上越数学教育研究，第 35 号，上越教育大学数学教室，2020 年，pp.29-44

# ディスコースの観点からの算数の授業の検討

## −小学校２年「分数」の場合−

布川　和彦　　　　　　笠井　将人
上越教育大学　　上越教育大学附属小学校

### １．はじめに

算数・数学の学習をディスコースの観点(Sfard, 2008)から捉えようとする試みが行われてきている。この観点からは、数学の学習は「子どもの日常のディスコースを修正し」て「数学的ディスコースを個人が自分のものにすること」(Sfard, 2007, p. 575)であり、「他者とだけでなく自己とも数学的なコミュニケーションができるようになる過程」(p. 575)とされる。教師は学習対象に関わる「明確な会話に学習者を引き込む (engage)」(Nachlieli & Tabach, 2012, p. 24)ことが重要となる。

こうした観点は負の数や図形についての授業の分析 (Sfard, 2007)や関数の授業(Nachlieli & Tabach, 2012; Viirman, 2011)の分析に用いられてきている。さらには、学習者が課題について考える際の思考過程を詳細に分析することに用いた研究も見られる (Wang, 2015)。

分数についても、それを数という数学的対象として扱い、操作をしていくようなディスコースを想定し、学習者がそこに参加し、他者や自己とそのディスコースにふさわしい仕方でコミュニケーションができるようになることとして、分数の学習を考えることができる (布川, 2016b)。さらに、分数の演算等が行われず、分数を必ずしも数として捉える必要がない小学校 2 年の分数の学習であっても、分数が数として扱われる 3 年の学習への移行(布川, 2016a)のための重要な前提要件を成す(布川, 2019)という点から、また低学年の子どもたちには分数は日常的なものではなく、分数が話題にできるためには、彼らの日常のディスコースを数学的ディスコースへと変容させる必要があるという点からも、2 年生には 2 年生なりの分数についてのディスコースを想定し、学習者がそこへ参加し、分数に関わるコミュニケーションができるように支援を行う、と考えることができる。

そこで本稿は、小学校 2 年の分数の学習に関わるディスコースを教科書をもとに検討するとともに、それを視点として実際の分数の授業を分析することで、授業に関わる示唆を得ることを目的とする。なお以下では、分割された 1 つ 1 つの部分を等分かどうかに関係なくピース(piece)と呼ぶことにする。

### ２．想定されるディスコース

ここでは教科書が、小学校 2 年で期待される分数についてのディスコースを反映していると仮定し、教科書の語り方からそのディスコースを想定してみることにする。

授業が記録された学級で用いられていた教科書では、折り紙を縦線で半分にした分け方と対角線で半分にした分け方を示し、次のように分数が導入される：「同じ大きさに 2 こに分けた 1 こ分の大きさを、もとの大きさの『二分の一』といい、1/2 と書きます」。続く問題では横長の長方形を縦線で 2 等分した図と横線で 2 等分した図を示し、「もとの大きさの 1/2 だけ色を塗りましょう」と問う。

次に折り紙を3通りの4等(2本の対角線、十字の縦横1本ずつの線、縦線3本)が示され、それぞれについて、元の折り紙の大きさが1つのピースの4個分であることを確認した後、1/4が導入される：「同じ大きさに4こに分けた1こ分の大きさを、もとの大きさの『四分の一』といい、1/4と書きます」。そして「1/2、1/4のような数を分数といいます」として「分数」の用語も導入される。問題では折り紙を十字に4等分した図と縦線で4等分した図が示され「もとの大きさの1/4だけ色をぬりましょう」と問うている。

続く問題では、折り紙を縦線で半分にすることを3回繰り返して8等分し、それを開き、一番左端のピースが塗られた図が扱われる。そして、このように「同じ大きさになるように」分けた時「色のついたところは、もとのおり紙の大きさの何分の一でしょうか」を考えさせる。最後の問題では、横線で8等分された折り紙、水平から45°傾けられた少し小さめの正方形を垂直と水平の線分で4等分した図、円を斜めの直径2本で4等分した図のそれぞれで1つのピースが塗られたものが示され、「色のついたところは、もとの大きさの何分の一でしょうか」と問う。

ここでは、一貫して「大きさ」を話題としている。1/2や1/4の導入では「1こ分の大きさ」を話題としている[1)]。また「もとの大きさの1/2」や「もとの大きさの何分の一」という語り方が見られるが、「もとの大きさの1/2」は「同じ大きさに2こに分けた1こ分の大きさ」のことであったので、この点からも大きさが話題になっていると考えられる。

田村 (1978)は量に対する$m$等分変換と$n$倍変換の合成として分数$n/m$を考え、またこれを分数倍変換とも呼んでいる。この考えに倣うならば「もとの大きさの1/2」とは、元の大きさに分数倍変換1/2を施した時に得られる大きさを意味すると解釈できる。またこの時の1/2は元の大きさに作用する分数倍変換という操作であり、また操作の結果や効果(Pegg & Tall, 2005)に着目するならば、元の大きさと操作で得られた大きさとの関係である割合や比を表すとも考えられる。後で「量に関する“倍”ないし“比”」(宮下, 1991)を取り出し、計算などの対象にしていく[2)]が、小学校2年では分数を操作の対象とはせず、分数という変換を何らかの大きさに施してできる大きさだけを話題とし、そこから逆に変換や関係としての分数を間接的に扱うようにしているものと考えられる。

さらに「同じ大きさに2こに分けた1こ分の大きさをもとの大きさの1/2という」という定義を見ると、「1こ分の大きさ」「もとの大きさ」「1/2」という3つの要素を含んでいる。そして最初の2つが1/2という分数倍変換の入力と出力である大きさを示しているので、この定義では2量を関係づけることが話題とされていることになる。こうした語り方が単元を通して用いられていることから、2年の学習では、2量がどう関係づけられているかを話題にすることが想定されていると考えられる。

これは教科書の図の提示とも整合する。単元冒頭では折り紙の大きさが元の大きさとされるが、続く問題では横長の長方形が扱われる。長方形は折り紙と同じ面積とは限らないので折り紙の半分の面積自体が問題なのではなく、元の大きさと1/2に当たる大きさとの関係を話題とし、一種の「比率理解」(糸井, 2008)や分数の「等値判断」(糸井, 2016)を求めていると考えられる。同様に、最後の問題で45°傾けられた正方形や円はそれまで示してきた折り紙より面積が小さいことから、大きさ自体ではなく元の大きさと1つのピースの大きさの関係を話題にし、両者の間に見られるパターンの記述(布川, 2019)を行うことが想定されていると考えられる。

以上の教科書の提示の仕方に基づくと、2年の分数の授業では2つの大きさの関係が話題となるので、ディスコースにおける4つの要素 (Sfard, 2008)は次のように想定される。

