上越数学教育研究，第32号，上越教育大学数学教室，2017年，pp.95-104

中学校関数領域における教科横断型授業のデザイン
～「世界人口総和問題」を題材にしたSRP～

葛岡　賢二
上越教育大学大学院修士課程１年

１．問題の所在と本稿の目的

中学校の現場で数学の授業を行った際に，筆者は生徒から「数学をなぜ学ぶのか？」や「数学は将来役に立つのか？」という質問を受けたことがある．生徒たちにとっては，数学は人間が生きる上で大切な学問であり，数学があらゆるものを作り出す基本となっていることを理解し実感することが困難なようである．TIMSS2011 質問紙調査結果から,「日本の中学生は学習の楽しさや実生活との連関に対して肯定的な回答する割合が低い」という報告がなされた（文部科学省，2016a）．数学を学ぶ意義は広く深いものだが，生徒が向き合っている数学の授業では，そのような意義深い数学を体感できていないようである．では，生徒が数学を学習する必要性を感じることができない要因は何であろうか．筆者はこの疑問に対して，問題の所在を現在の中等教育の数学の授業にあると考えた．

通常の授業では，生徒は限られた道具（紙と鉛筆）と既習内容（記憶やノート）を頼りに，限られた時間で，1 人（または 2，3 人のグループ）で解決する．教師は学習内容で知り得た既知の情報だけを活用して，「主体的な学習」を行わせようとする．しかしながら，そこでは，生徒が求めることが期待される正解を教師は知っているため，生徒は教師の期待する解答を探すという行為が生じる．さらに，与えられた問題の解決において，生徒が今学習している単元の内容を活用すればよいことは，本時のねらいからほとんど明らかである．したがって，そうした生徒が「主体的」に動いているように見える問題解決型の授業では，実は教師の期待を探って問題や課題を解決するといった，必ずしも主体的とは言い難い学習が少なくない．

一方，数学の有用性を生徒らに感得させるために日常の文脈が与えられた問題や課題が与えられることもしばしばあれば，課題学習のようにそれまでに学習した内容を関連付けさせるためのトピック的な授業もしばしばみられる．しかしながら，こうした授業においても，数学の有用性を生徒らに十分に感得させることができていないのではないかと考える．その理由は二つ考えられる．第一に，日常の文脈を扱っていても，学習者に十分に現実性を与えられないことである．小学校の文章題がその最たるものと考える．問題は日常の文脈で与えられているのにもかかわらず，答えを見つけたのち日常の文脈でその答えを吟味することもないため，日常と切り離され学習者がそれを現実的なものと捉えづらい．日常の文脈は式や方程式を立てる上では有用だが，それ以上の役割を果たしていないのである．第二の理由は，より現実的な問題が扱われる課題学習などにおいて，課題が常に教科で閉じられていることと考える．実際，日常や社会における多くの問題や課題の解決には，数学に特化した知識・技能だけが必要ということは少なく，様々な領域の知識・技能が必要になる．社会における課題解決は教科横断的，複合的なものであり，数学とい

う狭い世界に閉じられることは必ずしも多くないのである．そして本来，そうした複合的な場面で数学が必要となるからこそ，数学の有用性が生じてくる．今日の中学校における課題学習では，こうした教科横断的な活動が十分になされていないのではないだろうか．このことは，最近，次期学習指導要領の検討においても取り上げられており（文部科学省，2016b），今後，いかに教科横断的な活動を授業に取り入れていくのか多くの検討が必要となる点である．

そこで筆者は，中学校の数学の授業において，生徒が教師の期待を探るようなことなく，純粋に回答を求める探究型の授業が実現できないかと考え，中学校関数領域における授業実践を通して教科横断型の思考力・判断力・表現力を重視する数学授業のデザインを目的とした研究を推進することとした．関数領域を対象とする理由は，二つある．一つ目の理由は，平成27年度全国学力・学習状況調査の結果でもっとも正答率が低い領域が関数領域であること．二つ目の理由は，関数領域が他の図形領域や数と式領域との関連が多いこと，実生活や他教科との関連も図られることが多いことから，幅広い学習が可能になると考えることである．また，教科横断型の探究を実現するにあたって，シュバラール氏らによる「教授人間学理論（anthropological theory of the didactic）」（以下，ATD）の範疇で提示されている，“世界探究パラダイム”に基づいた“Study and Research Paths（SRP）”と呼ばれる探究活動を拠り所とする．SRP の性格については次節で述べるが，本研究では，中学校の数学科の授業で SRP を行うことで，いかなる探究活動（特に数学的な探究）が生じるのか検証したい．

