上越数学教育研究，第34号，上越教育大学数学教室，2019年，pp.71-82

主体的・対話的な学びのある数学授業設計のための Y.Engeströmの活動理論の捉え直し

澤邉　基
上越教育大学大学院修士課程２年

１．はじめに

実体験として，筆者がこれまでに受けてきた数学の授業を振り返ると，小学校生活，中学校生活に比べ，高校生活では言語活動が少なく，ひたすら問題を解くような試験，受験のための授業が主になっていた．このような授業は，子どもたちを「なぜ学んでいるのか理解出来ない」という状態に陥らせ，数学嫌いな子どもを増やしていってしまうのではないだろうか.

平成30年7月30日に文部科学省によって公示された高等学校学習指導要領解説数学編(文部科学省 2018)には,数学科改訂の要点として「数学的活動の一層の充実」と記されている．また，そこには「数学的な問題発見・解決の過程では，主として日常生活や社会の事象に関わる過程と，数学の事象に関わる過程の二つの問題発見・解決の過程を考え，これらの各場面において言語活動を充実し，それぞれの過程を振り返り，評価・改善して学習の質を高めることを重視している」と書かれている．このことから数学的活動を通して言語活動の充実に取り組む必要性が伺える．また，三枝(2010)は「数学的活動を通して楽しむ事が実感できれば，数学嫌いは減少し，やがて創造性の基礎も育成され，生涯にわたって主体的に判断し活動できると考える.」と述べている.

ここまで言語活動を充実させた授業の必要性について述べてきたが，このような授業を高校数学においても単に行えばいいかというとそう単純な問題ではない.「高等学校におけるアクティブラーニングの視点に立った参加型授業に関する全国調査」（木村ら 2015）によると，数学について「アクティブラーニングは以前から取り組んできた学習である」とする回答が5教科中最も低く,「イメージが湧かない」の回答は5教科中最も高くなっている．このことから高校数学におけるアクティブラーニング実施の困難性が伺える．そこでまずは実際の主体的・対話的な学びのある数学の授業では子どもたちが学習のもとでどのように学習集団としての集団を発展させていくのかを明らかにする必要がある.

本研究では,生徒の活動を分析対象として,新たな授業デザインを生み出すためにY.Engeströmの「活動理論」を援用して活動を動的に捉える．また，このように動的に捉えることで数学の主体的・対話的な学びのある授業において,子どもたちが「活動システム」のもとでどのように集団を発展させていくのかを捉えることができるのか，実際の授業の分析を通じてその妥当性を判断する.

２．活動理論

活動理論とは，人間の学び，遊び，科学・芸術，技術，労働，生活などの「活動」を，社会的・協働的な「活動システム」として分析し，その文化・歴史的に新しい形態やパターンを，実践者自らによる発達や転換として

現実につくりだそうとする理論である.
（山住 2004）

２．１． 活動理論の歴史的展開

Engeström(1987)は,活動理論の歴史的展開を「三つの世代」という考えから述べている.第一世代は，L.Vygotsky を中心とするものである．L.Vygotsky は，人間行動を対象に向けられた行為と捉え,その発達がツールや言語,シンボルやアイデアやテクノロジーといった「文化的人工物」(道具) の創造と使用に媒介されていることを明らかにした．山住(2004)によるとここにおいて，人間の行動を「文化や歴史に媒介された社会的実践活動」として理解することができるようになったという．第二世代は A.Leont'ev の活動理論によるものであるという．A.Leont'ev の活動という概念の革新性は，活動に「分業」「協業」という新たな要素を関係づけ，対象に動機づけられた活動が個人の次元ではなく集団的な次元において成立することを示したところだという.そして Engeström(1987)は，活動システムの変化と発展の原動力として「内的矛盾」というアイデアを概念化し，2 つ以上の活動システムの相互作用に着目した第三世代へと発展させている.また,Engeström(1987)は「活動」という理解を，システム的なモデル化へ発展させている．次の図 1 のような活動システムのモデルである.