用語の利用(word use)については「大きさ」という用語が中心的に用いられる。特に教科書のように折り紙を分けるという場面では、異なる半分の仕方が1/2として同等に扱われていることから、「大きさ」は面積を指して用いられることになろう。またピースの「1この大きさ」ではなく「1こ分の大きさ」とされている。「1こ分」を「1こに相当する」といった意味と解釈すると、特定の1つのピースの大きさというよりも、等分でできたピースに共通した抽象化された大きさを、「1こ分の大きさ」は意味すると捉えることができる。

1/2、1/4などの分数は、上での検討のように、元の大きさに作用する操作やその入力と出力の間の関係を表すものとなる。ただし2年ではある大きさに分数を施した結果に着目するとすれば、「もとの大きさの1/2」のように、格助詞「の」も今のディスコースにおいて重要な用語と言える。

視覚的媒介物(visual mediators)としては、折り紙に当たる正方形や長方形に分割の線が記入された図がある。また実際に折り紙等を渡して操作をさせる場合には、折り紙も視覚的媒介物となる。ただしそれは「ディスコースの参加者が彼らの話の対象を特定する」ものであり(Sfard, 2008, p. 147)、「ディスコースの対象の視覚的実現」(p. 302)でなければならない。それには媒介物をスキャンする(scanning)仕方(p. 134)が参加者間で共有されている必要もあろう。今の分数のディスコースにおいては、視覚的媒介物は2つの大きさの関係に着目する仕方でスキャンされる必要がある。また「1/2」といったシンボルも分数の授業での視覚的媒介物に含まれると考えられる。

授業で2つの大きさの関係づけが話題となるならば、ルーチン(routines)として大きさの関係を確認をする行為のパターンが想定される。2年では等分されているという事実に基づく関係づけが主に行われるとすれば、元の大きさが等分されているか、またいくつに等分されているかを確認する行為のパターンが、今のディスコースのルーチンとして想定される。また教科書の1/4の場合のように、分割で得られたピースにより元の大きさを測り直すという、ある種の測定のルーチンが行われる可能性も考えられる。

分数が2つの大きさを関係づけることから、2つの大きさの関係について述べたナラティブ(narratives)が中心となると想定される。つまり上述の、着目している大きさ、元となる大きさ、両者をつなぐ変換あるいは関係という3つの要素を含むナラティブである。

そうしたナラティブが、「世界の状態を反映」(Sfard, 2008, p. 298)した真の、承認されたナラティブ(endorsed narratives)となるためには、大きさ間の関係を保証する発話を伴うと予想される。そこでこの承認されたナラティブは、上述の大きさ間の関係を確認するためのルーチンを含むと想定される。

なお上述の測定のルーチンを含むナラティブが承認されるためには、元の大きさを$n$等分することと、ピースで元の大きさを測ると$n$個分になっていることが同じであること、つまり$n$等分変換と$n$倍変換の可逆性が共有されている必要がある。

## ３．授業の概要

授業は小学校2年の1クラスで行われ、第2著者が授業者となり、第1著者がこれをビデオカメラを用いて記録した。

授業は全9時間であった。第1時は折り紙を半分にする活動を行ったが、子どもの中に半分の半分に折った子がいたことから、両者

の違いを併せて考えた。第 2 時は前時を受けて 1/2 と 1/4 を導入した。この際、元の大きさを明確にした表記を意図して「個別単位」（中西と西村, 2016）を伴った「1/2 まい」や「1/4 まい」とした。第 2 時後半から第 5 時前半までは折り紙を折って分数を探し、見つけたものについてクラス全体で話し合うことが何度か行われた。第 5 時後半から第 7 時は教室や校内にあるものから分数を探し、分数カードに記録した。カードには選んだものの絵、それを表す分数、どうしてその分数になるかの説明を書く欄があった。第 8 時前半は子どもの作った分数カード 12 枚を用い、絵を見て同じ分数になるならとるという神経衰弱を行った。第 8 時後半から第 9 時はとってよいかが問題となったカードについて話し合い、元の大きさや等分の考えを確認した。

こうした授業を通して、2 年生は 1/2, 1/4, 1/8 だけでなく、子どもにとって困難性が大きいとされる 1/3 (糸井ら, 2011)、さらには 1/16, 1/5, 1/40 などの分数も自然に考えていた。また身の回りのものを分数で表す活動を通して、指導要領解説で新たに触れられている 12 個の 1/2 のような、ものの個数を元の大きさとする分数についても考えていた。

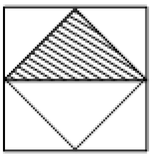


図１：1/6 とした図

他方で、第 6 時になっても右のような図が示された際に 1/6 と答える子が見られた。あるいは第 6 時後半でも、大きな 3 段の棚を「1/3 たな」と表すものの、個別単位の「たな」を分数全体ではなく分母の 3 の横に付け、どの部分が 1/3 の大きさかと問われると棚全体を指で囲み、さらに説明には「3 個が 1 個あるから 1/3」と書いているような子も見られた。

こうした子は分数についてのディスコースを「自分のものに」できていないと考えると、教師が分数についての「明確な会話に学習者を引き込む」ことに不十分な点があったのではないかと推測される。そこで以下では、いくつかの特徴的な場面を取り上げ、分数についてのディスコースの観点から分析を行う。

## ４．ディスコースの点で特徴的な場面

### (1) 半分の吟味と分数の導入

第 1 時で折り紙を配布して半分を作らせたところ、縦に 2 等分したものと対角線で 2 等分したものが出された。ただし子どもは折っただけだったので、黒板に貼る際に教師が折れ線に色を付け、1 つ分に当たるピースをそれぞれ塗った。さらに図 2 のような半分の半分が発表された。なお左下のピースは教師に促されて子どもが塗った。これが半分かが問題となり、教師は「半分なの？」と板書して考えさせた。意見をきくと、半分だとする子は、半分に折ることを繰り返していることを指摘した。半分ではないとする子は半分の長方形をかいて「半分はこういう形だから」としたり、「半分って同じ量だと思う」としたり、2 回折ると四角が 4 つになることを指摘したりした。

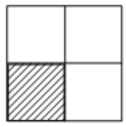


図２：半分の半分

教師は「おり紙 1 まいの」を板書に追加し、「おり紙 1 まいの半分なの？」として、半分とはどういうことかを尋ねた。指名された子は折り紙を縦に 2 つに折って開いた。教師は「こうやったら同じ」と確認した。次の子が 1 回折った半分と 2 回折った半分に言及したことから、教師は図 2 を指し「このまま見たら半分じゃないんだよね」「半分は同じ量だよ、同じ大きさだよって言ってくれてるよね、これ[図 2]はどう？赤[塗った部分]と白は同じ大きさ？」と問うた。子どもたちが「違う」と言い、図 2 は半分と言えないことが確認された。最後に教師は半分の半分が折り紙 1 枚の半分ではないことを再度確認した。

第 2 時冒頭で 2 枚や 1 枚の言い方と対比さ

せ、「1 枚を半分にしているから 1/2 枚」として分数を導入した。そして「1 まいのおり紙を 2 つに分けた 1 つ分」と板書した。同様に半分の半分について「1 まいのおり紙を 4 つに分けた 1 つ分」と板書し、「この大きさのことを」として「1/4 まい」と板書した。また半分の 2 通りの折り方に対して「こうやってやる 1/2 枚もあればこうやってやる 1/2 枚もあるんだね」と説明もしていた。

