

中学校数学科における世界探究パラダイムに基づいた SRP についての研究

葛岡 賢二

上越教育大学大学院修士課程 2年

1. はじめに

筆者は、中学校の教育現場における日頃の数学授業の経験から、生徒が数学を学習する必要性を十分感得することができていないように感じた。その要因は何であろうか。この疑問に対して、問題の所在は現在の中高等教育の数学の授業のあり方にあるのではないかと考えた。これまでの授業では、やや教科で閉じられた指導・学習が多く、限られた道具を用いて、必要性もわからないままに数学の知識や技能を勉強しそれを応用するという学習が主であったように思う。一方、今日の学校教育では、これまでの内容（コンテンツ）ベースのカリキュラム構成から、資質・能力（コンピテンシー）ベースへと移行しつつある（石井, 2015; 奈須ほか, 2015）。

このような背景のもと、筆者は、「世界探究パラダイム」（シュバラール, 2016）という数学教育の考え方、世界探究パラダイムに基づいた“SRP (Study and Research Paths)”（宮川ほか, 2016; 濱中ほか, 2016）という探究活動に興味を持った。SRP は、問いを重視し、問いに答えるために使えるものは何でも利用し、必要なものは必要に応じて学習するといった研究者の探究活動をモデルとした学習である。そして、SRP がわが国の数学教育に何をもたらさうのか、その可能性について研究を進めてきた。

そこで本研究の目的を二つ設定した。第

一の目的は、世界探究パラダイムに基づいた SRP という探究活動を中学校で実践することによって、具体的にいかなる「教科横断的な学習」が可能であり、それはいかなる数学的な活動をもたらすのか、を明らかにすることである。第二の目的は、SRP ではないかなる「主体的な活動」が可能となるのか、それはこれまでの数学の授業で想定されてきたものといかに異なるのか、を明らかにすることである。これらの目的を達成するために、世界探究パラダイムに基づいた SRP を中学校で実践し、「教科横断的な学習」と「主体的な活動」に焦点を当てて、収集したデータの分析と考察を行う。世界探究パラダイムや SRP が、今日のわが国の学校教育の流れに合致したものと考えられることから、本研究は、今後の資質・能力を重視した授業における SRP の可能性を示すとともに、実際に指導・学習を進める上での示唆を与えてくれると期待する。

なお、本研究の成果は筆者の修士論文にまとめられている。本稿はその要点をまとめたものである。詳細は、修士論文を参照されたい。

2. 先行研究から

本研究の位置づけをより明確にするために、「教科横断的な学習」と「主体的な学習・活動」に関連する先行研究を振り返る。

(1) 教科横断的な学習について

「教科横断的な学習」の先行研究には、学校教育で進められてきた研究として代表的なものとして、総合的な学習の時間と関連させた数学学習があった。高階ほか (1996) は、わが国で総合学習が学校教育に導入される際に「クロスカリキュラム」の構想を先導的に示した。そこでは、1980年代後半からアメリカやイギリスなどの諸外国が取り組んでいるクロスカリキュラムの実態を報告するとともに、わが国の新しい教育課程と総合学習の在り方を示し、学校教育への示唆を得ている。

一方、数学教育と関連する総合学習についての研究は、総合学習の中でいかに数学的な内容を扱うかといった実践的なものが中心であった。例えば、筑波大学附属中学校の研究グループは、「総合学習」において数学にかかわるテーマを掲げ、図形や統計に関する実践を試みた (両角, 2002; 鈴木ほか, 1999)。そして、体験的・日常的な事象と数学を関連づけ、やや高度な数学を扱うなど、学習内容や学習形態を柔軟にし、通常の授業を超えた存在として捉えることが総合学習では大切と指摘した (鈴木ほか, 1999)。さらに別の研究では、牧下 (2012) は、総合学習における探求的な問題解決学習として、算額を教材化した授業等、複数の授業実践を進めてきた。それらから、総合学習のねらいとする教科等の枠を超えた横断的・総合的な学習と体験的活動を通じた数学科を中心とした探求型の授業が重要であると指摘している。総合学習が導入された時期にこのような授業実践が多く行われていたが、最近では、「学力向上」「各教科の授業改善」が叫ばれており、総合的な学習の時間より、各教科教育に重きが置かれている。

そして、近年 ESD や STEM 教育が国際的に注目を集めているが、日本では研究が進んでいるとは言い難い現状もある。しかしながら、学習指導要領次期改訂に向けた方針では「教科横断的な学習」の重要性を指摘し、総合的な学習の時間で探究型の学習が推奨されていること

から、数学教育の文脈における教科横断型の授業について、さらなる研究の必要がある。

(2) 主体的な学習・活動について

次に、「主体的な学習・活動」についての先行研究を振り返る。つまり、わが国の数学教育において、これまでにいかなる主体的な活動が実際に生じていたのかを過去の先行研究から明らかにする。わが国の「主体的な学習や活動」についての先行研究を振り返ると、1990年代から「主体性」や「主体的」といった語が多く使われるようになり、子どもたちがいかに主体的な学習を行わせるのかその方法が論じられてきた。湊ほか (1994) は、「主体的」という語が「自主性・自発性」と同義に捉えられることが少なくないものの、「自主的・自発的」と「主体的」の二つの学習には明確な違いがあると指摘している。また、「主体的」という語は用いられないが、学習者の主体的な学習や営みを特徴付ける理論も見られる。「教授学的状況理論」(以下、TDS) では、「亜教授学的状況」という概念があり、それは、学習者が、教師に依存せずに、ミリュー M との相互作用のみで新たな知識を創り上げていると思えるような学習場面を意味する (Brousseau, 1997; 宮川, 2011; 石川・宮川, 2012)。

