上越数学教育研究，第 39 号，上越教育大学数学教室，2024 年，pp. 33-40

数学科における主体的な学びを支えるための手立て

−表の活用を生徒のストラテジーとして提示した関数指導−

藤野　真
上越教育大学教職大学院２年

1. はじめに

1.1. 問題の所在および実践の背景

変化の激しい現代社会において、子供たちがこれからの時代に求められる資質・能力を身に付け、生涯にわたって能動的に学び続けることができるようにするため、学校教育では主体的な学びを引き出す授業改善の取組を活性化していくことが重要となっている。

文部科学省(2017)は、主体的な学びを「学ぶことに興味や関心を持ち、自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら、見通しを持って粘り強く取り組み、自己の学習活動を振り返って次につなげること」と説明している。

筆者は「粘り強く取り組み」という部分に課題意識を感じている。これまでの現職中学校教員の経験として、数学の学習場面において課題解決を諦めてしまうような生徒の姿を目にしてきた。学習課題に対して興味や関心があるにも関わらず、粘り強い取組につながらない状況の改善を図りたいと考えた。

現行の学習指導要領（平成29年告示）において、中学校数学科は四つの領域から構成されている。その中でも「関数」の領域は、生徒が学習に困難を抱えている領域の一つであり、関数指導における課題は他領域よりも多数存在するとの指摘もある(永田, 2021)。したがって、関数指導における生徒の主体的な学びを引き出すことは中学校における課題の一つであり、指導の改善が求められる部分であると考えられる。

そこで本研究は、生徒の主体的な学びを支えるための関数指導の具体的な手立てについて示唆を得ることを目的とした。

1.2. 粘り強い取組

文部科学省(2019)は、主体的に学習に取り組む態度の評価の基本的な考え方として

①：知識及び技能を獲得したり、思考力、判断力、表現力等を身に付けたりすることに向けた粘り強い取組を行おうとする側面

②：①の粘り強い取組を行う中で、自らの学習を調整しようとする側面

の二つの側面から評価するとしている。つまり、粘り強い取組は教科や学習内容を通して生徒に身に付けさせたい資質・能力の育成を目指していく過程で発揮されるものであり、粘り強い取組自体が目指す生徒の姿になるべきではないと考えられる。

また、中尾(2020)は新しい時代を生き抜くことのできる粘り強さがある子どもの姿を、「未知なる問題に直面しても、その問題を打破できるように、新たな知識や技能を学び取ろうとする。そして、自分の学びを通して習得した力を活用して、思考し判断し表現しながら問題を解決していく」としている。関数学習の場面においても、生徒自身が新たな問題に立ち向かい、思考力・判断力・表現力等を発揮しながら問題を解決していくような経験が必要であると考えられる。

これらの点を踏まえ、本研究においては、関数指導における問題解決の過程で発揮される生徒の粘り強い取組を支える手立てを提案し、その効果の検証を行うこととする。

1.3. 関数指導における課題

現行の学習指導要領（平成29年告示）では、中学校数学科における関数指導の意義として次の二つの点を示している。

①：身の周りの具体的な事象を考察したり理解したりするに当たって、事象の中にある二つの数量の依存関係に着目し、表、式、グラフを用いて考察することが有用であること。

②：関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することは、これまでの数学の学習の捉え直しやこれからの学習において重要な役割を果たすこと。

また、古藤(1991)は関数指導の具体的なねらいを以下の五つにまとめている。

ア：事象の考察に際して関数関係にある２つの数量をみいだす能力を伸ばす。

イ：関数関係にあるとみられる２つの数量の間の対応の規則を明らかにする。

ウ：関数関係を数学的に表現することによって、その関係の特徴を調べる能力を伸ばす。

エ：基本的な関数について、それらの特徴を知る。

オ：関数的な見方や考え方を、他領域の内容の理解のために利用したり、問題解決の場などに生かす能力を伸ばす。

これらを踏まえ、筆者は関数指導の意義やねらいを「事象における数量の関係を考察する際の手段として、関数関係の特徴や、表・式・グラフを用いた表現・考察方法について学ぶこと」だと捉えた。表現・考察方法について学ぶことは、あくまでも数量の関係を考察する際の手段であることを重視する必要があると考えられる。

