問題を活用する授業設計は，オープンエンドの問題で得た知見と学習課題を結びつけ，学習課題に対する理解を，実感を伴ったものとした。

このことから，考案した授業設計は，オープンエンドの問題で得た多様な考えを学習課題と結びつけ，学習課題を児童自身の

「問い」とするようなものであり，児童の主体的な活動を引き起こすものであったと結論づけた。

7.　調査授業の再考

渡部（2015）では，作成したオープンな問題とその活用が，算数的活動の活性化にどのように繋がったのかを分析した。

本稿の冒頭で述べたように，調査授業における生起した算数的な活動が，作成したオープンな問題の活用によるものかについて確認していきたい。調査授業を再考していくために，次の 3 つの視点を設定する。

①　算数的活動において，児童はどのように学習課題を考えてどのようにそれに働きかけ，どのように学習課題を解決しようと取り組んでいたのか。

②　作成したオープンな問題に取り組むことで，児童はどのような思考のもとで学習課題に取り組み，どのような知見を得ていたのか。

③　算数的活動における学習課題に対する児童の考えや働きかけと，授業の導入部における作成したオープンな問題の活用には，どのような関係があるのか。

上記の視点より，作成したオープンエンドの問題の活用が，児童の算数的活動にどのように繋がったのかを，以下分析し考察する。

①　算数的活動において，児童はどのように学習課題を考えてどのようにそれに働きかけ，どのように学習課題を解決しようと取り組んでいたのか。

学習課題に取り組む児童の思考と活動に着目して，どのような思考がもととなり，学習課題を解決しようと取り組んだのかを分析し考察する。

学習課題について考える場面（図 6，展開②）を見てみると，児童は黒板に掲示された図形を見比べて，それよりも広い図形があるのかどうかを考えている様子が窺えた。教師が，「もっと，これ（黒板に掲示された図形）より大きいの作れそうだと思う人？」と発問したところ，児童全員がありそうだと答えた。しかし，その図形が何かわからず，児童は困惑している様子があった。

「1 番面積が大きい図形を予想する場面」を見てみると，児童は正方形，長方形，円の3つを1番広くなる図形として予想した。これらの予想は，図 6 の児童の発言「長方形，あっ，そっか平行四辺形より大きくするのか。」に見られるように，黒板に掲示された図形をもとに考えたものである。実際に学習課題に取り組む場面では，次のような児童の姿が見受けられた。

表 3：学習課題に取り組む児童の姿

ビデオデータより
・予想した 3 つの図形（正方形，長方形，円）以外の図形を作成し求積を行う姿
・エジプトひも内に多くの 1cm² を入れようと操作する姿
・自分の作成した図形をもとに，それよりも広くなるようエジプトひもを操作する姿

表 3 から，児童は適当にエジプトひもを操作して 1 番大きくなる図形を模索しているのではなく，黒板に掲載された図形，または作成した自分の図形をもとに，広くなる図形を考え，学習課題を解決しようと主体的に取り組んでいることがわかる。

以上より，児童は黒板に掲載された図形をもとに，「1 番面積が大きい図形は他にありそうだ」と考え，1 番広い図形を作成しようと学習課題に主体的に取り組んだ。

②　作成したオープンな問題に取り組むことで，児童はどのような思考のもとで学習課題に取り組み，どのような知見を得ていたのか。

児童の思考と活動，授業の感想に着目して，どのような思考のもとで作成したオープンエンドの問題に取り組み，どのような知見を得たのかを分析し考察した。

渡部（2015）で扱った，児童の思考と活

動の変容（表 4），課題解決に必要な観点に着目した児童の感想（表 5）を次に示す。

表 4：児童の思考と活動の変様

学習場面	児童の思考	児童の活動
①周りの長さが同じ図形の面積を考える。	周りの長さが同じ図形の面積は同じかわからない。	面積は同じか考え，予想する。
②作成したオープンエンドの問題に取り組む。		エジプトひもを用いて，各々に好きな図形を作成し求積する。
③各々に作成した図形と面積を全体で共有する。	周りの長さが同じ図形の面積は図形によって異なる。	黒板に提示された各々の図形と面積を見て，気付いたことをあげる。