これらの先行研究を踏まえると、主体的な学習や活動には、一般に二つの側面が考慮に入れている。一つは、教師や親に言われなくとも、自ら進んで自主的・自発的に学習に取り組むといった、学習への取り組み方もしくは取り掛かり方である。もう一つは、学習活動において、教師に依存しながら問題を解決し新たな数学的知識を獲得するのではなく、自らの考えに基づいて問題を自ら解決するといった活動の仕方である。すなわち、前者は数学学習全体についての主体性を問題とし、後者は個々の学習活動における主体性を問題とする。それぞれ「主体的な学習」と「主体的な活動」と呼ぶことができよう。この視点からすれば、今日の学習指導要領で強調されている「数学的活動」や

上の垂教授学的状況は、二つ目の主体性にかかわるものである。そして、本研究で着目するのも、SRPにおける「主体的な活動」である。

3. 本研究の理論的枠組み

本研究の理論的な枠組みについて述べる。まず、教科横断型の授業をデザインするうえで拠り所となった「教授人間学理論 (Anthropological Theory of the Didactic)」(以下, ATD) の諸概念について、特に、未知なるものへ前向きに探究し続けようとし、開かれた探究を生み出す「世界探究パラダイム」について述べる。そして、世界探究パラダイムに基づいた SRP の基本概念について述べる。SRP は、本研究で行った教授実験の基となる重要な理論的枠組みであり、SRP を特徴づける諸概念は、授業実践(教授実験)における授業デザインのみならず、授業で収集したデータの分析に対し重要な視点を提供する。SRP の探究活動では、問いの役割に重きを置き、ミリュー M との相互作用によって探究が進む。さらに、メディアの利用を前提とした探究活動が期待される。

さらに、ATD では、数学的な知識や活動、その体系を「プラクセオロジー (praxeologie)」の概念でモデル化する。教科横断型 SRP における数学的な活動を特定しその性質を記述するために、ATD の主要概念のひとつである「プラクセオロジー」(Chevallard, 2006; 宮川, 2011; ボスク・ガ

スコン, 2017) を用いる。この概念は、人間の活動や行為が実践的な側面 (praxis) と理論的な側面 (logos) を持つことに注目し、数学的な知識や活動、その体系をモデル化するものである。学習者の数学に関して用いた知識のみならず行為をも同時に記述できるため、数学的な活動を詳細に捉えられると期待する。

プラクセオロジーの要素と意味をまとめると表 1 のようにまとめられる。タスクタイプとテクニックは、数学に限らず人間のあらゆる行為や営み、活動を記述することができ、テクノロジーとセオリーは、実践部の背景となる知識を記述することができる。これら四つの要素で一つのプラクセオロジーが構成されるのである。

本稿では、生徒たちの探究活動を分析する視点として、「問いと回答の往還」「メディア・ミリューの往還」を採用する。そして、本研究の目的でもある、「いかなる教科横断的な学習を可能にしたのか」や「いかなる主体的な活動が生じたのか」を明確にする。なお、数学的な活動の分析については、「プラクセオロジー」を用いて記述することとする。これらを用いることによって、生徒たちの探究活動の様子を示すことができると考える。より詳細な分析は、修士論文を参照されたい。

表 1 プラクセオロジーの要素と意味 (宮川, 2011, p. 53)

実践部 (praxis)	T: タスクタイプ (タスク $t \in T$)	ある対象の解決にかかわる問いの種類 一つ一つの問いをタスク (t) という
	τ : テクニック	タスクを成し遂げる解決方法
理論部 (logos)	θ : テクノロジー	テクニックを正当化する, 説明し理解する, 生成する理論的なもの
	Θ : セオリー	テクノロジーをさらに正当化, 説明, 生成するもの

4. 教授実験の概要と分析方法

ここでは、教科横断型 SRP の教授実験について、授業デザインを行う。

(1) 問いの設定

SRP では、最初の問い Q_0 が重要となる。本教授実験では、中学 2 年生を対象に教科横断型 SRP を実践するにあたり、次の Q_0 を最初の問いとして設定した²⁾。

