## 中学校1年「文字式」の授業に見られる数学不安を生じさせうる 要因についての考察

児玉 誉也 上越教育大学大学院 修士課程3年

## 1. 問題の所在

筆者は中学生に数学を指導していく中でよく生徒からの次のような声を耳にした. 「明日の学校の授業についていけるか不安である」, 「中学校で定期テストがあるが, 数学で悪い点数を取ってしまわないか不安である」といった声だ. なぜそのように不安を感じるのか尋ねると「授業に対する理解度の低さ」が挙げられた. 授業内容を理解できないため, 結果的に家で勉強をしない. そして, 次の授業を受ける際に不安になるといったケースが多いようであった.

実際、Skemp (1979) は数学不安のメカニズムについて次のように述べている. 「理解ができなかった経験に対して、過度に不安を感じることによって、努力が困難となり、理解が悪くなり、不安が増していく」 (p. 111). さらに、「この経験を何度も味わえば、授業そのものが不安の条件刺激となっていく」 (p. 111) と指摘している.

また, OECD生徒の学習到達度調査(国立教育政策研究所, 2012)では,全国の高等学校,中等教育学校後期課程,高等専門学校のうち200校の1年生を対象に数学不安に対する調査を行っている.

その結果、日本は「数学の授業についていけないのではないかと心配になる」という回答が70%であった。また、「数学不安に対する指標」の平均値を見ると、2012年の日本

の値は0.36で、調査に参加した 17 カ国中最も大きかった.この調査から、日本の生徒は他国よりも数学不安を感じている割合が大きいという実態が明らかとなった.

そして,こうした生徒の不安を解消するには,その要因を探り,指導の手立てを考えることが必要である.

また,数学不安は,筆者が中学生から耳にした声と Skemp (1979) の指摘より,授業の理解から起こると推測された.このことから,生徒の数学不安を生じさせる要因を明らかにするためには,授業の学習内容における理解との関わりで検討する必要があると考えられる.

そこで、本研究では、生徒の授業での理解 に焦点を当て、数学不安を生じさせる要因を 明らかにする.

#### 2. 数学不安に関する先行研究

上では、数学不安を生じさせる要因について明らかにするため、授業場面での理解に焦点を当てる必要があることについて述べた.

ここでは、数学不安に関する先行研究から、 数学不安に対して近年までに得られている知 見を明らかにしていく.

## (1) 中学生の数学不安における実態調査

鎌田(1983)は、Richardson & Suinn (1972) が作成した The Mathematics Anxiety Rating Scale (MARS) のような数学不安の測定用具を翻訳して文化・社会の違う我が国において使用することは妥当性に問題が生じるとした。そこで、我が国における数学不安の尺度として独自の 30 項目を作成している.

佐々木(1990)もMARSの中から中学生に適切であると思われる 29 項目と事前調査によって独自に取り入れた 24 項目の計 53 項目からなる数学不安の尺度を作成した.

そして、この尺度を用いて、中学校1年生から3年生を対象に数学不安の因子構造を明らかにするための調査を行った。その結果、以下に示す4つの因子が得られ、アメリカにおいて因子として抽出されていない授業不安因子が得られたことを報告している。

## 授業不安

授業時の学習内容が理解でき、授業につい ていけるかを危惧する不安

## 能力不安

テストを予期したり,難しい学習内容の理解や問題解決に取り組んだりしている際,自己の数学学習能力を認識し,行き詰る時に生じる不安

## 生活計算不安

簡単な計算をしたり、それを日常生活に活 用したりするときに生じる不安

## 問題解決不安

問題を解けるかどうかを危惧する場合に生 じる不安

佐々木(1990)の研究から、数学不安の因子は「授業不安」、「能力不安」、「生活計算不安」、「問題解決不安」の4つがあることが明らかとなった、特に、「授業不安」の因子が見出されたことから、日本の中学生の中には数学の授業に対して不安を抱えている生徒がいると推測された。

この研究から、筆者が接した中学生と同じように、授業や問題解決場面で不安を抱えている生徒がいることが明らかとなった.

## (2) 数学不安と数学パフォーマンスの関連性

上では、佐々木(1990)の研究から、授業や問題解決場面で不安を抱える生徒がいることについて述べた。

このような生徒がいたことから,数学における問題解決と数学不安は関連があると考えられる.そこで,問題解決を含む数学パフォーマンスと数学不安の関連するのかについて,近年の先行研究から,得られている知見を明らかにしていく.

