

教育内容としての数学的方法に関する研究

— 高等学校数学科における「中心概念」に着目して —

秋山 拓也

上越教育大学大学院修士課程 1 年

1. はじめに

今年(2017年)2月14日, 文部科学省より小中学校次期学習指導要領の改訂案が公表された。改訂案では中教審が定義した「主体的・対話的で深い学び」が前面に押し出されている。知識の理解を深めて, 資質・能力を育むという理念は, 改訂案全体に貫かれている。高等学校学習指導要領においてもこのような方向性のもと, 次期改訂に向けて準備が着々と進められている。

高等学校数学教育の目標と教育内容は, 教育の目的「人格の助成」を根本に据えながら, 時代とともに変化してきた。現行の高等学校学習指導要領における「数学科の目標」は, 次のように述べられている。

「数学的活動を通して, 数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め, 事象を数学的に考察し表現する能力を高め, 創造性の基礎を培うとともに, 数学のよさを認識し, それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。」(高等学校学習指導要領解説数学編理数編, 2009, p.16)。

このように「数学科の目標」の冒頭には, 「数学的活動を通して」と明記され, 「数学的活動」が全面に押し出されている。「数学的活動」は, 平成10年度高等学校学習指導要領から「数学科の目標」に取り上げられたものである。平成21年の改訂においては, 高等学校で一貫して目標の冒頭に「数学的活動を

通して…」が位置づけられ, その充実が一層強調された。活用力・思考力・表現力等の育成, 数学のよさの認識などを意図して, 「数学Ⅰ」と「数学A」には「課題学習」が位置づけられるとともに, 新選択科目として「数学活用」が設けられた。「数学科の目標」に強調されている「数学的活動」について, 現行の学習指導要領には, 次のように記されている。

「目的意識をもった主体的活動を通してのみ真の数学の学習は可能であり, 数学学習にかかわる目的意識をもった主体的活動を数学的活動といっている。したがって, 数学的活動は, 生徒が数学を学習する方法というだけではなく, 数学の学習を通して身につけるべき内容ともいえるべきものである。」(高等学校学習指導要領解説数学編理数編, 2009, p.67)

このように現在, 「数学的活動」は「教育方法」という意味合いだけではなく, 「身につけるべき内容」すなわち「教育内容」として位置づけられている。しかし, 学習指導要領の文面から「数学的活動」の具体的な内容をみると, やはり「教育方法」の意味合いが強く, それ自体が「教育内容」であるという捉え方については, あまり明瞭ではないように思える。目的意識をもって主体的に学び, 「教育内容」を身につけさせるという「教育方法」としての「数学的活動」が重視されている一方で, 主体的に取り組むだけでよいの

か、或いは何に主体的に取り組めばよいのか、その対象についての捉えの検討が十分になされているのが疑問となる。「教育内容」としての「数学的活動」をより明確にする必要があると考える。

長崎 (2013a) には、「教育内容としての数学的方法」という文言が使われている。この「教育内容としての数学的方法」は、方法論的内容とも言えるもの、「教育内容」そのものが「教育方法」となるという「教育内容」の一つの捉え方である。これを「教育内容」としての「数学的活動」に置き換えて考えてみたい。現行の高等学校学習指導要領において、この「教育内容としての数学的方法」に該当する事柄を明らかにできれば、「教育内容」としての「数学的活動」を具体的に打ち出すことができるのではないかと考えた。

本稿の目的は、「教育内容としての数学的方法」に着目し、「数学的活動」の「教育内容」としての捉えを明確にすることである。

2. 「教育内容としての数学的方法」の考察

この節では、長崎 (2013a) において記述された「教育内容としての数学的方法」の内容及び意義を明確にし、その関連する内容について記述する。

2.1. 「教育内容としての数学的方法」とは

長崎 (2013a) は、昭和31年度改訂版において記述された「中心概念」は、次のように述べられている。

「すべての高校生が一般教養を身に付けるという教育目的のもとでの教育目標としての数学的な考え方に対応する、教育内容としての数学的方法」 (p. 255)

ここに「教育内容としての数学的方法」と呼ばれる表現の初出がみられる。「すべての高校生が一般教養を身に付けるという教育目的のもとでの教育目標」としての「数学的な考え方」に対応するものである。「一般教養」とは、長崎 (2013b) によると、「高等学校の

