上越数学教育研究，第30号，上越教育大学数学教室，2015年，pp.101-108.

数学教育における文章題の生成に関する一考察

―黒表紙教科書の分析を通して―

吉田　万里
上越教育大学大学院修士課程１年

1. はじめに

数学の学習においては，答えを出すことにだけ目が向けられ，答えを出して終わりということが多い．その背景には，授業で意味を理解しなくとも形式的な計算によって解答することが可能である問題を扱うことが少なくない，ということが考えられる．

算数・数学教育においては，答えを出すだけでなく，解決過程に目を向け，解答できるかできないかだけでなく，意味を理解させようとすることが授業の中で意識されることが何より大切である．

このことは，1980 年にアメリカの NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)から発行された「An Agenda for Action ― Recommendation for School Mathematics of 1980's ―」（以後，「アジェンダ」）においても指摘されている．アジェンダの８つの勧告の一つには「問題解決が 1980 年代の学校数学の焦点とならなければならない」とあり，「アジェンダ」の勧告以降，問題解決が算数・数学教育において重要な位置を占めるようになった．

問題解決について岩崎（1992）は，「問題解決指導の主要なテーマは文章題の解決であったといえる」(p.200) と述べている．

また，文章題の解決と問題解決との関係について，平林（1985）は，「文章題解決は広範な問題解決過程の一環である」としている．この指摘は，アジェンダの３年後に発行された「An Agenda in Action」の次の記述から読み取ることができる．

「問題解決は文章題解決だけではないが，文章題解決は広範な問題解決過程の中の重要な部分であることは言うまでもない．というのは，数学の問題は，すべて何らかの形で形式化，とくに文章化されて解かれるものだからである」（平林, 1985, p.101）

本稿では，生徒が数学教育における文章題を解決していく過程において，何をどのように求めようとしているのかについて考察していく．そのために，問題解決としての文章題生成の発端と考えられる『尋常小学算術書』（以後，「黒表紙教科書」）において問題がどのように考えられ，作られたかを捉え，数学教育における文章題の生成について考察する．

2. 問題解決と文章題の関係

先に述べたように，問題解決は，1980 年に NCTM から発行された「アジェンダ」の勧告から注目を浴び，世界各国で数学教育において重要な位置を占めるようになった．その問題解決の指導方法の一つとして文章題の解決というものがある．

文章題は，現実場面を文章で表現した問題であり，現実世界で解決していく問題で

あると捉えることができる．現実場面に即した文章題の解決を通して，現実世界での数理的な事象に対する問題解決能力が育成されると考えれば，文章題の解決も問題解決の一環であると捉えられる．

このような問題解決としての文章題はわが国においてどのように生成されたのであろうか．松原（1988）によると，明治初期の小学校算術科における教科書としては「筆算通書」「洋算例題」などが使用されていたが，小学校の教科書としては適切なものではなかったという．また，1886 年（明治 5 年）に発布された「小学校令」以前の「小学算術書」においては，これを教科書として採用していない学校が数多くあったようである．「小学校令」以降につくられた「黒表紙教科書」は，算術科の目的が明示され，数学教育，算術教育の理論があり，それは国定教科書として多くの学校で用いられていた．その内容は，藤沢利喜太郎の数え主義の影響を強く受けていた．（松原，1988，p.258）

これらのことから，文章題の解決は，問題解決の一環であり，「黒表紙教科書」がわが国の数学教育における問題解決として文章題生成の発端にあると考えられる．

3. 「黒表紙教科書」について

日本で最初の国定算術教科書は，その表紙が黒色であったことから「黒表紙教科書」と呼ばれている．「黒表紙教科書」の正式な書名は「尋常小学算術書」である．1905 年（明治 38 年）から 30 年間尋常小学校で国定算術教科書として使用された．教育のねらいでは「日常計算の習熟」を主軸とし，易から難へと段階的に問題を配列する工夫が行われていた．計算の熟練は計算方法を示す例を取り上げ，それに続いて練習問題を課すことによりはかられていた．

