上 越 数 学 教 育 研 究

Joetsu Journal of Mathematics Education

第 38 号

目 次

2023

上越教育大学数学教室

＊上越数学教育研究は 2020 からウエブ上での刊行のみとなりました．

研究論文

上越数学教育研究，第 38 号，上越教育大学数学教室，2023 年，pp. 1-10

分数が明示されない文章題における小学６年生の解決の様相 1)

布川　和彦
上越教育大学

１．はじめに

平成 29 年度全国学力・学習状況調査算数 A2 (4)は 5÷9 の商を分数で表す問題であったが，その正答率は 69.4 %に留まった．平成 20 年度算数 A1(6)の 2÷3 の商を分数で求める問題では正答率が 73.8 %であったので，状況の改善は見られなかった．平成 28 年度に出された 2/9×3 の正答率が 87.1 %であり，約分をしなかったという 2.5 %を加えると 90 %近い正答率であったことと比べると，正答率はかなり低いと言える．

分数自体の計算問題と，分数自体の計算ではないが分数が関与する問題とで正答率が異なることは，中学生にも見られる．平成 20 年度全国学力・学習状況調査数学 A1(1)の 5/7−2/3 の正答率は 85.6 %，平成 22 年度の数学 A1(1)の 1/4+2/5 は 85.7 %であったが，平成 21 年度数学 A3(2)の一次方程式$(3/4)x=(1/4)x-7$では正答率が 53.5 %であった．平成 27 年度の数学 A3(2)の $1.2x-6=0.5x+1$ を解く問題では正答率が 74.4 %であったので，係数が分数であったことの影響が伺える．

中学 1 年の学習では反比例も分数と関係する．平成 31 年度全国学力・学習状況調査数学問題 4 は反比例の表を提示し，その y を x の式で表させるものであったが，正答率は 49.9 %であった．分数の形をした式を用いなかった誤答が 21.1 %見られた．

以上の結果は，その関与が明示的でも，分数が関わると難度が増すことを示している．しかし中学校では明示的に断らなくとも文字式や方程式，関数の学習において分数が関与する場合もあり，その際に学習者は，分数関連の問題として提示されない中で分数を扱うことが求められる．そうした学習が中学校第 1 学年から既に多く行われ，しかも分数の理解が文字式の学習にも影響を与えるとすれば (Booth & Newton, 2012; 大阪数学教育研究会, 1987)，分数が明示されていないが分数が関わる問題を解く過程で，児童が分数をどのように扱うかについて検討しておくことは，小中接続の点からも重要と考えられる．

以上より本稿は，分数が明示されていないものの分数が関わる文章題に取り組む小学 6 年生の解決の様相を考察し，解決を妨げる要因を明らかにしようとするものである．

２．分数が関わる問題における学習者の思考

分数に関わる問題としては，2 m を 3 等分した 1 つ分の長さが何 m かを求める問題がしばしば取り上げられる．平成 22 年度全国学力・学習状況調査でも 2 L のジュースを 3 等分した 1 つ分が何 L かを分数で求める問題が出され，正答率は 40.6 %であった．最も多い誤答は 1/3 で 19.7 %であった．3 等分した 1 つ分, つまり 1/3 については 2 L が基準量だが, 何 L かを考える際は 1 L が基準量である．上の結果はこうした基準量の使い分けに困難があることを示唆するが，進藤(2009)の事例は別の可能性も示唆している．

進藤(2009)は2÷3=2/3であることを学習した後の小学5年生に対しインタビューを行っているが，あえて3÷4の商を分数で表すことを先に問い，その次に2 Lのジュースを3人で分けた時の一人分を問うた．インタビューを受けた3人の児童は3÷4の商を3/4と表すことができたが，2名はそのように習ったからと答え，1名は商を小数で求めた後にそれを分数に直した．ジュースの問題に対し1名はまず小数で答えを求め，他の表し方を問われて2/3と答えたものの，図で説明するよう求めると1つの円を3等分し，その2つ分を塗ったような図をかいたとされる．別の1名は1 Lの2つ分を3人で分けることは理解していたが，図としては長方形を3等分して2つ分を塗ったような図をかいた．他の表し方を問われると小数で答えたが，割り切れないことから自信がない様子であったとされる．三番目の児童も自分では小数で求めて0.67とし，インタビュアーが3÷4を想起させた後に2/3と答えた．進藤(2009)の示す児童の解決では，基本的に2÷3の商を小数で表すことが先行していた．そして，インタビュアーに別の表し方を問われたり，3÷4の時の結果を想起するよう促されたりして，ようやく2/3という分数による表し方に至っていた．

他方で，類似の問題であっても，小数を用いて提示する場合と分数を用いて提示する場合で，児童の取り組み方に違いが生じるとの指摘もなされてきた．坂本(2003)は同一の子どもたちに小学5年時には小数倍の問題を，6年時には小数倍と分数倍の問題を解いてもらった．そして小数倍の問題の解決が1年後にどう変化したかとともに，5年時の小数倍問題の解決と6年時の分数倍問題の解決との関連についても考察している．その分析を通して，小数倍問題では正しい立式をしていながら分数倍問題では演算の決定を誤った者が相当数いたことや，「小数倍問題を解く際には使えていた知識が[分数倍問題では]適用できなくなる場合もあること」(p. 12)を明らかにした．さらに分数倍問題では数量関係を示す「図の正誤と立式の正誤との関連が小数倍問題の場合より弱くなっていた」ことも指摘し，「分数になると，倍の関係は正しく表現できたが適切な演算を選べなかった児童が増えたため」(p. 13)であったとしている．

なおShin & Bryant (2017)はコンピュータ上で面積図を操作しながら考えるソフトウェアを用い，問題の理解や図による表現を意図的に行うことを米国の6～8年の児童3名に指導したところ，整数の分数倍や分数の整数倍に関わる文章題の解決に改善が見られたとしている．これは坂本(2003)が指摘した困難点への対応策を示唆するものとも考えられる．

進藤(2009)は児童が分数の問題を解く過程を詳細に考察しているが，そこで用いられている問題は，商を分数で表す学習の導入で頻繁に用いられる問題に留まっている．そのため，分数倍を用いて思考するというよりも，3等分した量を分数で表すことに重点がある．一方，坂本(2003)は分数倍が関わる文章題を扱っているが，児童の集団における平均正答数に基づく分析であり，解決の途中の思考過程については考察を加えていない．Shin & Bryant (2017)は少数の児童を対象としているものの，やはり解決時の思考過程については分析を行っていない．

そこで本稿では，分数が関わる文章題を児童が解決する際の思考過程を詳細に分析することで，その解決を妨げる分数独特の要因を探ることを目的とする．

３．対象とする解決過程

(1) 研究の方法

小学校6年1クラスにおいて，分数の乗法，除法，分数と小数の計算を扱う授業27回を，観察者の手持ちのビデオカメラ1台で記録した．特に第27時にワークシートに取り組んだ際，比較的長い時間に渡り解決に取り組む

児童の様子が記録できたことから，この時の解決過程を書き下し，考察の対象とした．また解決過程を解釈するための補助的な情報を得るために，同じ児童によるワークシートの他の文章題の解決，および同じ児童の他の授業中における発言や行為についてもビデオ記録から取り出した．

(2) 考察の対象とした解決過程

児童 A は次の問題に約 20 分間取り組みながら，最終的な解答に至ることができなかった：「132 km 進むのに 6 L のガソリンを使う車があります．この車で 60 km 進むには，何 L のガソリンが必要ですか」．A はこの問題を後回しにして他の問題を先に解答し，後でこのガソリンの問題に戻った．A はまず「60 ÷132＝」と立式し，その筆算をしたが，商の部分に 0.45 と書いた時点で筆算と式を消した．次に「132÷6＝22」と書き，さらに「60÷22 ＝」と書いた．60÷22 の筆算を行い，商の部分に 2.7 と書いたところで筆算を消した．

教師が A の所に来た際に「問題がなんか変じゃないですか」と言い，問題を声に出して読んだ．さらに「132 を[聴取不能]して 1 L 当たりの走る距離をやったら 22，22 km なったんですよ，ほいで，ここ[問題文の「60 km」を丸で囲む]何キロ[ママ]かわからないから，1 L 当たりにかかる距離[で]割れば，答え求められるんじゃないかな」と説明した．教師はそのやり方でも間違いではないと伝え，図をかいてみるよう助言を与えた．

A は図 1 をプリントにかいた．図では上段が km を，下段が L を表していた．記入の際はまず右側の縦線を引き，その上側に 132 を，

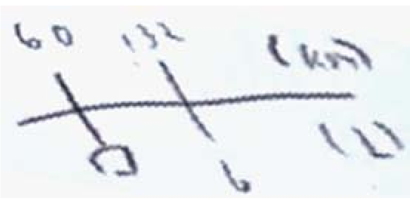

図１：児童 A がガソリン問題でかいた図

下側に 6 を書いた．次に左側の縦線を引き，今度は先に下側の□を書き，後で上側の 60 を書いた．

図をかいたあと 30 秒ほど何もかかずにいたが，図の□から 60 に向かう矢印をかき，その左側に「×22」と書いた．さらに 60 から□に向かう矢印もかき，その左側に「÷22」と書いた(図 2 参照)．そして 60÷22 の筆算を始めたが，商を 2 と立ててひき算をしたあたりで計算を止め，今の筆算と前に書いた「60 ÷22」の式を消した．

図２：矢印の追加された児童 A の図

観察者が約 30 秒間，隣の児童の様子を記録して A の方に戻ってくると，「132÷60＝2.2」の式が書かれ，図で 132 から 60 へ左向きの矢印も追加されていた(図 2 参照)．その直後，特に他の計算をすることなく，答えの欄に「2.8 L」と記入した．隣の児童と話をした後で，A は「答えは何となくわかるんだよね，答えはわかるけど式がわかんない」と発話した．

A は「ここに」と言って図の□をなぞり，その中に「2.8」と記入した(図 2 参照)．その後，図の上で鉛筆を動かしていたが「え，なんでえ」「なんで答えわかるのに式が立てらんない，え，おかしい」と発話し，「132÷60 ＝2.2」の式も消した．「28÷6＝」と書いて 28÷6 の筆算を始めながら，「どうやって式立てるの」と発話した．筆算の途中で式や筆算の 28 を 2.8 に直して商も修正した．筆算を続けて商が 0.466…となりそうな状態になると「これ答え求めらんない」と言い，筆算を消した．そして「式どうすんの，ほんとに意味がわかんね」と発話した．観察者が答えはいくつだったのか尋ねると「答え 2.8 なんです

よ」と答えた．

ここで教師は全体に向けて，今のガソリンの問題について図をもとに考えてみてはどうかと補足した．その補足の途中でも A は式を新たに「6÷2.8＝」と書き，6÷2.8 の筆算を始めた．商の部分に「0.」と書いた後，「あ間違った」と言って商の部分を消し，黒板の図を見たが，自分の図は直さなかった．

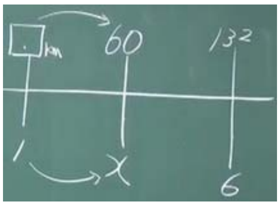

図３：補足説明の際に教師が用いた図

黒板の図をしばらく見ていたが，「22 なんですよ」と言い，「6÷2.8＝」の「2.8」の下あたりに「22」と書いた．すぐに「6÷2.8＝」「22」と筆算の全てを消し，改めて「132÷6＝22」の式を書いた．「逆で割ってみたらなんかできるかもしれない」と言い 22÷60 の筆算を始めるが，途中で「これも割りきれない」と言って筆算を消した．

「132÷6＝22」を残したまま再び「60÷22=」と書いて，その筆算を始めたが，「えーっ」と途中で言って計算を止めた．「答えは地味に自信がある」と発話し，また問題文の「132 km」を指して「なんか，この割合的になんか，[「132 km」と「60 km」を丸で囲みながら] 割合的になんか 2.8」と発話した．それから「132÷6＝22」「60÷22＝」の式と 60÷22 の筆算を消した．

観察者が分数の使用を助言すると，「なるほど」と言って 132÷6 の 132 と 6 を分数に直して「132/1÷60/1＝(132×1)／(1×60)」と書き，約分をして答えを 11/5 と求めた．「やっぱ 2 点」と言うが，少しして「そしたらなんかおかしい気がする」「あそっか，6 が関係なくなる」「そっか」と発話し，しばらくしてこれらの式を 11/5 も含めて消した．隣の児童が答えだけ書くのもありだと言うと，「もう答え書いてる」と応じた．

この後「132÷2＝66」「60÷66」の式を書き，60÷66 の筆算を書きかけたが，計算を始める前に「これ割る 3 した方がわかりやすい」と発話し，筆算の途中で「132÷」を残して消してしまった．そして「やっぱ割る 3 だ」と言い「132÷3＝44」とした．次行に「60÷44」と書き，60÷44 の筆算を始めた．

筆算をしている途中で教師は全体に対して，距離 60 km が 132 km の半分以下なので，答えのガソリンの量が 6 L より多いわけがないことを確認した．この時 A は「大体答えはわかる」と発話した．上の筆算で商を 1.36 と立ててひき算をするあたりで計算を止め，筆算と 2 つの式「132÷3＝44」「60÷44」も消した．