Q_0 : 「1900 年までの世界人口の総和と 1900 年以降の世界人口の総和が同じになるのは何年か？」

今回この問いを採用した理由の一つ目は、最初の問い Q_0 が生徒たちにとって、先述した“生成的な強い力を持った自然な問い”である点である。「世界人口」という言葉は生徒には壮大な印象を与えるかもしれないが、社会・生活と関連した問いであること、そして自らは問うたことはないかもしれないが、言われてみればどうなのだろうと中学生も疑問に思いそうな自然な問いである。さらに、この問いには必ずしも明確な回答がないため、様々な探究が想定されるとともに生徒たちの主体的な活動が可能になるであろう。理由の二つ目は、数学的な活動が必要になる点である。生徒たちの探究の最終的な回答 A^* を作り上げる場面では、方程式や関数やそのグラフ、表、関数で囲まれた図形の面積など、多領域の数学学習にかかわる知識・技能が必要となるであろう。さらに、新たな数学的な内容を必要に応じて学習することも期待される。理由の三つ目は、教科横断的な学習が期待される点である。先述した数学的な活動に加え、社会科等他教科の知識を融合した学習が見込めるであろう。さらに、「世界人口」という話が、日常生活に結びついた現実的な問題を想起させ、規定の学習内容の枠を超えた幅広い学習が期待される。すなわち、この問いは、SRP の Q_0 が満たすべき三つの条件 (1) 数学の核心をつくもの、(2) 学校を超え、社会と関連するもの、(3) 学問的関心に基づく新たな探究に

導くもの(葛岡, 2017)を満たしていると考えられる³⁾。

(2) 授業の実際の概要

授業は、公立中学校第 2 学年の 5 クラスを対象とし、それぞれ全 4 時間の授業を実施した。1 クラスの人数は約 32 名で、1 グループ 3~4 名で 7~8 グループを作った。授業はコンピュータ室で行い、探究活動はグループ活動とした。数学の成績が比較的高い生徒を各グループに割り振り、教師による意図的なグループ編制がなされた。教授実験においては、生徒らのワークシートを始め、AG-デスクトップレコーダー⁴⁾を用いてパソコン画面と生徒たちの音声、ビデオカメラ 5 台用いて各グループの様子を録画し、データを収集した。

5. 教授実験の分析

生徒たちが取り組んだ探究は、前半はいろいろな問いが生まれそれについて探究していたが、それらの問いは社会科的な問いが中心であり、その探究は、メディアを探るようなやや調べ学習的な探究であった。そこでは、いろいろな情報に出会い、既存の回答 A^0 を見つけてはそれらが有力な情報なのかを判断していた。生徒たちは、問い Q や既存の回答 A^0 やデータ D をミリュー M に含め、問いと回答の往還が見られたが、その時点ではまだ数学的なタスクが生じておらず、数学的な活動は表れなかった。そして次第に、数学的な探究が必要になり、数学的な活動が社会科的な問いの回答を求める手段となっていた。そのようなグループは、グループ活動が活発になり、個人で探究したことをグループで共有し、さらにグループ内の相互作用で新たな問いや探究の方向性を確認した。一方で、最終的な回答 A^* を作り上げることができなかったグループは、社会科的な問いに対する調べ学習的な学習から抜けきれず、数学的なタスク

が生じなかった。

以下では、実際の教授実験で得られた C 班と E 班の二つ班の活動を分析する。C 班は最終的に数学的な活動に進み、教科横断的な学習や主体的な活動が表れたグループである。一方、E 班は数学的な活動に進まず、思うように探究が進まなかったグループである。この二つの班の分析を取り上げる理由は、教師が期待するような活動のみならず、教師の視点からうまくいかなかったと思われる活動をも取り上げることにより、何が数学的な活動を生じさせ、何がそれを妨げているのか、条件と制約を議論する際の実験データとなるからである。

(1) C 班の探究

C 班の探究は、第 1 時は調べ学習的な活動であった。C 班は、情報を鵜呑みにせず、その真偽を確かめようとしていた。C 班の探究姿勢は主体的な活動、とりわけ、生徒たちが探究活動の中で抱いた問いや疑問に自ら向き合い取り組む姿が見られた。その様子が表れた場面が至る所で観察された。その事例をいくつか示す。まず、第 1, 2 時で生じた問いは以下のものであった。

Q_{1-1} : 総和とは何か

Q_{1-2} : 総和を求めるにはどうするのか

Q_2 : 現在の世界人口は何人か

Q_{2-1} : 1900 年までの世界人口は何人か

Q_{2-2} : 1900 年以降の世界人口は何人か

Q_3 : 人類の誕生はいつか

C 班では、各問いに向き合い、インターネットから既存の回答や様々なデータを得ることにより、自らの回答を作り上げていった。 Q_3 に対して最終的に、人類の起源に関して得た情報を調べたり議論したりして、

A_3 : 人類の起源は 2 万～1 万年前のホモ・サピエンス (新人) で、氷河時代末期を自らの回答とした。

C 班は、探究の前半では上のような社会的な問いが多かった。それは、真偽を確

かめるようとする探究が起こったためである。そして、いろいろな問いから得られた A_i によって構成されたミリュー M との相互作用によって、 A_3 を作り上げた。ここでは、数学的な活動は生じておらず、数学的な概念や性質などとの相互作用はなかった。数学的な問いはもう少し後で徐々に生じてくる。また、C 班は、「 Q_4 : 今までに何人の人間が地球上にいたのか」の問いに取り組み、世界人口の推移と累計のページ⁵⁾より、