(2) 等分ではない事例についての検討

第 2 時中程で教師は図 3 のような 1/4 だという分割を示し、等分について話題にした。「これって 1/4 枚?」と問い、考えさせた後で意見を聞くと、上側の幅が「大きく」て下側が「小さい」こと、折り紙が真ん中で折られていないことが発表された。

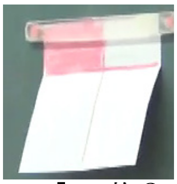
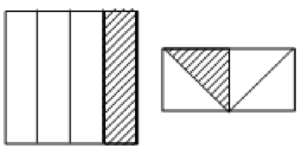


図３：「1/4 枚？」

教師は「半分に分けてない」と板書し、半分に分けてないとはどういうことかと問うと、折り線が真ん中にないこと、縦線がないと考えると半分になっていないことが指摘された。ここから子どもたちは 1/4 ではないとしたので、教師は 1/4 にするにはどうしたらよいかを問うた。ある子が線を真ん中に引くとしたのを受け、教師が「ぴったり重なる」ように「折り曲げたところで線引くときれいな 1/4 に」と言うと、子どもは「なる」と発話した。また第 1 時の「同じ量」という考え方を想起させ「同じりょう」と板書した。

その後、自分で 1/4 を考える活動が行われ、子どもは図 4 左や中の考えを教師に示した。記録者に話しかけた子は図 4 右のような棚を考えると 1/6 ができると話していた。他方で、



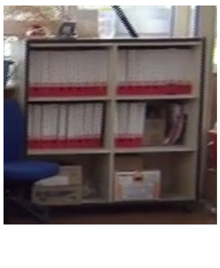


図４：新たな 1/4 と 1/6

この活動の際に、図 5 のように、等分がされていなかったり、どのピースも塗られていない事例も見られた。最後に教師がいくつかの考えを紹介し、確認をしたが、その際、教師は「これ 1 枚のうちの[塗った部分を指し]ここ 1/4」としたり、「4 つに分けた 1 つ分」として確認した。

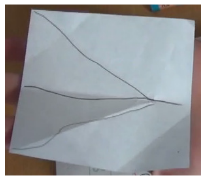


図５：不等分の 4 分割

(3) 等分の再確認と図形の変形

第 3 時冒頭で教師は図 6 の 4 つの折り紙を黒板に貼り、「この 4 つは分数でしょうか、分数じゃないでしょうか、分数なら何分の何でしょうか」と問うた。

全体での確認では一番左に対し子どもは「1/2」とだけ発話し、教師が「大きい 1 枚の折り紙を 2 つに分けた 1 つ分だから 1/2 なんだね」と補足し、「1/2 まい」と板書した。2 番目について教師は「折り紙を 2 個に分けたうちの何個塗ってある？」「1 つだけ塗ってある」「2 個に分けた 1 つ分だから 1/2 だよね」と確認した。3 番目について子どもから「だって 4 個と 1 個」との声が出た。また指名された子は「だって折ってあるから」と答え、さらに「色が 1 個で塗ってない数が 4 個ある」とした。次の子は塗った三角形を指し「この三角が 4 個あるから」と、その次の子は「1 枚の折り紙が 4 個に[聴取不能]」と発話し、教師は「1 まいのおり紙が 4 こに切れている」と板書した。教師が「ただの 1/4 じゃなくて」と問うと子どもたちから「まい」との発話が聞こえた。教師は「1/4 まい」の板書の分母と分子を指し「これ分数、4 つに分けた 1 つ分という意味なんだよ、[「まい」を指で囲み]1 枚の折り紙を[分母を指し]4 つに

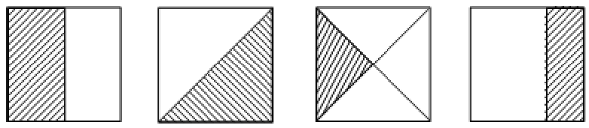


図６：分数かどうかの吟味

分けた[分子を指し]1 つ分、これ分数って言います」と説明した。

図 6 右端が 1/2 ではない理由としてノートには、次のようなことが書かれていた：「大きさがちがうから」；「半分になってねーぞ」；「左だけ大きくて右だけ小さいからおなじりょうじゃない」；「まっぷたつじゃないから」。確認の際には「[2 つの部分の境目が]この線[中央の線]にぴったりじゃないから」や「形が違うから」といった意見が出た。教師は 1/2 と言えないことは確認したが、大きさを確認する行為は見られなかった。

第 3 時中ほどで図 7 の折り紙が提示されると 2/4 と発話した子もいたが、他に 2/2 や 1/4 とした子もいた。1/4 の理由を説明した子は「4 個あるでしょ、それが 1 つ分あるから」とし、1 つ分を確認すると「それが 1 枚」と答えた。別の子は「1 枚の折り紙が 4 こに分けてあるから」1/4 だとした。 2/4 の理由として「今までは 1 箇所しかなかったけど、これは 2 箇所あるから 2/4 だと思う」「この折り紙は 4 個に折って、そのうちの 2 個塗ってあるから 2/4 だと思う」と述べた。教師は 1/2 の意味を「1 枚の折り紙を 2 個に分けた 1 つ分だよ」と確認してから、図 6 の左から 3 番目で「これ[1/4]は、[4 つの三角形を順に指し]4 個に分けた[塗った三角形を指し]1 つ分だな」と説明した。その上で図 7 を指し「じゃあこれは、[小さい 4 つの正方形を順に指し]4 個に分けた、何個ある？」と問うと、子どもたちから「2 つ分」の発話があり、そこから教師は「これは 2/4 って言います」とまとめた。

図７：2/4 の折り紙

さらに図 7 について 1/2 とした人がいたことを紹介した。1/2 と言える理由について、子どもたちは最初「塗ったところが 2 個あってそれが 1 枚あるから」「塗ってあるところが 2 個あるから」「[塗ったところが]2 つあるから[縦の 2 等分線を手でなぞる]これ 2 つに分けた」などとした。教師が折り紙を縦に 2 等分してできる長方形を見せて 1/2 であることを確認してから、図 6 を指し「どれかの形にできないかな」と問うたところ、左下の塗った部分を右下に移動すると図 6 左端になるとの意見が出た。「ほんとに？」と教師が確認すると子どもたちは「そうだよ」と承認した。教師は折り紙を切って確認をし、「これも 1/2」と板書した。

教師は図 8 も提示したが、多くの子が 4/8 と答え、さらに 1/2 の「見えた」理由を、塗った部分を一方に移動するとして説明した。教師は折り紙を切って変形を確認し、「こうやってやると、また一緒の形になるってこと」と説明した。最後に「形がちがっても大きさが同じだったら同じ分数になる」と板書し、変形後の折り紙を指し「形は違うんだけども同じ分数、1/2 になるよってね」と説明した。