さらに「132÷12＝11」と書き，60÷11 の筆算を始めた．商を 5.4 と立ててひき算をしている途中で筆算を消し始め，「残っちゃいますねえ」と発話した．消した後で「ん，待って待って」と何か気づいたような声を出し，6÷132 の筆算を始めた．商を 0.05 としてひき算をした後で「132÷12＝11」の式を消して，「6÷132」と書いた。隣の児童が「一緒に答え見よう」と言うと「いや，やだやだ」と応えた． 6÷132 の筆算を続けて商を 0.053 とするが、ひき算の途中で「ああ」と言い，鉛筆を放り出した．

筆算や式を消して「3÷」とだけ薄く書いた．「逆の場合は」と発話して「6」と書くがこれを消し，「132÷6＝22」「22÷6＝」と式を書いた．22÷6 の筆算を始め，商を「3.」と立てた時点で「ああ」と言って今の筆算と「22÷6＝」の式を消した．あくびをしながら 30 秒ほど何もせずに過ぎ，途中で友だちに名前を呼ばれても反応しなかった．この時点で解決時間が終了となった．

(3) A の他の問題に対する解答

児童 A の解答を考察するために，同じワークシートにあった他の文章題について，A が

どのように解答していたかを見ておく．

900 円の商品を 35 %引きで買った時の値段を求める問題では，900×0.65＝585 と式を書いてその筆算を行い，答えの欄には 585 円と書いていた．ここでは割合についての基本的な関係を捉えて，適切な式として表現することができていた．

体重の約 2/25 が血液である時に体重が 40 kg の人の血液の重さを求める問題では，40×2/25 と立式した．40 を 40/1 と考えて分数どうしのかけ算として(40×2)/(1×25)と変形し，約分して 16/5 と求めた．答えの欄には約 16/5 kg と書いた．

面積が 1(4/5) m^2 で横の長さが 0.75 m の長方形の縦の長さを求める問題では，1(4/5) を 9/5 に，0.75 を 3/4 に直して，9/5÷3/4=(9×4)/(5×3) を計算して 12/5 と求めた．

(4) A の他の授業での様子

他の授業時間における児童 A の発話や行為のうち，関連するものも見ておく．

第 7 時で 2/5÷1/2 を考えた際，ある子が 1/2 を 1÷2 とし，さらに 2/5÷2=1/5 と答えたが，その 1/5 と正答の 4/5 を比較して，児童 A は「1/5 があと 3 個必要」と発話した．

第 12 時で分数÷分数の計算ではなぜ除数の逆数をかけるのかを考えた際，教師が 2/3÷7/8 を例として出すと「1/2 の方がわかりやすい」と発話した．指名されると確かめ算をするとして 2/3÷7/8＝□だったら□×7/8=2/3 にすると言い，さらに図に表すとした．教師が数直線を板書し，他の子の声に応じて 1 から 7/8 に向かう矢印と「×7/8」を書いた直後，A は「これが 1/2 だったら絶対出来る」「1/2 だと説明しやすい」と発話した．A はしばらく考えていたが，説明できずに座った．座った後で「1/2 ならわかる」と言い，教師が 2/3÷1/2＝□，□×1/2=2/3 の式とその数直線をかいて矢印も入れたところ，A は「1/2 を小数で表すと 0.5 だから，0.5 から 2 倍すると 1 になるじゃないですか，だから÷1/2 は×2 ってなる，×2 ってことはそれに伴って 2/3×2 をすると答え求められる」と説明した．

第 13 時で練習問題に取り組んだ際は，A は早く終わった児童として，教師から他の子の丸付けをする係をまかされた．

第 20 時で数直線をもとに立式することを確認する授業が行われたが，ある子から 1 に対応するのが 8/21 の時に 3/4 に対応する値を求める問題が提案された．教師が 1 から 3/4 に向かう矢印と「×3/4」を記入した数直線を板書した後に式を発表させた際，A は指名され 8/21×1/4 と答え，周囲の子から分子が 3 だと指摘された．

第 21 時では図 4 のような位置にある x を求めることを考えた．横向きの矢印に基づく考

図４：第 21 時で扱われた関係

え方が出された後，まだ縦向きの矢印は教師により記入される前の段階で，A は図 4 の数量関係について「1 が元になる数になって」と発言し，自分で次のような問題を作って説明をした：「ひろしくんの体重は 30 kg です．弟の体重は 20 kg です．ひろしくんの体重を元にした時に弟の体重は何％でしょう」．この問題では 20÷30 で割合が求められたこと，同様のことは小数でも分数でも言え，元になる数で割れば求まるので，図 4 の場合も 2/3÷5/4 をすればよいと説明した．さらに図 4 の「100 %」と「x %」を A は自分から記入した．

第 23 時では分数と小数の混在する計算が扱われたが，例えば練習問題の 0.6+4/9 では，通分した場合の分母部分 /45 をすぐに書き，その後 27/45+20/45=47/45 と計算した．

第 25 時で 15 m が 9 m の何倍かを求める場面で，隣の子が「9 を元にする」と言うと，

Aは「9を元にするから15÷9」と言い，隣の子が「0.6」とすると「え違う，1点，1点，1点えー」と指摘し，さらに「ほんと割れない」と続けた．隣の子が「分数で表すんじゃね」と言うと，Aは「15÷9だから15/9，つまり5/3」と応えた．

４．解決を妨げた要因

(1) Aの解決過程の特徴

児童Aはガソリンの問題を解決することができなかったが，問題場面中の数量関係を反映した式を立てることはできていた．Aが書いた式「60÷132＝」は60 kmが132 kmの何倍に当たるかを求める式であり，この商を，132 km走るのに必要なガソリンの量6 Lにかけることにより，60 km走るのに必要なガソリンの量を求めることができる．

次に書いた「132÷6=22」「60÷22=」はガソリン1 L当たりで走る距離を求め，走る距離60 kmをそれで割っているので，やはり60 kmを走るのに必要なガソリンの量を導くことができる．実際Aは，近くに来た教師に「1 L当たりの走る距離をやったら22 kmなった」こと，60 km分が「わからないから，1 L当たりにかかる距離[で]われば，答え求められる」ことを伝えていた．

教師の助言でかいた図1も，問題文中に出てくる数量の関係を適切に表現していた．そこに加えた□から60に向かう矢印と逆の矢印，矢印の脇に書いた「×22」，「÷22」は，132÷6で求めた22という数値が132と6の間の関係を表す数であり，なおかつ同じ乗法的な関係が60と□の間にもあることを理解していたことを示している．なおここでAが記入した縦方向の矢印については，第21時において教師により図4と同様の仕方で導入されたものであり， Aはそれを自身の解決において適切に用いたのであった．

この図に対してAは，後で132から60に向かう横方向の矢印も追加したが，その際に132÷60＝2.2の式も書いていた．この式の商から横方向の矢印を「÷2.2」と考えれば，6÷2.2によりやはり答えである60 kmの時のガソリンの量を求めることができる．

このように，児童Aは今の問題について，問題場面中の数量関係を適切にとらえていたと考えることができる．彼は同じワークシートにあった値引きの問題と血液の問題を正しく立式して正解しており，それらの問題でも乗法的な数量関係を適切にとらえていた．特に血液の問題では割合が分数で与えられていたが，その場合でも数量関係を適切に捉えられていたことになる．さらに第21時では2/3が5/4の何倍になるかを求める際に2/3÷4/5をすればよいことを，自分で作った割合の問題の解決との類似性に基づいて説明しており，このことからも，乗法的な数量関係をとらえることができていたと言える．

しかし解決過程中盤で導出過程が曖昧な「2.8 L」という答えを見出し，「答えわかるのに式が立てらんない」と発話した後の時点から，Aはこの“答え”と考える数値を参照して式を考えるようになった．「28÷6＝」を「2.8÷6」に直して筆算をしたが，確かにこれは，図中の6 Lから□に向かう矢印が何倍であるかを求める式となっている．また教師が図3をもとに話をしていた際に計算していた6÷2.8は，逆の□から6 Lに向かう矢印に当たる倍を求める計算となっている．2.8を用いながらも，ここまではまだ問題場面の数量関係を反映した式が立てられていた．

しかしその傾向は弱まっていく．その後，改めて「132÷6=22」を書いた際は， 「逆で割ってみたらなんかできるかもしれない」という理由で22÷60の筆算を始めた．「22」は図の60と□を結ぶ矢印に対応する値であるとは言え，この22÷60の式は問題場面の数量関係を反映させた式とは考えにくい．

さらに再度「132÷6=22」と「60÷22=」の式に戻るが，解決過程の最後の方では「132÷2

＝66」と「60÷66」や，「132÷3＝44」と「60÷44」の式を書き，60÷66 や 60÷44 の筆算を行った．除数の 2 や 3 は問題場面に特に関係がないので， 60÷66 や 60÷44 も問題場面の数量関係を反映していない．その後で書かれた「132÷12＝11」や筆算をした 60÷11 も，除数 12 が問題場面に関わる数量ではないことから，場面中の数量関係を反映した式ではない．

解決過程の終盤では 6÷132 の式，つまり 1 km 当たりに必要なガソリンの量を求める式を書いたり，「逆の場合」として「132÷6=22」と改めて書いたりしてはいるが，以前のように 60÷22 ではなく 22÷6 の筆算を始めたことは，終盤においても場面中の数量関係をもとに立式をすることが十分には行われなくなっていたことを示している．

児童 A は最後の部分で数量関係に基づかない立式を多くするようになったが，中盤までは数量関係に基づく立式を行っていた．この転換の前に行っていたのは，数量関係に基づいた式の答えを求めるために除法の筆算を実行することであった．その際に商が循環小数となり確定した値を得ることができず，その結果筆算を中断することを A は何度か繰り返した．A が答えを「2.8」のような小数第 1 位か第 2 位で確定する小数として求めようとしていたとすると，そうした値が筆算で得られなかったことで，自身の納得のいく解答に至ることができなかったと考えられる．

例えば A は「60÷132＝」を筆算として行い，商を小数により求めることになったため，割り切れないことに気付き，この筆算を中断した．この商が確定し，走った距離 60 km が 132 km の何倍かがわかれば，図 2 の横矢印を基に，それを 6 L にかけて答えを求めることができたはずである．60÷22 や 6÷132 の商についても同様と言える．2.8÷6 を中断した際も，商が 0.466･･･となり，「これ答え求めらんない」，「式どうすんの，ほんとに意味がわかんね」と発話した．

こうした状況において有効なのは商を分数の形で表し，分数による結果を答えや次の式のための数値として利用することである．例えば，60÷132 の商を 5/11 と求め，この分数を 60 km が 132 km の何倍かを表す数として認めたならば，これを 6 L に乗ずることで 30/11 という答えに至ることができた．

確かに児童 A は一度だけ，観察者が分数の使用を促した際に，商を分数の形で求めていた．観察者は商を表す分数の使用を示唆したつもりであったが，A は 132÷60 の代わりとして(132/1)÷(60/1)と立式した．しかしこの形にしたことで分数のわり算として意識され，(132×1)/(1×60)と計算し，結果として 11/5 という分数の商を得た．ただ A はこの直前に問題文の「132 km」と「60 km」を丸で囲みながら「割合的に」と発話していたにも関わらず，今の商 11/5 を図 2 の横方向の矢印と関連付けることはせず，したがって□×11/5=6 や 6÷11/5 と立式することもなかった．

こうした児童 A が分数を避けたり積極的には用いようとしなかったりする傾向は他の場面からも伺えた．例えば 900 円の商品を 35 % 引きで買った時の値段を求める問題は分数の乗法・除法についてのワークシートの問題として出されており，900×65/100 として約分をすれば 9×65 により答えを求めることができたが，A は割合を小数で表して計算をしていた．長方形の面積の問題では面積が分数で与えられていることもあり，0.75 を 3/4 として計算をしていたので，分数を利用して解決できなかったわけではない．しかし，値引きの問題では問題文中に分数が現れないこともあり，分数を利用することはなかった．また第 25 時で 15 m が 9 m の何倍かを求める場面では，最終的には 15÷9 の商を 15/9 や 5/3 として表すことができたが，隣の子が「0.6」としていたこともあり，最初は「1 点」と小数により商を表そうとし，「ほんと割れない」とも発話した．分数にしたのは隣の子から「分数

で表すんじゃね」と指摘されたからであり，自分から分数にしたのではなかった．

児童 A は第 23 時の計算や第 27 時のワークシートにおける面積の問題の計算に見られるように，小数と分数が混在する場合に小数を分数に直して計算することはできた．また第 7 時で 4/5 が 1/5 に対して「1/5 があと 3 個必要」だと指摘したことにも見られるように，分数を単位分数のいくつ分として見ることもできていた．こうした見方が分数を数として捉えるために重要とすれば(例えば Braithwaite & Siegler (2021))，A は分数を基本的には数として捉えていたと言える．さらに第 21 時で必要な式が 2/3÷5/4 となることを説明した際に，元にする数で割れば割合が求まることは小数でも分数でも言えると自分から指摘したことを想起するならば，A は分数で示された場合には，分数を含む倍の関係を整数や小数と同様のものとして捉えてもいた．