A_{4-1} : 過去 6000 年間に存在した全ての人口のおおよそ 5 分の 1 が現在の人口である。68 億人 (2009 年) $\times 5 = 340$ 億人。340 億人 + 68 億人 = 408 億人が今までの世界人口の総和である。

という既存の回答を得た。生徒たちは、この既存の回答に見られる数値に対し、「340 億人?」「なんで?」「408 億人?」などの疑問を呈し、さらにインターネットから、 A_{4-1} と値が異なる別の既存の回答、

A_{4-2} : これまでに地球上に生まれたヒトの総数は約 1076 億人⁶⁾

を得た。C 班では、そのサイトに書かれていることを追究するために、英語で書かれたサイト (How Many People Have Ever Lived On Earth?(PRB)⁷⁾) に進んだ。その意図は、今までの世界人口の総和がなぜ 1076 億人なのかを純粋に知りたかったためである。しかし、そのサイトは英語で書かれており、図 1 の表の数値の意味を理解しようと試みたが、理解するのが困難であった。英語の翻訳サイトで調べたり、教師に質問したりしながら、試行錯誤した。特に、「Births Between Benchmarks」の理解に苦しみ、その解釈を巡って、教師からのアドバイスを受けたが、そのアドバイスを当てにせず、自ら探究する場面もあった。教師もメディアでしかないことを裏付ける場面であった。C 班は、探究過程で終始、主体的な活動が見られたと言える。

Year	Population	Births per 1,000	Births Between Benchmarks
50,000 B.C.	2	-	-
8000 B.C.	5,000,000	80	1,137,789,769
1 A.D.	300,000,000	80	46,025,332,354
1200	450,000,000	60	26,591,343,000
1650	500,000,000	60	12,782,002,453
1750	795,000,000	50	3,171,931,513
1850	1,265,000,000	40	4,046,240,009
1900	1,656,000,000	40	2,900,237,856
1950	2,516,000,000	31-38	3,390,198,215
1995	5,760,000,000	31	5,427,305,000
2011	6,987,000,000	23	2,130,327,622

NUMBER WHO HAVE EVER BEEN BORN	107,602,707,791
World population in mid-2011	6,987,000,000
Percent of those ever born who are living in 2011	6.5

図1 C班が閲覧したサイトの表
「How Many People Have Ever Lived On Earth? (PRB)」

C班は、最終的な回答を作り上げる場面では、数学的な活動が表れた。それは、「 W_1 : (1900年までの世界人口の総和) = (1年間に生まれる人数) $\times x$ + (1900年の世界人口) という方程式を解く」(※ x は1900年から x 年後に世界人口の総和が同じになるとする。) である。ただし、世界人口が1900年から一定のペースで増え続ける、つまり、一定のペースで人が生まれ続けると仮定している。そして、次のような方程式を立て、次のように解いた。

$$1,656,000,000,000 = 70,000,000x + 3,522,000,000$$

$$70,000,000x = 1,652,478,000,000$$

$$70x = 1,652,678$$

$$x = 23,609$$

最終的な回答 A^\heartsuit は $1900 + 23609 = 25509$ で25509年になった。いろいろなメディアを参照し必要な情報を得て、数学的な方法 W (方程式) によって回答を出した。メディア・ミリューの往還が起こった場面であった。さらに、常にグループで共有し合い、終始活発なグループ活動が起こっていたため、個人と集団の往還が頻繁に表れていた。

C班は、数学的な考え方をを用いて回答を出す

ことができたが、この回答にはいくつかの誤答が確認できた。C班では、時間が足りなかったことと、いろいろな探究に時間がかかったことで、最も重要な数学的な探究、つまり、ミリュー M との相互作用に十分に時間をかけることができなかった。よって、回答の正当性を確認したり、修正したりすることができなかった。しかし、C班の探究活動は、いろいろな問いが生じ、既存の回答を鵜呑みにせず、それらの問いと向き合う主体的な活動場面が多く見られた。また、数学的な活動だけでなく、社会的な問いに答える場面や英語のサイトの解釈に努めるなど、教科横断的な学習が起こっていたことも注目すべき点である。

(2) E班の探究

次に、数学的な探究へ進まなかったグループの例を取り上げる。E班は探究活動の最初は意欲的に取り組んでいたが、思うように探究が進まず、終始調べ学習的な活動になっていた。いろいろな既存の回答 A^\diamond に出会っているが、それらを深く理解する探究に進まなかった。数学的な探究に進まなかっただけでなく、探究自体の深まりも浅かったようであった。その様子が表れた場面を、生徒 WA と生徒 TO の発言を中心に示そう。E班で第1, 2時まで生じていた問いは、

Q_1 : 現在の世界人口は何人か

Q_2 : 1900までの世界人口の総和は何人か

Q_3 : 人類の起源はいつか

である。これらの問いに対する回答をインターネット上の情報から得ようとしていた。そのことは、図2の Protokolにおける生徒 WA と生徒 TO の会話から読み取れる。

ここでは、他のグループでも獲得されていた以下に示す既存の回答 A_2^\diamond に出会った。その既存の回答 A_2^\diamond は、世界人口の推移と累計のページ⁸⁾より得た、