第一期の「黒表紙教科書」は，小学校制度の改革，実地の経験及び専門家の批判などによって，1910 年に第二期に編集された．その後も 1918 年に第三期，1925 年に第三期改訂版へと計三度の改訂が行われたが，1935 年に緑表紙教科書へと変わるまでに編集方針について大きな変化は見られなかった．「黒表紙教科書」の改訂による変化を次に示す．

第一期「黒表紙教科書」は，その後の原型となるものであったが，直接児童に使用させなくてもよいものとされている．第一学年から第四学年まで児童用書はなく，教師用書のみである．

第二期での改訂による主な変化は，第三・第四学年に新たに児童用書が編集されたことである．この第二期以降，第一・第二学年が教師用書のみ，第三学年以上に児童用書が存在するようになった．

第三期では，第一次世界大戦が及ぼした政治的社会的変化からの対応として国定教科書の大修正が行われた．この修正による大きな影響の一つとして応用問題を口語ではなくほとんどの各課に設けられたことが挙げられる．

第三期改訂版は，メートル法採用による改訂が中心である．全面的修正とは言い難いため第四期ではなく「第三期国定教科書改訂版」として取り扱われていた．

次に「黒表紙教科書」に明らかにされた算術の目的について述べる．「黒表紙教科書」における算術の目的は，「計算に熟達すること」，「実用的知識を与えること」，「綿密な思考を養うこと」の三つが挙げられる．

第一の目的に沿って，第一・第二学年においては暗算によって計算の基礎を確立し，第三・第四学年においては筆算を課して計算に熟達させる方針がとられている．

さらに，第二・第三の目的から，実用的価値に加え，文化的価値，思考陶冶も重視されていたことがわかる．

4. 「黒表紙教科書」における問題

「黒表紙教科書」において，算術の第二・第三の目的から問題は実用的ということに重きを置くものであった．第一・二期の「黒表紙教科書」における応用問題（文章による事実問題）は，その土地の情況によって教師が適当な問題を作成し授けるべきものとされ第一・第二学年では教科書に示すものではなかった．

第三期の「黒表紙教科書」では，応用問題を不必要と見なす傾向があったため，ほとんどの各課に口語文による問題の例をかかげることとなった．その多くは課の最後に文章題として出題されている．これは，問題の難易度が段階的に上昇していることに依るものと考えられる．

問題の解答に関して，教科書の内容に影響を与えた藤沢利喜太郎は「問題の解釈中に図を使うのはいいが，解法そのもの中に図を用いるのは思考力の鍛練にならないためよくない」（塩野，1971，pp. 23）と考えていた．この藤沢の考えは文章題が想定する解決過程にも影響していると考えられる．

次の章から，「黒表紙教科書」における文章題はどのようなものであるかを考察していくことにする．

5. 文章題を考えるための先行研究

問題解決としての文章題について考察していくために，チャールズ・レスター（1982）の問題分類と，岩崎（1992）による問題解決過程のモデルを参考にする．

5. 1. チャールズ・レスター（1983）による問題分類

チャールズ・レスター（1983）は，学校カリキュラムで扱われる問題を以下の 6 つに分類している．

「〔ドリル問題〕（Drill Exercise）

1.
$$\begin{array}{r} 346 \\ \times\quad 28 \\ \hline \end{array}$$

〔簡単な適用問題〕
（Simple Translation Problem）

2. ≪ジェニーは水槽に 7 ひきの熱帯魚をかっています．トミーは水槽に 4 ひきの熱帯魚をかっています．ジェニーはトミーよりも何びき多く飼っていますか？≫

〔複雑な適用問題〕
（Complex Translation Problem）

3. ≪ピンポン球は 3 個ずつの包みになってきます．1 箱には 24 包みがはいっています．スポーツ用品店の主人であるコリンズさんは 1800 個のピンポン球を注文しました．コリンズさんは何箱注文したことになりますか？≫