したがって本研究の目的は，中学校関数領域において世界探究パラダイムに基づいた SRP という一連の探究活動を採り入れた教科横断型授業の可能性を検討することである．この目的を達成するために，実際に授業をデザイン・実践し，そこで収集したデータを ATD の諸概念をツールに分析するといった教授工学を実施する．

そこで本稿では，授業実践の前段階の研究の成果を報告する．具体的には，まず現実的な課題として教科横断型授業の必要性について概説する（2 節）．次に，世界探究パラダイムや SRP の理論的枠組みの概要を，分析等で重要になる諸概念とともに示す（3 節）．そして，授業デザインについて検討し（4 節），授業のアプリオリ分析を示す（5 節）．

２．教科横断型授業

中央教育審議会答申（2016）では,「第 6 章何を学ぶかー教科等を学ぶ意義と，教科間・学校段階間のつながりを踏まえた教育課程の編成ー」において,「様々な資質・能力は，教科等の学習から離れて単独に育成されるものではなく，関連が深い教科等の内容事項と関連付けながら育まれるものである」とあり，教科横断型の授業の重要性を指摘している（文部科学省，2016b）．現在の中学校の数学の授業では「数学的な活動の充実」が求められている（文部科学省，2008a，p. 16）が，今後は，単独で数学科の内容を学習するだけでなく他教科と関連付けて,「探究的な学習」や「主体的な学習」を行うことを通して，思考力・判断力・表現力の育成が求められるであろう．

これまでにも，教科横断的な学習が取り組まれた時期があった．2002（平成 14）年度から教育課程に導入された「総合的な学習の時間」において,「横断的・総合的な学習など創意工夫を生かした教育活動の充実」をねらいとする授業改善が指摘されている（文部科学省，2008b，p. 3）．また，先行研究においても，数学学習にねざした総合学習の必要性が指摘されている（両角，2002）．さらに，中学校において数学科と「総合的な学習の時間」を関連付けた授業実践も行われてきた．しかし，それらの授業内容は数学のある特定の領域の活用を重視した授業が多い．つまり，教科内容重視の考えは捨てき

れず，教科横断型授業への転換は進んでこなかったように思われる．

そこで，筆者は教科横断型及び探究型授業をデザインする上で何かしらの根本的なアイデアの転換が必要なのではないかと考えた．それが本研究における，世界探究パラダイムの採用である．上述したように，本稿は，中学校の数学の授業において世界探究パラダイムに基づいた教科横断型授業のデザインを目指すものである．今回の中学校での授業実践は，学習指導要領の次期改訂を視野に入れた中学校数学科の授業改善やカリキュラム改善への示唆となることが期待される．

３．本研究の理論的枠組み

本研究では，世界探究パラダイムに基づいたSRP を教科横断型の数学の授業としてデザイン・実践する．以下では，拠り所とする理論的枠組みの概要を示す．これらは，授業をデザインする際に参照されるとともに，データの分析ツールとしても用いられる．

(1) 世界探究パラダイム

ATD では，これまでなされてきた数学の授業の背景にある考えを「記念碑主義的（monumentalism）パラダイム」（シュバラール，2016）と呼び批判する．そこでの学習は，過去の偉大な先人達が作りあげてきた数学を細分化し，カリキュラムとして整列し，順々に訪ねるようなものになっているというのである．そうした学習では，数学が作りあげられた歴史や困難は省かれ（脱人間化，脱文脈化），往々にして学ぶべき数学がなぜ必要なのかといった存在理由が消滅し，知識の詰め込みになってしまう．一般社会の人間の活動では，人は知りたいことや疑問に思うことは，いろいろな方法で調べ学習し解決しようとするものである．使えるものは何でも使い，誰かに聞いたり協力し合ったりと効果的な解決策を判断し選択し回答を得ようとする．最近ではインターネットを活用し情報を得ることは難しいことではなく，むしろ，インターネットは多くの人々の生活の中で最も効果的な情報源となっている．数学の授業においても，学習者はいろいろな方法で問題を解決するという開かれた活動を保証してもよいのではないかと考える．そうした考えが，「記念碑主義パラダイム」に代わるべき教授パラダイムとされる，「世界探究（questioning the world）パラダイム」（シュバラール，2016）の基本的な考えである．