Mark & Jeremy (2007) は大学生 80 名を対象に数学不安を査定し、数学不安の度合いを高不安、中不安、低不安に分類した。その上で、それぞれの不安者にWide Range

Achievement Test (WRAT) を実施し、WRAT の難易度と正答率との関係を調べる調査を行った. なお、WRATとは「標準的な数学的達成テストであり、その難易度は Line1 から Line8 まで存在する」 (p. 245) としている.

この調査の結果、次の2点を報告している.

- ・Line1 の問題において、数学不安の度合い による正答率の差を発見することはなかっ た.
- ・Line4, Line5にかけて各グループ(低不安者・中不安者・高不安者)のパフォーマンスが分岐し始め,最も難易度の高いテスト(Line8)においては高不安者グループの平均が5つの問題においてグループの平均よりも低かった.

これらのことから、課題の難易度が上がる にしたがって、数学高不安者の数学パフォー マンスは低不安者、中不安者に比べ悪化する ことが示された.

また、Micke & Mateo (2011) はシカゴ大学、ルーズベルト大学の学生 73 名 (男: 29 名,女: 44 名)を作業記憶能力の高低と数学不安の高低で分類した。その上で、作業記憶能力、数学不安と数学パフォーマンスとの関係を調べる調査を行った。なお、作業記憶、数学不安、数学パフォーマンスは次のように定

義されている.

## 作業記憶

「課題に関連した情報の限界量の保持,統制, 支配に関わる短期システムのことである」 (p. 1000) と定義し、作業記憶能力を Participants' performance on the automated Reading Span (RSPAN) を用いて測定した. また、問題解決の際、作業記憶に強く依存するものを高作業記憶者、依存しないものを低 作業記憶者であるとした.

## 数学不安

「数学不安は数学や数学を行うことに対する 不都合な感情である」(p.1000)と定義し、 MARSにより測定した.

## 数学パフォーマンス

数学パフォーマンスを合同算術の正誤判定の正確性で測定している. 問題は  $X\equiv Y \pmod{Z}$  という形で出題した. x,y は 2 から 98 , z は 2 から 9 までの自然数であり, x は y よりも大きくなるようにするとしている. そして,被験者には  $71\equiv 23 \pmod{3}$  のような合同式の正誤判定をさせた.

この調査の結果,次の2点を報告している.

- ・低作業記憶者の数学パフォーマンスは数学 不安の高低により影響を受けない.
- ・高作業記憶者の数学パフォーマンスは数学 不安の高低により影響を受ける. 高不安者 の数学パフォーマンスは低不安者のものよ りも有意に低かった.

これらの点を整理すると、以下の表1のようになる.

表1 作業記憶能力,数学不安の高低と 数学パフォーマンスの関係性 (論文もとに引用者が作成)

WM	High	Low
MA		
High	Performance 🛚	$\operatorname{Performance} \rightarrow$
Low	Performance 7	$Performance \rightarrow$

WM...作業記憶能力

MA... 数学不安

- ン... 数学不安の高低で数学パフォーマンスを 比べた際,他方よりも有意に低い
- **カ...** 数学不安の高低で数学パフォーマンスを 比べた際,他方よりも有意に高い
- →…数学不安の高低で数学パフォーマンスを 比べた際,有意差なし

Mark & Jeremy (2007) の研究から,数学課題の難易度が上がるにしたがって数学高不安者の数学パフォーマンスは低,中不安者よりも下がることが挙げられた.

また、Micke & Mateo (2011) の研究から、特に高作業記憶者の数学パフォーマンスにおいて、高不安者の数学パフォーマンスは低不安者よりも下がることが示された.

これらの研究から,数学課題の難易度が上がったり,作業記憶をより多く必要をされる問題を解いたりする際,数学不安の影響を受けやすい可能性があることが明らかとなった.

#### 3. 認知と情意の関係に関する先行研究

上では、近年までの数学不安における先行研究から、中学生の数学不安における因子、数学不安と数学パフォーマンスとの関連性について述べた.しかし、いずれの先行研究でも授業場面での理解から数学不安を生じさせる要因は示されていなかった.

これを受け、本節では、中学校数学での認知と情意の関係について考察している先行研究から、数学不安を生じさせる要因について検討していく.