〔過程問題〕（Process Problem）

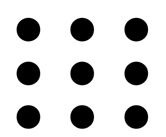
4. ≪チェスクラブが 15 人の会員のために選手権大会を開催しました．みんなの会員がどの会員とも相互に 1 回ずつゲームをやったときには，いくつのゲームが行われたことになりますか？≫

〔応用問題〕（Applied Problem）

5. ≪あなたの学校は，どんな種類のものも含めて，紙を 1 か月にどれだけ使いますか？≫

〔パズル問題〕（Puzzle Problem）

6. ≪第 1 図の 9 個の点全部を通るように 4 本の線分を引きなさい．各線分は少な


第 1 図

くとも１つの他の線分の端点とつながっていなければならないものとします．≫」

（チャールズ・レスター, 1983, pp.12-13）

チャールズ・レスター（1983）は上の例示に加えて, それぞれの問題場面について, 次のように説明している．

第１の場面は，かけ算の問題で，ふつう≪ドリル問題≫として取り上げられているものである．

第２の場面は，算数の教科書にある極めて普通のタイプの潜在的な問題で，≪簡単な適用問題≫と呼ばれている. その解決が, ことばを　7－4＝□　または　4＋□＝7 のような簡単な数学の式に翻訳することを含んでいるからである（その翻訳は頭でやることもできる)．

第３の場面は，簡単な適用問題に似ているが，少なくとも２段階含んでいる．それで，≪複雑な適用問題≫と呼ばれる．

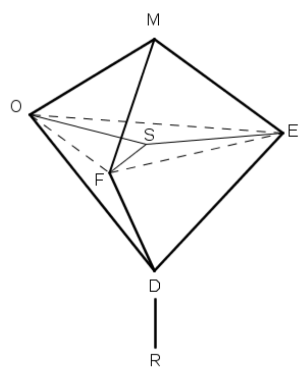
第４の場面は，解決のためにいくつかの思考過程（たとえば，計画すること，思いつきを出すこと，見積もりをすること，推測をすること，パターンを求めること）を用いることを必要とするような問題が≪適用問題≫と呼ばれる．

第５の場面は，≪応用問題≫の一つのタイプである．算数の応用問題は，その解決には数学的な技能，事実，概念や手法が必要になるような現実の世界の（少なくとも実際的な）場面のものである．ここでの数学は，組織立てたり，まとめをしたり，資料を表現したりするための道具であり，数量的な情報を含んだ決断を下すための手段として役立っている．

第６の場面は，≪パズル問題≫と呼ばれる問題の集団の代表的なものである．この問題は，幸運な推測とかその問題を通常とは異なった見方で考えたりするだけで解けるものである．また，この問題は，数学や分析が正確な解を発見するのにほとんど役立たないことがある.（チャールズ・レスター，1983，pp.14-21）

5.2. 岩崎（1992）による問題解決過程モデル

岩崎（1992）は，問題解決過程のモデルを提案している．算数から数学に展開するプロセスにいくつかの記号化を交えてまとめてみると，１つの問題解決過程として六面体に構造化される．そのモデルが次の図１である．



M（Mathematics）: 数学
O（Operative representation）
　: 表・グラフ
F（Figurative representation）
　: 図的表記
E（Expressive representation）: 数式
S（Solution）: 問題の解
D（Descriptive model）: 文章題
R（Real world）: 現実場面

図 1. 問題解決過程のモデル
（岩崎，1992，p.208）

岩崎（1992）による問題解決過程モデルでは，太い実線は上位による下位の対象化を示し，細い実線と破線は，それぞれ数値計算と翻訳を示している．

つまり，文章題は現実場面を対象とした

言語表現であり，言語によって表された文章題は,その解決過程において表･グラフ,図的表記，数式によって対象とされる．

この岩崎（1992）による問題解決過程モデルを前章のチャールズ･レスター(1983)による問題分類において例示された問題に適用すると，各問題場面に問題解決過程を示す．