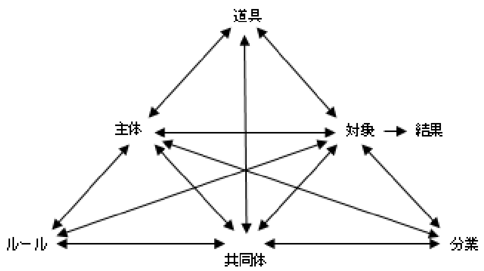


図 1　Engeström(1987)による
活動システムモデル

山住(2004)によるとこのシステムにおける「道具」とは,「主体」が「対象」に働きかける時に用いる道具や手段となるものである．これには，物だけでなく，理論やアイデアなど物質として存在しないものも含まれる広い概念である.「ルール」は社会的な規範，統制や慣習のことであり,「分業」は，知識や課題によって分けられるものと，権力や地位によって分けられるものを指す．以上の全てが関連しあっているのが活動理論であり，基本的関係である「主体」「対象」「共同体」は私たちが直接，行為として目にするものであり，その他の部分は行為としては目に見えない基底部分である，というように分けられる.

松下(2010)は図 1 の各構成要素において重要なことは，互いに他と分離しては存在しえず，他との関係において初めてその位置を得るということであると述べる.

Engeström (1987) は，活動システムを,「内的矛盾」を原動力として「絶えず再構成されていく」ものと述べる．Engeström (1987) によれば，この「内的矛盾」は 4 つのレベルであらわれる．第一の矛盾は，各々の構成要素内における交換価値と使用価値の矛盾であり,第二の矛盾は，構成部分のあいだの矛盾であり硬直した階層的分業が，道具の進化によって開かれた可能性を遅らせたり妨げたりすることを例示している．第三の矛盾は，文化的により進んだ中心的活動の対象とのあいだの矛盾であり，文化的により進んだ対象と動機は，中心的活動の主体そのものによっても積極的に探し求められるという．そして第四の矛盾は隣接する諸活動とのあいだにある矛盾であるという．このうち，第三の矛盾，及び第四の矛盾のように少なくとも 2 つの「相互作用する活動システム」へと分析単位を拡張したのが第三世代である.

Engeström(1991)は,活動が抱える矛盾を出発点とし，実践者自身が，自らの生活活動のシステムを分析しデザインすることを目指す介入法を「発達的ワークリサーチ」と呼び,

新しいパラダイムにほかならないとしている．また，Engeström(1987)は，そうした矛盾に迫りながら，新しい対象，新しいコンセプト，持続性のある新しい実践形態を生み出すようなレベルの学習を「拡張的学習」という概念で説明している．

３．先行研究

３．１． 学校学習と活動理論

人間活動の全体を統一的に把握するための分析単位を拡張させてきた活動理論であるが，授業研究に援用する場合にはその限界も指摘されている．松下（2010）は，「拡張的学習と学校学習との間には，大きな隔たりがある」とし，「活動システム」理論の授業研究への援用は，「説明の道具としては有効でも，介入の道具にはなりにくかったと述べている．本研究においてはこの松下の立場に立脚し，実践者と研究者が協働して行う「発達的ワークリサーチ」ではなく，集団が対話を通して学習集団を形成していく過程を解釈する枠組みとして，「活動システム」のモデルを用い，活動を 6 つの要素によって動的に捉えることとした．

３．２． 加登本ら(2014)の研究

加登本ら(2014)は，松下の立場に立脚し，小学校 4 年生を対象とし，フラッグフットボールの授業で子どもたちがどのような「活動システム」のもとで学習集団としての集団を発展させていくのかを事例的に明らかにしている．加登本ら(2014)は，フラッグフットボールの単元全 15 時間で実施した「仲間づくり調査票」について，学級全体及び抽出した班の子どもの平均値の変化を示したグラフを用い，「仲間づくり」の成果において，単元前半で低い値を示していた授業と，単元後半で高い値を示した授業について活動システムを援用し，肯定的な変容に影響を与えた要因を考察している．

３．３． 和田(2019)の研究

和田(2019)は活動理論に基づきながら数学の道具性を活かすような授業構成について考察し，数学を問題解決のために行われる活動性の所産と見たとき，数学の道具性を活かすためには問題解決の過程の中で数学とその使用価値を発明し，実際にそれを適用することが必要であることを明らかにした．また，教師が子どもに与える事象は，その後の学習活動を見越した，整備され考え抜かれた事象でなければならないと述べ，そのような事象の設定は数学の道具性から逆算した事象であることが必要で，場合によって対象を生み出すための補助的な活動が必要であると述べている．