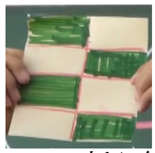


図８：4/8 の折り紙

なお、次の第 4 時で折り紙を用いて分数を見つける活動を行った際、等分になっていない事例が多く見られた。例えば、図 9 左端を作った子は 1/3 と考えた。また中央を作った子は 1/4 とし、記録者がどこかを塗るように言うと右端のように塗った。また折り紙を 4×4 に 16 等分して右下 1 マスを塗った上で、教師に「16 分の何？」と尋ねた子も見られた。他方で折り紙を図 2 のように十字に 4 等分し、3 マスを塗って 1/3 とした子もあった。

図９：等分が意識されない場合

さらに第 4 時から、「おりがみをもっとちっちゃくしたかった」という感想に見られる、折り紙をできるだけ細かく分割し、分母

を大きくしようとする行為が多く見られた。折り紙に線を引いて分割する子も見られたが、その際にピースの大きさを揃えることには注意が向けられていないようであった。

(4) 形は違うものが混在する等分の確認

第5時冒頭で教師が図10左を示すと、教師が何か問う前に子どもたちから「分数になるよ」「分数じゃない」の両方の意見が出た。

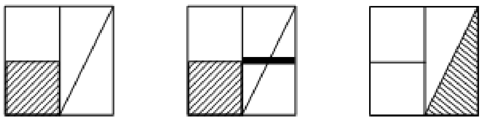


図10：異なる形を含む“等分”

分数でないとする理由として「同じ量じゃない」ことや形が違うことがあげられた。分数だという理由としては、図10中央のように線を引けばよいこと、ピースが4つあることがあげられた。教師はどのピースも折り紙の半分の半分の大きさであることを確認した。しかし子どもたちが納得したように見えず、教師は図10右も示して「この分数とこの分数は同じかな」と問うた。子どもたちは同じとし、理由として左の図の右半分と右の図の左半分を入れ換えることを述べた。「[小さい正方形と三角形を指し]この大きさとこの大きさって同じ？」とさらに問うが、子どもたちの反応はなかった。教師は再度、どちらも半分の半分なので大きさは同じだと確認した。

(5) 等分がわかる形への変形

第6時前半で教師が図1を示すと、何か問われる前に1/6とする子が見られた。他方で「これいけないよ、これ形違うじゃん」「これ半分だったらできるけどさ、これ半分じゃないからできない」と反論する子もいた。教師が「何分の何々、分数を書いて下さい」と問うと、「分数じゃない」との発話があった。分数にならないとした子どもは「小さいの4つでしょ、大きいのが2つ」などと説明し、教師も「大きさがちがう」と板書した。

教師が「大きさが違うからこれは分数に表せない？」と確認すると「変えればできる」との意見や、図1に線を加えて図11左のようにするとの意見が出された。教師は「こうしたら分数じゃないのを分数にできるってこと？」と確認した。これに対し子どもたちは「同じかずになる」「かずが同じになる」と答えた。また分数が2/8であるとの意見も出された。教師は「この形、ここに線を引くと分数に見えるってことなんだね」とまとめた。さらに図11中央を提示すると4/8という発話があったが、教師が「違う分数も見つけてた」として図11右のように直すと、4/4と発話した子が数名いた。最終的には1/2になることを確認し、「全然ばらばらなんだけどこれ[図11右]も1/2に見えるし」「[図11左を指し]この線がなかったら分数に見えないものも分数に見えるってこと」とまとめた。

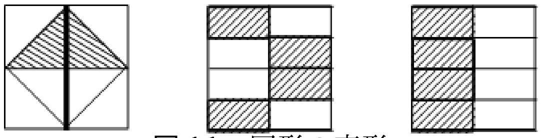


図11：図形の変形

次の第6時後半で、教室の中のものを題材に分数を探し、分数カードに記録したが、第3節で述べたように、3段に分かれた棚の絵をかいて「3個が1個あるから1/3」とするものがあった。他にも2枚の扉の絵で2枚とも塗り1/2としたり、3列6段に分かれた棚の絵をかいて3/6とする子も見られた。さらに円の中にミカンの房のような8個の穴をかき、円を横線で2つに分けて4/8とした子がいたが、その説明は「8個のあなを4個に分けた1つ分の大きさ」であった。同様に、10個の引出しのついたケースの絵で上半分の5個を塗った絵をかいて、5/10と書いた子もあった。

(6) 身の回りのものに関わる確認

第6時後半と第7時前半で教室や校内にあるものを題材に分数を探し、分数カードに記録した。教師は同じ大きさであることに注意を向け、絵の着目した部分に色を塗ることも確認した。第7時後半では子どもの書いた分

数カードをもとに学習が行われた。

まずゴミ箱の絵(図 12)が示され、ここにどのような分数を見つけたかを全員が考えた。分数が 1/2 であることはすぐに共有され、その説明として「1 つのごみばこ 2 こ分の 1/2 の大きさ」「もえるごみともえないごみの 2 つの 1/2 の大きさ」という意見が発表された。

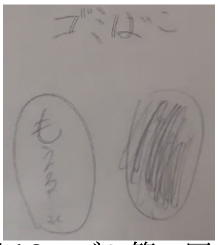


図 12：ゴミ箱の図

次に週予定表のホワイトボード(図 13 右)の絵(図 13 左)が示され、これに対して 1/5、1/15、3/15、4/20 という 4 つの意見が出された。4/20 は最上段の日と曜日を書く欄も含めて考えたものであったが、その欄の高さが他のマスの部分より明らかに低いことから、マスの大きさの違いが確認され、4/20 の考えは適切ではないとして合意が得られた。


図 13：週予定表のホワイトボードとその絵

3/15 は適切とする子どもが、教師が板書した絵(図 14)の下 3 段の 15 マスを数えたことを受け、教師はその部分を黄色で囲った。その後それらのマスが同じ大きさであるのかが問題となり、実際のホワイトボードの前に何人かの子どもが集まり、調べた。結局 1/5 が適切ということにまとまり、教師は「何を 1 としたの？」「この[分子]1 って何？」と問うた。ある子が図 13 左の塗られた部分を囲むと、教師は 5 列それぞれを青く囲み「この大きさが、5 つあるうちの 1 つ分の大きさだから 1/5 はあってる」とした。そして「ホワイトボードの 5 日かんの 1/5 の大きさ」と板書し「ホワイトボードの 5 日かん」の部分が大切であることを説明した。

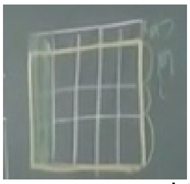


図 14：15 マスの部分

なお子どもの説明では次が見られた：「ホワイトボードのよていをいれるますのぎょう」；「ホワイトボード 5 日分」；「5 このかたまりが 1 つぶん」；「1 つのホワイトボード 5 こ分」；「ボードを 5 この分 1/5 の大きさ」；「1 つのホワイトボード 5 こ分の 1/5 の大きさ」；「ホワイトボード 1 つを 5 つに分けた 1 つ分の 1/5 の大きさ」。