シュバラール（2016）によれば，世界探究パラダイムは，学習者（研究者）が未回答の問いや未解決の問題に対して，必要なものは必要に応じて学び，新しい発見や知識の獲得に前向きに，臆することなく回答を追い求めるといった態度の育成を目標とする，といった指導・学習に対する考え方である[1)]．こうした態度を育成する授業をイメージすると，これまでの数学の授業でよく見られた，限られた道具（主に紙と鉛筆と記憶）を用いて，限られた時間に答えが既知の問題（教師にとって）を１人で解決するのではなく，使えるものは何でも使い，必要なものは必要に応じて学び，個人の関心に応じて探究が多方向に進みつつ，試行錯誤しながら自らの回答を作り上げていくという，研究者のような，非常に主体的な教科横断的な探究を実現するような授業となる．このような授業こそが，生徒らの主体的な学びと数学の有用性の感得を可能にすると筆者は考えたのである．

(2) SRP（Study and Research Paths）

世界探究パラダイムに基づく指導・学習の過程を定式化したものは SRP（Study and Research Paths）と呼ばれる．以下では，探究活動をモデル化する道具として「①問い・回答の往還，及び樹形構造」，「②ヘルバルト図式」，「③メディア・ミリューの往還」の概要について述べ，SRP でいかなる探究活動が想定されているのか示す．詳細については，宮川ほか（2016），濵中ほか（2016）を参照のこと．

①問い・回答の往還，及び樹形構造

SRP では，1 つの素朴（自然）な生成的な強

い問いもしくは疑問 Q_0 から学習が始まる．最初の問い Q_0 に対し最終的な回答 $A^{\heartsuit}$を作り出すために様々な資料（メディア）をあたるとともに，資料から得てきた情報を用いて試行錯誤する．ただし，最終的な $A^{\heartsuit}$にすぐに至るわけではなく，それに至る前に新たな問い（疑問）が発生し，その問いに対してさらに回答を探すといったように，問いと回答の行き来を繰り返す．この学習の仕組みは「問い・回答の往還(questions-answers dialectic)」と呼ばれる．場合によっては，回答はなかなか得られず，問いばかり増えることもあろう．このような探究活動の過程は図 1 のような樹形構造で表現することができる．「樹形構造」は SRP における問い・回答の往還のダイナミズムを表わしてくれると期待する．

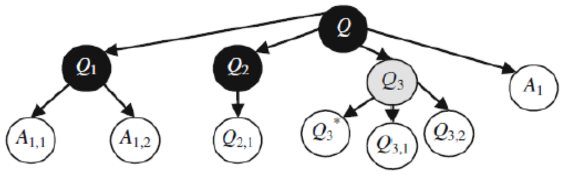

図 1　SRP の樹形構造（Winslow et al. , 2013, p.271）

②ヘルバルト図式（Herbartian schema）

ヘルバルト図式とは，学習もしくは探究の全体的な仕組みを示すものである．簡略化された図式は，$[S\ (X;\ Y;\ Q) \rightarrow M] \rightarrow A^{\heartsuit}$　といったものである．ここで，S は教授システム 2)，X は学習者の集まり，Y は学習者を助ける人の集まり，Q は問い，M はミリュー（ミリューについては TDS で扱われるミリューとほぼ同様），$A^{\heartsuit}$は Q に対して自ら作り上げた回答である (宮川ほか, 2016, p. 29).

この図式は，学習者は問いの回答を得るためにはメディアから情報を収集し，それがミリューを形成し，そのミリューと相互作用を行うことにより，自らの回答を作り上げていくことを表わしている．メディアからは，先人が作り出した既存の回答 $A^{\Diamond}$やデータ D などが得られ，これらと，関連する概念や理論，実験等の仕事 O によりミリューM が構成される．したがって，ヘルバルト図式は，より詳細に示せば，次のように記述される（宮川ほか, 2016, p. 29）．

$$[S(X,Y,Q) \rightarrow \{A_1^{\Diamond}, A_2^{\Diamond},\ldots, A_k^{\Diamond}, O_{k+1}\ldots, O_l, D_{l+1},\ldots, D_m,\}] \rightarrow A^{\heartsuit}$$

本研究においては，この図式，特にその要素を用いて，探究の中で生じる問いや回答，ミリューになり得る既存の回答 $A^{\Diamond}$やデータ D を特定し，生徒がどのようなミリューと相互作用したのかを示す．

③メディア・ミリューの往還

SRP では，問い Q_0 からその問いの回答 $A^{\heartsuit}$に至るまでに，メディアとミリュー3) との相互作用によって学習が進むと考える．この探究の仕組みは「メディア・ミリューの往還 (media-milieu dialectic)」と呼ばれる．SRP の最大の特徴は文献やインターネットなどからなるメディアの利用を前提としている点である．メディアを利用することは，研究者や一般社会においてはごく当たり前のことだが，学校教育，とりわけ通常の数学の授業においては，認められていないことが多いだろう．SRP における探究は，既に触れたが，学習者はメディアから情報を収集し，収集したものからなるミリューと相互作用（試行錯誤等）する．それに行き詰ると再度メディアにアクセスし，さらなる情報を収集し，ミリューを新たなものとし再度相互作用をする．こういった探究の仕組みがメディア・ミリューの往還である．