A_2^\diamond : 過去6000年間に存在した全ての人口のおおよそ5分の1が現在の人口。というものであった。

		あるサイトを見て
11	TO	これ良くない？
12	WA	サヘラントロプス・チャデンシ スって言うのがいたんだって。
13	TO	知らねーよ。
14	TO	これで探究が終わりじゃん。
15	WA	いや、いつ同じになるか、だから、まだ答えは出ていない。
		(略)
41	WA	これを全部足せばいいんじゃない？
42	TO	これって総和なの？

図2 E班のプロトコルデータ

さらに、WAは、「机上の計算ですが、人類が4000年前からいたとすると、現在60億人として紀元前0年を3億人、1800年を10億人、1950年を25億人とすると面積が(毎年の延べ人口)が1兆9450億人となりこれを平均寿命(約50年)で割ると約400億人というところでしょうか。」とサイトに書かれていた情報を読んだ。そしてTOは「11 これ良くない。」「14 これで探究が終わりじゃん。」と発言した。つまり、有力な情報を得ることはできていたものの、この情報を理解するために新たな問いや疑問が生まれるのではなく、このサイトの情報のみを頼りに探究を終わらせようとしていたことが伺える。そして、WAは「15 いや、いつ同じになるのか、だから、まだ答えは出ていない。」と発言したことから、新たに問いや疑問が生まれるきっかけはあった。しかし、それ以上の探究は見られなかった。すなわち、このサイトの情報は、E班にとって有力な情報にはなり得なかった。

その後、E班は、「 Q_4 : 総和とは」という問いが生じ、「世界の人口」というサイトにある離散的な数値データを足し合わせようとした。そこで、教師から次のような質問がなされた。「 Q_T : その間の数年間の世界人口はどうするのか？」E班では、「総和」の意味を「世界人口を合計する」と捉えていた。教師からの補助発問を受けて、各数値間のデータをどのように考えるのかについて、明確な回答が作り出せなかった。そして、世界人口を出生数で和を求めると考え、世界の出生数を調べようとした。しかし、有力

な情報が得られなかった。E班では、メディアから情報を得て、ミリューMは様々な要素から構成されているものの、それらと相互作用していなかった。そのため、フィードバックも起きていない。一つの問いや疑問を掘り下げる活動が見られなかった。つまり、「 Q_4 : 総和とは」について、明確な回答Aを作り上げることができなかった。

第3時では、次回が発表会であるため、何とか回答を見つけようとしていたが、思うように探究が進まなかったようである。最終回の発表会では、最終的な回答A'は作り上げることができず、調べた内容を発表した。自信を持って発表することができなかつたようである。E班は、インターネット上の情報を頼りに終始調べ学習的な探究を行っていた。これは、 Q_0 の回答(正解)がどこかに存在すると終始思っていたことが要因の一つと考えられる。実際、TOは「先生の答えを教えてください。」や「良いサイトが無い。」と発言していた。このことから、既存の回答を頼りに探究していたと言えよう。さらに、 Q_0 の回答A'は自分たちで作り上げるものであるとの認識に至らなかつたようである。そして、E班では、数学的な活動が探究活動の中で核心的な役割を果たすことができなかつた。それには、生徒たちが持っている数学の知識や技能と関係があると推測できるが、それは必ずしも大きな問題ではない。なぜなら、WAもTOも数学の成績は中位以上であり、普通の授業では基本的な問題は自力解決することができる。しかし、今回の授業では彼らの力を生かすことはできなかつた。また、今回の授業のように、すぐに回答が出せないような難しい問題に対して、諦めの気持ちが生じていたことも要因であろう。WAは「(この問い Q_0)は)中学生のテーマじゃないよ。」「僕たちの班は「出ませんでした。」という結果になりました(と発表しよう)。」と発言をしたことから、難しい問題に立ち向かうことができなかつたことを表している。このような後ろ向きな発言は他の班でも

確認することができたが、E班は特に多かった。

(3) 数学的プラクセオロジー

ここでは、C班で表れた数学的な活動をプラクセオロジーの視点から記述する。

C班で生じた主な数学的な活動は、第3時の後半の最終的な回答 A[▼]を作り上げる場面であった。そこでは、(1900年までの世界人口の総和) = (1年間に生まれる人数) × x + (1900年の世界人口) という方程式を解く」(※ x は1900年から x 年後に世界人口の総和が同じになるとする。) という「T₂:方程式を解く」というタスクタイプを、移項によるテクニック (τ_{2.2}) で解決した。C班は実際に方程式を立てて移項によって解いた。中学校1年生で学習する1次方程式の基本的な問題を解くようにである。移項によるテクニックの背景となる数学的なテクノロジー (θ_{3.3.2}) は、 $a = b$ ならば、① $a + c = b + c$, ② $a - c = b - c$, ③ $ac = bc$, ④ $a/c = b/c$ ($c \neq 0$) が成り立つ、といった等式の性質である。そして、それらの性質をまとめた方程式の理論もしくは数の理論 (Θ_{3.2}) がセオリーとなっている。ここでのC班の活動は、独立した数学的な活動であったため、日常の文脈への依存やそれにかかわったテクニックは見られなかった。C班の数学的活動のプラクセオロジーをまとめると図3のようになる。