４．本研究における活動理論の利用

４．１． 本研究での数学観

本研究では，数学が個人に内在的であり，共有できるという立場に立脚する．また，活動を 6 つの要素に着目し，動的に捉えることで数学的知識が主体的・対話的な学びの場面において幾度となく変容していくと考える．よってまずは主体的・対話的な学びの場面における各要素に内在する数学的知識を定義するために実際に行われた授業を動的に捉え，分析する．

４．２． 活動システムを用いた授業分析

４．２．１． 下平(2011)のプロトコルから

生徒に仮想のオリンピックの採点表を見せ，どちらの国が金メダルかを予想させる問題を提出して，実際に取り組んだ課題を以下に示す．

信州オリンピック 2010（アクロスキー）団体戦決勝は，C 国対 H 国の組み合わせになりました．この競技は 7 ヵ国の審判の採点により勝敗が決まります．7 人の審査員の採点は右の表のようになりました．果たして，金メダルは C 国と H 国のどちらのチームになったで

しょう．

審判	C 国	H 国
①	9.0	9.2
②	9.3	9.2
③	9.7	8.8
④	9.2	9.1
⑤	8.9	9.1
⑥	9.0	9.3
⑦	9.2	9.2

この課題を提示するまでのプロセスとして，バンクーバーオリンピックの映像を見せ，生徒の関心をひいている．課題も復唱させ，しっかりと内容を理解させたうえで，ますは，どちらのチームが優勝したかを予想させた．

116 教師 で，決勝戦どことどこの国になったって？
117 全員 C 国対 H 国．
118 教師 で，審判は？何人いるの？
119 全員 7 人．
120 教師 で，みなさんのワークシートにもう審判の採点が書いてあると思うんだけど，もう見てるね．これ（拡大採点表）はい．
121 教師 見通し，予想のところ，直感でいい，どっちが優勝，金メダルを取ったか書いてみよう．（○をつけさせる）

これについて 40 秒ほど時間を取り，考えさせた．そのあとでどちらの国が金メダルなのかと予想したかを挙手させると 8 割の生徒が「C 国が金メダル」と考えていることがわかった．この後で教師は理由について考えさせるよう以下のように話をつづけた．

133 教師 さて，それではねえ，これからみなさんに 5 分ぐらい時間をあげます．この採点表をじっくり見て，今自分が C 国，もしくは H 国，もしくはわからないって判断したものをちょっと周りの人に伝えてもらうために，えー，個人追究って書いてあるよね？そこんところにどうしてそうなのかなぁーっていうことをこれから検証していただきたい，確かめてもらいたいということです．で，数字がいろいろとね，得点が書いてあるから，何か必要なものある？何か欲しいものありますかね？
134 数名 電卓，電卓…
135 教師 電卓使いたい人？はーい．
136（挙手）
137 教師 電卓使いたい人は，あの，ここに置いてあるから各自好きなように持って行ってください．好きなように 3 つも 4 つも持っていくなよ．
138 クラス内 あっはっは．
139 教師 で，それで，電卓でわかんないことがあったら先生とか隣の人に聞きながらやってみてください．

この場面では活動システムの変容が顕著に表れている．プロトコル前半部での【対象】は 121 の発言から「優勝国を予想すること」にある．後にどう予想したか問うた場面では，全体が挙手している様子が記されていることから，この【対象】について取り組む【主体】である，生徒全体の活動が起きていたことがわかる．この背景には，バンクーバーオリンピックの映像という【道具】，それによって【共同体】全体を同じ【対象】へと方向づけたことが大きく影響していると考えられる．

この【対象】が達成されたことを受け，【共同体】に属する教師は 133 の発言をするが，この発言は【主体】の【対象】を「理由を考える」というものに変えたことに大きく影響を与えているものと考える．また，【道具】として電卓が使えるという【ルール】が新たに追加されたことで，生徒の主体的な活動を促した．

また，優勝国を予想した結果，8 割の生徒が C 国と判断したが，これの判断材料は採点

表のみであろう．生徒はそこに書かれている数字のみから数学的に優劣をつけた．つまり，採点表という【道具】に数学があることを見いだしたと考えられる．また，135,136 からも【主体】が計算の必要性を感じていたことがわかる．

課題解決の場面では，挙手している人の中から Takeo，Hayato，Arisa，Taro，Koichi を指名し，発表させた．また，このとき，発表を聞く人はワークシートに他人の考えを記入するという【ルール】が与えられた．よって【対象】は広い意味では「考え方の吟味」ということになるが，4 人発表者が変わることで【分業】として発表側と聞く側のメンバー，つまり,【共同体】内の関係が毎回変化しているため，これを通じ，生徒は数学的知識を洗練していっているのだと考える．