程度として最低限必要な共通的な教養」 (p. 80) である。そして、必要最低限な共通の教養を身につけるという目的から生ずる目標における「数学的な考え方」を「教育内容」として具体化したものである。「教育内容」そのものが「数学的な考え方」であり、「教育内容」を通して「数学的な考え方」を身につけさせる一つの「教育方法」でもある。

長崎 (2013a) が「中心概念」を「教育内容としての数学的方法」と位置付けた背景には、「中心概念」が明記された昭和31年度改訂版及びその作成過程が密接に関係してきている。次は、長崎 (2013b) の先行研究から、昭和31年度改訂版の作成過程における「中心概念」の誕生過程、意義、内容を明らかにし、「教育内容としての数学的方法」を歴史的な視点から考察をしていく。

2.2. 昭和31年度改訂版の作成過程

長崎 (2013b) は、「中心概念」が記述された昭和31年度改訂版を作成するためにあった「教材等調査研究会中学校高等学校数学小委員会」(以下、数学小委員会と略す)の会合記録をもとに、その作成過程及びその後について明らかにしている。

以下、長崎 (2013b) が特定した数学小委員会の活動項目である。(p. 28)

①科目の編成

- ・総合コースの採用
- ・2つのコース案の作成
- ・科目の編成と調整

②教育目標の形成

- ・必修の目的の検討
- ・必修・選択の目標の検討
- ・教科・科目の目標の検討
- ・教科・科目の目標の再検討

③必修・選択の内容の形成－数学的内容－

- ・必修の内容の検討
- ・必修・選択の内容の検討
- ・選択の内容の再検討
- ・必修・選択の内容の検討の調整

④必修・選択の内容の形成－数学的方法－

- ・方法論的内容の検討
- ・中心概念の検討
- ・中心概念の拡張
- ・中心概念の再検討

2.2.2. 「中心概念」の誕生に至るまでの議論

「中心概念」に関わる議論は、②教育目標の形成と④必修・選択の内容の形成－数学的方法－であると長崎(2013b)は特定している。以下、「中心概念」に関わる議論である②及び④の概略を記述する。(pp. 80-82)

②教育目標の形成

教育目標の形成過程は、「必修科目の目的の検討、必修・選択の目標の検討、教科・科目の目標の検討、教科・科目の目標の再検討」の4つの段階に分かれる。

第1の必修科目の目的の検討の段階(第3回~12回会合)では、必修の目的が、高等学校の程度として最低限必要な共通的な教養

(一般教養)と数学のあとの科目や他教科の科目を学習する基礎(基礎教養)から議論され、必修のねらいを数学的な見方や考え方であるとした。

第2の必修・選択科目の目標の検討の段階(第13回~23回会合)では、必修の目標として、一般教養としての「数学的な見方や考え方」が確認され、第13回会合において「必修科目目標案」が数学小委員会から提案された。これは、必修科目の目標案として、①数学的な考え方、見方、②数学的な用語、③基礎教養、④数学の性格や数学の意義、⑤態度、の6項目を挙げている。その中において、①数学的な考え方、見方について、「次にあげるような数学的な考え方、見方を理解し、これらに基づいて、ものごとを的確かつ正確に処理できるようになる。」として次の15項目が挙げられている。(図1)

ここには、一般教養としての「数学的な見方や考え方」が表記されている。この「必修

科目目標案」は、この作成過程において、最も早く提案された目標案であり、後に記述する「中心概念」の内容に該当する項目の存在から、「中心概念」における「教育目標としての数学的な考え方」の原点であることがいえよう。

第3及び第4の教科・科目の目標の検討、再検討の段階(第46回~68回会合)では、数学Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、応用数学の目標が明らかにされ、学習指導要領の文案を検討する中で幾度となく再検討がされていった。

- 変化するものの間に不変な関係を見出し、これによってものごとをとらえる。
- 変化しているもの間に対応関係をつけ、函数としてとらえる。
- 式やグラフを用いて関係を表現する。
- 記号を用いて表現を簡潔で、しかも機械的に案に扱えるようにする。
- 式を、その形によってとらえる。
- 新しいことがらの表現が、それまでのことがらの表現と同じ形式になるように、表現の場を拡張する。
- 演算がいつも可逆になるように、演算を組み立てていく。
- 前提と結論の関係を明らかにし、その間に論理的なすじみちをつけることによって、ものごとを条件的にとらえる。
- 全体の論理の根拠になることと、それから導かれる重要事項とを区別して、理論を組み立てる。
- 条件を整理したり、結論を修正したりして、よりすっきりした形にまとめていく。
- 物の形や位置関係などを数学的な関係によってとらえる。
- 空間や空間の中の図形を、それを構成する要素との関係でとらえ、構成的、動的に図形を決定していく。
- 図形を、運動、射影、極限移行などの操作によってとらえ、異なる図形の間に関係を見出し、統一的にとらえる。
- 数・式を図形の世界にうつし、図形を数・式の世界にうつして、互いに他を補い、おのおのの特性を明らかにする。
- 事物の間に蓋然的な関係を見出し、これを数量的にとらえる。