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• T₂ : 方程式を解くτ_{2.2} : 移項を用いてθ_{3.3.2} : 等式の性質Θ_{3.2} : 方程式の理論 |
|--|

図3 C班のプラクセオロジー

プラクセオロジー分析では、C班に限らず、数学的な活動が見られたグループについて、その数学的な活動の詳細を記述するために行った。その結果から、三つのことが指摘できる。

一つ目に、グループによって異なった数学が利用されたことである。今回の授業では、ある特定の数学の内容の利用を目指していたわけではない。しかし、一次関数と平面図形を用い

たグループや方程式を用いたグループ等が表れた。しかも、それらは生徒たちの探究活動の中で自然に起こった数学的な活動である。これは、存在意義を持った数学ともかかわる活動である。

二つ目は、通常の授業で行われる、特定の教科や領域等の学習内容を規定した活動とは異なる数学的な活動が表れたことである。例えば、方程式という数学的な方法を用いたグループが複数表れた。そこで、「T₂:方程式を解く」というタスクタイプは共通しているが、それぞれについて、背景にある考え方やテクニックは異なっていた。あるグループは、世界人口の総和を求める際に平均寿命を考慮に入れて考えたのに対し、あるグループは方程式を立式する際に既存の回答を数値データとして用いたのである。テクニックも等式の性質や移項による解き方を用いたグループもあれば、算術的な方法を用いたグループもあった。そして、様々な種類の異なる数学を活用したグループは、一次関数や平面図形の面積に関わる活動を中心とし、それらの活動の中で、一次関数の直線の式を求めるために連立方程式を利用したり、代入して式の値を求めたりしていた。つまり、それらの活動の背景にある数学的な理論は、関数の理論と平面図形の理論だけでなく、数と式の理論や、方程式の理論もある。生徒たちの探究活動では、共通する最初の問い Q₀ から、様々な数学的な活動が表出しただけでなく、一つのグループの中でも多領域にまたがった複合的な数学的な活動が起こっていたと言える。

三つ目は、通常の授業で表れる数学的なプラクセオロジーと異なる点である。今回の探究活動で表出した一次関数や方程式や平面図形、それぞれのプラクセオロジーは、通常の授業で扱われるプラクセオロジーと大きく異なる。通常の授業では、学習内容が規定されており系統性があるが、今回見

られた数学的な活動はそのような型にはまった数学ではなかった。

6. 考察

教授実験の分析結果を受けて、「(1) 教科横断の視点」「(2) 主体的な活動の視点」「(3) 教授学的契約の視点」「(4) 最初の問い Q_0 の条件の視点」の四つの視点から考察した。(1),(2),(3)については、紙面の都合から考察結果のみを示す。

(1) 教科横断の視点から

まず、目的の一つ目の結論として、つまり教科横断的な学習について、次の三点を示すことができた。

- ① 教科横断型 SRP における複数の教科の関連の仕方があること
- ② 数学学習の特徴として大きなプラクセオロジーが表れたこと
- ③ 通常の授業では稀な研究者の探究の特徴が表れたこと

(2) 主体的な活動の視点から

さらに、目的の二つ目の結論として、主体的な活動について、四つの異なった種類の主体的な活動が特定できた。

- ① 自らの問いや疑問に向かい合い取り組むということ
- ② 得られた情報を鵜呑みにしないということ
- ③ 新しい知識や未知の数学に出会って探究を進めるということ
- ④ 試行錯誤を繰り返し自らの回答を作り上げるということ

とりわけ①から③はこれまでの授業では想定されていなかった主体的な活動であった。これらのことが本研究の結論である。

(3) 教授学的契約の視点から

今回の SRP では、探究活動の初め、生徒たちの多くは明確な正解がないオープンな探究型の授業に慣れておらず、おそらく、どこかに正解が存在し、教師は正解を知っていると思っていたようである。よって、

生徒たちの探究活動の中心は、正解を探すという活動であった。しかし、次第に今回の問い Q_0 の回答を作り上げることは簡単ではないということに気がつき、戸惑い始めた。そこで、ほとんどのグループが主体的に探究を進めるという活発な探究活動が行われた。その中で数学的な活動に活路を見出し、数学的な方法を用いて回答を作り上げることができたグループ（C 班等）が表れた。一方、数学的な方法を用いることができなかつたグループや、思うような活動が生じなかつたグループ（E 班）もあった。数学的な活動や主体的な活動が生じなかつたグループについては、その要因は何であろうか。生徒たちの主体的な活動や数学的な活動へ進むことを妨げた、いくつかの教授学的契約について、次の三点を特定した。

- ① 通常の授業で暗黙的になっている授業形態における教授学的契約である。
- ② Q_0 に答えるという教授学的契約である。
- ③ 教師の役割に関する教授学的契約である。

これらの教授学的契約の影響を受けた結果、特に E 班等では、数学的な活動に進まなかつたり、最終的な回答 A^* を作り上げることができなかつたりしたと考えられる。