## (1) 中学校数学における認知と情意の因果的 な関係

湊,鎌田(1994)は、秋田県北部に位置する 4校の中学生を被験者とし、被験者を中学校 入学時の知能検査の結果により、L群(偏差 値40-49)とH群(偏差値55-64)に分類した. そして、被験者が1学年時から3学年時まで を調査対象期間とし、図1のように①~⑤の 測定時期から2時点を組み合わせて $1\sim6$ の6通りの比較の仕方を設定した.

そして、図1で設定した2時点を基に、時間的経過に伴う認知的学力と情意的学力との 因果的な関係を明らかにすることを目的とし た調査を行った.

なお、被験者の認知的学力と情意的学力を 図2のように測定したとしている.

## 1 学年時

- ①9月下旬から10月上旬にかけての4日間
- ② 3 月上旬から下旬にかけての 4 日間 2 学年時
- ③6月下旬から7月中旬にかけての3日間
- ④12月上旬から中旬にかけての3日間3学年時
- ⑤6月下旬から7月中旬にかけての3日間
- 1. ①と②を2時点とする場合
- 2. ②と③を2時点とする場合
- 3. ③と④を2時点とする場合
- 4. 4 と 5 を 2 時点とする場合
- 5. ①と③を2時点とする場合
- 6. ③と⑤を2時点とする場合

図1:調査における測定時期と設定した2時 点

## 認知的学力

数と式 (N), 図形 (G), 数量関係 (Q) を 測定する問題を開発し、N,G,Q およびこ れら全体からなる総合 (CA) を測定する. 次に, 測定された総合 (CA) を能力別に分 類して知識・理解 (U)・技能 (S), 数学 的な考え方(MT)を得る.

#### 情意的学力

被験者を問わず妥当性と信頼性とがみられる SD 型MSD尺度を用いて,総合MSD,評価性 MSD(E),力量性

MSD(P) , 明快性 MSD(C) を , リッカート型 FA 尺度によって数学に対する好意性を測定する.

図2:認知的学力と情意的学力の測定方法

この調査の結果,次の点を報告している.

・設定した1~5の2時点から、両学力の測定時点1を中学1年2学期中頃(①)に設定したとき、L群、H群とも両学力間の因果的な優越関係は多く存在し、両群とも認知的学力が情意的学力に影響を及ぼすという方向が、その逆よりも一貫して強いという規則性が見られる.

このことから、認知的学力と情意的学力の関係を整理すると、図3のようになる.

## 中学校1年時~2年時

認知的学力 =====

情意的学力

(1年時2学期) (2年時)

図3:認知的学力と情意的学力の関係 (論文をもとに引用者が作成)

図3より、L群、H群ともに中学校1年2 学期中頃の認知的学力が中学校2年時の情意 的学力に影響を及ぼすと考えられる. つまり、 中学校1年時2学期の認知的学力が2年時の 情意的学力を形成する要因となる可能性がある.

# (2) 中学生の文字式の理解と数学不安の因果的な関係

上では、中学校1年時2学期の数学の学習 内容の理解が数学に対する情意面を形成する 要因となる可能性があることについて述べた.

また、中学校数学科では、中学校1年時2学期における1次方程式や関数の学習の素地となる単元として1年時1学期に文字式の単元が位置付けられている。このことから、中学校1年時1学期の文字式の単元の理解が中学校1年時2学期の1次方程式や関数の単元の理解に大きく影響を及ぼすと考えられる。

ここでは、中学校1年時1学期の文字式の 単元に焦点化し、文字式の理解と数学不安と の関係を考察している先行研究から、数学不 安を生じさせる要因をさらに明確にしていく.

鈴木(1994)は秋田市内の公立中学校1学年

254名(男子128名,女子126名)を対象に,文字の理解(L)と数学不安(AX)との間の因果的関係を分析すること,並びにその性関連差に関する知見を得ることを目的とした調査を行った.

この調査では、第1学年の3学期の測定を時点1、第2学年の2学期の測定を時点2とし、文字の理解と数学不安を測定したとしている.このときの、各時点における測定用具と測定方法、測定時期については以下に示す通りである.