本研究では，インターネットから得られたデータ D と既存の回答 $A^{\Diamond}$を生徒がどのように捉え，どのように試行錯誤するのかに焦点をあてる．「メディア・ミリューの往還」は，生徒が自らの回答 A をいかに導き出すのか，どのような探究が行われ，いかに最終的な $A^{\heartsuit}$にたどり着いたのかを示す．

(3) プラクセオロジー

ATD では，数学的な知識や活動，その体系を「プラクセオロジー（praxeologie）」の概念でモデル化する．プラクセオロジーは，人間の行為の背景となる知が実践的な側面（praxis）

と理論的な側面（logos）をもつことに注目し，以下の構成要素からなるとするものである（宮川, 2011, p. 53）．

T：タスクタイプ（タスク $t \in$ T）
ある対象の解決に関わる問いの種類．タスクタイプを構成する 1 つ 1 つの問いをタスクという．

τ：テクニック
タスクを成し遂げる解決方法．

θ：テクノロジー
テクニックを正当化する，説明し理解する，生成する理論的なもの．

Θ：セオリー
テクノロジーをさらに正当化，説明，生成するもの．

タスクタイプとテクニックが実践面を記述し，テクノロジーとセオリーが理論面を記述する．ATD では，あらゆる学習や指導，または学習に関わらず生活の中のあらゆる行為まで，プラクセオロジーを用いてモデル化できるとする．すなわち，教科横断型の授業においては, 数学に関する活動や知識のみならず, 他教科に関するものもプラクセオロジーの概念により記述できるのである．

したがって本研究では，中学校関数領域におけるデザイン・実践された授業においてどのような数学的なプラクセオロジー，そしてその他のプラクセオロジーが生じたのか明らかにし，教科横断型授業の成果を検討する．

４．授業デザイン

(1) 問いの設定

SRP の授業で，主体的な探究を生じさせるためには，問い Q_0 が重要となる．先述のように，SRP では，問い Q_0 は生徒にとって自然な問いであり，そこから多くの問いが生まれるものであることが求められる．本研究では，中学校関数領域に関する教科横断型の問いであり，新たな数学的な内容を必要に応じて学習する必要が生じる問いを用いたい．これは，換言すれば，(1) 数学の核心をつくもの，(2) 学校を超え，社会と関連するもの, (3) 学問的関心に基づく新たな探究に導くもの（濵中ほか，2016），といった Q_0 が満たすべき条件として指摘される 3 つの条件を備えた問いである [4]．

そこで今回は次の Q_0 を最初の問いとして設定することとした．この問いは，2016 年 10 月に大阪で開催されたシュバラール氏とボスク氏による ATD のワークショップで紹介されたものである．

Q_0：「1900 年までの世界人口の総和と 1900 年以降の世界人口の総和が同じになるのは何年か？」

今回この問いを採用した理由は，まず，「世界人口」という言葉は生徒には壮大な印象を与えるかもしれないが，社会・生活と関連した問いであること, そして自らは問うたことはないかもしれないが, 言われてみればどうなのだろうと中学生も疑問に思いそうな自然な問いであることである．さらに，この問いには必ずしも明確な回答がないため, 様々な探究が可能であり，回答を見つける過程では，関数や，そのグラフ，表，関数で囲まれた面積など，関数領域の数学学習に関わる知識・技能が必要となる．したがって，この問いは，先述した SRP の Q_0 が満たすべき条件を満たしているのである．また，数学的な活動に加え，社会科等他教科の知識を融合した学習が見込める点, すなわち教科横断型の授業が期待される点も，この Q_0 の設定が適切であると判断した理由である．

今回の授業のねらいは，以下の二つである．

①世の中における素朴な疑問に答えるために，自分のもっている全ての知識を総動員し，さらに必要なものは必要に応じて調べかつ学習するという探究者の態度を養う．

②「数学及び教科横断的な探究」，「様々な資料を活用した情報収集」，「探究の成果発表」を通して，数学的な思考力・判断力・表現力を身に付ける．

①は「探究者の態度を養う」という SRP の

本性に関わるねらいである．②は，今回の授業が数学科の中でなされることから，この探究活動を通して期待される数学的な力をねらいに設定した．

(2) 授業の設計

授業は，中学校 2 年生を対象とし関数領域に関わる「課題学習」に位置づける．全 4 時間程度の授業を想定している．授業展開は至ってシンプルであり，以下のとおりである．