4 人の発表の後で,【主体】である生徒は【対象】である「考え方の吟味」を終え，C 国が金メダルということを結論付けた．これは以下の 311 の教師の発言が大きく関わっていると考える．教師の「じゃあ，C 国金メダルでよろしいですか？」という発言に対し，生徒は「はい.」と答えている.【主体】が一つの【対象】を達成したことを確認できる．

311 教師 じゃあ，C 国金メダルでよろしいですか？
312 多数 はい．
313 教師 で，今日の授業をこれで終ろうと思ったんだけど，ごめんね，今，1 個言うのを忘れちまった．すんげー大事な情報を言うのを忘れちまった．参ったな，ごめん，やり直しかもしれない．
314 数名 えっ？
315 教師 うっかりしていた．資料の活用だよね．資料だよね．情報が大事だとか言っておいて，情報を伝えるの忘れちまった．1 個….
316 （冷たい雰囲気）
317 教師 これ審判何人いる？
318 全員 7 人．
319 教師 いろんなやり方があったんだけど，結果はどっちだった？
320 全員 C 国
321 教師 ごめん，許してくれるかな～（と言いながら拡大採点表の審判番号の箇所を剥がす）
322 クラス内 えっ？あれ？
323 教師 本当に申し訳ない．実は，審判国の国の人…（省略）
333 クラス内 あー，あー，あれ，わかった，えー…，どっちが，あーC 国が，C 国はひどすぎだよこんなの，あー．
334 教師 さあ，周りで話し合おう．

313 の教師の発言は新たな活動の契機となるものであった．これまで【共同体】の一員として【対象】を【主体】と同じ目線で捉えていた教師が，313 の発言によりその【共同体】内の関係を変化させたのである．この逸脱した発言が【主体】の取り組むべき【対象】を変化させている．

審判	C 国	H 国
A	9.0	9.2
B	9.3	9.2
C	9.7	8.8
D	9.2	9.1
E	8.9	9.1
F	9.0	9.3
G	9.2	9.2

「審判の国籍」という見方が加わったとき，どのような問題があるか問う場面が下記の通りである．

357 教師 さて，この審判の国が出たときこれを見てどういうふうに思ったのか，感じたのか，こうじゃねえかということが絶対あると思います．はい，それを言ってくだ

さい．手がどのくらいがるのでしょうか．はい，どうぞ．
358 教師 はい，そうすると5人，6人ぐらいしか挙がらない．はい，どんどん挙がってきた．書いたんじゃない．さあどう？
359 教師 はい，それじゃあ，Rin どんなふうに感じたか？
360 Rin えっと．H国の
361 教師 うん．
362 Rin 審判がいなくて，C国の方には審判がいて，自分の国にだけに，こう点数を高くしているっていうのは，それはちょっと卑怯な感じに思われるのかなぁっと，もう一度ちょっと，採点みたいなものをした方がいいと思いました．
363 教師 ほぉ，どう同じように感じた人？はい．ほら，今手挙がるでしょ？頑張ろうね．はい．

この場面では357から教師が【対象】を「審判の国籍という見方が加わったときの問題点」に設定している．ここで，発表者のRin，それを聞く他の生徒，それらを結び付ける教師という【分業】の形を取ることで，改めて1つの【共同体】として【主体】に【対象】を把握させようとしている．この後で，教師は「どちらの国が本当の金メダルなのか，自分なりの採点方法を考えて説明していただきたい」と発言し，再度【対象】を共有している．このことに対して生徒から疑問はなく，スムーズに作業にとりかかっている様子が見られたことから 357～363 での教師の誘導は生徒にとって無理のないものであったと考えられる．

課題解決の場面では，挙手している人の中から Suguru，Yuka，Daiki，Kenji，Koichi を指名し，発表させた．また，この場面においても発表者が変わることで【分業】として発表側と聞く側のメンバー，つまり，【共同体】内の関係が毎回変化しているため，これを通じ，生徒は【対象】に取り組んでいるように見える．ではここで【主体】は数学的知識を獲得できているのだろうか．第一時では，各発表者ともC国が金メダルとし，それを計算過程と共に説明した．第二時では，各発表者ともH国が金メダルとし，それを計算過程と共に説明した．両者同じプロセスを経ているが，後者は数学的知識の獲得という点において前者に比べ劣っていると考える．