〔ドリル問題〕

文章題として出題されていないこと，問から解までの過程が数値計算であることより，「E→S」の過程であると考えられる．

〔簡単な適用問題〕

解答への過程で行われることが，「7－4＝□」または「4＋□＝7」のような簡単な数学の式に翻訳すること，そこからの数値計算のみであるため，「R→D→E→S」の過程であると考えられる．

〔複雑な適用問題〕

この問題では，解決過程に次の手順が考えられる．

1. 3×24＝72
2. 1800÷72＝25

上記のように「1 箱あたりのピンポン球」と「注文した箱の数」を求めるという数学の式への翻訳が 2 段階行われていることより，「R→D→E→E→S」の過程であると考えられる．

〔過程問題〕

過程問題とは，解決のためにいくつかの思考過程（たとえば，計画すること，思いつきを出すこと，見積もりをすること，推測をすること，パターンを求めること）を用いることを必要とするような問題である．この問題では，数学の式に翻訳することが困難であることから図表が解への補助として過程に組み込まれる．O，F，E の組み合わせ及び過程に何段階を踏むことになるかは解答者によるものとなるため，「R→D→＜O，F＞→E→S」の過程であると考えられる．＜＞内については，選択可能なものを示している．

〔応用問題〕

この問題では，現実的なものからストーリー立てて問題が出題されることになると考えられる．その問題の解法は解答者により適宜異なると予想できるため，「R→D→＜O，F，E＞→S」の過程であると考えられる．

〔パズル問題〕

パズル問題では，数学の式を用いることがないことから，「D→F→S」下記の過程であると考えられる．

これらをもとにして問題解決としての文章題を考察していく．

6. 本稿における文章題の捉え

文章題とは，問題の条件，設問などが全部文章の形になっているものをいう．例としては鶴亀算・植木算・旅人算・過不足算などが挙げられる．また，文章の中に(数値以外の)数式，不等式，等式などが含まれるもの，計算の域を出ていないものは文章題ではないとされている（中原, 2011, p.203）．

「黒表紙教科書」の応用問題は「文章による事実問題」である．事実問題とは，端的に事実関係を確定する問題であり，目前の事実，実物の問題の事である．これにより，黒表紙教科書の応用問題は現実場面を対象とする文章題であると捉えられる．

「黒表紙教科書」では問題の配列として，計算問題，練習問題，応用問題がある．文章題は練習問題と応用問題で出題される．応用問題は第一期第三学年からは節として設けられ，すべて文章題で出題される．第三期からは，応用問題の節だけでなく，練習問題の最後にも文章題が出題されるようになった．本稿では，問題解決としての文章題を対象とし，考察していくため，黒表紙教科書の応用問題で扱われる文章題を中

心にみていく．

7. 「黒表紙教科書」の問題分析

文章題の分析はチャールズ・レスター（1983）と岩崎（1992）の分類を参考に以下の形で文章題を検証する．

[応用問題其の一]

（1）三人の兄弟元金壱萬円にて商売を始むるに，兄は四千弐百円出し，仲は参千五百五拾円出すといふ．弟は何程出すべきか．（第五学年，1912，p.8）

上記の問題の解答過程は以下のようになると考えられる．

4200＋3550＝7750：兄と仲の合計

10000－7750＝2250：弟の出す金額

この解決過程で「兄と仲の合計」と「弟の出す金額」を求めるという簡単な計算を2段階踏んでいることからこの問題は「複雑な適応問題」であり，岩崎（1992）の問題解決過程モデルに当てはめると「D→E→E→S」になると考えられる．

また，「黒表紙教科書」第一期の第一学年から文章題，応用問題を見ていくと，文章題は第一学年の第三章「20 以下の数」における「2 倍，3 倍すること」という課で「2人の手（足，目，耳）の数は合わせて幾つあるか．」と出題されているものが最初である．この問題は解法として，2+2＝4 もしくは 2×2＝4 という式を経るだけである．このため，チャールズ・レスター（1983）における簡単な適用問題，岩崎（1992）の問題解決過程モデルでは「D→E→S」という過程であると考えられる．