第 1 時：授業の説明と問いの提示，グループ活動

第 2 時：グループ活動

第 3 時：グループ活動

第 4 時：発表・まとめ

また，授業の導入では，豊かな主体的な探究が生じるように工夫する．具体的には，この授業が通常の授業と異なり研究者による探究を行うことを説明し，そのため，インターネット等の必要なものは何を使ってもよいこと，グループで協力して探究を進めること，教師も回答を知らないこと，最終回の発表では，みんなを納得させることができる自分たちのオリジナルな素晴らしい研究成果を示すこと，などの指示を教師から与える．また，問い Q_0 の提示においては，Q_0 が生徒らの素朴な問いとなるような工夫も必要である．

第 1 時から第 3 時の生徒らの探究活動における教師の役割は，探究において前向きに回答を導き出す気持ちを維持させること，探究についてアドバイスを与えること，数学的な探究に進むように生徒らを励ますことなどである．とりわけ，この最後の点が SRP において非常に大事になる．世界探究パラダイムの目指すところは，自らが得意でない数学に出会っても，それを避けるのではなく，何とか理解し回答を作り上げようとする意志や態度を育成することである．今回の授業においても，数学の苦手な生徒は，数学を避けようとする可能性がある．そこに打ち勝てるような補助が教師に必要となる．

また発表に際しては，各グループ 5 分程度の発表を予定している．自分たちの作成したレポートを発表するだけでなく，数学的な根拠を示し，周りを納得させる発表となるよう促す．先述したように，最終的な回答には正解はなく，教師も回答を知らない．「できなかった」，「分からなかった」と探究を放棄することがないよう，自分たちの作り上げた回答に責任をもち，最後まで自信をもって説明させたい．研究者の前向きな態度が表現できるような発表を期待する．

５．アプリオリ分析

ここでは，上に示した授業によりいかなる探究活動が可能となるのか, 理論的に検討し，SRP の視点を取り入れた教科横断型の数学授業の可能性を示す．

(1) 生徒の探究過程

まず，問い Q_0 に答えを見つけるために，最初から多くの疑問が生じると期待される．まず生じる問いは,「Q_1 : 1900 年までの世界人口の総和は何人なのか」,「Q_2 : 1900 年以降の総和は何人なのか」，そもそも「Q_3 : 現在の世界人口は何人なのか」などといった疑問であろう．これらの新たな問いに答えるために，インターネットを用いてメディアから既存の回答 $A^◊$を探すことになる．生徒たちは何らかの回答 $A^◊$を得ることは難しくないであろう．これは，インターネットからの情報を頼りに世界人口についての情報を探るだけの調べ学習の段階である．しかし，インターネット上では多くの情報であふれているため，何が正しいのか，誰からの発信なのか，根拠は何なのか，という疑問をもつであろう．次に考えられる探究の方向性は,「Q_4 : 人類の起源はいつなのか」や「人間とは何か」といった疑問であろう　この疑問に関する回答は様々な説がある．約 500 万年前のアウストラロピテクスの存在やそれから進化したネアンデルタール人の存在等がインターネットの情報から得られる．約 10 万年前のホモ・サピエンスが人類

の起源であるという節がやや支配的である．そこで，「$Q_{4\text{-}1}$：ホモ・サピエンスとは何か」や「$Q_{4\text{-}2}$：ホモ・サピエンスはどこで生まれたのか」，つまり，「人類は地球上のどこで誕生したのか」といった疑問を抱くであろう．これらの疑問の回答を得る探究は数学科の学習というよりも，社会科の探究である．この段階の探究では，多くの問いが発生し，それらの問いに対し，メディアから様々な既存の回答 $A^{\Diamond}$を得てきてミリューを構成する．Q_0 に対する自らの回答 $A^{\heartsuit}$はまだまだ先である．

次に生じると予想される主な探究は，「世界人口の総和」に目を向けながら，人類の起源や世界人口について，必要なデータをメディアから収集することであろう．

世界人口の総和に関しては，まず「人口の総和」が何を意味するのかといった問いが大きな問いとして生じるであろう．世界人口の各年の数値の総和を求める（世界人口の単なる和）だけでは，重複して数値を足してしまうため，正確な回答に至らない（しかし，そのような探究を進めることも一つの選択であり，いろいろな方向性があることを認めることとする）．「世界人口の和」を計算することは可能であるが，数十億人という大きい数値

年	-10000	-1000	0	1500	1900	1925	1950	1975	2000	2020	2050
人口	4	50	170	425	1625	2000	2500	3900	5750	7659	9539