550 教師 大逆転したね．だけど本当に個々，それぞれのやり方があるんだけど，どれがいいかっていうのは，どうです？ちょっと一応聞いてみようか？う～ん，いろいろあったんだけど，やっぱりC国を除いた方がいいかなと思う人？はい．
551 （半数程度が挙手）
552 教師 はい，下ろして．先生の質問がよくなかったかな．C国は，まあ，切っちゃうのはよくないけど，何か操作してC国の得点をちょっとでも加味してあげたほうがいいのかなぁって思う人？
553 （1人が挙手）
554 教師 あっ1人しかいない．あっほほほほ…．なるほどね．
555 教師 で，いろんなやり方があったんだけども，まあ結果的にはね，H国になったんだけども，こうやってやって，一つの数値を，ね，数値は変わんないんでしょ，ここ（採点員の国別）を見せた途端，みなさんは，何と思ったかというと，C国の審判員は…．
556 数名 ず，ずるい．
557 教師 ずるいとか．
558 数名 せこい．
559 教師 せこいとか．
560 数名 不公平，不公平．

550，552 に対して反応したのは半数程度であるから残り半数の生徒に関しては発表を聞いてもそういった計算方法が正しいかどうか

判断しかねている状況であることがわかる．よって同じようなシステムの変容に見えるが数学的知識の獲得という点においては第一時より劣っているといえるだろう．

一方で発表のプロセスを経ることで，C 国の採点について見つめなおさなければならないという考えはより強まったものと考える．教師は，発表以前に 362 の Rin の発言から C 国は卑怯であるということを【共同体】に共有していた．しかし，発表のプロセスを経ることで 556，558，560 の発言にあるように再度，【共同体】でこれを【対象】としてとらえる必要性が増したであろう．

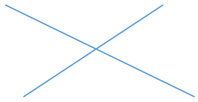
565 教師 ただそのまんま計算する，足せばいい，平均出せばいいじゃなくてその数値の裏を読んでいく必要があると思います．なので，何を言いたいかっていうと，この言葉を，国語でやった？（板書）
566 クラス内 あー（ぼそぼそとした声で….）
567 教師 この言葉（客観的）の意味わかります？客観的と言います．せーの．
568 全員 客観的．
569 教師 この C 国のように，やっぱり，本当かどうかわかんないけど，やっぱりこの辺り（拡大得点表の C 国の部分を指し示しながら）はね，自分の国に少し気持ちをっていうのはあるでしょ．そういう風に見るんではなくて，第 3 者からやっぱり見ていかないといけない．わかる？そのものを見たときに気持ち，感情が入っちゃうと，数値というものは，あ，ある程度操作できちゃう部分もあるんだよ．

565，569 の発言はさらにその必要性についてを述べたものとなっている．そしてこのあとで，【主体】は平均値という用語を学ぶが，【主体】の新たな数学的知識の獲得までのプロセスにより洗練された数学的知識が獲得できたと考えられる．

4．2．2． 松井(2009)のプロトコルから

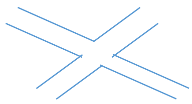
教師は次の問題を出して，授業を展開している．

交わる 2 本の棒から，わかることを書きなさい．また，なぜそうなるのかを答えなさい．



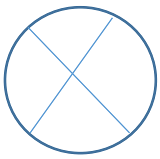
上の問題を出されたことで【主体】である生徒の【対象】はこの問題に取り組むこととなった．教師は，生徒に，【道具】として 2 本の線分の模型を与える．生徒は，【ルール】として模型を自由に動かすことができる．以下は授業の初めに，生徒それぞれが，図から見てわかることを発表する場面である．

16 Kita 4 つの三角形の角の先で交わっている．ここなんですよ．これをバラバラにすると，ここの先で交わっているわけです．



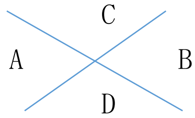
Kita は，16「4 つの三角形の角の先」と，2 つの線分の交わりを 4 つの三角形の頂点の重なりと捉えている．