それにも関わらず，上述のように 15 m が 9 m の何倍かを自分からは分数倍として表さなかったし，第 12 時で 1 から 7/8 への矢印が表す 1×7/8=7/8 の関係から 7/8÷7/8=1 や 7/8×8/7 =1 などの関係を推論し場面を意味づけることもなかった．こうしたことから，公式の適用を越えて，2 数を分数倍により関連付けたり，分数倍から新たな情報を得たりすることが自然にできる状態にはなかったと考えられる。

以上から児童 A の解決の特徴として，分数やその使用が明示されていない場合に，数値間の関係を分数で表し，それを用いて推論を進めようとはせず，そのために思考が停滞してしまったことがあげられる．今回の問題では整数値で与えられた 2 量の割合を分数により表し，その割合を次の計算で利用する必要があったが，児童 A は分数のワークシートという文脈において問題に取り組みながら，それらの割合や倍関係を分数として捉えたり利用しようとしたりせず，そのために解決を必要以上に困難にしたと言える．

(2) 指導への示唆

児童 A の場合，分数が関わる文章題の解決において，問題場面中の数量関係に基づく立式もでき，また第 25 時での様子から整数どうしの除法の商を分数で表すこともできないわけではなかった．したがって，問題文に分数を含む文章題でも数量関係を適切に捉えられるようにするとか，商を分数で表すことを十分に理解させるといったことで改善するとは言えないであろう．むしろ，問題中に直接は分数が現れていないような文章題であっても，なんらかの計算の結果を自分から分数で表すことや，その分数を文章題に関与する数として受容し，答えや途中結果としてその後の思考において積極的に利用していくことが自然にできるよう，分数の理解を深めることの必要性が示唆される．

ガソリンの問題では問題文中に現れる数値は全て整数により与えられていたが，児童 A は除法の筆算を行い，途中で計算を止めたものの，小数で結果を求めようとする様子を見せた．他方で 60÷22 という答えを与えうる式を立てながらも，その商を分数で表現しようとする様子は全く見られなかった．また観察者に言われて 11/5 という答えにつながりうる途中結果を得ながらも，これを倍を表す数と捉えたり，次の式で利用しようとしたりする様子も見られなかった．分数が最初から示された問題でなくとも，途中で商を求める場合に，筆算をして整数や小数で求めることと，分数により商を表すことが，少なくとも同等の水準で選択されることが求められる．

小学校第 5 学年で商を分数で表すことや，第 6 学年の分数の除法の学習で何倍かを分数で表すことは学習するが，本稿の考察から，整数どうしの商をより積極的に分数で表したり，その分数をその後の推論で積極的に利用したりする機会を，十分に設けることが必要と言える．例えば今回の問題で分数は，1 km 走るのに必要なガソリンの量 1/22 L や，問題

の距離60 kmが132 kmの何倍かを表す5/11などの割合を表すのに用いることができる．こうした量や割合を分数で表した後，それらを次の立式や推論で用いるところまでを一つの経験と考えるということである．

「割合を表すことに適しているのは分数である」(杉山, 2014, p. 6)と言われたり，割合の表現として分数を利用することで割合の文章題の解決を促進しようと試みられたりしてきた (岡田, 2009)．実際，2量の値が整数m，nで与えられている場合は，$m=n\times(m/n)$のように，それらの整数をそのまま分母や分子とするだけで，mがnの何倍かの割合を分数により表すことができる．分数のより積極的な利用を促すためには，倍や割合を分数で表すことのこうした利点を感得することも必要である．

今回の問題の解決でも，児童Aがかいた図2の60から□に向かう矢印の関係，すなわち132から6に向かう矢印の関係を分数を用いて×6/132と表せるが，約分せずにとりあえずこのままの形で残しておけば，これが132と6の間の関係であるという情報を保ちながら，なおかつ割合を表す数として60×(6/132)などと次の式の中で用いることもできる．×6/132を児童Aがしたように÷22とした場合には，この22が何と何の関係を表す数であるかの情報は数字の中には直接残らない．

第20時では分子を言い間違ったものの，1から3/4に向かう矢印があれば児童Aは立式につなげることはできていた．しかし第12時の説明では7/8を避けたり，1/2も0.5に直したりした．これらを考慮すると，1が7/8の8/7倍であるとか1が1/2の2倍であるなどといった，分数を含む倍関係を柔軟に使えることも重要となる．例えば式6＝132×(6/132)を2数間の関係として把握することは，こうした倍関係の利用を支えるものと考えられる．

したがって，単に商を分数で表したり除法の計算により分数倍を求めたりするだけでなく，分数を用いると何と何の関係を表すのかの情報を残しながら倍関係を表せるという利点を明確にしながら，分数倍を柔軟に利用できることが重要となる．例えば$m=n\times(m/n)$だからmがnの(m/n)倍という関係にあることや，mを(n/m)倍するとnになることを把握したり，$(m/n)\times(n/m)=1$をm/nの(n/m)倍が1になるという関係と捉えたりすることがより意図的に扱われる必要がある．そうして把握された分数倍を次の立式で利用することを通して，分数倍を小数倍と同等のものとして捉えることが出来るようにしていくことも重要であろう．

分数を数として理解することに関わっては数直線上に分数をとる課題や分数の大小比較を行う課題に注意が向けられてきた(Barbieri et al., 2020; deVries et al., 2022)．しかしこうした課題に正答できるだけでなく，整数や小数を利用する経験と同様の経験が，分数についても保証されているかを吟味し，不足している場合には意図的に採り入れていく必要があること(布川(2021b)参照)を，児童Aの解決は示唆している．

分数は分割等の操作から発生し，それが1つの数へと移行することが求められる(布川, 2019, 2022)．プロセスとして発生したものが「あたかも数を構成するように新たな計算の中で用いられる」(Sfard, 2008, p. 120)ことが数学的対象としての成立にとって重要であるならば，分数を別の式に代入し，その後の計算で用いていく経験は，分数を数として捉える上でも重要な機会になると期待される．

５．おわりに

本稿では，分数が関わる文章題を小学6年生が解決する過程について詳しく検討した．その結果，分数が問題文中に現れない場合，児童が必要な数量関係を把握でき，必要な計算技能を有する場合であっても，分数を自ら導入しようとはせず，そのためにかえって解決を困難にしてしまうことが明らかになった．

こうした様相は，分数が整数や小数と同程度には数として児童から捉えられていないことの一つの現れと考えられる．分数が他の数と同様なものとして語り続けられ，学習者が分数を他の数と同様に理解するようになることが重要となる(布川(2021a)参照)．さらに分数の利用により得られる利点についても，その語りの中で経験されていく必要があろう．

謝　辞

本研究は JSPS 科研費 JP20K03271 の助成を受けたものである。

註および引用・参考文献

1) 本稿は日本数学教育学会第 55 回秋期研究大会での発表原稿を大幅に加筆・修正したものである。

Barbieri, C. A., Rodrigues, J., Dyson, N., & Jordan, N. C. (2020). Improving Fraction Understanding in Sixth Graders with Mathematics Difficulties: Effects of a Number Line Approach Combined with Cognitive Learning Strategies. *Journal of Educational Psychology*, *112* (3), 628-648. http://dx.doi.org/10.1037/edu0000384

Booth, J. L. & Newton, K. J. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper’s doorman? *Contemporary Educational Psychology*, *37*, 247–253. http://dx.doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.07.001

Braithwaite, D. W. & Siegler, R. S. (2021). Putting fractions together. *Journal of Educational Psychology*, *113* (3), 556–571. https://doi.org/ 10.1037/edu0000477

deVries, K. J., Booth, J. L., Young, L. K., Barbieri, C. A., Garfield, E. M., & Newton, K. J. (2022). Using worked examples as a scalable practice for teaching fraction magnitude and fraction computation. In P. M. Jenlink (Ed.), *Mathematics as the Science of Patterns: Making the Invisible Visible to Students through Teaching* (pp. 127-151). Information Age Pub.

岡田いずみ (2009). 割合文章題解決における介入授業の効果：分数表示方略の提案. 教授学習心理学研究, *5* (1), 32-41. https://doi.org/10. 20629/japtl.5.1_32

大阪数学教育研究会 (編著). (1987). 分数・文字式を教えるということ. 明治図書.

坂本美紀 (2003). 小学校算数における小数倍および分数倍の問題解決に関する縦断的研究. 心理科学, *24* (1), 1-17. https://doi.org/10.20789/ jraps.24.1_1

進藤芳典 (2009). 数感覚を重視した分数の理解に関する研究. 上越数学教育研究, *24*, 75-84.

布川和彦 (2019). パターンの記述とパターンの対象化の観点に基づく教科書における分数学習の展開についての検討. 日本数学教育学会誌, *101* (12), 2-15. https://doi.org/10.32296/jjsme.101. 12_2

布川和彦 (2021a). 分数の授業に見られるディスコースの特徴. 日本数学教育学会第 54 回秋期研究大会発表集録, 25-32.

布川和彦 (2021b). 量から数への移行の観点からの自然数と分数の学習の比較. 上越教育大学研究紀要, *40* (2), 361-372.

布川和彦 (2022).「量分数」の再検討：「測定値としての分数」を視点として. 日本数学教育学会誌, *104* (2), 2-13.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

Shin, M. & Bryant, D. P. (2017). Improving the fraction word problem solving of students with mathematics learning disabilities: Interactive computer application. *Remedial and Special Education*, *38* (2), 76-86. https://doi.org/10.1177/0741932516669052

杉山吉茂 (2014). 分数のよさを生かそう. 算数授業研究, *92*, 4-7.

実践報告

上越数学教育研究，第 38 号，上越教育大学数学教室， 2023 年， pp. 11-14

分数の扱い方から見る子どもの分数の捉え方

高橋　麻実
上越教育大学大学院専門職学位課程 3 年

１．はじめに

分数の扱いに困難を示す子どもが多いことが度々指摘されている。子どもの様子からも分数への苦手意識が見て取れる。問題の中で分数が扱われていたり，答えが分数になったりすると途端に問題を解くことに対する意欲が低下したり，解答への自信が無くなったりする様子が見られる。

全国学力・学習状況調査においても分数の計算や分数を扱う問題が出題されている。分数の加減乗除の計算や除法の答えを商分数で表す問題などについては，いずれの問題も正答率は 7， 8 割，問題によっては 9 割を超えている。整数の計算と比べれば正答率は低いが，分数の計算ができないというわけではないと考えられる。一方で，分数の意味や大きさを問う問題 (平成19年度 , 算数 A, $\boxed{3}$(3)) については，正答率が 5 割程度のものもあった。

これらのことから，子どもたちは分数に関わる計算の方法は理解しているが，分数そのものの意味や大きさを捉えることができていないと考えられる。分数の意味や大きさを捉えるのに困難がある中で，子どもたちがどのように分数を扱い，捉えているのかを分析することで，分数を指導する際に重視すべき点を明らかにできるのではないかと考えた。

２．目的と方法

本稿の目的は，分数を扱う場面での子どもの様子から，子どもが分数に対して抱える難しさを考察し，分数など数についての指導に活かすことである。

方法は，学校支援プロジェクト等を通して見られた分数を扱う場面での子どもの様子を分析することである。そして，これらに共通する点を抽出することで子どもの直面する困難を明らかにする。

３．先行研究の検討

これまでの研究や実践報告等から，子どもが分数を苦手とする実態が明らかになっている。

今井ら (2022) において，小学 3 年生から 5 年生に対して知識・能力を測る調査が行われている。その調査で小数と分数の大小関係や心的数直線上での小数と分数の相対的位置を問う問題があった。それらの結果から，今井ら（2022）は「多くの子どもたちが，分数や小数の概念的な理解ができていない」と述べている。また，分数の大小比較については，ケーキのような「具体的なモノ」が与えられた場合とそうでない場合とを比較すると，「具体的なモノ」が与えられた場合の方が正答率が高い結果になっている。

進藤 (2009) では，小学 5 年生に対して分数の単元の授業後にテストを行い，テストの問

題について児童にインタビューを行っている。それらの結果から，進藤 (2009) は児童の分数の理解の様相について以下のようにまとめている。

・除法の答えを商分数で表す問題に関して，「答えは出せるが，その説明ができないという場面があった」。同様の内容が授業で扱われた時には「機械的に答えていた」。その後のインタビューから，分数を「小数と結びつけることによって理解」していたことが明らかになった。
・文章題において答えを小数で表すと無限小数になってしまうことを通して，「分数で表した方がいいという意識，すなわち分数で表すことの『よさ』の認識が認められた」。
・問題を解くこと全体を通して，「児童が問題の答えを機械的に導けることに満足してしまい，その後の数感覚を伴った分数の理解に至らないことが多い」。

4．分数を扱う場面における子どもの様子

問題を解く過程での分数を扱う場面において観察された子どもの分数の扱い方から，以下のような子どもの分数の捉え方の特徴が見出された。計算のように分数を形式的に扱う場面ではなく，方程式の解や数の大小比較など分数を 1 つの数として学習者が意識して捉えることが求められる場面を中心に取り上げる。

(1) 答えを分数でなく小数にする

中学 1 年生の 1 次方程式の問題において，方程式の解が分数になるものがあった。その際に，ある生徒は解を一度分数で表し約分をした上で，さらに小数に変換していた。図 1 は，生徒 A が解いていた方程式の解決の一例である。