(8) 元の大きさの多様性

第 8 時で分数カードによる神経衰弱のルールを説明するため、教師はりんごの半分が塗られた絵を示した。子どもは「1/2」とだけ答えたので、教師は「何の？」と確認をし「りんご 1 つの 1/2 の大きさ」と板書した。次に折り紙の半分が塗られた絵を示した際も子どもは「1/2」とだけ答えたので、教師は折り紙 1 枚を折ったことを補足し「おり紙 1 まいの 1/2 の大きさ」と板書した。

授業後半で図 15 左のフロアケースとそれが 4 つ並んだものを取り上げた 2 枚のカードについて、同じ分数と考えられるかが話し合われた。教師が左側の絵を指し「これ何分の何て見えますか」と問うと「1/10」との反応があったので、教師は「10 個に分けた 1 つ分だから 1/10 ってことね」と言い、「1/10 の大きさ」と板書した。


図 15：フロアケースとその絵

右の絵についてはある子が「40 個に分けた 1 つ分だから 1/40」と発話したのを受け、教師は「1/40 の大きさ」と板書した。また 1/10 の絵で上 5 段だけを考えると 1/5 だとする子があり、教師は「ロッカーの半分の 1/5」と

板書した。さらに右の絵でも 4 列のうち 1 列だけ見れば 1/10 だとする子があった。教師は「いろいろな分数が見える」と板書し、「形が違っても同じ分数に見えたり、1 つの中でもいろんな分数が見えたりして」とまとめた。

第 9 時で再度、これらの絵が話題にされた際、「引出しの付いてるボックスのぜーんぶの 1/10」「これでっかいの 1 つ見ると」「これでっかいの２組囲んである」「ここだけだったら 1/20 に見えると」などと元の大きさに当たる部分に子どもたちの注意を向けた。さらに「何を 20 個に分けてるの？」などとも問うた。最終的に教師は「何を全部で見ているかによって見える分数は違う」とまとめた。

## ５．ディスコースの観点から見た授業の特徴

### (1) 分数に関わるルーチン

分数の単元では元の大きさが等分されているか、等分されているとすればいくつに分けられているかを確認する行為や、あるピースで元の大きさを測定する行為がルーチンとして確立することが期待されていた。

いくつに分かれているかを確認する行為と等分されているかの確認は、第 1 時で半分に折った折り紙と図 2 を対比する中で現れた。折り紙を半分にする操作やその結果として得られる形に基づき説明する者も見られたが、ある子の「同じ量」への言及から 2 つのピースの大きさ間の関係へと話題が移り、等分になっているかの確認が明示的に実行された。また第 2 時で図 3 を検討した際には、この「同じ量」という用語が想起された。

この後、単元を通して、ピースの大きさが異なる場合には、見た目に基づいて大きさが等しくないとして用語「大きさ」の使用を伴うナラティブが生成され、それがクラスで承認されていた。

例えば第 6 時で図 1 が「分数じゃない」とする子は、「小さいの 4 つでしょ、大きいのが 2 つ」と、見た目の大きさの違いに基づくナラティブを構成し、クラスで承認された。また第 7 時でホワイトボードが取り上げられ、4/20 は適切でないとの意見が出された際も、欄の幅の違いからマス目の大きさの違いが確認され、その説明により 4/20 は棄却された。

他方でピースの大きさが同じという場合は、等分かを確認する行為が明示的には実行されない場合が多かった。例えば第 3 時で図 7 を検討した場面では、塗った部分の大きさと塗られていない部分の大きさが等しいことを直接確認するのではなく、ピースの移動により、図 6 左端の 1/2 についての典型的な形の配列 (arrangement) (Simon, 2006)への変形に基づくナラティブが生成され、それが承認されることで 1/2 という結論が共有された。第 3 時の図 8、第 5 時の図 10 左端、第 6 時の図 1 や図 11 中央の場合ついても同様であった。さらに第 8 時で分数カードによる神経衰弱をした際、図 16 のカードを 1/2 のカードと一緒にとってよいかが議論になると、図 16 の形の配置を換えて図 6 左端と同様にするとのナラティブが承認され、1/2 と一緒にしてよいことが共有された。

図 16：4/8 のカード

Simon(2006)は、合同ではない図形により 4 等分された場合を用いた課題を取り上げ、これで 1/4 と判断できるには、分数が形の配列にではなく大きさの関係に関わるものであることを理解していなければならないと述べている (p. 368)。図 10 左端の場合が 1/4 で表せることを、横線を加えて(図 10 中央)図 2 のような見慣れた配列に直すというナラティブにより子どもたちが説明したことは、大きさに基づく判断になっていなかった可能性を示唆する。

確かに第 2 時の図 3 についての議論では、「ぴったり重なる」ことの確認が行われていた。しかしそれは半分に折る真ん中の線を見つけようとして行われたため、直前で「同じ量」が想起されながらも、「『ぴったり重なる』のだから『同じ量』である」といったナラティブは明確な形では生成されなかった。結果として、等分を確認する手続きとして明示的には実行されなかった。

図 3 の検討に続く第 2 時後半の活動で子どもたちが、図 4 のような考え方をしたり、同じ大きさに区切られた棚から 1/6 を考えようとしていたことは、等分に注意が向きつつあったことを示唆する。しかし他方で図 5 のように明らかに等分ではないものを分数と関連づけている事例も多く見られたことから、等分かを確認する行為がルーチンと言える程には確立されていなかったと言えよう。さらに図 4 についても、折り方や見た目から等分が自明なために、Yoshida & Sawano (2002)が指摘するように、等分を確認する必要性が曖昧になった可能性も考えられる。

実際、第 4 時でも図 9 に見られるように、等分かを確認する行為を伴わない事例が多く見られた。特に分母を大きくしようとする試みでは等分に注意が向けられず、しかも他の子がそれを指摘する様子も見られなかった。

このように、等分かを確認するルーチンが確立されず、等分を保証することに言及していないナラティブでも承認されていたことが、第 6 時になっても、分数について自己とのコミュニケーションを行う際に、図 1 に見られるような、等分かの確認を欠いた状態を生み出したと考えられる。

なお小学校 2 年生の場合には、大きさが同じであることを比べるルーチンとして、1 年の広さ比べで学習したものしかない点には、注意が必要であろう。例えば、図 10 で小さい正方形のピースと直角三角形のピースの大きさを比べようとした際に、一方を他方に等積変形することを既習とは想定しにくい。実際、この 2 種類のピースについて「同じ量じゃない」という意見が出され、また教師は「この大きさとこの大きさって同じ？」と問題提起をしたが、これら 2 つの大きさを直接比べることは授業では行われていない。

この際、教師は 2 種類のピースがどちらも 1 枚の折り紙の半分の半分の大きさであることから、これらが同じ大きさであることを説明した。しかし Simon ら (2004)が、正方形を縦線で半分にした時の 1 つのピースと横線で半分にした時の 1 つのピースについて、どちらも半分だと認めながら、一方が他方より大きいと考えた子どもが多くいたと報告している (p. 315) ことを想起するならば、半分の半分であることに基づき同じ大きさであるとするナラティブが、子どもたちから承認されたとも限らない。2 年の学習において等分かの確認のルーチンを検討する際は、こうした大きさを比較する行為のレパートリーの少なさも考慮する必要があろう。