18 Asa ここ（棒）とここ（棒）が同じ長さになります．横の角が 55°で，縦の角は 125°になります．形的には，X に似ています．で，この直線とこの直線はねじれの位置にあります．あと，回すと円になり重ねると一直線になる．



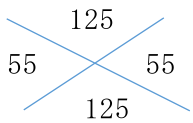
Asa は，18「回すと円になり，重ねると一直線になる」にあるように，【道具】を回していく操作を通して，図を動的に捉え，線分の軌跡を円と表現している．

26 Fuku で，全部の角度の和が 360° になって，あと，対角の角度が同じ．A と B が同じです．



Fuku は，角度を，文字を使って表現している．このことは，図が変わっても，同じことがいえるため，図を特定の図とはみていないといえる．

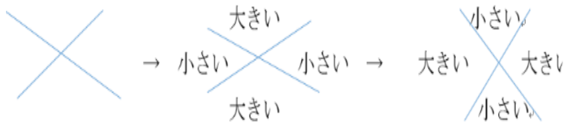
30 Naka ここ（55）とここ（55），ここ（125）とここ（125）が等しくなる．



Naka は，対頂角が等しいと捉えているが，その根拠は，実測による帰納的なものである．

Asa，Kita，Fuku は，図を一般性のあるものと捉えているが，これは模型の操作により，視覚的に明らかであるという判断をしたものである．これより，模型という【道具】，動かしていいという【ルール】が【主体】に大きく影響しているといえる．また，この場面では【対象】は同じであるが，その捉え方が【共同体】内でいくつかにわかれていた．そこで発表者とそうでないものとで【分業】の形を取ることで【共同体】内に知識を共有した．

教師は，Naka の考えを受け，対頂角がいつも等しいことの理由を考えることへと【対象】を変化させる．生徒が【対象】に取り組む過程で生まれた疑問ではなく，教師が【対象】を変化させた場面であるが，元の【対象】が抽象的であったことや【共同体】内の知識の差がなかったことから，この移行は自然なものであると考えられる．これより生徒は，2 直線の位置が変化していっても，対頂角が等しいことの理由を考えるようになる．Nemo は，次のように対頂角を捉える．



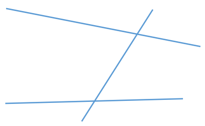
61 T どうですか．
62 Saka 比例と言うより，反比例．
63 T 今の Nemo くんのをもう 1 回いうと，
64 Nemo 上下の幅が大きくなると，左右が小さくなる．上下が小さくなれば，左右が大きくなる．
65 Saka 反比例でいいんじゃないですか．
66 T 反比例って何だっけ？
67 Saka y=a/x．
68 Fuku y が 3 倍になると，1/3 倍になる．
69 T じゃあ，10゛（左）が 30゛になると，こっちは何度になる？
70 Kita マイナス 30．
71 Yoshi はっ？
72 Fuku ×1/3．
73 Naba 10．
（中略）
85 T 反比例とはいえるかな．
86 複数 いえないでしょ．
87 T 比例といえますか．
88 複数 いえない．

比例や反比例ではないが，Nemo は，64「上下の幅が大きくなると左右が小さくなる」というように，隣りあう 2 角について，一方が増加した分だけ，もう一方が減少することから【対象】を関係的に捉えていたといえる．また，Saka や Fuku は，それを，もともと持っている数学的知識を道具として捉えようとした．

対頂角がなぜ等しいのかという【対象】に関しては，Naka の実測，Fuku の視覚による【対象】の捉え方と Nemo の隣の角による関係的な【対象】の捉え方がみられた．しかし Nemo は，隣りあう 2 角の和が 180° であるという

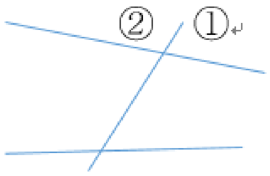
一般性を示す説明には，至っていない．そのため，Nemo の隣の角に注目した対頂角の【対象】の捉え方は,【共同体】での共通の【対象】の捉え方とは成り得ていない．そして，帰納的な説明で十分という判断により，実測，視覚による【対象】の捉え方が，【共同体】共通の捉え方と成り得た. このようなことから【対象】を変化せざるを得なくなり，教師は次のような 2 つ目の問題を用意した.