しかし、これまでの調査や先行研究によると、生徒の関数学習の実態に対する課題の指摘がなされており、関数指導の意義やねらいが十分に達成されているとは言えない状況がある。平成19年度から平成30年度までに実施された全国学力・学習状況調査のA問題の領域別平均正答率では、平成25年度を除いた全ての年度において「関数」領域が最低である（永田,2022)。回答形式や難易度による多少の差異はあるとしても、生徒にとって関数領域の理解が十分ではないことが伺える。

また、布川(2015)は中学生が関数の学習に困難を抱える原因の一つとして、関数が数や図形のように思考の対象、探究の対象、学習の対象として生徒には成立していないと指摘している。これは上田(2009)が指摘する生徒の関数学習に対する感覚「何をしているのか、何のためにしているのか分からない」とも通ずる部分がある。

熊倉(2003)は、高校受験を終えたばかりの高校１年生に「関数で学んだことは何か」と問うと、「グラフ上で図形の問題を考えること」という返答であり、大学受験を控えた高校３年生への同様の質問に対する返答は「グラフを描くこと」であったと述べている。これらの実態から、生徒は関数の学習をグラフを中心とした表現や考察方法についての学習として捉えている部分があると考えられる。つまり「事象における数量の関係を考察する」という関数指導の意義やねらいの前提が十分に伝わらないまま、単なる操作的な学習として受け止められている実態があることが考えられる。

これらを概観すると、関数指導の意義やねらいが十分に達成されているとは言い難い。中学生にとって関数の学習は、関数関係の表現や操作を中心として受け止められており、事象における数量の関係を考察する際の手段としては受け止められていないと考えられる。この部分について、指導の改善の必要があると考えられる。

2. 先行研究の検討

2.1. 粘り強さとストラテジー

粘り強い取組が生まれにくい状況として、学習対象が把握しにくいことや問題場面の把握が難しいこと、問題解決の手段や方法を身

に付けていないことなどが考えられる。

古藤(1985)は、学習を子どもたちにとって真に意義のあるものにするためにも、自主的に自分の力で問題を解決していく能力の育成に配慮すべきだとし、問題の解決の手立てとしてストラテジー (方略) の指導の重要性を述べている。

近藤(2004)はストラテジーを、よりよく問題を理解したり、問題解決過程が進展したりするのに役立つ一般的な示唆だと述べており、栗原(1991)は１次関数における表や式、グラフを使うといった複数の具体的ストラテジーの指導が生徒の問題解決への意欲を高め、問題解決力を伸ばすのに役立つことを明らかにしている。

つまり、学習課題に対する生徒の粘り強い取組を支える上で、問題解決の手立てとしてストラテジーの提示が有効な方策の一つとなり得ると考えられる。

2.2. 数学的概念の二面性 (duality)

井上(1998)は Sfard が示した数学的概念の認識の様式を関数概念に適用し、以下の二つの側面から捉えている。

操作的概念作用 (operational conception)

：関数概念を計算規則として捉える

構造的概念作用(structural conception)

：関数概念を対象として捉える (ただし、ここでは計算規則としての側面は捨象されるのではなく、それをいったん切り離して考えることのできる段階とする)

井上(1998)は、操作的概念作用と構造的概念作用の間を行き来しながら、数学的な記号を通して概念を二面的に認識できるようにするために、１次関数指導において次の五つの留意点を示している。

①：数での考察を基盤とする

②：計算規則としてのプロセスの側面を軽視しない

③：プロセスの比較によって１次関数を定義する

④：グラフによる表現と式による表現とのつながりを重視する

⑤：プロセスとしての関数そのものを学習の対象とする学習場面を設定する

実体がなく、つかみどころのない関数を考察対象として捉えるのは難しい。したがって、まずは数での考察や計算規則としてのプロセスを重視していくことが関数学習の初期段階では必要不可欠であり、操作的概念作用が徐々に構造的概念作用へと移行する場面を意図的に設定していくことで、関数概念を二面的に認識することにつながると考えられる。つまり、関数を操作や表現として捉える段階から、数量の関係を考察する手段として捉える段階への移行を意識した段階的な指導が必要だと考えられる。