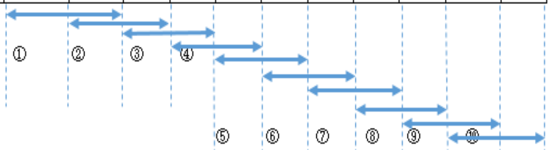

図２　世界人口推移・予測知（表）

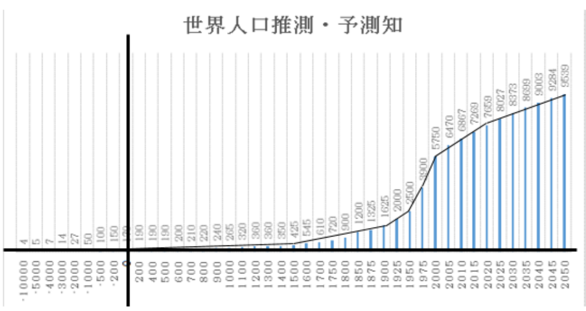

図３　世界人口推移・予測知（グラフ）

の和を計算することは面倒な処理となる．そこで，概数や有効数字の概念を用いて表したり，人口の単位を千人や万人にしたりする数学的な知識が使われるであろう．さらに，「世界人口の総和」を求める上で，その他の要素が必要となってくる．それは，「平均寿命」や「出生率」等である．つまり，「世界人口の総和」を求めることは，「世界人口の和」を「平均寿命」で割ることや，「出生率」をかけるという計算処理が行われることによって得られる．以上のことから，生徒の探究が数学的に進むかどうかの分岐点は，「Q_5：人口総和を求める方法は何か」という疑問であると考えられる．さらに，世界人口のデータを表で表したり（図 2），グラフで表したり（図 3），人口増加の傾向を関数式で表したりする数学的な学習も起きると考えられる．これらの関数（特に一次関数）の活用は，探究を有意義に進めるものである．さらに，「世界人口の総和」のデータをグラフで表し，グラフで囲まれた部分の面積を求める（三角形や台形の面積を求める）という積分に関する数学的な活動が考えられる．また，関数式で表すことができたら，Q_0 の回答を求めるために，x 年に総人口が等しくなるとして，方程式を作ることも考えられる．数学的な探究の広がりがより説得のある $A^{\heartsuit}$へと導くのである．

今回の授業では教師は正解をもっていないため，通常の数学の授業でよく見られるような解答を導くための絶対に正しい使えるヒントは存在しない．しかし，SRP の探究活動がスムーズに進むための道筋を示すために，補助発問を用意しておく必要がある．ATD では，この補助発問を“control question”と呼ぶ．これは，大学や大学院での研究指導において，あまりにも脱線してしまわないようにアドバイスするようなものである．今回の SRP では，“control question”により，数学的な探究に進むように仕向ける．例えば，あまりにも社会科の探究に進んでいるグループには，「世界

人口の総和をどのように求めたらよいのだろうか」等のデータや数学的な処理を促すものが考えられる．

生徒の探究活動は，多くの問いが生まれることで活発に行われる．問いは，生徒が抱く些細な疑問もあり，必ずしも数学の内容に限ったものではない．探究の方向も間違った方向に進むこともあり得る．しかし，全ての疑問に答えようとする探究態度は，本時の授業のねらいとするところである．SRP では，学習者が前向きに探究する態度を前提としているため，教師による授業の概要説明や探究活動の説明は，生徒の探究心をかき立てる上で重要である。また授業中の教師の役割は，グループ活動の支援と“control question”を効果的に取り入れることである．このような教師の関わりは，生徒の探究活動が促進される鍵となるであろう．

(2) 樹形構造及びメディア・ミリューの往還

生徒の探究は，多方向へ広がると予想できる．Q_0 から Q_1 や Q_2 に進み，すぐに回答が得られないと，Q_3 や Q_4 のような数学以外の探究へ向かい，インターネットから得られるデータ D や既存の回答 $A^{\Diamond}$ は膨大なものである．$A^{\Diamond}$ は正しいのか，データ D が何を表しているのか，を試行錯誤する．次にどのような問い Q が必要なのか，その回答 A は何なのか．自分の回答 A を導き出しながら，新たな探究を行うことになる．これらの一連の探究活動はおおよそ図 4 の樹形構造のように表すことができる．この図の詳細には触れないが，特に Q_1 や Q_2 は数学的な探究となるので，メディアとミリューとの相互作用が活発に行われるところである．$Q_{1\text{-}1}$ や $Q_{2\text{-}1}$ として，「人口の和の求め方はどうすればよいか」という問いが生まれ，それに答えるためにデータ D から得られた数値を表で表したり，グラフで表したりしながら，人口の和を求めることになる．つまり，インターネットで得られたデータ D や既存の回答 $A^{\Diamond}$ だけでは最終的な回答 $A^{\heartsuit}$ にたどり着かない．$A_{1\text{-}1}$ や $A_{2\text{-}1}$ を得るためには，四則演算や関数領域の学習が頻繁に行われる．生徒の探究が関数領域の学習へ発展する可能性は十分にあり，関数と結びつけて考えることが回答 $A^{\heartsuit}$ を得るのに重要であると考えられる．