交わる 3 本の棒から，わかることを書きなさい．また，なぜそうなるのかを答えなさい．

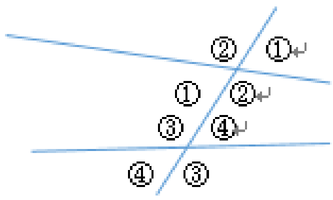


一つ目の問題と同様，教師は，生徒に，【道具】として 3 本の線分の模型を与える．ここにも生徒は，模型を自由に動かすことができるという【ルール】が存在している．以下は授業の初めに，生徒それぞれが，図からわかることを発表する場面である．最初，対頂角が等しいことを示した後だけに，2 組の対頂角が等しいと捉える生徒が多くいた.

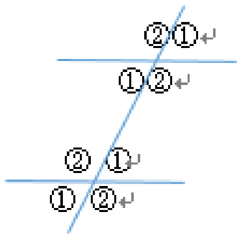
105 T これ①にするね.
106 Naba ② (②と対頂角の位置)，②.



107 Nemo ②じゃないよ．③でしょ.
108 複数 ②.
109 複数 ③.
110 T ②という人は等しいの？
111 Naba 等しい.
112 T なんで.
113 Yoshi さっきと同じで.
114 T ああ，対頂角，じゃあ，②でいい？
115 Yoshi いいです．で，そこが①.
116 Yoshi で,（下側）③にすれば大丈夫.④.
で．③，④.



対頂角が等しいということについて，Naba は 113「さっきと同じで」と既に正しいとしている.【対象】だったものが知識という【道具】として使用されていることが見て取れる. 次に，教師は，2 本の線分が平行な場合の等しい角を探すことを指示する. これに対して，Naba は，次のように，黒板に番号を記入していく.



Naba は，同位角，もしくは，錯角を等しいとしている．ここでも，視覚に依存して考えている．対頂角の例から捉え方の知識の差（【分業】）はなく,【共同体】内にそのような考え方での捉え方が共有されたからであろう. そこで, 教師は, 視覚的以外の説明を求める. それに対して, Nemo は, 次のように説明する.

150 T なんでかは言えます？Nemo くん.
151 Nemo ここで切断すれば同じ形になる.
上と下.

Nemo は，上と下の角はぴったり重なると主張している．ここでも，視覚的に同位角，錯角が等しいと判断している．この授業ではこれ以上の議論は成されなかった.「平行ならば,

同位角が等しい」ことを前提にして，錯角が等しいことを演繹的に証明する問題(【対象】)を生徒の間だけで行うことは難しい．知識として【道具】の不足分を物理的【道具】では十分の補えなかったことがよくわかる場面である．このあとで,「視覚的に，模型や平行移動によって等しい」という説明以降の議論は成されなかった．角が等しいことを関係的，もしくは，演繹的に説明しようという活動は生じず，帰納的な説明で十分という判断によって，同位角，錯角という【対象】が捉えられた．

５．６つの要素の連関と数学的知識の位置付け

前節のように動的に授業を分析することで活動システムにおける各要素に数学的知識が在ると言える．

下平(2011)の授業における「優勝国を予想する」という【対象】に対して生徒は採点表，電卓という物理的な【道具】を用いて取り組んだ．松井(2009)の授業においては,「どんなことが言えるか」という【対象】に対して生徒は模型という物理的な【道具】を用いて解決しようとした．この【対象】の設定は【主体】にとって，数学的知識が在るとはとらえにくいものであると考える．しかし，実際に【対象】を数学的に捉え，解決しようとしていた．これを方向付けた要因として物理的【道具】に数学が在ることを見いだしたからだと考える．つまり，【対象】が漠然としていても物理的【道具】の設定により【主体】を数学的活動の取り組みへと方向づけることが出来る．物理的【道具】の在り方として数学が在ることを理解させるようなものであることが必要であると言える．下平(2011)の授業で言えば，採点表に数字が並べられていること，電卓が与えられていることであり，松井(2009)の授業で言えば．動かせる直線が与えられているということである．なお，そこには，その物理的【道具】の使用に関する【ルール】も大きく関わっていてそれが活動を方向付けている．松井(2009)の授業で言えば「動かしてよい」という【ルール】が【主体】に内在する数学的知識を引き出した．このように【対象】を数学的に捉えられることがわかると【主体】は自身に内在する数学的知識をも，対象を捉える【道具】として扱う．よって知識としての【道具】にも数学的知識が内在する．つまり主体は物理的【道具】と知識としての【道具】の双方を駆使して【対象】に取り組んでいくことがわかる．松井(2009)の授業から授業デザインにあたっては【主体】の持っている知識としての【道具】を十分に把握し，それをひきだせるような物理的な【道具】を教材として扱う必要があると考えた．