図1：「必修科目目標案 項目①」(長崎, 2013b, pp. 41-42)

④必修・選択の内容の形成－数学的方法－

必修・選択の内容－数学的方法－の形成過程は、「方法論的内容の検討、中心概念の検討、中心概念の拡張、中心概念の再検討」の4つの段階に分けることができる。

第1の方法論的内容の検討の段階(第19回会合)では、第13回会合で提案された「必修科目目標案」における項目①「数学的な考え方、見方」に対応するものとして、「教育内容」としての方法論的内容が提案される。目標案では、一般教養としての「数学的な考え方、見方」の具体的な例示として表されていたが、方法論的内容においては、必修科目としての「教育内容」の検討がなされ、より

「教育内容」に即したものとして位置付けられるようになった。以下、数学小員会第19回会合記録（1954年1月）である。

「代数・解析的な面，幾何的な面のどちらにも関係する考え方，方法に関する内容は，両者のどちらにも含ませず，もうひとつ，方法論的内容とでもいう欄を上の方の中間に設け，この内容は，解析，幾何のどちらの面で強調し，それをどの教材でどこでやるかは自由にする」（長崎（2013b），p. 139）

第2の中心概念の検討段階第（34回～45回）では，数学Ⅰをもとに「中心概念」が具現化された。第34回会合（1954年5月）では，方法論的内容に「中心概念」という名称が与えられ，第45回会合（1954年12月）にかけて，「中心概念」が継続的な検討を経て具体化されていった。数学Ⅰ，Ⅱ，について，代数的内容，中心概念，幾何的内容が提案され，

「中心概念」は代数的内容と幾何的内容の両者の学習を通して一般化すべき数学的な考え方，方法を示したものであるとされ，数学Ⅰの中心概念が検討された。

第3の中心概念の拡張の段階第（50回～57回）では，中心概念を数学Ⅱ，Ⅲでも考えるとともに，その意義が話し合われ，数学科の目標，数学Ⅰなどで言われている「考え方」を内容に即して例示したもの，目標の具体化であるとされた。つまり，「中心概念」は「教育目標」における「教育内容」に準ずる「数学的な考え方」を具体的に「教育内容」として明示したものであることがわかる。

第4の中心概念の再検討の段階（第64回～68回会合）では，中心概念の位置付けを内容とは離れたものとし，それまでの中心概念が再検討されて，構造的には，代数，幾何の下に中心概念を置くことになった。（図2）

その後「中心概念」は，告示された学習指導要領の数学Ⅰ，Ⅱ，Ⅲにおいて記述された。数学Ⅰは，図2の通りに「中心概念」が記述され，数学Ⅱ及びⅢは，幾何的内容と代数的

内容に対応するものに，数学的内容として示してある。これと「中心概念」との関係は，数学Ⅰの場合と同じである。数学Ⅰにおける科目の目標及び「中心概念」を図2，3として表記する。

数学Ⅰは、代数および幾何の初等的基本的な分野の学習を通じて、数学的な考え方の基本を会得させ、あわせて、他教科ならびに数学科の他の科目の学習に必要な基盤を作ることをねらう科目であって、主として次のことを目標とする。 (1) ものごとを的確に表現したり、科学的に研究したりしていく上に、数・式・図形が果たしている役割を知り、これらを進んで開いていく態度を養う。 (2) 代数についての基本的な概念・原理・法則等を理解し、簡単な式を目的に応じて適切に運用する能力を養う。 (3) 幾何図形についての基本的な性質を理解し、これらに応用する能力を養う。 (4) 幾何および代数の体系や研究方法が同じような考え方にもとづいていることを理解し、この体系が知識のまとめ方のひとつの典型であることを知る。 (5) 論理的に筋道を立てることの意味を理解し、その能力を養うとともに、いろいろな場面に、前提と結論との関係や論理の進め方に注意を払う習慣を身につける。 (6) 数学的な物の見方、考え方の意義を知るとともに、これらにもとづいて広くものごとを的確に処理する能力と態度とを身につける。