生徒 A は，この問題の他にも解が分数になった際に，同様に分数を小数へと変換した後に解としていた。分数から小数に変換する際に何度か計算間違いが見られたため，分数から小数に直そうとすると計算間違いをする可能性があることに触れ，解は分数のままでもよいことを伝えたが，その後も分数を小数に変換する様子が見られた。

中学 1 年生の生徒 A

方程式を解き進めた結果

$$80x = 4$$

$$\frac{80x}{80} = \frac{4}{80}$$

$$x = \frac{1}{20}$$

と，分数で答えが出た後に，分数を小数に変換し

$$x = 0.05$$

を解とした。

図 1　生徒 A による方程式の解決

(2) 分数の大小比較

中学 3 年生の 2 乗に比例する関数の学習において，変域を求めるために分数と整数の大小を比較する必要のある場面があった。その際に，ある生徒は分数を小数に書き換えて大小を比較していた。図 2 は，生徒 B が分数と整数の大小比較を行なっていた場面の一例である。

中学 3 年生の生徒 B

問題を解く過程で$\frac{4}{3}$と 3 の大小関係を比較する際に，$\frac{4}{3}$を 1.33…と小数に変換し，$\frac{4}{3}$より 3 の方が大きいと判断した。

図 2　生徒 B よる整数と分数の大小比較

この生徒 B の他にも，数の大小を比較する際に分数のままではなく，分数を小数に変換して考える子どもの様子が度々見られた。また，分数同士を比較する場合には分数のまま通分して比較する生徒も多く見られた。しかし，図 2 の例のような分数と整数の大小比較

など，分数同士以外で比較する数の中に小数が含まれていない場合にも，分数のまま扱わずに，小数に変換して考えている様子が多く見られた。授業においても，数の大小比較や数の大きさを考える際に分数のままだと生徒の理解が十分でないと教師が判断し，分数と小数の両方で確認する場面は度々見られた。分数に対する生徒の理解の状況が教師の言動にも影響を与えているとも考えられる。

(3) 小学 6 年生による分数と小数の捉え方

分数と小数での表現について，小学 6 年生の児童がどのように捉えているか話を聞く機会があった。その時は割合を百分率で表す場面について考えていたが，割合は分数でも表せることを話題にしたところ，その児童は分数と小数で表されている時の捉え方の違いを教えてくれた。

小学 6 年生の児童 C
割合に関して，分数で表された場合と小数で表された場合について児童 C は、
「0.5 って言われれば，半分だなとか 50%だなってイメージしやすい。$\frac{1}{2}$はわかるけど，$\frac{3}{5}$とかって言われても，どのくらいかイメージできない」
と言い，筆者が$\frac{3}{5}$は 0.6 だと言うと，
「0.6 って言われれば，半分よりは大きいんだなって思う」
と言った。

図3　児童 C の分数と小数の捉え方

児童 C のこの発言からも、小学 6 年生であっても分数のままでは大きさが捉えにくく，分数よりも小数の方が捉えやすいと考えていると言える。

(4) 分数を 1 つの数量と捉えて考えること

小学 6 年生の分数のわり算の学習において，文章題でどちらの数をどちらの数で割ればよいのか分からないという児童がいた。この児童は分数で表された数量を仮の整数で置き換えて考え直すことで式を立てることができていた。図 4 は，児童が取り組んでいた問題の一例である。

【問題】
$\frac{3}{5}$ m の重さが$\frac{6}{7}$ kg の鉄の棒があります。
この鉄の棒 1 m の重さは何 kg ですか。

図 4　児童 D が取り組んだ問題例

その後も児童 D は分数のわり算の問題でどちらの数をどちらの数で割るか分からない際に，分数で表された数量を仮の整数で置き換えて考えた後に式を立てる様子が見られた。

５．考察

問題を解く過程での分数を扱う場面における子どもの様子から，分数のまま大きさを考えたり，数として捉えたりすることを避ける傾向にあると考えられる。また，分数よりも小数の方が扱いやすいと感じている子どもが多いと考えられ，小数を通して分数を捉える傾向が中学生にも見られた。

また，ある中学校の 1 年生と 3 年生に計算の答えとして分数と小数のどちらで表すかを尋ねたところ，どちらの学年も三分の一から半分の生徒が小数で表すことを選んでいた。どちらのクラスでも授業中に数学担当教師が「小数でもいいが，分数の方が計算が楽」,「分数の方が好ましい場合もある」ということを度々説明していたが，小数で表す生徒は一定数存在した。次第に分数で表す生徒も増えていったが，どのような理由で分数で表すようになったのかは今回の観察の範囲では捉えることはできなかった。また，分数で表すようになった場合にも，分数についての理解が深まったとは一概には言えない。進藤 (2009) が，「児童は分数に関する数感覚を身に付けていなくても，分数の計算や分数問題の答えを機械的に出すことは可能である」と指摘するように，これだけでは「分数の理解に至っているとはいえない」からである。中

学生についても同様のことが言えると考えられる。

また，子どもにとって分数を1つの数や量として捉えて考えることも難しいということが見出された。分数の大小を比較する場合などだけでなく， 3/5 m や 6/7 kg のように文章中に分数が量として表現されている場合にも，量を表す1つの数として捉えることが難しく，分数で表現されていることが立式を難しくさせていると考えられる。

６．成果と課題

本稿の事例とその考察を通して，問題解決の過程で扱う分数について，小・中学生の捉え方に次のような特徴があることが見出された。

１つ目に，小・中学生にとって分数をそのまま数として捉え，計算結果としたり，数の大きさを考えたりすることに抵抗があるということである。さらに，分数を1つの数として扱う場面においては，分数を小数に変換して考えるという手段を取ることが多い傾向にある。今回例に挙げた中学生の多くは分数を小数に変換できていることから，小数と分数が等しい値を表していると認識できている可能性はあるが，今回の観察からは明らかであるとは言えない。進藤 (2009) でも述べられていたように，分数を小数に変換する操作についても機械的に行っていた可能性があるからである。

２つ目に，小・中学生にとって量を表す分数が文章題中で扱われている場合にも，分数のままで量を表す数として捉えることが難しいということである。そして，そのことが文章題の立式に影響を与えていることが考えられる。文章中に量として分数が与えられている場合にも1つの数とは捉えられずに混乱してしまう様子が見て取れた。児童Dのように分数を仮の整数に置き換え，文章で表現された数量関係に意識を向けることでどちらの数をどちらの数で割るか判断し，立式を行う事例はよく見られる。このように，文章題に分数が含まれているというだけで子どもの思考に影響があるとも考えられる。このような状態が子どもの持つ分数に対する苦手意識から来るものなのか，あるいは別の原因によるものなのかについても今後検討する必要がある。

子どもが分数をどのように捉え，扱っているのかについて自然な姿を観察したことにより，子どもの中で分数と小数の結び付きが大変強いことが見出された。しかし，子どもが分数と小数が等しい値を表していると認識しているかどうかは明らかではないため，今後明らかにする必要がある。それらのことを踏まえて，小数を効果的に用いて行う分数の指導など，分数の理解を深める指導や教材について検討することが今後の課題である。

７．引用文献・参考文献

今井むつみ，楠見孝，杉村伸一郎，中石ゆうこ，永田良太，西川一二，渡部倫子(2022). 算数文章題が解けない子どもたちーことば・思考の力と学力不振．岩波書店

進藤芳典(2009).数感覚を重視した分数の理解に関する研究．上越数学教育研究,24,75−84

国立教育政策研究所 . (2008). 平成19年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書 https://www.nier.go.jp/tyousakekka/02shou_chousakekka_houkokusho.htm(2022.2.27 最終確認)

国立教育政策研究所 . (2008). 平成20年度全国学力・学習状況調査【小学校】報告書 https://www.nier.go.jp/08chousakekkahoukoku/02shou_chousakekka_houkokusho.htm (2022.2.27 最終確認)

国立教育政策研究所 . (2013). 平成25年度　全国学力・学習状況調査報告書【小学校】算数 https://www.nier.go.jp/13chousakekkahoukoku/data/13-p-math.html (2022.2.27 最終確認)

上越数学教育研究，第 38 号，上越教育大学数学教室，2023 年，pp. 15-22

中学生における計算間違いとその原因及び改善策について

羽鳥　新吏
上越教育大学教職大学院１年

１．はじめに

令和４年８月下旬から 12 月下旬まで，学校支援プロジェクトを実施し，上越市内の中学校で学校実習を行った．学校支援プロジェクトとは，上越教育大学大学院専門職課程で実施されている学校実習における科目の一つである．数学分野では，主に算数・数学科を中心とする学校教育現場における喫緊の教育課題の解決に参画することを目的としている．年間 150 時間が実習時間として定められている．

今回の学校実習では，主に数学の授業支援や適応指導教室利用の生徒への学習支援を行った．小学校で学習してきた自然数や分数，小数の四則演算や中学校１学年で学習する正の数・負の数を学習してきた生徒らであるが，授業参観での机間巡視や適応指導教室利用の生徒への個別学習支援を行っている中で，計算間違いを見つける頻度が高かった．ここでは，実際に見つけた中学生の計算間違いについて、報告していく．

本研究の目的は，中学生がどのような計算間違いをしているのか原因を分析し，そこから，計算間違いを改善するためにはどのような面からどのような指導をすればよいか具体的な改善策を示す．

２．先行研究

稲葉（2016）によると，計算間違いを「計算ミス」と呼んでいる．応用数学における計算ミスのパターンには以下の４つあると定義している．

（１）問題を理解していない・解法の公式の間違い
（２）計算規則の間違い
（３）暗算ミス
（４）文字や数字、式の読み間違いや転記ミス、記述のミス

ここでは，この定義の（２）～（４）の計算間違いを重点的に取り上げていき，計算ミスではなく「計算間違い」と呼んでいく．

近年の学校のカリキュラムについて，植木＆中村（2022）は，問題解決能力の指導を重視しているため，計算能力の指導が減少している傾向にあると述べている．計算能力は買い物，時間，測定など様々な場面で役立つと考えられるが，計算能力を早い段階から習得していなければ，複雑な計算ができなかったり，新たな課題を解決しようとしたりすることは困難になりやすい．

小学校の算数と中学校の数学では，数の概念の拡張が行われ，新しい記号も導入される．さらに，必ずしも日常生活に直接関係するとは限らない概念と向き合うことが多くなる．そのため，計算につまずく生徒や数学に対して苦手意識をもつ生徒が多くなると考えられる．それが顕著に表れるのが中学校一年生で学習する正の数・負の数である．負の数にまで数の概念を拡張することで，計算のルールの把握が曖昧になりやすく，計算間違い

が多発する．

高橋教授の口頭での分析報告によると，小学校第６学年の算数の全国学力状況調査（令和４年度実施）では，割合の問題やある量の求め方を式や言葉を使って書く問題において，全国の児童の正答率と比較すると，新潟市や新潟県の児童の正答率が低い．

しかし，1050 × 4を計算するような基礎的な計算問題については，新潟市及び新潟県の正答率は全国の児童の正答率をわずかに上回っていた．

以下の表１は，割合の問題を“割合”，ある量の求め方を式や言葉を使って書く問題を“求め方”，1050 × 4 を計算する問題を“1050 × 4”と表記し，それぞれの問題の正答率を全国と新潟市，新潟県で比較したものである．

表１　令和４年度に実施された小学校第６学年の全国学力状況調査の正答率

	割合	求め方	1050 × 4
全国	71.1	48.0	92.4
新潟市	69.7	45.7	93.0
新潟県	67.5	43.8	92.6

この分析を踏まえて，割合について，中村（2002）は，二量の関係を表すためには数の相対的な見方が必要であると述べている。例えば，２と５の割合は，２をもとにするならば５は２．５と表せ，５をもとにするなら２を０．４と表すことができる．どちらの数をもとにするかによって，相対的な関係を数値化した結果が異なることに難しさの要因がある．

さらに，高橋教授の口頭での分析報告によると，中学校第３学年の数学の全国学力状況調査（令和４年度）では，素因数分解や連立方程式，一次関数の変化の割合を求める問題において，全国の生徒の正答率と比較すると，新潟県の生徒の正答率が低い．要するに，全国の生徒に比べ新潟県の生徒は基礎的な計算能力が不足している．

以下の表２は，素因数分解する問題を“素因数分解”，連立方程式の解を求める問題を“連立方程式”，一次関数の変化の割合を求める問題を“一次関数”と表記し，それぞれの問題の正答率を全国と新潟市，新潟県で比較したものである．

表２　令和４年度に実施された中学校第３学年の全国学力状況調査の正答率

	素因数分解	連立方程式	一次関数
全国	52.2	75.1	38.7
新潟市	52.0	71.3	33.9
新潟県	48.3	70.8	32.3

生徒らが数学を学んでいく上での課題として，江森&飯島（2008）は以下のように述べている．数学の授業中において，あるいは数学を勉強する上で，生徒の気持ちや数学に対する考えは，数学を学ぶ上での背景として，とても大きな力を持ったものであるというのである．例えば，数学が嫌いな生徒は，問題を解く際につまずくと，簡単に挫折して，問題を解くのをやめてしまう．このような生徒を前にしては，教師がどんなにすばらしい授業をしていたとしても，そのときの気持ちには勝てないのである．理解認知における課題以上に生徒らの情意形成の課題は深刻であると述べている．