(4) 最初の問い Q_0 の条件の視点から

4 節で述べたように、濱中ほか (2016) は、García et al. (2006) で指摘されている Q_0 が満たすべき三つの条件を示している。それは、次の三つである。

- ① 数学的合法性：教授争点として狙われるべき数学の核心をついた内容
 - ② 社会的合法性：数学や学校を超え、社会や世界と関連した内容
 - ③ 機能的合法性：数学的関心や他の学問的関心に基づく新たな探究に導く内容
- 今回の教授実験で設定した最初の問い Q_0

は、上の三つの条件を満たしていたと言えるが、この条件はあくまで必要条件である。つまり、最初の問い Q_0 が生徒にとって自然な問いであることが大切であり、探究過程で委譲がスムーズに行われなければ、豊かな探究は起きないのである。では、この三つの条件を満たす問い Q_0 とは、どのような問いなのか。今回の問い Q_0 は、シュバラー氏とボスク氏に紹介された問いであるため、本研究において、筆者が作成したオリジナルの問いではない。このような条件を満たした問い Q_0 を設定することは容易ではない。また、学習者の持つ数学的な知識や技能によって、到達する A^* のレベルも変わってくるであろう。SRP の問い Q_0 の質によって探究活動に大きな影響を与えることは明らかである。SRP では、どのような Q_0 がふさわしいのだろうか。中学生や高校生や大学生にふさわしい問い Q_0 はどのようなものがあるのだろうか。これらについては大きな研究課題となるであろう。したがって、各年代で SRP の実践研究が期待される。学習者の探究活動に焦点を当てて、 Q_0 の質によってどのような特徴が表れるのかについて、研究を進めていく必要がある。

7. 教育への示唆

本研究では、SRP という探究型の授業を中学校で実践し、SRP の諸概念を用いて分析を行った。そして、結論として、いかなる教科横断的な学習や主体的な活動が生じるのかについて考察した。この分析により、学校教育、学校数学の指導に対して、どのような示唆が得られるであろうか。筆者は、以下の二点が教育への示唆となるであろうと考える。

一点目は、教科横断的な学習や主体的な活動の在り方について、学校教育で SRP のような探究活動を取り入れることで、真の探究型の授業が可能になるということである。SRP を学校教育、とりわけ学校数学に導入することは、現時

点の中学校の授業では「総合的な学習の時間」や数学の「課題学習」と関連させて行うことが考えられる。そこで、教科の枠を超えた問いを設定し、使えるものは何でも使うという探究活動を長期的に計画することで、生徒たちが教授学的契約に影響を受けず、素直な探究心から試行錯誤しながら問題を解決するという活動が展開されると考える。

二つ目は、探究活動において、問いの存在が重要であるということである。SRP は研究者の探究活動をモデル化しているため、最初の問い Q_0 の回答を作り上げる営みが“探究”となる。探究の中で問いを持たないまま学習を行っても、探究は深まらない。真の探究型の学習を可能にするためには問いの存在が大きいと考える。

8. おわりに

本稿は、中学校数学科における世界探究パラダイムに基づいた SRP についての研究をまとめたものである。本研究において、SRP の実践を中学校で行い、教科横断的な学習や主体的な活動が表れたことは大きな成果として受け止めている。一方、SRP を行う上でいくつかの課題が見えてきた。

今回の SRP の教授実験の授業としての課題の一つ目は、SRP の探究活動における時間的な課題である。自ら作り上げた回答 A^* の妥当性や正当性を吟味する時間がなかったことや、発表後に聴衆から意見をもらって再検討する機会も時間的に厳しく十分に行うことができなかった。二つ目は、教授学的契約にかかわる課題である。生徒の自由な発想や主体的な活動を妨げる要因として、これまでの学校の授業に暗黙的に潜んでいた授業のスタイル等が影響していることが明らかになった。三つ目は、SRP の最初の問い Q_0 についての課題である。今回の SRP では、最初の問い Q_0 は生成的な強い力を持った問いであることが明らかになった。

しかし、探究が活発にならなかったグループや、数学的な活動が起きなかったグループもあった。このようなグループによる差は、何によって生じているのか。また、問い Q_0 の質による探究活動の差等の研究課題が表れた。

これらの課題が浮き彫りになったことは、本研究の成果であるとともに今後の研究で明らかにしたい視点を明確に示すものであると捉えている。今回の研究は一つの問い Q_0 についての実践例であり、しかも中学校での実践という特殊な実践例である。SRP について研究を進めていく上では、参考となる実践例の一つであると感じているが、SRP を行う上での様々な課題を解明していくことは今後の課題である。

註

1) ミリュー M とは、教授学的状況理論 (TDS) で使われているものとほぼ同義である。しかし、TDS では教師がミリュー M を設定し、学習において学習者が対峙し、情報とともにフィードバックを得るものであるものに対し、SRP では、メディアから得られた情報等からなり、探究において学習者が自ら作っていくものである。具体的には、ミリュー M は、メディアから得られる既存の回答 A_i^\diamond 、メディアから得られる情報(データ) D_j 、数学的な方法や実験等 W_k 、問い Q_l 等から構成され、次のように表せる。

$$M = \{Q_0, A_i^\diamond, A_i, D_j, W_k, Q_l\}$$

- 2) この問いは、2016年10月に大阪で開催されたシュバラール氏とボスク氏によるATDのワークショップで紹介されたものを若干修正したものである。
- 3) 濱中ほか (2016, p. 63) では、SRPの問い Q_0 が満たすべき三つの条件を、「数学的合法性」、「社会的合法性」、「機能的合法性」と述べている。これは、García et al.