第 2 時の最後に、等分の意識化のために分数として表せる場合とそうでない場合について感想を書かせた際、「ちがいがあります。それはかたちです」とした子があった。合同から大きさが等しいことまでを含む考えなのか、単に形の配列に基づいているのか、その区別の難しさの問題もここには見られる。

(2) ３つの要素を含むナラティブ

第 1 時で半分を考えた際、教師は半分に折った一方のピースに色を塗ったり、図 2 で着目しているピースを子どもに塗らせたりした。また話し合いを通して「折り紙の 1 まいの」半分なのかに注意を向けるなどしており、3 つの要素が明示的なナラティブとなっていた。第 2 時冒頭で分数を導入する際にも「1/2 まい」について「１まいのおり紙を ２つに分けた １つ分」と板書するなど、元となる 1 枚

の折り紙と「1つ分」との関わりで1/2についてのナラティブが生成された。子どもたちの考えの確認も、「これ1枚のうちの、ここ1/4」などと、元の大きさの「1枚」、着目する大きさの「ここ」、両者の関係である1/4の3つの要素を含むナラティブとなっていた。

第3時で図6に関わる確認の際にも、子どもは「1/2」と2つの要素が欠落した発話をするが、教師は「大きい1枚の折り紙を2つに分けた1つ分だから1/2なんだね」と3つの要素を含むナラティブとなるよう補足していた。図6の左から3番目についても「1枚の折り紙を4つに分けた1つ分」として1/4を確認しており、分数が2量をどのように関係づけているかに言及している。

単元後半の第7時でも、分数カードを記録する際の注意として、教師は同じ大きさである点に注意して考えること、絵をかく際に着目した部分に色を塗ることを伝えた。こうした指示もあり、図12について考えた際の子どもたちの説明は「1つのごみばこ2こ分の1/2の大きさ」「もえるごみともえないごみの2つの1/2の大きさ」などとなっており、右側の塗られたゴミ箱が、2個のゴミ箱を元にした時に、その1/2に当たるとして、3つの要素を含んでいた。

さらに第7時でホワイトボードが取り上げられた際には、子どもが1つ分の大きさを塗り、教師が「この大きさが、5つあるうちの1つ分の大きさだから1/5はあってる」として、着目している「この大きさ」、元の大きさである「5つある[枠]」、それらを関係づける1/5という3つの要素を含むナラティブが生成された。教師は「ホワイトボードの5日かんの1/5の大きさ」と板書した上で「ホワイトボードの5日かん」の部分が大切と、元の大きさの重要性を強調し、3つの要素に注意を向けていた。

第9時で図15の絵を取り上げた際には「引出しの付いてるボックスのぜーんぶの1/10」や「これでっかいの1つ見ると」「これでっかいの2組囲んである」「ここだけだったら1/20に見える」などと、元の大きさに当たる部分に子どもの注意を向けている。「何を20個に分けてるの？」とも問い、最終的に教師は「何を全部で見ているかによって見える分数は違う」とまとめている。着目している1つの引出しは絵で塗られていることもあり、それへの言及は明示的ではないが、元の大きさという要素との関わりで分数を説明するナラティブを確立しようとの意図が伺える。

このように単元を通して3つの要素を含むナラティブが生成されていたが、しかし常にそうしたナラティブとなっていたわけではなく、いくつかの要素が明示的でないナラティブも多く見られた。

例えば、第2時において子どもたちの考えたものを確認した際、「これ1枚のうちの、ここ1/4」と3つの要素を含むナラティブを生成する一方で、直後の「4つに分けた1つ分」という発話では何を分けたかは明示されず、元の大きさが含まれないことになる。

第3時で図6について問う際には、教師は「この4つは分数でしょうか、分数じゃないでしょうか、分数なら何分の何でしょうか」としたが、「この」が黒板に示された4枚の折り紙それぞれを指すとすれば、分数により関係づけられる2つの要素は明示的には言及されていないことになる。

第8時で引出しが10個あるフロアケースを取り上げた際は「10個に分けた1つ分だから1/10ってことね」と言い、「1/10の大きさ」と板書した。ここでは、何を10個に分けたのか、つまり元の大きさに言及されないナラティブが生成されている。同様に、4列のフロアケースに対する「1/40の大きさ」との板書も、元の大きさは示されていない。10段の上5段だけを考えて1/5とした考えに対しは

「ロッカーの半分の 1/5」と板書しており、ここでは「ロッカーの半分」という元の大きさと格助詞「の」の使用が見られる。しかしその後で「いろいろな分数が見える」と板書し、「形が違っても同じ分数に見えたり、1つの中でもいろんな分数が見えたりして」とまとめており、元の大きさのとり方により 1つの引出しとの関係づけが変わり、それにより「いろんな分数」が見えるといった、3つの要素を含むナラティブにはなっていない。

こうしたいくつかの要素が曖昧なナラティブの方も繰り返されることで、この授業で生成すべきナラティブは 3 つの要素を含むべきであることが、曖昧になっていた可能性がある。その場合、授業で何を話題にしているかということ、あるいは分数が何を表すものかということも、曖昧になる。

例えば第 2 時に見られた図 5 ではどのピースも塗られていない。このようにどのピースも塗られていない事例が単元を通して見られたが、これは、1 つ分の大きさが分数についてのナラティブに必要な要素であること、そのナラティブは 2 つの大きさがどのように関係づけられているかに関わるものであるとの理解が、十分でないことの現れとも考えられる。第 4 時で折り紙を 4×4 に 16 等分して右下 1 マスを塗りながら、教師に「16 分の何？」と尋ねた児童は、塗った 1 つのピースの大きさが分数とどのように関わるのかを理解していなかったと考えられる。

分数が何を表すのかが曖昧であると、分子と分母も関連づいたものとしては捉えられなくなる。第 4 時で折り紙を図 2 のように 4 等分し、3 マスを塗って 1/3 とした子の場合は、1/3 で塗った 3 マスと塗っていない 1 マスを表したことがうかがえる。ここでは元の大きさは欠落し、また分数は折り紙の中に見える 2 種類の個数をそれぞれ記録したものとなっている。同様の理解は他の時間にも見られ、例えば、第 6 時後半で 3 段の棚の絵をかいた子の「3 個が 1 個あるから 1/3」も、分母は棚が 3 段あること、分子の 1 は 3 段の棚が 1 個あることの記録と考えられる。2 枚の扉を塗って 1/2 としたものも、2 が扉の枚数、1 はそれが 1 組あることを記録した可能性がある。3 列 6 段の棚に対する 3/6 は列数と段数の記録である。8 個の穴を線で区切って 4/8 とした子では、自身の説明である「8 個のあなを 4 個に分けた 1 つ分の大きさ」が分母と分子の関係を適切には反映しておらず、むしろ全体の個数と半分の個数を記録しているように見える。