## 時点1

## L1 の測定用具

中学校学習指導要領(1977)の数と式領域の第 1、2学年の内容から 50 項目

## L1 の測定方法

45 分の調査を2回

#### L1 の測定時期

2月 20 日~3月9日

#### AX1の測定用具

Likert型測定用具AX(鎌田, 1988)

#### AX1調査実施日

2月 14日 $\sim 2$ 月 18日

## 時点2

## L2 の測定用具

時点1で使用した 50 項目と予備調査で留保 した 19 項目の計 69 項目の問題

#### L2 の測定方法

難易度を考慮し、69項目を2つに分け、

45 分の調査を2回実施

## L2 の測定時期

9月2日~9月6日

## AX2の測定用具

Likert型測定用具 AX

## AX2調査実施日

8月 30 日~9月2日

この調査の結果,次の2点を報告している.

・男子、女子とも文字の理解が原因となって 数学不安が形成されるという因果的方向性 が見られる. ・男子より女子の方が文字の学習が分かるか 否かによって、数学不安の強弱に影響を及 ぼす度合いが大きい

これらのことから、文字の理解と数学不安 の関係を整理すると図4のようになる.



図4:文字の理解と数学不安の関係性 (論文をもとに引用者が作成)

図4より、男子、女子ともに文字の理解が 要因となって数学不安が形成されている可能 性がある. つまり、中学校1年時における 「文字式」の理解が数学不安を生じさせる要

湊,鎌田(1994)の研究から,中学校1年時 2学期の数学の学習内容の理解がその後の情 意面を形成することが見出された.

因になると考えられる.

さらに、鈴木(1994)の研究から中学校1年 時における文字式の理解が数学不安を形成す る要因となることが明らかとなった。

しかし、鈴木の研究では、文字式の調査問題に対する生徒の解答が示されていなかった。そのため、文字式単元の中でも、どのような理解の問題が数学不安を生じさせる要因になるのか結論付けられていない。また、上で示した筆者の経験と Skemp (1979) の知見から、生徒の数学不安は授業場面での理解から起こると推測された。

これを受け、次では、文字式の学習に関する実態調査を行い、授業場面で生徒が抱えている「文字式の理解の問題」を検討する. そして、「文字式の理解の問題」を明らかにすることで、数学不安を生じさせる要因についさらに具体化することを試みる.

## 4. 文字式の学習に関する実態調査

文字式の理解の問題を明らかにするため, 実態調査を実施する.調査の概要は以下に示 す通りである.

#### (1)調査の概要

#### ①実態調査の目的

生徒がどのような文字式の理解の問題を抱 えているのかを明らかにし、数学不安を生じ させる要因についての示唆を得る.

#### ②対象, 実施時期, 方法

(a) 対象:新潟県公立中学校1年生30名

(b) 時期:平成 28 年6月下旬~9月上旬

(c) 方法:文字式単元全 18 時間をビデオカメラで記録し、生徒の発話やノート記述を分析した.特に、文字式の理解の問題を明らかにするため、生徒が「分からない」と発話するなど理解の問題が見えやすい場面に注目した.

#### (2) 調査学級の生徒の授業の様子

調査学級生徒の授業の様子を記述する.以下の記述において、「教師」は調査学級で数学の授業担当の教師を、「補助教員」とはティーチングアシスタントを行っている数学を専門としない教師を表す.また、「O」などのアルファベットは生徒を表し、「観察者」とは授業を観察している筆者を表す.

## ①文字式 2 時間目

正方形が a 個の時のストローの本数を求める式を確認する場面において、教師は図 5 のような板書を行った.

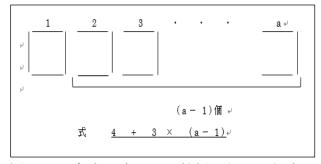


図5:文字式2時間目で教師が行った板書

ここで、教師は1個目の正方形で使われているストローの本数が4本であること、2個目以降の正方形で使われているストローの本数が3本でその箇所が(a-1)個であることを確認した.そして、これらのことから、正方形 a 個の時、ストローの本数を求める式が4+3×(a-1)となることを説明した.その後、「ペアや近くの人となぜこの式になるのか話し合ってみよう」と促した.

この話し合いで、O は隣の生徒である YY に「(a-1) で個数になるのかが分からない」と尋ねた。 YY から「全体の正方形の数が a 個でそこから 1 個少ないんだから (a-1) 個になるんだよ」と説明を受けた。しかし、「うーん、分からない」と呟く様子があった。

その後、教師がクラス全体に「なぜ、(a-1)になるのか理由を説明できた人」と問いかけた. すると、TKとYYが手を挙げ、共に「初めストローが4本の部分で正方形を1個使っているのだから(a-1)となる」と理由を発表した. 教師が「分かった人は手を挙げて」とクラス全体に促したが、Oはこの場面で手を挙げなかった.