(2006)が指摘している。

- 4) <http://t-ishii.la.coocan.jp/download/AGDRec.html>
 5) <https://matome.naver.jp/odai/2138339969046725701>
 6) <http://d.hatena.ne.jp/Zellij/20111104/p1>
 7) <http://www.prb.org/Publications/Articles/2002/HowManyPeopleHaveEverLivedonEarth.aspx>
 8) <https://matome.naver.jp/odai/2138339969046725701>

引用・参考文献

- 石井英真 (2015). 『今求められる学力とはーコンピテンシー・ベースのカリキュラムの光と影ー』. 日本標準.
- 石川実・宮川健 (2012). 「「手続きの説明」の学習における伝言ゲームの可能性ー中学校図形領域における教授実験を通してー」. 日本数学教育学会誌, 第94巻, 第5号, pp. 2-11.
- 葛岡賢二 (2017). 「中学校関数領域における教科横断型授業のデザインー「世界人口総和問題」を題材にしたSRPー」. 上越数学教育研究, 第32号, pp. 95-104.
- 国立教育政策研究所. 勝野頼彦 (研究代表者) (2013). 『教育課程の編成に関する基礎的研究 報告書5 社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原則』. 国立教育政策研究所.
- シュバラール (2016). 大滝孝治・宮川健訳 「《翻訳》明日の社会における数学指導ー来たるべきカウンターパラダイムの弁護ー」. 上越教育大学数学教育研究, 第31号, pp. 73-87.
- 鈴木彬・大根田裕・両角達男・徳峯良昭 (1999). 「数学科における総合学習の位置ー実践をふまえた提言ー」. 1999 筑波大学附属中学校研究紀要, 第51号, pp. 1-18.
- 高階玲治ほか (1996). 『実践クロスカリキュラムー横断的・総合的学習の実現に向けてー』. 図書文化社.
- 奈須正裕・江間史明 (2015). 『コンピテンシー・ベースの授業づくり』. 図書文化社.

- 濱中裕明・大滝孝治・宮川健 (2016). 「世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動 (2) - 電卓を用いた実践を通して -」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 22 卷, 第 2 号, pp. 59-72.
- ボスク, M., ガスコン, J. (2017). 大滝孝治・宮川健 (訳) 「教授学的転置の 25 年」. 上越教育大学数学教育研究, 32 号, pp. 105-118.
- 牧下英世 (2012). 「筑駒における数学を主とした総合学習教材の開発 - 数学史を利用した探求的な学習 -」. 2011 筑波大学附属駒場論集, 第 51 集, pp. 149-158.
- 松寄昭雄 (2017). 「「持続可能な開発のための教育 (ESD)」の視点に立つ算数・数学の学習方法と学習形式に関する一考察 - 算数学習の指導実践例の検討を通して -」. 日本数学教育学会第 5 回春期研究大会論文集, pp. 91-98.
- 湊三郎・浜田真 (1994). 「プラトンの数学観は子供の主体的学習を保証するか - 数学観と数学カリキュラム論との接点の存在 -」. 日本数学教育学会誌, 第 76 卷, 第 3 号, pp. 2-8.
- 宮川健 (2007). 「関数グラフソフトを用いた教授・学習過程の分析 - 教授学的状況理論の視点から -」. 日本数学教育学会誌『数学教育』第 89 卷, 第 1 号, pp. 2-12.
- 宮川健 (2011). 「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格 - わが国における「学」としての数学教育研究をめざして -」. 日本数学教育学会誌『数学教育学論究』, 第 94 卷, pp. 37-68.
- 宮川健・濱中裕明・大滝孝治 (2016). 「世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動 (1) - 理論的考察を通して -」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第 22 卷, 第 2 号, pp. 25-36.
- 宮川健 (2017). 「世界探究パラダイムに基づいた SRP と「問い」を軸とした数学学習」. 日本数学教育学会第 5 回春期研究大会論文集, pp. 173-180.
- 両角達男 (2002). 「数学学習にねざした総合学習 - 東京教育大学・筑波大学附属中学校における教育実践を踏まえて -」. 上越数学教育研究, 第 17 号, pp. 21-34.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques 1970 - 1990*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), pp. 221-266.
- Chevallard, Y. (2002). Les TPE comme problème didactique. In T. Assude & B. Grugeon (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2001* (pp. 177-188). Paris: IREM de Paris 7 et ARDM.
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. In Bosch, M. (ed.) *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 21-30). Barcelona, Spain: FUNDEMI-IQS.
- García, F. J., Gascón, J., Ruiz Higuera, L., & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 38(3), 226-246.
- Winsløw, C., Matheron, Y., & Mercier, A. (2013). Study and research courses as an epistemological model for didactic. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), pp. 267-284.