授業実践で見られた生徒たちの探究活動をこうした樹形構造で示すことにより，グループの探究の広がりや深まりを示すとともに，他のグループの探究との比較も容易になると考える．

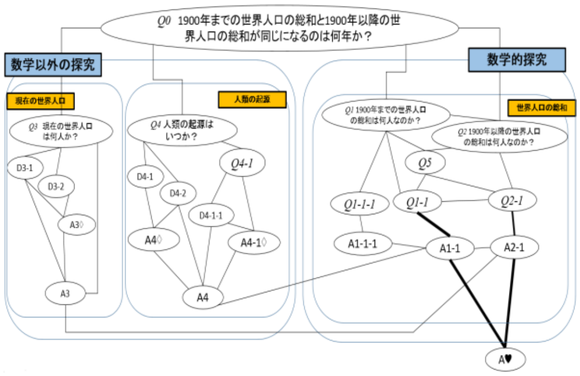

図４　SRP 探究活動の樹形構造の例

(3) プラクセオロジー

生徒の探究活動では，どのような知識・技能が用いられ，学習されるのだろうか．本研究では，それをプラクセオロジーの概念を用いて記述する．上で予想した探究活動におけるタスクタイプを特定し，どのような知識・技能が関連しているのか明確にする．

今回の探究活動のタスクタイプの代表的なものは以下であろう．

$T1$：人口を求める

$T2$：人口の総和を求める

$T3$：人類の起源を明らかにする

$T4$：平均寿命を求める

$T5$：出生率を求める

これらのタスクタイプは基本的に社会科のタスクタイプである．しかしながら，ここには数学のタスクタイプが混じっている．例えば，「$T1$：人口を求める」タスクタイプに対し，インターネットで年代別の人口を調べ，データを収集し，表を作成するという行為（テクニック）

を考える．このテクニックは，社会科もしくは統計のプラクセオロジーの一部である．一方，「$T2$：人口の総和を求める」というタスクタイプは，上の表が既にある場合，表の数値を合計するというテクニックにより解決される．この際，このテクニックは，$T2$ に対するものであるとともに，「数列の和を求める」という数学のタスクタイプに対するテクニックでもある．さらに，もし $T2$ を解決するにあたって，データより関数のグラフを作成し，それにより囲まれる面積を計算するというテクニックを用いたとすれば，そこには，「表からグラフを作成する」，「グラフで囲まれる図形の面積を求める」という数学のタスクタイプに取り組んでいるといえよう．

そこで，$T1$ から $T5$ に取り組むにあたって，生じる数学のタスクタイプを抽出すると「四則演算を行う」，「関数の変化の様子を捉える」，「データを表で表す」，「表からグラフを作成する」，「グラフから関数式を求める」，「グラフで囲まれる図形の面積を求める」などが考えられる．このように，今回の授業では社会科の学習と数学の学習が混在していることが分かる．一つのタスクタイプもそこで行われる探究は社会科のタスクタイプと数学科のタスクタイプに分けられる．このように一連の探究活動は数学的な探究を実行する上で数学的なテクニックも沢山存在している．最終的な回答 $A^♥$に向かう核心的な探究は数学的活動が必要であるが，まだ検討段階であるため，全てのタスクタイプを網羅しているわけではなく，ほんの一例に過ぎない．

授業での生徒の探究活動でどのような学習が生じたのかについて，タスクタイプとテクニックをもって実践部分（praxis）をまとめることができる．今回はタスクタイプのみを検討したが，一つ一つのタスクタイプについて，テクニックがあり，それらも社会科のテクニックと数学科のテクニックとに別けられる．また，実際の授業では，データより特定したタスクとテクニックより，プラクセオロジーの理論部分であるテクノロジーとセオリーを特定する予定である．これにより，生徒の探究活動がどのような方向へ進んだのか，また，社会科の学習と数学科の学習とがどのように関連し合ったのかを明確にする．