最後に、教師がクラス全体に「では、ここまでノートを書きましょう」と指示した. O は図5で教師が行った板書をノートに写し、この授業が終了した.

#### ②文字式 3 時間目

1 個a kgの荷物 5 個の重さを求める場面において、教師は図 6 のような板書を行った.

例 1個akg の荷物 5個の<u>重さ</u>は?式 a × 5求めるもの文字式

A.  $(a \times 5)$  kg

図6:文字式3時間目で教師が行った板書 図6のように、教師はこの問題において求めるものは重さであり、求める式のa×5は文字式であると確認した. さらに、文字式は求める式でもあり、答えでもあるため、答えが (a×5)kg と書けることを説明した.

その後、教師は「じゃあ、今確認したことを使い、実際に問題をやってみよう」とクラス全体に促し、図7に示すような問6を演習する場面に移った.

問6 次の数量を、文字式で表しなさい

- (1)1個 x 円の品物 8個を買ったときの代金
- (2) 千円札 1 枚で a 円の品物を買ったとき のおつり
- (3) 長さxmのテープを4等分したときの 1本分の長さ

## 図7:問6の問題

問6を演習する場面において、Oは(1)で求める式を「x×8」と自身のノートに記述し、手を止めていた。(1)と類似した内容である図7が板書に残っていたが、答えを書くことができずにいた。

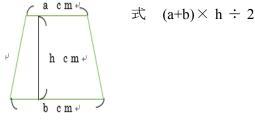
その後、補助教員が机間巡視をした際、「この答えってどのように書くの」と尋ねる姿が見られた。補助教員はOに「Oさん、さっきやったと思うんだけれど、文字式って求める式と答えがどのような関係になっているんだっけ」と問いかけた。すると、Oは「あ、同じだ」と答える様子が見られ、(1)については答えを「(x×8)円」と記述することができた。しかし、Oは(2)、(3)については問題文を眺めるだけで手を動かすことができず、問題演習の時間が終了した。

#### ③文字式8時間目

本時で、上底 a cm 、下底 b cm 、高さ h cm の台形の面積を文字式で表す場面において、教師は台形の面積の求め方、式、答えを図 8 のように板書した.

○いろいろな数量を文字式で表そう! 例)台形

復習 (上底+下底)×高さ÷2



A.  $\frac{(a+b)h}{2}$  cm<sup>2</sup>,  $\frac{1}{2}$  (a+b)h cm<sup>2</sup>

図8:文字式8時間目で教師が行った板書 教師が面積の答えを確認した後, MSが 「ちょっと分からないところがある」と観察 者に声を掛けた. その際, MSと観察者によ り行われた対話を図9に示す.

MS: 先生ちょっと来て.

筆者:どうしたの.

 $MS: (\frac{(a+b)h}{2}$ を指し)あれで答えにして良いんですか.

筆者: (底辺 a cm, 高さh cm の三角形の 面積の答えとして書いた $\frac{ah}{2}$  を

指し)これは答えにして良いの.

 $MS: 5\lambda.$ 

筆者: なんで、 $\frac{ah}{2}$  はオッケーで $\frac{(a+b)h}{2}$  はダメなの.

MS:え,だって+が入ってるじゃん.

図9: MS と観察者により行われた対話

図 9 に示すように、MS は $\frac{ah}{2}$  を三角形の面積の答えとすることは認めていた. しかし、

 $\frac{(a+b)h}{2}$  を台形の面積の答えとすることを 「+が入っている」という理由で認めていなかった.

## ④文字式 12 時間目

生徒が文字式のルール,文字式を使って数量を表すこと,式の値の学習を終えた段階で観察者により「文字式小テスト」が実施された.ここでは,**O**の小テストの答案とテストの解答を確認する場面での発話を記述する.

文字式を使って数量を表すことに関する問題 3 においては、考え方を図 10 のように記述し、「= 1000 一」を書いた時点で手を止めていた。解答時間が 5 分という制約があったため、そこで解答終了となった。

③友だちは1個50円のリンゴa個と1本13円のバナナをb本買いました。 1000円を出したときのおつりはいくらでしょう。

考え方

1000-(50XA)+(13Xb)

- 1000 -

答え\_\_\_\_\_

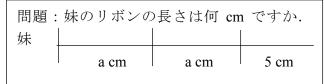
図 10:問題3における0の答案

その後、教師から小テスト1の解答が配られた. O は解答で問題3の答えが「 $\{1000-(50a+13b)\}$ 円」と記されている解答を見て、

「問題3が分からなかったけれど, おつりの 答えってこんなに長いの」と発話していた.