また，第一章「10 以下の数」の「5 以下の数に 2 を足すこと」において，「以下に倣い口頭にて発問すべき問題」として「一つに二つ足せば幾つになるか」があったが，発問の例であり，発問が口頭であることが明記されているため，本稿では文章題ではないと判断した．

第一学年では，応用問題の出題は第三章以降であり，応用問題については，教師によって作成され，問題が教科書に現されていない．文章題はチャールズ・レスター（1982）における「簡単な適用問題」のみである．

第三期には，課の末尾のほとんどに文章題が出題されるようになっている．なお，出題されている問題は「簡単な適用問題」であり，「複雑な適用問題」ない．また，「応用問題」という表記はされなくなっている．

第二学年では，口頭による発問のみで文章題はなく，応用問題も教師が各々考えるものとなっていた．

第一学年同様，第三期から課の末尾のほとんどに文章題が設定されるようになった．出題されているのは，「簡単な適用問題」であり，文章題に対し「応用問題」という表記はない．

第三学年では，課に応用問題が設定される．文章題はチャールズ・レスター（1983）における分類で「簡単な適用問題」だけでなく「複雑な適用問題」も出題される．

出題されていた「複雑な適用問題」となる問題は，岩崎（1992）で示すと「D→E→E→S」であり，重ねる段階は多くない．

第三期以降は，課の最後に文章題が加えられている．課の最後で扱われているのは「簡単な適用問題」であるが，用いる数値は 2 つ以上となっているものもある．また，応用問題では問題に図が用いられるようになった．

第四学年では，文章題は「応用問題」という課において出題されており，分類は「簡単な適用問題」と「複雑な適用問題」であった．

また，第三期以降は，第三学年と同様の変化がある．

高等小学校第一学年（第五学年）

第一章「整数及び小数」「減法即ち引き算」において最後に文章題が出題されている．これ以降,「応用問題」の課以外でも多くの課の最後に文章題が出題されている. また, 出題されている問題の分類は「複雑な適用問題」でほぼ占められている．

また，第三期以降は，第三学年と同様の変化がある．

高等小学校第二学年（第六学年）

出題される文章題で「簡単な適用問題」と分類されるものでも与えられる数値が 2 つ以上となる問題が出題されるようになっている．

また，第三期以降は，第三学年と同様の変化がある．

以上のことから,「黒表紙教科書」で見られる文章題は, チャールズ・レスター (1983) の問題の分類における「簡単な適用問題」と「複雑な適用問題」の二つであるといえる．課の最後に出題されている問題は「簡単な適用問題」で占められ，応用問題では学年が上がるにつれ「複雑な適用問題」で占められる割合が多くなっている．

また，第三期から，図・表が第三学年以降において問題に表記されるようになっている．このことから岩崎（1992）のモデルの O，F が文章題の解決過程に組み込まれることが考えられる．

O が含まれた問題解決過程の例として，第三期「黒表紙教科書」第六学年における第三章「復習」の「応用問題其の十三」において出題されている問題を出す．なお，表の表記は省略する．

(8) 下の図は元金 100 円に対して 1 年毎に利をもとに繰込むとき期間と利息の関係を示す．図の曲線は下より順に年 5 分，8 分，1 割，1 割 2 分のものである．年 5 分のとき 7 年間の利息は幾らか．8 分のとき 9 年間の利息は幾らか. 1 割のとき 4 年間の利息は幾らか.

（第六学年，1918，p.77）

上記の問題において，問題を解くのに必要な条件である機関と利息の関係は表から読み取る．このことより，岩崎（1992）の問題解決過程のモデルにおいて「D→O→E→S」という過程となると考えられる．

しかし，解決のためのいくつかの思考過程行われていないことから過程問題と考えることはできない.