６．おわりに

本稿の目的は，中学校関数領域における世界探究パラダイムに基づいた授業デザインを検討し，SRP を拠り所とする教科横断型授業の可能性を検討することである．本稿では，今後実践予定である中学校での SRP の授業を視野に入れて，数学的な広がりや教科横断型の授業の可能性を検討した．まだ，検討段階であるため，授業中の生徒の探究活動において，どのような学習が生じたのか，どのような探究活動の深まりが見られるのかは未知数である．宮川ほか（2016）や濵中ほか（2016）によると，SRP の論証活動では，学習者が「なぜ？」の回答を求める探究を行い，自ら回答を見出すことができる論証活動が生じやすいということ結論が得られている．中学校で SRP の授業を行うことに様々な制約があるが，実現の可能性は十分にあると考える．特に，教科横断的な学習の充実は，次期学習指導要領改訂でも議論されており，注目すべきことである．今後の課題は，関数学習のプラクセオロジーの構築と他教科のプラクセオロジーとの関わりを分析することである．そして，中学校数学科の授業において，生徒が教師の期待を探るようなことなく，純粋に回答を求める真の探究の実現を目指し，教科横断型の思考力･判断力･表現力を重視する数学授業の研究を進めていきたい．

註

1）シュバラール（2016）によると，未回答の問いや未解決の問題に対する理解ある態度を，「ヘルバルト的（Herbartian）」と呼ぶ（p. 78）．また，前向きに知ることを，「前進認知的（procognitive）」と呼ぶ（p.

78）．また，いつまでも学習し続ける人を，「開かれた人（exoteric）」（p. 82）と呼ぶ．

2) 教授システム(didactic system)とは，*S*(*X;Y;* ♥)で表されるものであり，「教授争点(didactic stake)」と呼ばれる．また，♥は何らかの問や数学的な作品・仕事，プラクセオロジーなどである(宮川ほか, 2016, p. 29)．教授システムについては，Bosch & Gascon(2014)が指摘している．

3) メディア（media）とは，媒体や媒質，伝達手段と訳されるが，一般的な知識や情報を伝えるシステムであり，雑誌や新聞や論文等を指す（宮川ほか, 2016, p. 29）．

ミリュー（milieu）とは，「環境」と訳される．ブルソーによって構築された「教授学的状況理論」（TDS）で用いられる，数学の「知」に関する理論的構成物である（宮川, 2011, p. 45）．

4) 濵中ほか（2016, p. 63）では，SRP の問い Q_0 が満たすべき３つの条件を，「数学的合法性」，「社会的合法性」，「機能的合法性」と述べている．これは，Garcia ほか（2006），Garcia ほか（2013）が指摘している．

引用・参考文献

シュバラール（2016）．大滝孝治・宮川健訳「《翻訳》明日の社会における数学指導－来たるべきカウンターパラダイムの弁護－」．上越教育大学数学教室，pp. 73-87.

濵中裕明・大滝孝治・宮川健（2016）．「世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動（2）－電卓を用いた実践を通して－」．全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，第 22 巻，pp. 59-72.

宮川健（2011）．「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格－わが国における「学」としての数学教育研究をめざして－」．日本数学教育学会誌『数学教育学論究』，第 94 巻， pp. 37-68.

宮川健・濵中裕明・大滝孝治（2016）．「世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動（1）－理論的考察を通して－」．全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，第 22 巻，pp. 25-36.

両角達男（2002）．「数学学習にねざした総合学習―東京教育大学・筑波大学附属中学校における教育実践を踏まえて－」上越教育学研究，第 17 号，pp. 21- 34.

文部科学省（2008a）．『中学校学習指導要領解説数学編』．教育出版.

文部科学省（2008b）．『中学校学習指導要領総合的な学習の時間編』．教育出版.

文部科学省（2016a）．算数・数学に関する資料．（http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/siryo/__icsFiles/afieldfile/2016/01/04/1365620_9.pdf）

文部科学省（2016b）．次期学習指導要領答申について（中央教育審議会（第 109 回）資料より）．（https://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo0/toushin/1380731.htm）

Garcia, F. J., Gascon, J., Ruiz Higueras, L., & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM Mathematics Education*, *38*(3), 226-246.

Garcia, F. J. & Ruiz-Higueras, L. (2013). Task design within the anthropological theory of the didactics: Study and research courses for pre-school. In C.Margolinas (ed.), *Task design in mathematics education* (Proceedings of ICMI Study 22,2pp.421-430).

Winslow, C., Matheron, Y., & Mercier, A. (2013).Study and research courses as an epistemological model for didactic. *Educational Studies in Mathematics*, vol.83, no.2, pp.267-284.