表 5：児童の感想

課題解決に必要な観点に着目した児童の感想
・周りの長さは，みんな，同じだったけど，ちがう形で計算すると面積は，どれも同じじゃなくなることがわかりました。
・周りの長さは全部一緒だったけど，全部ばらばらで，とてもびっくりしました。
・エジプトひもは，いろんな形が作れて面白かったです。周りの長さが同じでも作る形によって面積の大きさが違くてびっくりしました。
・みんなですると，面積は違うことがわかった。
・周りの長さは足して同じだったけど，面積が違うことがわかった。
・周りの長さが同じでも面積が図形によって変わることがわかりました。

表 4 の児童の思考に着目する。学習場面①と学習場面③を見てみると，児童の思考は「周りの長さが同じ図形の面積は同じかどうかわからない」から，「周りの長さが同じ図形の面積は図形によって異なる」へと変容していることがわかる。この思考の変容から学習場面②における児童の思考を考えると，児童はエジプトひもを操作しながら「作成される図形は全て周りの長さが同じ図形であり，作成される図形の面積は，同じか違うか」と考えながら取り組んでいたのではないだろうか。そのため，学習場面③で，児童は黒板に提示されたそれぞれの図形と面積を見て，「面積は一緒じゃなかった」と発言したと考える。

表 5 の児童の感想に着目する。感想から，児童は課題解決に必要な観点である「周りの長さが同じ図形の面積は，図形によって異なる」ことを自身で見出していることがわかる。これは，上記で考察した学習場面②における思考のもとで，各々が取り組んだ周りの長さが同じ図形と面積を取り上げ，全体で共有したことで「周りの長さが同じ図形の面積は，図形によって異なる」が一般化され，児童の理解に繋がったと考える。

以上より，児童は作成したオープンエンドの問題に取り組むことで，課題解決に必要な観点である「周りの長さが同じ図形の面積は図形によって異なる」という知見を得た。また，全体で共有した図形と面積を見て各々が気付いたこと（1 番面積が大きい図形，面積の値が似ている等）も，オープンエンドの問題に取り組んだことで得られた知見である。

③　算数的活動における学習課題に対する児童の考えや働きかけと，授業の導入部における作成したオープンな問題の活用には，どのような関係があるのか。

視点①，②をもとに，生起した算数的活動と，導入部における作成したオープンな問題の活用の関係を分析し考察する。

視点①より，算数的活動における学習課題に対する児童の考えや働きかけは，黒板に掲載されている図形がもとになっている。黒板に掲載されている図形と面積は，授業の導入部で，児童がオープンエンドの問題に取り組んだものである。また，学習課題に取り組む場面では，オープンエンドの問題で自ら作成した図形とその面積をもとに，学習課題を解決しようと主体的に働きかけていた。このことから，生起した算数的活動は，授業の導入部における作成したオープンエンドの問題に取り組み得た知見がもととなり生み出されたと考える。

以上により，数学的活動の 4 段階（図 3）の「問題設定」における作成したオープンエンドの問題を活用した授業設計は，学習課題に対する多様な考えを引き出し，それらを学習課題と結びつけ，算数的活動を生起させるものであったと考える。

8. オープンエンドの問題を活用した調査授業についての考察

渡部（2015），第 7 節で分析してきたこ

とから，授業の導入部における作成したオープンエンドの問題を活用する授業設計は，算数的活動を活性化させるものであった。授業の終わりでは，児童は主体的に学習課題に取り組んだ結果,「周りの長さが同じ図形の面積は，円の面積が 1 番大きそうだ」ということを見出していた。このような姿は，作成したオープンエンドの問題に取り組むことにより，様々な図形とその面積について多様な考えが生み出され学習課題に対して帰納的に考えていくことができたことから生まれたものであると考えることができる。以上により，授業の導入部で作成したオープンエンドの問題を活用することは, 特に帰納的に考える授業においてこそ，学習課題に対する理解を深める上で，効力を発揮するといえよう。