図2：「高等学校学習指導要領数学科編 昭和31年度改訂版」の「数学Ⅰの目標」（長崎，2013b，p. 225）

代数的内容	幾何的内容
a 関数の概念 一次関数 二次関数 一般の比例 b 数・式の取扱 整式の四則、因数分解 簡単な分数式と無理式 平方根数の計算 c 方程式 連立方程式 二次方程式、根の公式 不等式の解法 不等関係の証明 d 対数 指数の拡張 対数の定義と性質 対数計算 計算尺の原理 e 統計 資料の整理 代表値・標準偏差 相関関係・相関係数	a 直線図形の性質 三角形の合同 三角形・四辺形の性質 比例と相似形 b 円の性質 円周角 直線と円、円と円との関係 円と三角形 円と多角形 c 軌跡および作図 基本的な作図 軌跡としての直線・円 いろいろな曲線 d 空間図形 直線・平面の結合関係・位置関係 正射影および投影図への応用 e 三角函数 180°までの三角函数 三角函数の基本的な性質 正弦法則・余弦法則 三角形の面積公式

中心概念
a 概念を記号で表わすこと。 記号・文字による一般的表現 文字式 式の形 b 概念・法則などを拡張すること。 拡張の原理 c 演繹的な推論によって知識を体系だてること。 公理・定義 定理・命題 証明 d 対応関係・依存関係をとらえること。 函数的関係 統計的關係 図形的な対応関係・依存関係 命題の論理的依存関係 e 式や図形について不変性を見いだすこと。 f 解析的方法と図形的方法の関連。 函数のグラフ

図3：「高等学校学習指導要領数学科編 昭和31年度改訂版」の「数学Ⅰの内容」（長崎，2013b，p. 68）

学習指導要領における「数学Ⅰの目標および内容」に次のような表記がある。「(2) 代数的内容および幾何的内容は、目標1, 2, 3, 4等につらなるものであり、中心概念は、目標4, 5, 6等につらなるものである。いずれも、一方が他方の方便にすぎないというものではない。(3) 実際の指導に当っては、代数的内容と幾何的内容を中心として指導し、中心概念の指導は、これらの指導の中に適宜織り込まれていくもので、これらとは別に中心概念を指導するものではない。」(長崎(2013b), p. 256) ここには、「中心概念」に該当する目標とその指導についての注意事項が明記されている。つまり、「中心概念」は、数学Ⅰの目標において記述されている「体系性・論理的思考力、数学的な物の見方、考え方」に関係し、その具体化されたものは、それ自体を指導するのではなく、「教育内容」を指導する中において適宜指導していくものであることがわかる。

2.2.2. 昭和31年度改訂版における必修科目 数学Ⅰにおける「中心概念」の内容

図2において記述された「中心概念」は、それぞれ「教育目標」における「数学的な考え方」を「教育内容」に即して、具体化したものである。以下、「中心概念」の項目における具体的な内容を長崎(2013b)の資料に掲載されたもの(pp. 257-258)から抜粋する。(下線は筆者による)

a 概念を記号で表わすこと

この意味は、数学的な概念を記号によって簡潔明確に表現したり、個別的にわかった数量的な関係を文字を使って一般的な形で表わしたりする数学的な記号の用い方についての考え方のことで、特に代数的な記号は、それを用いた式についての演算が形式的に整うように考えていく点に特徴がある。その結果として、式の形という見方が生れ、これが代数的に

考えを進めていくときの目のつけどころになる。

b 概念・法則などを拡張すること

特殊な場合から出発して、いつも、もっと一般的に同じような形で定理が成り立つように、概念を拡張したり、法則を拡張したりしていく考え方をさす。数概念を拡張する場合に、演算法則の形式が不変になるように新しい概念を作っていくのもこれに当る。

c 演繹的な推論によって知識を体系だてること

一群の知識に対して、それらの基礎になる事項を明らかにし、用語の意味を一義的に定め、それらから演繹的に他の事項が導かれることを確かめることによって、知識に体系をつけ、まとめていく考え方をさす。この際に証明・公理・定義のもつ役割がそれぞれ重要なものである。