#### ⑤文字式 14 時間目

本時において,教師は図 11 のような板書を行った. そして,「妹のリボンの長さは何 cm になるだろう. 文字式を使って表してみよう」と問いかけた.



**図 11 :** 文字式 15 時間目で教師が行った 板書

この「リボンの長さを文字式で表す場面」で、 NC はリボンの長さを文字式で表すこと

ができず、観察者に「先生ちょっと来て」と発話した。その後、NCと観察者によって行われた対話を図 12 に示す。

NC :妹のリボンが何 cm になるか分か

りません.

筆者:ここからここまで(5cm以外の部分

を指して) a cm2個分の長さは.

N C : a2

筆者: a × 2 だよね.

NC:あ, 2aです.

筆者:うん.ここは 2a cm. プラスまだ

5cm あるから

NC:... うん.

筆者: 2a cm に加えて 5cm まだあるか

ら.

 $NC: 2a+ \dots$ 

筆者:5 cm加わるから.

 $NC: 2a+ \dots 5$ .

筆者:うん,こうなるよ.

2a+5が妹のリボンの長さ.

NC: えー,これが長さですか.

難しいわー.

筆者:どんなところが.

NC:文字が入るとわけわからん.

図 12: NC と観察者により行われた対話 この問題において、NC は妹のリボンの長さを文字式で表すことができなかった. そして、筆者が妹のリボンの長さは2a+5 cm と表せることを説明すると、「えー、これが長さですか、難しいわー」と発話していた.

#### (3) 方程式単元での授業の様子

方程式の学習では文字式が用いられることから、文字式の理解が影響を与えることが予想される。例えば、牧野(1997)は次のように述べている:「文字式における操作・対象の二面性の見方は実際に方程式の解法に必要な方略(両辺に同じ数を加えたり、ひいたり、かけたり、割ったりする)の理解にとって欠

くことのできないものである」(p.94).

そこで、文字式の理解の問題が方程式単元 で実際に起こるのかを調べるため、方程式の 解法、方程式の文章題の授業について観察を 行った.

以下では、10 月上旬に行われた「1 次方程式の利用」での0 の様子を記述する。本時で扱われた問題は図 13 に示す通りである。

へいを利用して、長方形のウサギ小屋を作ります. 長さ24mの金網を全部使って横が縦より3m 長い小屋をつくるには、縦の長さを何mにすればよいですか.

## 図 13:本時の問題

教師は、図 13 の問題を1人の生徒に読ませ、横の長さは縦の長さよりも 3m 長いこと、求める数量は縦の長さでxmと表せることを確認した。そして、「横の長さはどのように表したら良いか考えてみよう」と促した。

この時、Oは YT に「ねぇ, どうやって表すの」と尋ねていた. YT は「縦がxで横は 3m 長いって言ってるんだから、(x+3)m でしょ」と答えると、Oは「え、それなの」と呟きながら、(x+3)m とノートに記述した.

その後、O は教師が板書した「2x+(x+3) = 24 」, 「x+x+(x+3)=24 」, 「3x+3=24 」 という 3 つの方程式とこれらの方程式に対する「x=7 」という解を自身のノートに写し, この時間が終了した.

## 5. 授業場面における考察

上では、生徒の理解の問題が見えやすい場面に注目し、生徒の発話やノートの記述を見てきた.

ここでは、多くの場面で理解の問題が観察 された生徒Oを中心に授業場面を考察するこ とで、生徒が抱える文字式の理解の問題を明 らかにする.

第2時で正方形が a 個の時,ストローの本数を求める式を確認する場面において, O

は YY に「(a-1)個で個数になるのかが分からない」と発話し、(a-1)が個数を表すことに納得していなかった。このことから、Oは(a-1)が個数という1つの数値を表すことについての理解が文字式学習の当初から十分でないと考えられた。

こうした状態はその後の学習にも引き続き見られ、第3時では、代金の答えを「(x×8)円」と表すことができなかった。そして、補助教員に「この答えってどのように書くの」と尋ねる姿が見られた。このことから、Oは(x×8)が、代金という1つの数値を表すことについての理解が十分でないと考えられる。

また,第 12 時に実施した「文字式小テスト」において, Oは問題 3 でおつりを文字式で表すことができなかった. 解答を確認した際, 「問題 3 が分からなかったけれど, おつりの答えってこんなに長いの」と発話する様子が見られた. このことから, Oは 1000 - (50a+13b) がおつりという 1 つの数値を表すことについての理解が十分でないと言える.