「計算見積り能力」とは，与えられた計算の答えがおおよそどの程度になるかを瞬時に暗算によって出す能力である．これに対して山本&浦川（1993）は，これまで算数・数学科の授業においては指導の内容として十分に

意識されてこなかった能力の１つであると指摘している．計算指導の中でその指導をどのように行うか，算数・数学科の指導計画の中にどう位置づけるかということに関して，いくつか提案もなされている．実際，小学校の算数科の指導内容として導入されている現状からすれば，計算見積り指導は重要であるといえる．

３．研究方法

本研究で用いるデータは，すべて筆者が作成したフィールドノートをもとに取り出している．このフィールドノートには，生徒の計算間違いを見つけたら，どのような計算間違いをしていたかその間違いと間違えた問題を必ず記録にしていた．余裕があれば，計算間違いをした原因や指導した際の生徒の反応，計算間違いが起こった場面，教師が指導した内容を記録するようにしていた．

今後，Ａ～Ｈという生徒が登場するが，すべて仮名である．

（１）授業補助で確認した場合

主に観察に入った学級は，１学年は１組と２組の２学級，２学年は１組のみで，３学年は１組と２組の２学級の計５学級である．５学級の組番号はすべて仮に付した番号である．この５学級について，毎時間授業補助に参加したわけではない．実習期間の４か月にわたって長期的かつ断片的に生徒を観察している．その中でも，３年２組の生徒で計算間違いが顕著に見られた２名の生徒をＡ，Ｂとする．

計算間違いを見つけた場面として多くは，授業の冒頭５分間で高校入試対策として取り上げられた問題であった．３学年の２学級では，各都道府県で出題された５問からなる過去問題集を教材として扱っており，１回の授業につき１つの都道府県の問題を学習していた．この５問はすべて基礎的な計算問題であった．この場面を【場面Ｘ】とする．

１学年でも【場面Ｘ】と似たような場面があったが，どこの都道府県の過去問題から出題しているかは明らかではない．問題集は特に使用しておらず，教師が基礎的な計算問題を３問板書し，それを生徒が解いていくというような流れになっていた．この場面を【場面Ｘ′】とする．２年１組では，【場面Ｘ】や【場面Ｘ′】のような高校入試対策の問題演習をする場面はなかった．

２年１組と３学年の【場面Ｘ】及び１学年の【場面Ｘ′】以外の場面については，例ごとに記述する．計算間違いをしていた生徒の人数は大抵１人であるが，複数人観察していた場合は，何人の生徒が計算間違いをしていたか記述することにする．１人確認した場合は，生徒に名前を付している．

記録に残っており，かつ，計算間違いをしていた生徒に対しては，授業補助者として毎回指導している訳でなく，指導した場合と指導していない場合がある．指導している場合は具体例１つごとにどのような指導したか記述し，指導しなかった場合は記述していない．

（２）適応指導教室利用の生徒への学習支援で確認した場合

２学年のＣ生徒に対して，１週間に１回，計 13 回にわたって個別学習支援を行った．

主に教科書を使用し，一次関数，図形の性質の調べ方，三角形・四角形を学習した．学習する中で，教科書の用語を押さえたり，例題の解説をしたり，実際に問題を解いたりした．基本的には，教科書の練習問題を解いていき，章末問題は時間の都合上重点的に扱わなかった．予習を終えた後は教科書ワークで復習し，宿題として提示した範囲が終わっているか，わからないところがなかったか，次週確認した．

Ｃの実態は，非常に繊細であり，自身の周

りの様子をよく見ることができ，成績も優秀な生徒である．教師側の説明を１回聞いただけで理解することができ，問題を解く際にも解法に困ることがほとんどない．応用問題にも十分対応できている．一次関数のグラフの描き方及び一次関数の利用の問題，図形の内容で指定された角度を求める問題，合同な図形の証明の仕方等の数学的な内容を十分に理解していた．

どのような計算間違いをしていたのか，１回１回の個別支援が終了するごとに，フィールドノートに記録していたが，計算間違いをしていた場合としていなかった場合があるため，計算間違いは数個しか記録できていなかった．

４，計算間違いの例

（１）【場面Ｘ】において３年２組のＡ生徒がしていた計算間違い

例１

$$6x^2 - 6x^2 = 12x^2$$

例１の正答は $6x^2$ から $6x^2$ を引き算して 0 になるが，引き算ではなく足し算をしてしまった結果 $12x^2$ になってしまった．引き算と足し算を間違えてしまったのである．

例２

$$\frac{x+3y}{4} - \frac{2x-y}{3}$$
$$= \frac{3x+9y-8x-4y}{12}$$
$$= \frac{-5x+5y}{12}$$

例２の正答は $\frac{-5x+13y}{12}$ であるが，２行目の式で分子の $8x-4y$ にかっこがついていないため，このような解答になっている．通分するように指導した後，計算を進めていくとかっこをつけておらず，なぜかっこがつくのかを理解できていなかった．

（２）【場面Ｘ】において３年２組のＢ生徒がしていた計算間違い

例３

$$x + x = x^2$$

例３の正答は x を２つ足して $2x$ になるが，２回掛けて x^2 になっている．足し算と掛け算を間違えてしまったのである．同じもの（x）を２回足す計算であることを指導しても理解していないようだった．文字でなく具体的な数の計算（$3+3$）を取り上げて指導すると理解できていた．

例４

$$x \times x = 2x$$

例４の正答は x を掛けて x^2 であるが，２回足して $2x$ になっている．例３と同様，足し算と掛け算を間違えてしまったのである．

同じものを２回かけた記号（$〇^2$）があることすら理解していなかった．Ｂ女子生徒が認知している範囲の数学記号で２乗する記号を表そうとしたのである．

（３）適応指導教室を利用するＣ生徒の計算間違い

例５

$$4\mathrm{a} = 2$$
$$\mathrm{a} = 2$$

一次関数の利用の内容を学習する中で，比例の式を求める場面があった．比例の式のグラフの通る１点（４,２）が分かっていて，比例の式 $y = ax$ に $x = 4$，$y = 2$ を代入して a を解き，比例の式を解答するという問題であった．

この一次方程式を解くには，両辺を４で割る必要がある．左辺は４で割ることができているが，右辺は $2 \div 4 = \frac{1}{2}$ で，正しくは $a = \frac{1}{2}$ となる．しかし，２となってしまっている．割られる数が分子に，割る数が分母になるはずが，逆になっていた．Ｃ生徒は「１より小さくなるはずなのに２はおかしい」と自身で解を吟味し，計算間違いを見つけ自身の計算間違いを修正していた．

この $\frac{1}{2}$ とは，４をもとにしたときの２の値である．中村（2002）の割合の困難性を否定することはできない．

例６

$$180 - 160 = 30$$

図形の性質の調べ方の内容で，三角形の内角が２つ判明している場合において，もう１つの内角は何度か問題演習をしている場面だった．この時，２つの内角の和は160°であった．

例６の正答は 20 である．筆算をせず頭の中で暗算した後，ノートにこの例６の式を書こうとすると，なぜか 30 と書いてしまったのである．Ｃ男子生徒はなぜこうなったのか理解できていなかったが，自分で気付き間違いを修正していた．

（４）【場面Ｘ′】において１年１，２組の生徒がしていた計算間違い

例７

$$7x - 5x = 35x$$

例７の正答は $7x$ から $5x$ を引き算して$2x$になるが，掛け算をしてしまい $35x$ になってしまった．引き算と掛け算を間違えてしまったのである．計算が間違っていると言葉がけをしたところ，この計算間違いをしたＤ生徒は，少しの間考えて自分で計算間違いを修正していた．

例８

$$(-18) \div 2 = -6$$

１年１組と２組の生徒合わせて４人はこの計算間違いをしていた．４人の内訳は１組で１人，２組で３人である．

例８の正答は -9 であるが，なぜ -6 となったのか４人の生徒に問うても原因がわからない．

例９

$$-2 + 9 = -7$$

例９の正答は 7 であるが，この解答は符号が負になっている．この計算間違いは，複数人確認できた．生徒の反応を見ると，2 と 9 だけで安易に 7 と決めつけている印象がし，符号を意識していないかのようだった．

例 10

$$\begin{aligned} &(-2) \times (-5) + 3 \\ &= -10 + 3 \\ &= -7 \end{aligned}$$

例 10 の正答は 13 であるが，$(-2) \times (-5)$ の計算を -10 としているため，解答が -7 になっている．

この計算間違いをした生徒は１人ではなく数人いた．２行目のような途中式を書いている生徒自体少ししか確認できなかった．「面倒だ」と思って途中式を書かなかったのだろう．

（５）その他主に２、３学年の生徒がしていた計算間違い

例 11

$$1+3\times\left(-\frac{2}{7}\right)$$
$$=1+\left(-\frac{2}{21}\right)$$
$$=\frac{15}{21}$$

【場面Ｘ】において３年１組のＥ生徒がしていた計算間違いである．

例 11 の正答は $\frac{1}{7}$ であるが，２行目の式において分数の分子の２に３をかけないといけないのにも関わらず，分母の７にかけていまっている．さらに，２行目の整数と分数の足し算が間違っており，１つの問題に計算間違いが２つも起こっていた．Ｅ生徒以外にも，$-\frac{1}{7}$ や $\frac{7}{3}$ という解答をする生徒もいた．小学校の分数の計算が定着していない生徒が少なからずいるということが言える．

例 12
$$\frac{x+y}{3}-\frac{x+3y}{6}$$
$$=\frac{2x+2y}{6}-\frac{x+3y}{6}$$
$$=\frac{2x+2y-(x+3y)}{6}$$
$$=x-y$$

【場面Ｘ】における３年１組のＦ生徒がしていた計算間違いである．

３つ目の等号の後は，正しくは $\frac{x-y}{6}$ であるが，通分して分子は計算しているが，分母を書き忘れている．分子の計算だけにとらわれてしまっていると考える．

例 13
$$180-125=65$$

２年１組の授業で、図形の性質の調べ方の内容において教科書の章末問題を解く時間があり，その問題の中の１問であった．この学級のＧ生徒がしていた計算間違いである．この生徒は，数学の学力が高く暗算もできるが，いつも授業を退屈そうに受けている印象であった．筆算をすることなく暗算し解答のみを書いていた．

しかし例 13 の正答は，55 である．暗算した後，ノートに解答のみを書こうとするとなぜか 65 になってしまうという解答の書き間違いであった．

例 14
$$x^2-7+3=0$$
を解の公式を使って求めると，
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
に $a=1\,,b=-7$，$c=3$ を代入して，
$$x=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times3}}{2a}$$
となり，
$$x=\frac{7\pm\sqrt{37}}{2a}$$

３年２組のＨ生徒がしていた計算間違いである．授業において，２次方程式の解の公式をプリントで復習する時間が与えられていた．この問題は，復習プリントにあった．教師は解の公式を覚えるよう言葉がけをしていた．

例 14 の正答は，$x=\frac{7\pm\sqrt{37}}{2}$ であるが，$a=1$ を代入しても分母に a が残ってしまっている．代入したのに文字が残っていることを指導すると，この間違いをした生徒はなぜこのような間違いをしてしまったか理解できていなかった．

５．考察

（１）計算間違いの原因

①【場面Ｘ】において３年２組のＡ生徒がしていた計算間違いの原因

Ａ生徒は，元気で明るいが，授業中常に隣の席の生徒と私語をしていたり，問題演習をする時間が与えられていても自分から問題を解こうとせず，授業者や授業補助者が問題演習をするよう言葉がけをすると解いたりするだけである．「勉強したくない」という感情の現れである．

さらに，言葉がけをして計算問題を解かせても，四則演算の記号の意味の誤解やかっこの付け忘れがあったということは，基礎的な計算能力も不足している．

当該生徒は，情意面と基礎的な計算能力の不足の双方による問題点がある．ここで，「基礎的な計算能力」とは算数で習熟しなければならなかった計算技能のことである．江森＆飯島（2008）のいう，理解認知以上に情意形成が重要であるという考察は非常に有力である．生徒の情意形成をしないままでは，認知形成ができず計算能力が不足してしまい，計算間違いに陥ってしまう．

②【場面Ｘ】において３年２組のＢ生徒がしていた計算間違いの原因

Ｂ生徒は，「わからない」と何度も言いながらも主体的に学習に取り組んでいたが，足し算と掛け算と捉えてしまう，掛け算を足し算と捉えてしまっていた．さらに，具体的な数値で理解できているということは，一般化された文字の計算になると計算間違いをしてしまうという可能性もある．

当該生徒は，基礎的な計算能力の不足や四則演算の記号の意味の誤解による計算間違いである．

③適応指導教室を利用するＣ生徒の計算間違いの原因

Ｃ生徒の計算間違いは，概ね情意面が原因である．宿題で出した教科書ワークを確認したところ，計算間違いをしている箇所はほぼなかった．教師が当該生徒の席の隣に座って指導しているという状況が計算間違いを起こしてしまっていたということであり，Ｃ生徒の情意面を支援できていなかったということになる．