また，【共同体】内の在り方も主体的・対話的な学びを引き起こす重要なものであると考える．本研究では【主体】を生徒という集団としてとらえているが，教師を含めた【共同体】個々人に内在する数学的知識には差がある．この差こそが主体的・対話的な学びを引き起こすのではないだろうか．松井(2009)の提出した課題という【対象】は抽象的なものであるが，先述した物理的【道具】と【ルール】が【主体】の活動を方向付けた．抽象的であるがゆえに多様な考え方が生まれた．これは個人に内在する数学的知識が異なるからである．教師がこの数学的知識の差を利用することは，自然に目の前の取り組むべき課題という【対象】を変化させ，活動を起こすのみならず，松井(2009)の授業に見られるように教え合いという対話的な学びをも引き起こす．よって本研究では【共同体】内の数学的知識の差も【分業】として現れるものと捉える．下平(2011)の授業のように役割をつくることによって生まれる形態も【分業】の形であり，このような【共同体】内の関係の変化は知識の洗練につながり，主体的・対話的

な学びを引き起こす一つの要因である．つまり【分業】には二重性があるものと捉えている．また，役割を与えずとも生まれる【分業】の形もある．下平(2011)が審判の国籍を提示したことは，教師を含む【共同体】内の関係が，教師とその他生徒との形で【分業】の形を形成した．このことが【対象】を変化させ，新たな活動の契機となった．よって教師が関係を逸脱することで現れる【分業】の形も有効であるといえるだろう．

６．まとめと今後の課題

これまでは，数学が個人に内在的であり，かつ共同体で共有されるという立場を取って数学授業を捉えていたが，数学的知識はすべての要素に連関して存在しており，このように数学授業という活動をシステムの要素に着目し，動的に捉えることで，主体がどのように数学的知識を獲得しながら対象に取り組んでいくのかを捉えることが出来た．また，活動を動的に捉えることで今後の課題である主体的・対話的な学びの設計にあたっての知見を得ることが出来た．

よって本研究においては，数学における主体的・対話的な活動というものを，先述のように動的な見方を取り，6 つの要素が連関しながら数学的知識を洗練していくものと捉える．

今後は，分析対象とする授業を増やし，得られる知見をより一般なものにしていく必要がある．そのあとで得られた知見をもとに主体的・対話的な学びのある授業を設計し，その授業を分析することで授業設計の妥当性を判断していく．

７．引用参考文献

三枝正(2010)．高校数学科における言語活動の充実を目指した指導方法－思考力・判断力・表現力を高める数列指導のあり方－山梨県総合教育センター紀要．

木村充他(2015)．高等学校におけるアクティブラーニングの視点に立った参加型授業に関する実態調査:第一次報告書．東京大学–日本教育研究イノベーションセンター．

松下佳代(2003)．学習のコンテクストの構成－活動システムを分析単位として－．京都大学博士論文．

松下佳代(2015)．アクティブラーニングへの誘い．松下佳代・京都大学高等教育研究開発推進センター(編)，ディープアクティブラーニング．勁草書房．

Engeström(1987)．山住勝広他訳(1999)．拡張による学習:活動理論からのアプローチ．新曜社．

加登本仁他(2014)．小学校体育科のボール運動の授業における学習集団の形成過程に関する事例研究－エンゲストロームの活動理論を手がかりとして－．日本教育方法学会紀要「教育方法学研究」第 39 巻．

山住勝広(2004)．活動理論と教育実践の創造:拡張的学習へ．関西大学出版部．

山住勝弘(2017)．拡張する学校―協働学習の活動理論―．東京大学出版会．

松井守(2009)．議論のある活動における中学生の証明する過程について．平成 20 年度上越教育大学学校教育研究科修士論文．

下平将揮(2011)．資料活用単元におけるグラフ電卓を使用した中学生の数学的モデリングに関する考察．平成 22 年度上越教育大学学校教育研究科修士論文．

和田陸(2019)．活動理論に基づく数学の道具性を生かした算数・数学の授業構成に関する研究－小学校四年生面積単元に焦点を当てて－．全国数学教育学学会誌数学教育学研究口頭発表資料．

文部科学省(2018)．高等学校学習指導要領解説数学編．文部科学省．
www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2018/07/17/1407073_05.pdf

（平成 31 年 2 月 19 日最終確認）