以上のことから、Oは演算記号を含む文字式が1つの数値を表すことについての理解が文字式単元を通じて十分でなかったと考えられる.よって、Oは、牧野(1997)も指摘した文字式を計算の過程だけでなく、1つの数と見ることができない「文字式の二面性の理解の問題」を抱えていたと推察される.

このような理解の問題はO以外の生徒にも観察された.第8時でMSは $\frac{(a+b)h}{2}$ の文字式を「+が入っている」という理由で台形の面積という1つの数値として認識することができなかった.加えて,第14時でNCは2a+5の文字式をリボンの長さという1つの数値であると認識することができなかった.

このように調査学級内にはOと同様に「文字式の二面性の理解の問題」を抱えていると推察される生徒がいた.特に,NCは14時間目にこの問題が見られると考えられたこと

から、文字式単元が進んでも理解の問題は改善されなかったと推察される.

また, 「1次方程式の利用」の場面では, O は横の長さを (x+3)m と表せることに理解を示していなかった.

この場面で、文字式を式だけでなく、1つの数という二面的な見方で見ることできないことが、横の長さを (x+3)m と捉えることへの理解を阻害し、結果として正しい方程式を立てることを難しくしたと考えられる.

よって,「文字式の二面性の理解の問題」は「1次方程式の利用」等,方程式単元の理解においても影響を及ぼしたと推察される.

#### 6. 結論

実態調査から、複数名の生徒は「文字式の 二面性の理解の問題」を抱えていると推察さ れた. さらに、その問題は中学校1年時2学 期の「1次方程式の利用」といった学習内容 の理解に対しても影響を及ぼすと考えられた.

数学不安や情意面を形成する要因については、湊、鎌田(1994)の知見から「中学校1年時2学期の認知的学力が2年時の情意面を形成する」ことや鈴木(1994)の知見から「文字の理解が原因となって数学不安が形成される」ことが見出された.

これらの先行研究では、中学校1年時の認知的学力や文字の理解が数学不安、情意面に影響を与えるという知見に留まっていた. しかし、今回の調査において、「文字式の二面性の理解の問題」が文字式単元の理解や方程式単元の理解に影響を及ぼすと考えられた.

このことから,「文字式の二面性の理解の問題」が文字式単元を通じて文字式の理解に影響を及ぼすため,生徒の数学不安を生じさせる要因となる可能性があると言える.

#### 引用・参考文献

鎌田次男. (1983). 中学生の数学に対する不安 の分析. 日本数学教育学会誌, 65, 258-264.

- 鎌田次男. (1988). リッカート型用具によって 測定された我国中学生の数学不安について. 日本教科教育学会誌, 13(1), 9-17.
- 国立教育政策研究所. (2012). OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2012 年調査国際結果報告書. 明石書店.
- 牧野真裕. (1997). 文字式に関する認知的ギャップ. 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, 3, 91-97.
- Mark. H. A. & Jeremy. A. K. (2007). Working memory, math performance and math anxiety. Psychonomic Bulletin & Review, 14(2), 243-248.
- Micke. A. M.& Mateo. J. (2011). Choke or thrive? the relation between salivary cortisol and math performance depends on individual differences in working memory and math-anxiety. *Emotion*, 11 (4), 1000-1005.
- 湊三郎.鎌田次男. (1994). 生徒の知能水準と中学校数学における認知と情意に関する因果的優越性との関係. 日本科学教育学会研究会研究報告, 8(6), 7-14.
- Richardson. F. C. & Suinn. R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale:

  Psychometric data. Journal of Counseling
  Psychology, 19, 551-554.
- 佐々木公久. (1990). 中学生における数学不安の研究. 日本数学教育学会誌, 72(5), 2-16.
- Skemp, R. R. (1979). 数学学習の心理学 (藤永保,銀林浩訳). 新曜社.
- 鈴木勇幸 (1994). 中学生の文字の理解と数学 不安との間の因果的な関係. 日本数学教育 学会誌, 76 (5), 106-112.