これは，算術の問題を式や図で解くのは初歩のものにとっては問題をずらし，ごまかしたことになるという点から，計算を図解することを排除するという藤沢の主張が影響していると考えられる．

以上のことから，黒表紙教科書の文章題は全て，簡単な適用問題と複雑な適用問題であり，黒表紙教科書において過程問題は扱われていないとみることができる．

8. まとめと課題

これまでの考察をまとめると，次のようになる．

わが国の数学教育において文章題が広く学ばれるようになったのは，小学校教科書国定化以降である．日本で最初の国定算術教科書が「黒表紙教科書」である．数学教育における文章題は,「黒表紙教科書」を発端としてみることができる．

第一期「黒表紙教科書」では，文章題は応用問題のみで出題されている．応用問題の中で出題されているのは簡単な適用問題と複雑な適用問題である．複雑な適用問題が出題されるようになったのは第三学年からであり，学年が上がるにつれ複雑な適用問題の数も増えている.「黒表紙教科書」の文章題は，簡単な適用問題と複雑な適用問題のみであると言うことができる．

第三期「黒表紙教科書」では，練習問題にも文章題が含まれるようになり，出題に図・表を用いた文章題が現れている．岩崎（1992）による問題解決過程モデルで O，F を経る解決過程を求める問題が出されている．しかし，図・表は問題の条件を得る過程で用いられており，推測，見積もりなどの思考過程を必要とするものではない．問題解決としての文章題の初期的なものとみることはできるが，過程問題ではない．これは，解決のためにいくつかの思考過程を用いることを必要とするような問題，即ち過程問題へと進化していかなければならない．

今後の課題は，日本の数学教育において，過程問題がいつ，どのようにして取り入れられるのか，さらに数学教育における文章題が問題解決としての文章題としてどのような進化を遂げるのかを見極めることである．

[引用・参考文献]

Dewey. J(1910）. How We Think. *D. C. Heayh & Co.*

Charles. R, ・ Lester. F (1982). Teaching Problem Solving：What Why & How. *Seymour*.

藤沢利喜太郎（1900b).『数学教授法講義筆記』. 大日本図書.

国立教育政策研究所（2014).『OECD 生徒の学習到達度調査 PISA2012 年問題解決能力調査 －国際結果の概要－』.

中原忠男編（2011).『算数・数学科重要用語 300 の基礎知識』. 明治図書出版.

岩崎秀樹（1992).「問題解決過程の表記論的分析―算数から数学への展開―」岩合一男先生退官記念出版会（編)『数学教育学の新展開』. 聖文社. pp.200-211.

塩野直道（1971).『数学教育論』. 新興出版社啓林館.

チャールズ.R.・レスター.F.・中島健三訳（1983).『算数の問題解決の指導』. 金子書房.

海後宗臣編（1962)『日本教科書大系 近代編 第十三巻 算数（四)』. 講談社

遠山啓（1964).『数学教育の近代化と現代化』. 教育科学研究会『現代教科の構造』. p. 33.

山田浩貴（2006).『文章題の解決における問題スキーマの役割とその構成に関する研究』. 兵庫教育大学院学校教育研究学修士論文（未公刊).

入子祐三・柳瀬修・津村靖.（2006).『ニッポンの算数 幻の尋常小学校教科書の問題』. 東洋館.

平林一榮（1985)「問題解決―諸外国の動向」，中島健三編『数学的な考え方と問題解決研究理論』. 金子書房.

松原元一.（1988).『日本数学教育史 Ⅱ 算数編（2)』. 風間書房.

『文章題』『世界大百科事典 第 2 版』. 日立ソリューションズ・ビジネス.

文部省（1919).『尋常小學算術書 第三學年 兒童用』. 東京書籍.

文部省（1927).『尋常小學算術書 第三學年 兒童用』. 東京書籍.

文部省（1912).『尋常小學算術書 第四學年 兒童用』. 日本書籍.

文部省（1919).『尋常小學算術書 第四學年 兒童用』. 日本書籍.

文部省（1912).『尋常小學算術書 第五學年 兒童用』. 大阪書籍.

文部省（1912).『尋常小學算術書 第六學年 兒童用』. 日本書籍.