第 2 節で見たように、小学校 2 年では分数を量に作用させ、それにより得られる量を話題にすることが期待されていた。授業では、3 つの要素には触れていても、「大きさ」を扱っていることが不明確な場合も見られた。

確かに、第 1 時で図 2 を考えた際には、上述のように 3 つの要素に注意を向けるとともに、「半分は同じ量だよ、同じ大きさだよ」と大きさを明示的に話題としたり、第 3 時で図 8 や図 9 を考えた後のまとめで「形がちがっても大きさが同じだったら同じ分数になる」と大きさを明示的に話題とすることもあった。

しかし例えば、第 2 時最初で分数が導入される際に、教師は着目した大きさを「1/2 まい」と表現し、また「この大きさのことを」と「大きさ」を話題にしながらも、板書では「1 まいのおり紙を 2 つに分けた 1 つ分」としており、「1 まいのおり紙」についても、「1 つ分」についても用語「大きさ」の使用を伴わないナラティブを生成した。

第 2 時の図 3 の確認における「これ 1 枚のうちの、ここ 1/4」や「4 つに分けた 1 つ分」といった教師のナラティブ、あるいは第 3 時の図 6 の確認における「大きい 1 枚の折り紙を 2 つに分けた 1 つ分だから 1/2 なんだね」

や「1 枚の折り紙を 4 つに分けた 1 つ分」といったナラティブも「大きさ」を話題にしていることが明示的ではないものになっていた。個別単位も格助詞「の」の使用も伴っていないので、分数が元の大きさに作用していることも曖昧になっている。

以上より、分数に関わる 3 つの要素や、大きさを話題とすることに関わり、授業の中でそれらを明示的に含むナラティブも生成されていたものの、常にそうしたナラティブが生成されていたわけではなく、要素のいくつかが欠落したナラティブや、大きさを話題にしていることが明示的ではないナラティブも混じる形で生成されていたと言える。

分数についての期待されるディスコースにとって適切で、承認されうるナラティブを生成することは、教師のナラティブに一度触れればすぐにできるものではないと考えられる。実際、第 3 時で図 6 の検討をした際、教師は「大きい 1 枚の折り紙を 2 つに分けた 1 つ分だから 1/2 なんだね」などと 3 つの要素を含むナラティブにより説明していたが、直後の子どもの発話は「4 個と 1 個」「折ってあるから」「この三角が 4 個あるから」などと、3 つの要素を含まないものとなっていた。また第 3 時の「こうゆうかたちは分数にはならない。もしかしたら 1/3 になるかもしれないと考えました」とした感想は、図 6 右端を 1/3 に対応させており、分数について一定の理解を示すが、「大きさ」という用語の使用は見られない。

適切なナラティブの生成がすぐにはできないとすれば、ディスコースにとって適切なナラティブに、子どもたちが単元を通して継続的に接することが必要となる。

なお、第 7 時で図 12 に対する子どもたちの説明は 3 つの要素を含んでいたが、この場合は、ゴミ箱の「大きさ」を問題にしているのではなく、個数に着目している。個数を扱うことは、平成 29 年告示の小学校学習指導要領の解説(文部科学省, 2018)でも 2 年の学習の例として載っている。しかし分数を分数倍変換として考える場合は、元となる「量空間」(田村, 1979)として別のものを想定していることになり、「大きさ」として個数を考えるディスコースが必要となる。また「大きさ」が面積であった際の分数と個数である分数とが統合されるディコースへと拡張される必要があろう。

特に Cobb & Wheatley (1988)が「10 個の 1 (ten ones)」と 10 を 1 つの合成単位とする「1 個の 10 (one ten)」とを区別したことを想起するならば、何個かのものを元の大きさとして 1 つのものと見ることは、1 枚の折り紙を 1 つのものと見ることよりも難しい可能性がある。実際、第 7 時で学内のものから分数を探した際、4 枚の鏡に対して「1/4 まい」[3)]として「かがみ 1 つを 4 つに分けた 1 つ分の大きさ」と書いたり、「ハンガー 4 この 4 こ分の大きさ」として 1/4 と書いたりしたのは、この難しさを示唆するものと言えよう。さらに第 9 時で教師は「何を全部で見ているか」としているが、「全体」の用語が分割を想起させるのに対し、「全部」は個別のものを集めることを想起させる。この点でも、ディスコースが単元前半のものから変容している可能性が考えられる。

第 7 時で取り上げたホワイトボードの場合、元の大きさとした部分は、面積ともとれ、また 1 日の予定を書く欄の 5 個分ともとれるため、説明の書き方も多様なものとなっていた。その中には「1 つのホワイトボード 5 こ分の 1/5 の大きさ」や「ホワイトボード 1 つを 5 つに分けた 1 つ分の 1/5 の大きさ」のように、どの 2 つの量に着目して 1/5 としているのかが不明な説明も見受けられる。元の大きさが子どもにとって捉えやすいもの、あるいは表現しやすいものを用いることも、子どもの生

成するナラティブが大きさに関わるようにするためには必要と考えられる。

(3) スキャンの仕方と 3 つの要素

3 つの要素や用語「大きさ」の使用が発話の中に明示的に含まれないとしても、視覚的媒介物で補うことも考えられる。例えば、図 3 に対し「これって」として、あるいは図 6 に対し「この」として語り始めるとしても、この提示された折り紙という視覚的媒介物を、塗られた部分の大きさ、元の折り紙の大きさ、そしてそれら 2 つの量の間がどのように関連づけられるかに焦点を当てたスキャンの仕方により子どもたちが見ようとするならば、3 つの要素を含むナラティブの生成につながり、期待される分数についてのディスコースの成立が可能となる。

しかし、逆にそうしたスキャンの仕方が子どもたちの間に確立しない場合、代わりに、折り紙の中に現れる形の配置に注意が向く可能性が考えられる。その結果として、3 つの要素が明確ではないナラティブの生成が行われ、それが何度も承認されていくことで、分数について期待していたものとは異なるディスコースが構成されることになる。

前項で述べた 3 つの要素を含み、今のディスコースにとって適切なナラティブを子どもたちが生成したり、承認したりするようになることは、折り紙などの視覚的媒介物に対して、教師が期待するスキャンの仕方を子どもたちと共有できることと併せて考えていくことが必要と考えられる。

例えば、第 3 時最後に教師は図 7 や図 8 に関わり「形がちがっても大きさが同じだったら同じ分数になる」と板書した。ここでは形の配列としては図 6 左端の 1/2 の場合とは異なっていても、塗られた部分の大きさは同じであることに着目している。さらに 3 種類の折り紙では元の大きさが等しいこと(equal-whole, Yoshida & Sawano, 2002) から、元の大きさと塗られた部分の大きさとは同じように関係づけられている。「これ」「この」の指示語により教師は、その関係づけを捉えるように折り紙をスキャンすることを期待したであろう。しかし実際には図 7 でも図 8 でも、ピースの並べ替えにより形の配列を変えることに基づき、それらが 1/2 であるとするナラティブが生成され、承認された。子どもたちも感想に次のように書いていた：「こんなかたちに大へんしんしました。そうしたら同じ」；「クッキーのかたちのを 1/2 まいにしました」。これらは、形の配列に着目して折り紙をスキャンしており、3 つの要素に着目したスキャンの仕方にはなっていない。(1)で述べたように、形の配置を換えることに基づくナラティブが単元終盤まで用いられたことは、こうしたスキャンの仕方における教師と児童の違いが、単元を通して残っていたことを示唆する。