④Ａ～Ｃ以外の生徒に共通する計算間違いの原因

授業補助者が指導する中で，「うっかりしてしまった」「なぜこうなったのかわからない」「そう思って計算していたのに」という発言が生徒から多く聞かれた．これらの生徒の計算間違いは，解答の見直し不足や不注意によるものである．正確に間違いなく解答しようという意識が不足していたり，自分自身の解答を１回出しただけで満足していたり，計算間違いをしていることに気付かなかったりする生徒が多かった．山本＆浦川（1993）の計算見積もり能力が不足しているという指摘も否めない．

さらに，小学校で学習する分数の計算が定着していない生徒も確認できた．これは，全国学力状況調査の結果からも納得できる．算数で学習した基礎的な計算問題が身に付いているにも関わらず，素因数分解や連立方程式などの中学生にとっては基礎的な計算問題になるとできていない．

Ａ～Ｃ以外の生徒の計算間違いの原因は，情意的な側面によるものと，基礎的な計算能力の不足によるものの２つである．

⑤原因の総括

計算間違いには，主に認知面と情意面の２つの原因があることが分かった．この原因を解消するために，それぞれの面からの改善策を次の節で述べていく．

（２）改善案

①認知面に対する改善策

認知面に対する改善策としては，ハイライト手法などの計算間違いに対処する手立ての指導が求められている．植木＆中村（2022）によるこの手法は，数式内にある括弧の色を変えたり，括弧でくくられた数式へマーカーをひいたりするというものである．数式の一部に色付けを行い見やすくし，理解促進をするものであると述べている．

このことから，計算間違いを防止するには，視覚的に数式を見やすくするための手立てが必要である．例えば，$-2+9$ を $9-2$ というように式を変形し工夫して計算したり，頭の中での暗算だけを頼りにするのではなく，筆算をして検算したり，途中式を省略せずに書いたりするといったことである．計算問題に忠実に向き合うのではなく，自分なりの計算方法を生徒が習得すべきである．

しかし，自分なりの工夫した計算方法を習得するだけでなく，計算練習をする時間を積極的に作らなければならない．近年の学校のカリキュラムでは，計算能力の指導が減少しているという植木＆中村（2022）の指摘もあったように，数式を見やすくするための手立てを習得していてもそれを使用する時間がないと習得することができない．計算練習をする時間を授業時間内や放課後で取り入れることができなくとも，家庭学習や宿題として計算練習をする時間を確保すべきである．

②情意面に対する改善策

情意面に対する改善策としては，生徒が安心感をもって学習に取り組めるような指導を教師が行わなければならない．

安心感を与えるような支援がないと，生徒はどのような感情を抱いてしまうのだろうか.「計算間違いをしてしまうなんて私はダメだ」というネガティブな感情を抱いてしまうだろう．そのような感情にならないように，計算間違いを防止する環境づくりが必要である．そうした支援があると，不注意による計算間違いや情意面が原因である計算間違いを防止することができる．

そうした環境を作るためには，教師の存在が大切になってくる．教師には，丁寧で温和な態度での指導や集中力をあげるような言葉がけが求められる．

６．結語

本研究は生徒が実際にしていた計算間違いから原因と改善策を提示してきた．しかし，原因には奥深いものがあるだろう．さらに、改善策がまだまだ考えられる．これからは生徒にとって有用なものであったかを研究していく．

文献

稲葉宏和. (2017).「応用数学の試験答案における計算ミスのパターンについて」. 石川県立大学年報, 28, 42-48.

植木里帆，＆中村聡史. (2022). 数学の基礎計算におけるミス防止のためのハイライト手法の比較検討. ＨＣＧシンポジウム 2022, Ｃ-5-3, 1-8.

中村享史. (2002). 割合指導に関する研究の動向と今後の方向. 日本数学教育学会誌, 84, 14-21.

山本信也，＆浦川健一郎. (1993). 中学生の筆算計算の能力と計算見積もりの能力の関連に関する研究. 熊本大学教育実践研究, 10, 19-25.

江森英世，＆飯島智隆. (2008). 数学の問題解決における情動的な経験に関する基本モデル. 群馬大学教育学部紀要 自然科学編, 56, 17-26.

桑原利恵. (2012). 算数・数学に対する子どもの情意面の変容に関する研究： 態度概念に焦点を当てて. 上越数学教育研究, 27, 143-150.

上越数学教育研究，第 38 号，上越教育大学数学教室，2023 年，pp. 23-28

中学校数学における学習者中心の授業展開の手立て

林　慶彦
上越教育大学教職大学院 1 年

1. 初めに

初等・中等教育において，何を教えるかという知識の質や量の改善に加え，どのように学ぶかという学びの質や深まりを重視し，主体的・協働的に学ぶ学習やそのための指導の方法を充実させていく必要性が高まっていると中央教育審議会（2014）は述べている．

森田（2019）は，授業は学習者・教師・教材の 3 つの要素のよって構成されている，と指摘している．当然，その中心には学習者が存在すべきである．しかしこれは教師を軽んじているわけではない．授業を計画・実施する役割を担っている点において，教師は重要視されるべき要素であるといえる．

授業の中心に学習者がいるのだから，授業の内容も学習者を中心とした学習が求められる．中学校数学の授業においても，教師ができる展開の手立ての工夫は多様に存在する．例えば，生徒の主体性を引き出すものや問題意識を深堀するもの，知識や技能の定着を図るものなどが挙げられる．生徒が互いに耳を傾けあうような学習活動をすることが，教師中心の授業から脱却し，学習者中心の授業へ向かう第一歩である．

初等・中等教育の算数・数学科において，生徒間の相互作用の重要性が高まっている（文部科学省．2008）．小田切（2012）は，高校の数学授業において，自分の考えを明確にし，他者の考えを関連づける協同過程を通して，知識の再構造化につながることを示している．

一方で高旗ほか（2010）は，中学校教師は小学校教師と比較してグループ学習に対する懐疑的なイメージが高く，さらに，中学校数学教師は他教科に比べ，グループ学習に対する懐疑イメージが高く，肯定イメージが低いことを明らかにしている．

生徒にとってより良い授業を行うためには，教師が状況によって最適な手立てを選択できることが求められる．よい授業の再現性を得るために教師が授業展開の手立てについて，それぞれの特徴を完全に理解することは喫緊の課題である．

以上のことから本稿では，中学校数学科で見られた学習者中心の授業を行うためになされた様々な教師の手立てについて分類し，それぞれのねらいや効果について分析，考察する．

2. データ収集の方法

令和４年８月から 12 月まで学校支援プロジェクトを実施し，上越市内の中学校で学校実習を行った．

学校支援プロジェクトとは，上越教育大学大学院専門職学位課程で実施されている学校実習の科目である．数学分野で

は，主に算数・数学科を中心とする学校現場における喫緊の教育課題の解決に参画することを目的としている．年間 150 時間が実習時間として定められている．

今回の学校実習では，主に数学の授業観察をし，適宜生徒の机間支援を行った．特定の学級に入り続けたわけではなく，3 学年 6 学級ずつの合計 18 学級を観察した．各学級の生徒数はおよそ 32 名前後である．授業者は全 7 名であった．単元は，1 学年は方程式，方程式の利用，比例，比例とグラフ，反比例，2 学年は連立方程式，連立方程式の利用，一次関数，一次関数の利用，平行線と角，合同と証明，3 学年は二次方程式，二次方程式の利用，関数 $y=ax^2$，相似な図形，平行線と線分の比，円周角の定理であった．その際にフィールドノーツをとり，この記録と筆者の記憶を用いて本稿を著す．今回動画などで記録を残すことができなかったが，フィールドノーツはデータとして確度が高いため事実として扱ってよいこととする．

3. 結果

観察の結果を以下に示す．ただし，ここで付した学級の組番号はすべて仮のものである．

例 1

2 年 1 組の 1 次関数で 2 点（4,1），（2,4）を通る直線の式を求める場面

教師は「この問題は 2 つ解き方があります． 1つ目は $y=ax+b$ とおいて x と y にそれぞれ代入して連立方程式を立てて解く方法です．2 つ目は変化の割合を求めて解く方法です．ちなみに高校に行くとほとんど 2 つ目の傾きを求めてから解く方法を使います．さらに x が 4 から 6 に増えたときの変化の割合は x が 2 から 4 に増えたときと異なります.」と述べた．次いで教師は 2 つの解き方のどちらがやりやすいかを挙手させたところ，生徒の約 8 割が連立方程式を立てる方法を選んでいた．

例 2

3 年 1 組の相似な図形の 1 時間目の授業場面

教師は「去年図形の合同を習ったと思いますが，じゃあ 2 つの合同な図形は相似であるといえるとおもいますか？」と述べた．生徒は答えられなかったため，学級全体に教師は「隣近所の人と話し合ってみてください」と述べ，相談する時間を設けた．その後全体に相似といえるかどうかでどちらかに挙手させた結果，相似といえるが約 7 割，相似と言えないが約 2 割，分からないが 1 割程度だった．教師は「多くの人が手を挙げた通り相似比が 1 : 1，という特殊な場合の相似です.」と説明した．

例 3

3 年 2 組の相似の導入場面

教師は「身の回りの相似なものって何か思い浮かびますか？ヒントは社会などで使うことがあります.」と教室全体に投げかけた．次いで「少し近くの人と意見を出し合ってみてください」と述べた．その後，ボールや用紙などの意見が出た．ある生徒が「地図」と述べると教師はそれを取り上げ，「そうだね，地図は代表的な相似なものだよね.」と述べた．続けて教師は「家の設計図とかも相似な図形だね．設計図の時点で 1 ㎝ずれていたら実際はもっと大きくずれることになります．だから相似は平面図形であれば縦，横，立体であれば縦，横，高さ全てが同じ比になっていることを証明する必要があります」と述べた．

例 4

1 年 1 組の座標の導入場面

教師は「身の回りに座標が使われているものは多いです．スマートフォンのグーグルマップも地球上の座標，将棋や囲碁なども座標ですね．皆さんがよくやっているテレビゲームなども座標が使われています.」と述べた．

この発言後，生徒は「先生はゲームを作ったことがありますか」「あのゲームは座標が使われていますか」などと教師に質問をしていた．

例 5

2 年 3 組の 1 次関数で変域がある場合のグラフの描き方の説明場面

教師は「 ＜y≦のような記号を 1 年生の時に何と言いましたか？」と尋ねると,「不等号」と答える生徒がいた．教師は「正解です」と述べ，次いで大なりと小なりについて説明をした．

例 6

3 年 2 組の 2 次関数の演習の解説で $y=\frac{1}{4}x^2$ において, x の変域が $-2≦x≦4$ のときの y の変域を求める問題の説明場面

教師は「このような x が取れる範囲が決まっている変域の問題を 2 年生の 1 次関数で扱いましたが覚えている人はいますか」と述べた．多くの生徒がうなずくなどの反応を返していた．

例 7

2 年 5 組の 1 次関数の問題「15 L の水槽にすでに 3 L 水が入っている．この水槽に毎分 2 L 水を入れたとき，x 分後の水槽の水の量を式で表しなさい」の説明場面

教師は「6 分後には水槽は満杯になりますがそのあとはどうなるでしょうか．現実場面に落とし込んで考えるその気持ちを大事にしてください」と述べた．生徒はグラフにあらわすときに 6 分を境にグラフがただの直線ではないことを理解しようとしていた．

例 8

1 年 3 組の比例の座標の導入場面

教師は「これから中学校 3 年間ずっと関数の勉強は続きます．表・式・グラフを行ったり来たりできるようになりましょう」と述べた．生徒の反応は首を傾げるなど，まだよくわかっていない様子だった．

例 9

3 年 3 組のいろいろな関数の学習場面

教師は「高校に行くと三角関数というのを扱います.」と述べた．生徒は「それって何ですか」と尋ねた. それに対して教師は「工業系の学科に進むととてもよく使います．建物や電気などは三角関数が大きくかかわっています」と述べた．

例 10

例 9 と同様の場面

教師は「わたしたちの身の回りには階段関数というものがあります．電気，水道，ガスなどの料金やバス，電車などの運賃は階段関数ですね.」と述べた．生徒はうなずくなどの反応をして理解を示していた．次いで生徒はネットカフェの料金も階段関数になっているのではないかと考察していた．

例 11

2 年 4 組の 1 次関数の単元で x と y で表された式が 1 次関数かどうかを判定する問題の学習場面

・ y＝x×x×π

教師は「これは計算すると $y=\pi x^2$ となり 1 次関数ではなく 2 次関数です．中 3 で学びます．球の体積や表面積についても来年やります」と述べた．

5. 手立ての分類

（1）現在学習している教材を将来学習する教材と関連付ける手立て

例 1 の「ちなみに高校に行くとほとんど 2 つ目の傾きを求めてから解く方法を使います」，例 8 の「これから中学校 3 年間ずっと関数の勉強は続きます」，例 9 の「高校に行くと三角関数というのを扱います」，例 11 の「これは計算すると $y = \pi x^2$ となり 1 次関数ではなく 2 次関数です．中 3 で学びます．球の体積や表面積についても来年やります」という発言に注目すると，いずれも進級後や進学後の数学の内容について言及しており，現在学習している教材を将来学習する教材と関連付けている．