d 対応関係・依存関係をとらえること

数学においてとらえる関係は、多くは対応関係、依存関係としてである。変数の間の対応、依存の関係として函数の概念をとらえ、統計的な変量については、統計的関係としてとらえられる。また図形の性質などについても、これをその構成要素間の対応関係ないし依存関係と見ることができ、またそう見直すことによって、定理の意義が明らかになる場合が多い。同じような関係は、命題相互の間の論理的な関係にも見られる。必要条件・十分条件などという考えも、二つの事項を、一方を他方の条件と考えた場合に起る論理的な関係を表わしたものと見られる。

e 式や図形について不変性を見いだすこと

円周角の定理は、角の頂点の変化に対して不変な性質を示すものであり二次関数のグラフの形が放物線であることは、

二次式の係数が変化しても不変な性質である。このように、数学の定理には、その背後に変化しているものを予想し、その間の不変な関係として把握することによって、その意味が深くとられるものが多い。対称・射影等の変形で不変な点・直線に着目したり、式の変形において式の値が不変であることに着目したりするのもその例である。

f 解析的方法と図形的方法の関連

式で表わされた函数の特徴をとらえるのにそのグラフを利用したり、図形の性質を調べるのに代数式や三角函数を用いたりするように、解析的な方法（式による表現）と図形的な方法（図形による表現）の特徴やその間の対応を生かして用いていく考え方をさす。

（長崎（2013b），pp. 257-258）

2.3. 「教育内容としての数学的方法」としての「中心概念」について

長崎（2013b）によると、昭和31年度改訂版において記述された必修科目数学Ⅰの「中心概念」は、数学小委員会第13回会合において提案された「必修科目目標案」に表記されている「一般教養としての数学的な考え方，見方」を原点として、形作られたことがわかる。そこから、代数・幾何の両面に関係する考え方，方法に関する内容として方法論的内容となり，その方法論的内容に「中心概念」と名前が付けられ，「中心概念」が誕生した。そして，その意義としては，「教育目標」における「一般教養としての数学的な考え方，見方」の具体化であり，それ自身「教育内容」として価値のあるものである。また，「中心概念」の指導に関しては，代数的内容と幾何的内容とを中心として指導し，「中心概念」の指導は，これらの指導の中に適宜織り込まれていくものとされ，「中心概念」は直接指導するものではなく，「教育内容」から間接

的に指導するものであることがわかる。図2の前文より，「代数および幾何の初等的基本的な分野の学習を通じて，数学的な考え方の基本を会得させ，」という表現からこの時代における「数学的な考え方」は「教育内容」を通して身につけるものであるとされている。これは，「教育内容としての数学的方法」における「数学的な考え方」の捉えと同様のものであり，ここからも「教育内容としての数学的方法」と「中心概念」の関連性が見える。また，図3の「中心概念」の内容より，これは「教育内容としての数学的方法」の中でも特に「教育内容」に重きを置いたものであることがわかる。

「教育内容としての数学的方法」は「すべての高校生が一般教養を身に付けるという教育目的のもとでの教育目標としての数学的な考え方に対応する」ものであり，昭和31年度改訂版における「中心概念」がそれにあたることを確認することができた。あくまでも

「中心概念」は「教育内容としての数学的方法」の具体例であることに留意しておきたい。そこには，当時の「教育目標」があり，その目標内に存在する「数学的な考え方」が大いに関わってくる。したがって，すべての高校生が一般教養を身に付けるという教育目的のもとで「教育目標」における「数学的な考え方」が変遷すれば，「教育内容としての数学的方法」がその時々に応じて変化することが分かる。

そこで，次節において学習指導要領の高等学校数学科「教育目標」における「数学的な考え方」の変遷を辿り，各目標概念における「数学的な考え方」の所在を，川村（2009）を参考に社会的背景を踏まえ明らかにしていく。

3. 「数学的な考え方」の目標論的展開

川村（2009）の先行研究では，「数学的な考え方」が登場した昭和31年度改訂版以降の学習指導要領の変遷をたどり，それぞれの時代

における当該概念の意味と、そこに期待されてきた価値観を、具体的に明らかにしている。以下、川村（2009，pp. 25-31）において述べられている各学習指導要領の目標概念における「数学的な考え方」の所在及び扱われ方の概略を述べる。

3.1. 昭和31年度改訂版

川村（2009）は、「教育内容」に関する「数学的な考え方」の「具体化」として「中心概念」が挙げられており、それらは数学における本質的な考え方であり、これらの考え方に共通する特徴として、比較的高度な「数学的構造」に目をつける考え方であることを指摘している。しかし、戦後まもない時期で社会の目指す豊かさへの方向、「数学的構造への着目」と特徴付けられる「数学的な考え方」が、どのように貢献するのか、明らかではなかったが、数学的構造の簡潔さや合理性に価値観を感じ、社会生活にある程度それに同一視したいという発想であったのかもしれないという懸念が述べられている。