この違いを埋めるためには、教師が適切なスキャンの仕方を明示的に示すことも必要であろう。例えば第 5 時で図 1 を図 11 左のように直した際、教師は「この形、ここに線を引くと分数に見えるってこと」と補足したが、ここでの「見える」が、ある種の形の配置が「見える」ようになることなのか、それとも大きさの関係が「見える」ようになることなのかは、明示的には語られなかった。また同じ場面で「こうしたら分数じゃないのを分数にできるってこと？」との教師の発話も見られたが、分数に「できる」とした場合、変形以前の状態では分数に「できない」ようにも聞こえ、折り紙をスキャンする際に形の配置の変化に注意が向きかねない。今のディスコースにとって適切なスキャンの仕方を反映したナラティブを教師が生成することは、学習者がスキャンの仕方を確立するために重要なことと考えられる。また適切なスキャンの仕方が生じやすいかという観点から、用いら

れる視覚的媒介物を検討することも必要であろう。例えば、3 つの要素ができるだけ子どもに見えやすい視覚的媒介物の方が、適切なスキャンを行いやすいと考えられる。

## ６．おわりに

等分を確認するルーチンが確立されにくい場合に、完全には等分されていない図形について考えさせる課題(石井, 2011; Yashida & Sawano, 2002)を用いて、意図的に等分を行わせることも 1 つの手立てと考えられる。あるいは Simon ら(2004)が提案するような、ピースに当たる短い長さの方を調整して、5 つ分でちょうど与えられた長さになるようにするという課題も、「意図的に 、授業の中で、部分と全体の相互参照を活動として位置づけること」(石井, 2011, p. 68)になろう。

しかしそうした特別な課題を取り上げることと同時に、着目している大きさや元の大きさ、そしてそれらがどのように関係づけられているかを、単元を通じて一貫して話題とし、3 つの要素が明示的に示されたナラティブを教師が生成し続け、学習者も自然にそうしたナラティブを生成したり承認したりしようとするよう配慮することも、数学的ディスコースへの参加を促すという点からは、重要なことであると推測される。

なお、こうした議論は、期待されるディスコースとしてどのようなものを想定するかにより、異なってくる。仮に分数倍変換を直接取り上げることとし、例えば「元の大きさを同じ大きさに 2 こにわけ、その 1 つ分をとることを 1/2 という」などとして分数を定義した場合には、期待されるディスコースも別のものとなろう。そこでは等分を確認するルーチンは同様に想定されるとしても、得られた大きさを元の大きさと関係づけて「もとの大きさの 1/2」とするナラティブよりも、「もとの大きさを 1/2 にする」操作を話題としたナラティブが主要なものとなると予想される。大切なのは、分数を定義するナラティブや他の承認されうるナラティブ、用語の使用、スキャンの仕方などが、期待されるディスコースと整合的だということである。

## 註および引用・参考文献

1) ただし「1/2 と書きます」で何を 1/2 と書くのかに関し、「同じ大きさに 2 こに分けた 1 こ分の大きさを」1/2 と書くのだとすると、分数 1/2 自体が大きさであるとも読める。

2) 宮下 (1991)は「生活に現れる分数は、つねに単位つきである」(p. 85)と指摘し、「それのみで自立しており、量に依存していない」分数を不用意に扱うことや、量の援用に関わる理論が欠落していることを問題だとしている。

3) この時の「まい」も分母の「4」の横に書かれている。


石井康博. (2011). 異なる具体物による等分活動がインフォーマルな知識と方略に及ぼす影響. 日本教育工学会論文誌, *35* (1), 59-71.

糸井尚子. (2008). アナロジーによる幼児の比率理解：図形の形状が及ぼす効果. 発達心理学研究, *19* (3), 243-251.

糸井尚子. (2016). 初期の分数能力の発達に関わる要因. 東京学芸大学紀要・総合教育科学系, *67* (1), 93-102.

糸井尚子, 坂根佳奈, 藤村麻美. (2011). 分数を等分割図により作図する能力と分数学習課題の達成との関連. 科学教育研究, *35* (1), 27-37.

宮下英明. (1991). 分数の教材研究. 日本数学教育学会誌, *73* (4) , 84-90.

文部科学省. (2018). 小学校学習指導要領解説(平成 29 年告示)算数編. 日本文教出版.

Nachlieli, T. & Tabach, M. (2012). Growing mathematical objects in the classroom: The case of function. *International Journal of Educational Research*, *51/52*, 10-27.

中西正治，西村徳寿 (2016). 分割分数から量分数への指導に関する一考察. 数学教育研究(大阪教育大学数学教室), *45*, 11-24.

布川和彦. (2016a). 「数学=パターンの科学」の考えを視点とした算数から数学への移行についての考察. 日本数学教育学会誌, *98* (4), 3–14.

布川和彦. (2016b). 対象把握のためのディスコースと学習のパラドクス. 日本数学教育学会春期研究大会論文集, *4*, 49–56.

布川和彦. (2019). パターンの記述とパターンの対象化の観点に基づく教科書における分数学習の展開についての検討. 日本数学教育学会誌, *101* (12), 2-15.

Pegg, J. & Tall, D. (2005). The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. ZDM, *37* (6), 468-475.

Sfard, A. (2007). When the rules of discourse change, but nobody tells you: Making sense of mathematics learning from a commognitive standpoint. *Journal of the Learning Sciences*, *16* (4), 567–615.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York, NY: Cambridge University Press.

Simon, M. A. (2006). Key developmental understandings in mathematics: A direction for investigating and establishing learning goals. *Mathematical Thinking and Learning*, *8* (4), 359-371.

Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K., & Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35* (5), 305-329.

Cobb, P. & Wheatley, G. (1988). Children's initial understanding of ten. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *10* (3), 1-28.

田村二郎. (1978). 量と数の理論. 日本評論社.

Viirman, O. (2011). Discourses of functions: University mathematics teaching through a commognitive lens. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2103-2112). Rzeszow, Poland: ERME.

Wang, S. (2015). Identifying similar polygons: Comparing prospective teachers' routines with a mathematician's. In T. G. Bartell, K. N. Bieda, R. T. Putnam, K. Bradfield, & H. Dominguez (Eds.), *Proceedings of the 37th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 292-299). East Lansing, MI: Michigan State University.

Yoshida, H. & Sawano, K. (2002). Overcoming cognitive obstacles in learning fractions: Equal-partitioning and equal-whole. *Japanese Psychological Research*, *44* (4), 183–195.