（2）現在学習している教材を既習の教材と関連付ける手立て

例 2 の「去年図形の合同を習ったと思いますが」，例 5 の「 ＜y≦のような記号を 1 年生の時に何と言いましたか？」，例 6 の「2 年生の 1 次関数で扱いましたが覚えている人はいますか」という発言に注目すると，いずれも過去に学んだことを想起させたい場合にこのような発言をしていることがわかる．これは現在学習している教材を既習の教材と関連付けるものである．

（3）学習している教材を身の回りの事象と関連付ける手立て

例 3 は地図や設計図などの現実での実用例を話している点，例 4 は囲碁将棋やテレビゲームなどを身の回りのものとして例示している点，例 7 はグラフの式は求まっても現実場面で考えると x のとれる値が定まってしまうと説明している点，例 10 は「わたしたちの身の回りには階段関数というものがあります．電気，水道，ガスなどの料金やバス，電車などの運賃は階段関数ですね」と説明している点に注目すると，いずれも学習している教材と身の回りの事象を結び付けたい場合の発言であることがわかる．

（4）生徒の興味，関心を引き出す手立て

例 3 は地図や設計図などの現実での実用例を話している点，例 4 は囲碁将棋やテレビゲームなどを例示している点, 例 9 は「高校に行くと三角関数というのを扱います.」と生徒に未知の単語を紹介している点に注目すると，いずれも生徒の興味，関心を引き出していると分析できる．数学が現実でどのように使われているかを認識できたり，新たな単語が将来学習するものであると理解できたりすることは，数学をさらに学ぼうとする意欲を駆り立てるものである．

（5）生徒同士のコミュニケーションを促す手立て

例２の「２つの合同な図形は相似であるといえるか？」という問いを全体に投げかけた後，席が近くの人と相談する時間を設けた点，例３の身の回りの相似なものについて相談する時間を設けた点に注目すると，生徒に深い思考が必要であったり様々な意見を引き出したかったりする場合にコミュニケーションを促していたことがわかる．

（6）生徒に自信を持たせる手立て

例１の２つの解法の内，解きやすい方を挙手させることには，生徒ができる，できないの議論から，できることは前提でどちらがより解きやすいかという議論に引き上げる効果がある．生徒自身に問題を解くことができているという事実を認識させることは自己肯定感を高めることにもつながる．

（7）生徒に授業への参加を促す発問の手立て

例１の２つの解法の内，どちらがやりやすいかというアンケートの側面を持つ発問は間違いという概念がなく，生徒が挙手して授業に参加しやすくする発問である．例 2，例 3，例 5，例 6 での生徒に対する発問は，全体に投げ掛けるものだった．既習事

項を問う場合や，様々な意見を引き出したい場合にそうした発問が用いられていた．

（8）生徒の学習の見通しをもたせる手立て

黒板の端に本時の目標と学習の流れを先に書いてから授業をする教員がいた．プリントを配布し授業を進める教師もいたが，プリントの上部にねらいを記述する欄が設けられており，同様に本時のねらいを定めてから授業を始めていた．本時の目標やねらいを明確にすることは生徒に学習の見通しをもたせる効果があると分析できる．

6. 考察

５．（1）.，５．（2）．は深いかかわりがあり，これらに分類したような手立ては，数学が過去の内容からつながっており，次の学年の内容に発展していくものだということを強調するためである．こうすることで，全く新しい事項を学習するのではないことを伝えて生徒の抵抗感を軽減するとともに，進級後や進学後にも使うと認識させて現在学習している事項の必要性を確認させるものである．

５．（3）．のように、教師は現実場面との関わりや落とし込みについて強調していた．現実の場面と数学がどう係わっているかを気づかせることによって，生徒の興味や関心を引き出すことができる．

平成 26 年度全国学力・学習状況調査や 2003 年の PISA の調査結果から，日常の問題解決のために数学を活用することに課題があることが分かっている．普段の授業から現実場面との結びつきを意識することは喫緊の課題だと言える．

５．（3）．のように，数学と身の回りの事象を関連付けることがより自分事として考えられるようになり，生徒の興味関心を引き出すことにつながる．よって５．（3）．と５．（4）．は密接に結びついていると言える．

５．（5）．のように，教室全体に深い思考が必要な発問を投げかけたあと話し合いを促すことは，協同的な学びを実現するものである．話し合いで他者と意見が同じであれば自分の考えに自信がもて，違っても新しい視点からの考えを得ることができる．この点において５．（6）．と関連付けることができる．さらに授業内に話し合いの時間を設けることは話し合うこと自体が授業に参加することになるため、生徒の授業参加へのハードルを下げると分析できる。

５．（7）．ように生徒に対する発問は，一人を指名するよりも全体に投げ掛けるものが多かった．その意図を数学科の先生方に伺ったところ，中学生には学力差があるため，ということだった．全体に発問することによって，数学が苦手な生徒は得意な生徒に教えてもらい，得意な生徒は苦手な生徒に教え，答えまで導くことで，助け合い，教え合いを実現できる．得意な生徒はすぐに答えることができるが，あえて時間をとって隣同士で話し合いを設けることで，教室全体の理解度が高まる．

一方で，生徒から多様な考えが出され，深い思考や判断が必要な場合には指名して述べさせることがあった．また解答は同じでも，過程が異なったとき，学級で共有する意味も兼ねて指名していた．

発問の際，指名するとプレッシャーに感じ，間違えたくないけどどうしよう，という気持ちが生徒に生じる．間違えても良いという雰囲気を醸成し，場面，発問のレベルによっては，隣同士やグループで話し合い，教え合う関係づくり，授業づくりを行っていくことが重要である．生徒の状況や場面を見極めて，指名することと，全体に発問することの両方を併用し，使い分けることも必要である．

５．（８）．に分類したように，目標が明確になっていることで，生徒は学習内容や活動の見通しをもち，問題意識が掘り起こされ，多様な考えが生み出されることが期待できる．また，授業の最後に目標が達成できたかどうかを振り返りやすくなる．教員は生徒の振り返りの様子から，授業の難易度は生徒にあっていたか，展開は適切であったかを知ることができ，次の授業作りへの足掛かりとなる．

以上のように、分類した手立てはそれぞれが他の手立てと結びついており、授業において相乗的な効果をもたらすことが期待できる。

7. 結語

本稿では支援に携わる中で見られた生徒の学習活動を豊かにするためになされた様々な教師の手立てについて述べた．

教師は「算数は生活でも必要だけど，数学は難しく，どのように活用すればいいか分からない」と考える生徒は多い．「現実の事象と，教科書に載っているような条件の整った数学の問題との大きな違い」を埋める方法を十分に指導していくことが求められている．

参考文献

中央教育審議会．(2014)． 初等中等教育における教育課程の基準の在り方について（諮問） http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1353440.htm． (2023 年 3 月 11 日最終確認)

森田大輔．(2019)． 数学教師はどのように学習者中心の指導を志向するようになるのか？ ―ライフストーリー研究を用いた事例研究―．科学教育研究，43，4，385-397．

文部科学省．(2008)． 中学校学習指導要領解説 数学．教育出版

小田切歩．(2012)． 数学授業における協同過程が高校生の指数関数的変化についての理解に及ぼす効果とそのプロセス．教育心理学研究，60，4，416-429．

高旗浩志，原田信之，&関田一彦．(2010)． グループ学習の技法をめぐる実態とイメージの構造分析． 協同と教育 6，21-31．

文部科学省．(2014)．平成 26 年度 全国学力・学習状況調査 報告書． https://www.nier.go.jp/14chousakekkahoukoku/report/data/mmath.pdf． (2023 年 3 月 12 日最終確認)

文部科学省．(2003)． PISA（OECD 生徒の学習到達度調査） 2003 年調査． https://www.mext.go.jp/b_menu/toukei/001/04120101.htm． (2023 年 3 月 12 日最終確認)

上越数学教育研究，第 38 号，上越教育大学数学教室，2023 年，pp. 29-34

主体的な学びを引き出す「予想」を取り入れた授業実践
−中学校３年生「相似な立体」指導において−

藤野　真
上越教育大学教職大学院１年

1. はじめに
1.1. 問題の所在および実践の背景

日本の中学生は国際比較の調査において，高い学力水準であることが知られている。しかし， TIMSS2019 質問紙調査結果（対象：中学２年生）によると，日本の中学生は数学の学習の楽しさや日常生活との関連に肯定的な回答をする割合が国際平均を下回っていることが明らかとなっている。

表１： TIMSS2019 質問紙調査結果

	日本	国際平均
数学の勉強は楽しい	56	70
数学を勉強すると，日常生活に役立つ	73	81
数学を使うことが含まれる職業につきたい	23	49

文部科学省は TIMSS 調査結果を踏まえ，理数教育の充実として「日常生活や社会の事象，数学の事象から問題を見出し主体的に取り組む数学的活動を充実」「数学的活動を楽しめるようにするとともに，数学を学習する意義や数学の必要性などを実感する機会を設ける」といった方針を掲げている。

このような中学生の実態と国の動向を踏まえ，「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の２つの視点から，生徒の主体的な学びを引き出すための授業実践を目指すこととした。

1.2. 主体的な学びとは

文部科学省は，主体的な学びを「学ぶことに興味や関心を持ち，自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら，見通しを持って粘り強く取り組み，自己の学習活動を振り返って次につなげること」と説明している。また，平山(2021)は，これらを具体的な状況として以下の５つの要素にまとめた。

①興味関心（積極性）
②見通し（計画性）
③自己との関連付け（自覚）
④粘り強さ（自己調整力）
⑤振り返り（意味づけ・共有）

これらの要素を取り入れた授業実践が，生徒の主体的な学びを引き出すことにつながると考えられる。

1.3. 数学的活動とは

文部科学省は中学校数学科における数学的活動について，「事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決する過程を遂行すること」としている。問題発見・解決の過程については，「日常生活や社会の事象を数理的に捉え，数学的に表現・処理し，問題を解決し，解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する過程」と「数学の事象から問題を見いだし，数学的な推論などによって問題を解決し，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察する過程」の２つをあげて説明している。

これらのことを授業実践の中で具現化していくことで，数学的活動の充実が図られると期待される。

2. 先行研究の検討

ここでは，「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の２つの視点から，主体的な学びを引き出す授業に必要な具体的方策について，先行研究を基に検討していく。

2.1. 「予想」を授業に取り入れる

相馬(1995)は，「予想」を授業に取り入れることで，「学習意欲を高める」「考え方の追究を促す」「思考の幅を広げる」と述べている。予想することにより，正しいかどうかを明らかにしたいという気持ちや論理的な根拠を基に納得したいという気持ちが発生するとある。また，異なる予想が生じることで，自分ひとりでは考えなかったであろう事柄についても考察するきっかけができるとしている。

これらは，平山(2021)が示した主体的な学びの具体的状況である①興味関心（積極性）や③自己との関連付け（自覚），④粘り強さ（自己調整力）との関連が深いと解釈できる。

また，「予想」を取り入れることにより，生徒が事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，自立的，協働的に解決していくことが期待される。つまり，文部科学省の説明する数学的活動の充実につながると考えられる。

2.2. 知的好奇心を引き起こす

波多野・稲垣(1973)では，生徒のうちに疑問を引き起こすことが，知的好奇心を起こさせることにつながるとしている。その方法として，「子どもの持つ信念や先入観の利用」「足がかりになる知識を与える」「既存の知識のずれに気付かせる」があげられている。つまり，見た目や直観等を基にした自分なりの考えをもつことができる題材や，既習の学習事項との関連が見られる題材を扱うことが知的好奇心を引き起こすことに効果的であると考えられる。

これらの要素を満たす題材を日常生活場面から見いだし，授業課題とすることで生徒の知的好奇心を引き起こし，日常生活と数学の関連を実感させる機会につながることが期待される。

2.3. 本実践への示唆

相馬(1995)，波多野・稲垣(1973)らの知見を基にして，生徒の信念や先入観を利用し，誤った予想が生じる題材を設定することで，本実践の目的である「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の２つの視点からの，生徒の主体的な学びを引き出すことにつながると考えられる。

3. 実践の工夫した点

3.1. 「予想」を取り入れた授業展開

生徒の学習意欲を高めるため，「予想」を取り入れる授業展開とした。相馬(1995)は，「予想」を取り入れた授業の流れとして，以下のⅠ～Ⅴの流れを基本としている。

Ⅰ問題を理解する
Ⅱ予想する
Ⅲ課題をつかむ
Ⅳ課題を解決する
Ⅴ問題を解決する

本実践においては，この流れを参考にしながら，複数回の「予想」を取り入れた授業展開を構成した。

3.2. 誤った予想を生じさせやすい題材

本実践では，コップに入った飲み物を円錐型の容器に移す場面を扱った。コップ１杯の飲み物を，空の円錐型の容器に移すと半分の高さまで入った場合に，全部で何杯入れると円錐型の容器が満杯になるかを考えるものとした。

円錐型の容器では，半分の高さまで飲み物が入っていても，それは容器全体の体積の$\frac{1}{8}$である。つまり全部で８杯入れると満杯になるのだが，生徒にとっては半分というキーワードや見た目に対して，８杯という結果は大きなギャップがあると考えた。また，円錐の体積公式の$V=\frac{1}{3}Sh$の「$\frac{1}{3}$」は誤った予想（３杯と考えてしまう）を生じさせることにつながると考えた。