3.2. 昭和45年度

昭和45年度学習指導要領について見ていく。

事象を数学的にとらえ、論理的に考え、統一的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育成し、また、社会において数学の果たす役割について認識させる。

このため、

- 1 数学における基本的な概念、原理・法則などを理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出す能力と態度を養う。
- 2 数学における基本的な知識の習得と基本的な技能の習熟を図り、それらを的確かつ能率的に活用する能力を伸ばす。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解を深め、それらによって数学的な性質や関係を簡潔、明確に表現し、思考を進める能力と態度を養う。
- 4 事象の考察に関して、適切な見通しをもち、抽象化し、論理的に思考する能力を伸ばすとともに、目的に応じて結果を検討し、処理する態度を養う。
- 5 体系的に組み立てていく数学の考え方を理解させ、その意義と方法について知らせる。

この時代、「数学的な考え方」が最も全面に押し出されている。

「統一的、発展的に考察し」という言葉には、数学教育現代化運動の息吹が込められており、この時代の「数学的な考え方」を特徴

づけている。また「事象」という言葉には、数学的な事象に限らず、より一般的な日常事象をも含むと捉えられることから、数学外においても「数学的な考え方」の価値観が認められていると言える。

3.3. 昭和53年

昭和53年度学習指導要領について見ていく

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、体系的に組み立てていく数学の考え方を通して、事象を数学的に考察し処理する能力を高めるとともに、それを、活用する態度を育てる

この時代は、環境問題や、人生の充実の問題など、これまでとは違った一意的な答えの出しにくい問題が持ち上がり、問題が「相対化」し、価値観の相対化も引き起こした。そこでそのような新種の問題への対処として、「数学的な考え方」を「教育内容」として捉えるだけでなく、問題解決をするための「教育方法」として捉えられるようになってきた。昭和44年以前の特徴である「数学的考え方」の数学的構造への着目は継続している中で、「体系的に組み立てていく数学的な考え方を理解させ」がこの時代においては、「体系的に組み立てていく数学的な考え方を通して」と変更され、「数学的な考え方」を通して「事象」を考察し、「活用」することをねらいとしていることが読み取れる。すなわち、この学習指導要領において、「教育方法」としての「数学的な考え方」が明示され始めていることが読み取れる。

3.4. 平成元年

平成元年学習指導要領について見ていく

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを認識、それらを積極的に活用する態度を育てる

急激な情報化の進展と、それに牽引される価値観の多様化、および更新の速さが際立ってきた。この目標から「体系的に組み立てていく数学の考え方」という表記はなくなり、「数学的な見方や考え方のよさを知る」といった表現が加わった。川村はこの「よさを知

る」という表現を「鑑賞」（外部からの視点）と呼び、「考え方」を対象としそれを評価することで、「考え方」を修正したり、新しい「考え方」を創り出す可能性があると考えられ、これ自体が、「数学的な考え方」と捉えられると述べている。外部からの視点により、固定された「数学的な考え方」だけでなく、問題に応じた「考え方」を見出すことを「考える」ことがこの時代における「数学的な考え方」の捉え方である。前の学習指導要領に引き続き、「教育方法」として「数学的な考え方」を捉えていることがわかる。

3.5. 平成10年

平成10年度学習指導要領について見ていく

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、数学的活動を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる

「価値観の相対化」、「価値観の多様化、および更新の速さ」は、更に加速する方向で続いている。この学習指導要領より「数学的活動」という、学習の方法原理が目標文に明記された。川村は、「活動」つまり、具体物操作や思考実験は、必ず数学的思考を伴い、そうした思考の「方法」を「数学的活動」が与えているという意味で、「数学的な考え方」と捉えられると「数学的活動」自体を「数学的な考え方」と見なしている。あくまで、この指導要領における「数学的活動」は「教育方法」としての「活動」であり、「教育内容」は含まない。ここに現行の「数学的活動」との違いがある。