9. 本稿のまとめと今後の課題

本稿の目的は, 渡部（2015）の調査授業における生起した算数的活動が，作成したオープンエンドの問題と授業の導入部における活用にどのように繋がったのか，遡及し検証することであった。渡部（2015）の作成したオープンエンドの問題を活用した調査授業を取り上げ，再考を行った。

その結果，生起した算数的活動は，作成したオープンエンドの問題に取り組み得た知見がもととなり生み出されたものであることが明らかとなった。渡部（2015）の授業の導入部における作成したオープンエンドの問題を活用した授業設計は，学習課題と結びつく児童の多様な考えを引き出し，児童に学習課題の解決に必要な知見を与え，算数的活動を生起させるものであったことを確認することができたと考える。そして、授業の導入部で作成したオープンエンドの問題を活用することは，多様な考えを引き出し，特に帰納的に考える授業においてこそ効力を発揮すると考えるに至った。

今後の課題は，オープンな問題とその活用のあり方を，算数的活動やそれを活性化する教師の働きかけに着目して，算数教育全般を見通しながら，さらに発展させていくことである。

【引用・参考文献】

Gravemeijer, K, Freudenthal Institute, The Netherlands(2002). Mediating Between Concrete Abstract. In Terezinha Nunes, Peter Bryant(Eds), *LEARNING AND TEACHING MATHMATICS: An International Perspective*（pp.320-342）. Psychology Press; Revised.

Pekonen，E.（1995），Use of open-ended problems.Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik，27（2），pp.55-57.

生田・丸野（2005),『教室での学習者の質問生成に関する研究の展望』, 九州大学心理学研究，Vol6，pp.37-48.

島田茂編著（1977),『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』，みずうみ書房.

志水・井出（2003),「算数授業に見られる子どもの学びのずれ」, 日本数学教育学会誌，第 85 巻，第 10 号，pp.11-18.

数学教育研究会（2010),『数学教育の理論と実際』，聖文新社.

中村啓（2008),「確かな学力を育む算数学習―学習規範を形成することを目指した取り組み―」，日本数学教育学会誌 90 巻 10 号，pp.32-39.

能田信彦（1983),『算数・数学科　オープンアプローチによる指導の研究』, 東洋館出版社.

日野・熊谷（2002),「算数学習における算数的活動の研究 ：パターンブロックを用いた教授実験を通して」, 奈良教育大学紀要，　人文・社会科学 51(1), pp.45-59.

渡部一嵩（2015),「算数教育におけるオープンな問題の活用に関する研究―算数的活動を活性化する教師の働きかけに着目してー」，平成 26 年度 上越教育大学院学校教育研究科 修士論文（未公刊）.

訂正とお詫び

渡　部　一　嵩

上越数学教育研究第 30 号（2015）の掲載論文，渡部一嵩「算数教育におけるオープンな問題の活用に関する再考－作成したオープンな問題と生起した算数的活動の関係に着目して－」（pp. 73-84）において，文献の引用に関して著者御本人から引用の不備についての指摘がありました。

つきましては，下記のとおり，訂正してお詫びいたします。

記

【訂正】

本文（p. 79，右段落 3 行目）「これは，周りの長さが 60 ㎝のエジプトひもを用いて行うオープンエンドの問題である。」を「これは，周りの長さが 60 ㎝のエジプトひも（亀井，1980）を用いて行うオープンエンドの問題である。」に改め，引用・参考文献に以下の文献を追加する。

亀井喜久男（1980），「新作教材エジプトひもと a ひもに関する実践研究」，『すべての子どもに学力を－第四回・日本標準教育賞入選論文集－』，日本標準教育研究所，株式会社日本標準，pp. 391-404.