3.3. 日常生活場面の設定及び具体物の提示

日常生活から問題を見いだし，数学の必要性を実感する機会として，飲み物の量を比べる場面を提示した。円錐型の容器に入った飲み物の量について数学を活用しながら考察し，解決する過程を通して，数学が日常生活で役に立つことを実感する数学的活動になるのではないかと期待した。

また，生徒に数学の問題をより現実のものとして受け止めてもらうために，円錐型の容器とコップ，色水を用意し，実演しながら提示した。

課題をつかむ場面や解決する場面では，紙で作成した相似な円錐の模型を複数用意し，並べたり重ねたりする演示によって，数学的活動の充実を図った。円錐型の容器において，容器全体と色水が入っている部分とが重なっていて相似な円錐として見えにくく，数理的に捉えることが難しいと考えたからである。

4. 実践の概要

4.1. 授業実践について

実施日時：2022年11月中旬
対象生徒：A 中学校３年生６学級
授 業 者 ：藤野真

対象生徒は，上越教育大学教職大学院の「学校支援プロジェクト」における連携協力校の中学３年生である。

4.2. 授業の実際

4.2.1. 導入（Ⅰ問題を理解する）

図１：開始時の予想

授業開始時に図１（円錐型の容器に飲み物が入っている。左は満杯ではないが２杯，右は満杯で１杯となっている。）をモニターに提示して，どちらの量が多いかという問題を予想させた。学級によって違いはあるが，半分以上の生徒が左（満杯ではないが２杯）の方が多いと予想した。この活動を通して，本時では飲み物の量を比べる場面について考察していくことを確認した。ここでは，どちらが多くなるかは明かさず，授業を通して解決できるようになると伝えた。

4.2.2. 活動①（Ⅱ予想する）

【課題１】として，以下の課題を具体物を使って実演しながら提示した。

【課題１】 円錐型の容器に，コップ１杯の水を入れると，半分の高さまで入りました。 全部で何杯入れると満杯になりますか？

直観としての予想となるように，実演後の30秒程度の短い時間で予想をさせ，全生徒の予想を挙手で確認し，黒板に示した。生徒の予想は３杯，４杯に集中し，６杯以上を予想する生徒はほとんどいなかった。３杯や４杯を予想した生徒に理由を聞くと，「半分の高さまで入っているから，あと２，３杯入れれば満杯になりそう」や「中学１年生の時にやった円柱と円錐の体積の実験で３杯になったのと関係ありそう」といったものがあった。６杯と予想した生徒は，「円錐の上の方が広がっているから意外と入りそう」と述べていた。６学級での実践において，正しい８杯を予想した生徒は１人もいなかった。このことから，誤った予想を生じさせることができたと言える。

4.2.3. 活動②（Ⅲ課題をつかむ）

学級全体の予想を確認した後，容器全体を表す円錐模型と，水が入っている部分を表す円錐模型を用いて，この２つの円錐の体積を比較することで，実際に何杯で満水になるかを求めることができることを確認した。

計算に必要となる具体的な数値を与え，円錐型の容器全体の体積と，水が入っている部分の円錐の体積を計算で求めさせ，計算上で

は８杯となることを確認した。しかし，生徒は自分自身の予想と大きく異なることから，計算過程や数値に誤りがあるのではないかと，疑う姿が見られた。

その後に，全部で８杯入ることを具体物での実演で確認した。生徒は自らの予想との違いや計算結果との一致に驚きを示していた。

4.2.4. 活動③（Ⅳ課題を解決する）

【課題１】は，相似な立体の相似比と体積比をもとに明らかにできることを伝え，【課題２】として，立方体を使って相似な立体における相似比・表面積比・体積比の関係をまとめる学習を行った。

【課題２】
大きさの異なる立方体をもとに，相似な立体の相似比・表面積比・体積比の関係について調べましょう。

ここでは，１辺の長さが１㎝，２㎝，３㎝の３種類の立方体における表面積と体積を調べて表にまとめ，それらの関係を基に，相似比を$m{:}n$とすると，表面積比が$m^2{:}n^2$，体積比が$m^3{:}n^3$となることを確認した。

これらの学習から【課題１】の場面では，容器全体と水が入っている部分の相似比が２：１の円錐となっていることから，体積比が３乗の比である８：１となることを確認した。【課題２】を通して，生徒は【課題１】の結果を改めて考察し，論理的な根拠を基に納得している姿が見られた。

4.2.5. 活動④（Ｖ問題を解決する）

【課題３】として，高さが$\frac{2}{3}$まで入っている場合について扱った。【課題１】と同様に，具体物を使って実演しながら提示した。

【課題３】
円錐型の容器に，$\frac{2}{3}$の高さまで飲み物が入っています。
何杯飲むと，同じグラスで満杯まで入っている時よりも，多くの量を飲むことができますか？

ここでも，予想を取り入れた。見た目や直観を基に，２杯や３杯と予想をする生徒の姿が見られた一方で，活動①～③の学習をもとに予想を立てている生徒もおり，見た目や直観よりも意外と多いのではないかと仲間と相談し，５杯や６杯といった予想をしている姿も見られた。足がかりとなる知識が与えられていることで，意欲的に予想に取り組むことができていた。

予想後に導入時の図１を再度モニターに表示し，図２に変化させることで，【課題３】が導入場面の問題と関連していることを確認した。

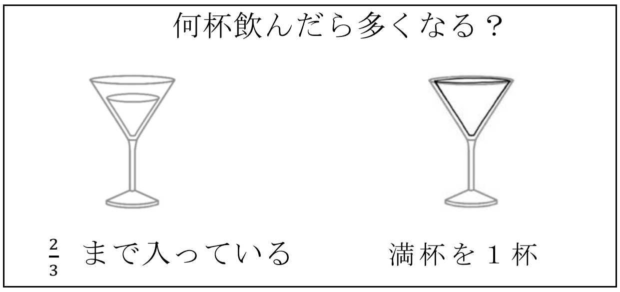

図２：導入場面と関連させた【課題３】

その後，容器全体を表す円錐模型と，高さが$\frac{2}{3}$の円錐模型を用いて，相似な立体の体積を比べる場面であることを確認し，活動③で学習した相似な立体における相似比と体積比の関係を使って課題解決に取り組む時間を設定した。

半分程度の生徒が，体積比を求めることができていない様子が見られた。高さが半分の場合には，相似比が２：１になることはわかりやすかったようだが，高さが$\frac{2}{3}$の場合には相似比がどのようになるのかが難しいようであった。また，相似比が１：$\frac{2}{3}$と分数を含む比となってしまうことから，整数比の３：２に直すことや３乗の比となる体積比を求めることができずに手が止まっている姿も多く見られた。

個人解決の時間を数分とった後に，学習形態を班として活動する場面を設定した。そこでは，前述の相似比と体積比のつまづきに対して班の仲間が教える場面が見られ，ほとんどの生徒が体積比が27：８となることは納得

できた様子であった。その後は，各班内で【課題３】で問われている「何杯飲めば多くなるのか」について，体積比の27：８を使って論理的な説明まで話し合われている姿が見られ，粘り強く課題に取り組むことができていた。

各班が４杯という結果を導いたところで，３杯では満杯にならず，４杯目の途中で溢れることを具体物での実演で確認した。【課題１】の時のような驚きはなかったものの，数学を活用して日常生活場面の問題を解決することができることを実感する機会になったと考える。

4.2.6. まとめ

授業のまとめとして，相似な立体の性質（相似比・表面積比・体積比の関係）について確認した後，本時の活動や学習内容を通して学んだことや感じたことについての振り返りをワークシートに記述させた。

最後に，直観による予想は外れることもあり，数学を活用することでそのような事態を避けやすくなることを紹介して，授業を終えた。

4.3. 生徒の振り返り記述

授業のまとめとして記述した生徒の振り返りから，本実践の工夫との関連が深いものをいくつか紹介する。

・直観で「このぐらいだろう」と予想していた答えが実際の答えと全然違っていたので驚きました。確かめるために計算をしたら本当だったので，不思議でした。
・８杯という計算結果が出ても絶対に入らないと思っていたけど，実際に入れている所を見て，直観よりも計算が正しいことがわかった。
・初めは最初の問いについて底面積×高さ×$\frac{1}{3}$だから３杯だと思ったけど，途中で体積を比べたら８杯だとわかった。
・体積比は思っていたよりも差が大きくなり，見た目にだまされてはいけないと思った。これからは見た目にだまされず，数学を使って賢く生きたいなと思った。
・最初はやはり見た目重視で考えてしまっていたが，計算をしているうちに「直観とこんなにも差があるのか！」と思いました。日常生活で正確に測ることはあまりないけど，直観で考えないことも気にして過ごしていきたいと思いました。
・実験をしながら授業が進んだので，理解がしやすかったです。
・はじめはこの問題を解くのに手こずっていたが，問題を解くにつれて知識が身についてきたので，できるようになった。
・はじめは円錐の形だというのに，普通のコップと同じ考え方をしてしまいました。だけど途中で円錐の形なので，上の方までいくとどんどん形が広がっていって，入る量が多くなるということに気付きました。

全ての学級において，予想と結果が異なったことについての記述が多数見られた。本実践の題材が，誤った予想を生じさせるものとなったことが見いだせる。また，誤った予想が生じたことで，正しいかどうかを明らかにしたいという気持ちや論理的な根拠を基に納得したいという気持ちが引き起こされていたことは生徒の取り組みの様子からも感じとることができた。

また，誤った予想や直観を，数学を活用することで正すことができるといった記述も多く見られた。飲み物の量という日常場面を扱ったことで，本時の学習内容と日常生活を関連づけるだけでなく，賢く生きるために数学を活用することができるといった視点を与えることにもつながったと考えられる。

また，具体物を使った実験や模型の提示についての記述も見られ，生徒の理解を促進し，粘り強い取り組みにも影響があったことが窺える。

5. 本実践のまとめと今後の展望

5.1. 本実践のまとめ

本実践では，生徒の信念や先入観を利用し，誤った予想を生じさせることを軸として，

「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の２つの視点から，生徒の主体的な学びを引き出すことを目指した。

誤った予想を生じさせることで，論理的な根拠を基に納得したいという生徒の気持ちを引き起こすことができたと言える。その気持ちが，生徒の主体的な学びを引き出し，数学的活動をより充実したものに引き上げることが本実践で明らかになった。その際には，予想させる題材の選定が重要である。波多野・稲垣(1973)が述べているように，「子どもの持つ信念や先入観の利用」「足がかりになる知識を与える」「既存の知識のずれに気付かせる」といった視点をもとに題材を選定し，具体物での実演や課題の配列，授業展開を工夫をすることで，知的好奇心は一層引き出されることが見いだされた。

また，誤った予想が生じる題材を日常生活に即した場面と組み合わせることで，日常生活と数学の関連を実感する機会ともなり得る。誤った予想を引き起こす事象を，数学を活用して解決する学習過程は，数学的活動の具現化と言えるであろう。具体物での実演を取り入れることも，数学の実用性をより実感することにつながった。

本実践では，以下の３つの工夫を取り入れた。

・「予想」を取り入れた授業展開
・誤った予想を生じさせやすい題材
・日常生活場面の設定及び具体物の提示

これらの工夫が，「数学的活動の充実」と「日常生活と数学の関連」の２つの視点から，生徒の主体的な学びを引き出すことに有効な手立てとなることが見いだされた。

5.2. 今後の展望

今後は，生徒の主体的な学びを引き出す上で，一定の成果が見いだされた本実践の工夫を他の単元にも展開していきたいと考える。日常生活場面の設定や具体物の提示が難しい場合等には，他２つの工夫を取り入れることで，生徒の主体的な学びを引き出すことに有効な手立てとなりうるのかについても明らかにしていきたい。

また，本実践においては生徒の実態を授業中の様子と振り返り記述から明らかにしたが，主体的な学びや学習意欲の変容，日常生活と数学の関連に対する意識の変化を明らかにすることができるようなアンケート調査等を複数回実施することで，実践の有効性をより裏付けることになると考える。

引用・参考文献

杉本祐一(2021). 数学嫌いの改善を目指した自己効力感向上に関する支援の研究. 上越数学教育研究，27， 57-66 .

相馬一彦(1995). 「予想」を取り入れた数学授業の改善. 明治図書.

出口陽正(1999). 実験できる算数・数学. 仮説社.

波多野誼余夫，稲垣佳世子 (1973). 知的好奇心 . 中央公論社.

平山達也(2021). 主体的な学びについての一考察. 鳶野克己教授退職記念論集，82-95，立命館大学人文学会.

文部科学省(2018). 中学校学習指導要領（平成29年告示）解説総則編. 日本文教出版 .

文部科学省(2019). 平成29年改訂の小・中学校学習指導要領に関するＱ＆Ａ（算数・数学に関すること）. https://www.mext.go.jp/content/1422350_001.pdf （ 2023.2.22 最終確認） .

文部科学省(2020). 国際数学・理科教育動向調査 （ TIMSS2019 ） のポイント. https://www.mext.go.jp/content/20201208-mxt_chousa02-100002206-1.pdf （ 2023.2.22 最終確認） .