4. 現行の高等学校数学科の「教育目標」の考察および「教育内容としての数学的方法」の特定

4.1. 「教育目標」における「数学的な考え方」の考察

数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる

現行の目標においては、第1節でも指摘した通り、「数学的活動」が目標文の冒頭に表記されたことで、「数学的活動」を通して（ア）「数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解」、（イ）「事象を数学的に考察し表現する能力の向上」、（ウ）「創造性の基礎」、（エ）「数学のよさ」、（オ）「数学的論拠に基づいて判断する態度」を育成及び理解させていくことが目標とされた。前学習指導要領まで「数学的な見方や考え方のよさ」と表記されていた「数学的な見方、考え方」は削除され、新たに「数学のよさ」が加わった。これは「高等学校学習指導要領解説数学編理数編」（2009）によると、「数学のよさ」とは、数学的な見方や考え方のよさ以外に、数学の概念や原理・法則のよさ、数学的な表現や処理の仕方のよさを含み、さらに、高等学校では、数学の実用性や汎用性などの数学の特長、数学的活動や思索することの楽しさなども含んだものである。（p.17）と記述されている。また変更の理由について「現在、高等学校には、数学の学習に関心や意欲を見いだせない生徒がいることも事実である。そのような高等学校の現状を踏まえ、数学の学習が単なる問題の解法の暗記にならないよう絶えず数学のよさや数学を学ぶ意義を認識させることに留意し、数学に対する関心と主体的に数学を学ぼうとする意欲を高めることが大切である」（p.17）と述べている。中村（2014）は、「数学のよさ」を本質的に理解させるためには、「「数学のよさ」を感得し（感じ取り）、この経験を繰り返す（多面的な意味の「数学のよさ」を繰り返し感得すること）」が必要であることを述べている。（p.58）この主張を参考にすると、「教

育内容」の「よさ」を感得したうえで、これを「数学的活動」を通して繰り返し感得していくことで「数学のよさ」を認識できる。これは、「数学的活動」を通して「数学のよさ」を認識させることとは、逆の視点である。例えば、二次関数を学習する際、二次関数を学ぶということには、どのような「よさ」があるのかあらかじめ押さえたうえで、それらが感得できるような「活動」を取り組ませることで「よさ」を認識できる。つまり、ここに「教育内容」としての「数学的活動」が存在していることがわかる。「数学のよさ」を「教育内容」と捉えることで、その「教育内容」そのものが「活動」となる。さらに言い換えると、「数学のよさ」は、現行の学習指導要領の高等学校数学科の「教育目標」における「教育内容としての数学的方法」である。

4.2. 「数学のよさ」と「中心概念」

「数学のよさ」は、現行の学習指導要領における「教育内容としての数学的方法」であり、「教育内容」としての「数学的活動」として捉えることができることを特定した。しかし、あくまでも「教育目標」という文面上での解釈であるため、その確証を得ることができない。そこで「数学のよさ」は「中心概念」とも関連があることから、図3として表記した「中心概念」の内容の項目一つ一つの語尾に「よさ」を付け、「数学のよさ」を「教育内容」と置き換えることができるのか確認していく。

- 概念を記号で表わすことの「よさ」
- 概念・法則などを拡張することの「よさ」
- 演繹的な推論によって知識を体系だてることの「よさ」
- 対応関係・依存関係をとらえることの「よさ」
- 式や図形について不変性を見いだすことの「よさ」
- 解析的方法と図形的方法の関連の「よさ」

a～fの項目は、すべて「数学のよさ」を具体的に例示したものとなることがわかる。ここに「数学のよさ」を「教育内容としての数学的方法」として特定することの根拠ができた。

4.3. 「数学のよさ」の考察

先にも述べた通り、「数学のよさ」は学習指導要領において「数学的な見方、考え方」だけではなく、「教育内容」にまで踏み込んだ形となっている。また「数学のよさ」の説明において、一般的な表現が述べられていることも指導要領において述べられている。本節においては、「中心概念」のように具体的に「教育内容」として表現がなされているかを検討していくこととする。対象は、数学Ⅰ及び数学Aの「教育内容」として、各単元における「数学のよさ」として記述されているものを「高等学校学習指導要領解説数学編理数編」（2009，pp.20-65）から抜粋し、以下に記述する。また「数学のよさ」に関係したもので数学の「有用性」について言及しているものについては（有用性）と明記するものとする。

< 数学Ⅰ > ●図形と計量 「正弦定理や余弦定理を具体的な問題の解決や測量などに活用することを通して、「角の大きさをを用いて測る」という数学のよさを認識できるようにする」 ●二次関数 「一般の二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ を扱い、関数概念の理解を深め、関数を用いて数量の変化を表現すること」(有用性) 「二次不等式では、二次不等式の解の意味を理解させ、二次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ x 軸との位置関係から二次不等式の解を求めることができるようにするとともに、グラフを活用することのよさを認識する」 ●課題学習 「身近な事象を二次関数を用いて考察し、数学のよさを認識する」 < 数学A > ●場合の数と確率 「身近にある不確実な事象を数量的にとらえる確率の学習を通して、不確実なものをとらえる数学的な考え方などの数学のよさを認識できるようにする」 「場合の数を数え上げるには、あるものに着眼して分類・整理すること、より分かりやすいものと1対1に対応付けること、規則に基づき数の列をつくること」(有用性)

図4：現行の高等学校数学科の「数学Ⅰ」および「数学Aにおける「数学のよさ」に関する記述抜粋

もちろん、この図4のように、明示されている記述の背後には、各単元における「よさ」は必ず存在している。しかし、明示することが「教育内容としての数学的方法」を捉え

る上で重要である。昭和31年度、その当時には、「教育内容としての数学的方法」が「中心概念」として明示されたが、現行の学習指導要領においては、図4及び「数学のよさ」の一般的な表現から、感覚的に「数学のよさ」を語っているだけで、具体的な表現としての「教育内容としての数学的方法」は示されていないように思える。その現在の「数学のよさ」を具体的につかむためには、「中心概念」と対比させることによって、その当時のものを生かしながら、現代の学習指導要領について考えていく。その検討については、これからの課題となる。

5. 本稿のまとめと今後の課題

本稿の目的は、「教育内容としての数学的方法」に着目し、「数学的活動」の「教育内容」としての捉えを明確にすることであった。「教育目標」、「教育内容」、「数学的活動」、「数学的な考え方」、「中心概念」、「教育内容としての数学的方法」などのキーワードを基に、それらとそれらの関係性を明確にする作業と整理、そして考察を進めてきた。

本稿において、昭和31年度改訂版に記述された「中心概念」の内容を現行の学習指導要領の「教育目標」に明記されている「数学のよさ」と照らし合わせることで、それが現代における「教育内容としての数学的方法」として発展的に捉えることができると考えるに至った。現行の学習指導要領における「数学のよさ」は、昭和31年度改訂版に記述された「中心概念」のように、具体的な内容としては明記されておらず、抽象的な表現としてのみの記述に終わっている感があり、「教育内容としての数学的方法」の検討は十分とは言えないであろう。更なる検討が必要である。

今後の課題としては、実際の「数学Ⅰ」及び「数学A」の単元における「教育内容」について検討し、「数学のよさ」つまり、「教

育内容としての数学的方法」の具体的な内容から、図3のような「教育内容としての数学的方法」の新たな枠組みの構築を試みたい。その上で「教育内容としての数学的方法」に関する研究と実践を推進していきたい。

6. 注釈及び引用・参考文献

文部科学省(2009).『高等学校学習指導要領 解説数学編理数編』, 実教出版.

長崎栄三(2013a).「高等学校数学科における「中心概念」の誕生とその後:高等学校学習指導要領数学科編昭和31年度改訂版を中心に」, 日本数学教育学会誌・臨時増刊,『数学教育学論究』95, pp.249-256.

長崎栄三(2013b).『高等学校 学習指導要領 数学科編 昭和31年度改訂版の作成過程とその後—戦後の高等学校数学科の教育課程の確立—』, 日本学術振興会科学研究費補助金による研究資料集. 静岡大学学術リポジトリ.

<http://ir.lib.shizuoka.ac.jp/handle/10297/7383>

片桐重男(1988).『数学的な考え方の具体化』, 明治図書.

川村晃英(2009).『数学的な考え方の再考—人間の数学的潜在性に着目して—』, 広島大学. 修士論文(未公開).

宮本一郎(1995).「数学教育カリキュラムの中心概念とその様相:大学教養数学に関して」,『数学教育論文発表会論文集』28. pp.537-542.

中原忠男(2000).「算数・数学教育の目的・目標」,『日本数学教育学会誌』82. 第7・8号, pp.48-51.

池田敏和(1997).「数学教育の目標に関する一考察」,『横浜国立大学教育紀要』37. pp.1-20.

中村好則(2014).「高校における「数学のよさ」を認識するための指導—グラフ電卓を活用した放物線の探究—」,『岩手大学教育学部研究年報』.73. pp.57-74.