2.3. 表の活用

東條ら(2019)は、表をつくることができている児童生徒は、式やグラフに表すこともできており、授業での学びが確実な知識となっていることを小中学校での調査・分析をもとに明らかにしている。また熊倉(2003)は関数指導において、表をもとにして変化の特徴を調べる活動の重要性を指摘している。

小学校の教科書 (一松ら,2020) と中学校の教科書 (池田ら,2021)を比較すると、小学校ではほとんどの場面で表が提示されているのに対し、中学校では表の提示は導入場面から徐々に減少し、式での提示が増えていく。中学校１年生段階での学習場面を考えると、これまで表をもとに考察していた対象が、式を中心とした考察に変わることのギャップは大きいと考えられる。

関数学習の際に表を作成することは、井上(1998)が示した上述の留意点①、②とも関連が深いと考えられ、数での考察や計算規則としてのプロセスを生徒に促すための具体的な手立てとなり得る。また、表を作成することが数量の関係を考察することにつながり、関数指導の意義やねらいに迫る学習につながる

と考えられる。

2.4. 本研究への示唆

これまでの先行研究から、生徒の粘り強い取組を支えるためには、問題解決のストラテジーの提示が一つの手立てとして考えられる。また、関数概念を二面的に認識できるようにするために、関数学習の初期段階では数での考察や計算規則としてのプロセスを意図的に取り入れながら徐々に関数そのものを学習の対象とする学習場面を取り入れていく必要がある。さらに、小学校では表をもとにした考察を中心として学習を進めているが、中学校の教科書では表の提示は少なくなり、表をもとにした学習経験の少なさが関数学習の困難さの一因とも考えられる。

そこで本研究では、関数指導において表の活用をストラテジーとして提示することが、生徒の粘り強い学習を支え、関数概念の進展に有効な手立てとなるのかを検証する。

3. 研究のねらいと方法

3.1. ねらい

関数指導において表の活用をストラテジーとして提示することが、生徒の粘り強い学習を支え、関数概念の進展に有効な手立てとなるのかを検証する。

3.2. 方法

中学校第１学年「比例と反比例」単元の指導の際に、表の活用を問題解決のストラテジーとして強調した形で生徒に提示する。特に単元前半の指導場面では、表をもとに学習を進める。単元指導全体を通して、生徒の問題解決の様相やその変化を授業中の姿及びワークシートへの記述から検証する。

4. 実践の概要

4.1. 授業実践期間及び対象

・実践期間：2023年10月26日～12月13日
・実践時数：21時間
・対象：X市立Y中学校１年Z組（33名）
・授業者：藤野真

対象生徒は、上越教育大学教職大学院の「学校支援プロジェクト」における連携協力校の中学１年生１学級である。本研究の実践期間以外は連携協力校の教科担任(A教諭)が授業を担当しており、実践期間のみ筆者が授業を担当した。A教諭からは本研究の授業実践を観察してもらい、授業者の視点からは気付きにくい生徒の様子について、フィードバックを受けた。

4.2. 授業の実際

表の活用を単元指導全体の中で強調して生徒に提示した。その中でも強調した提示の様子がよく現れていると考えられる場面を以下に述べる。

4.2.1. 単元前半①

関数の導入場面では、様々な関数の例を生徒に提示することで、小学校で学習した比例や反比例以外にも多くの関数があることを確認し、数量の関係に着目する活動を取り入れた。具体的には、携帯電話におけるデータ使用量と料金の関係や、2023年の各月の日数の関係などである。その際には表を提示する場面や表をもとに考察する場面（**図１**、**図２**）を意図的に設定した。「xの値を決めるとyの値がただ１つに決まる」ことの確認を表をもとに行うことで、考察の手段として表の活用を意識付けるような指導とした。

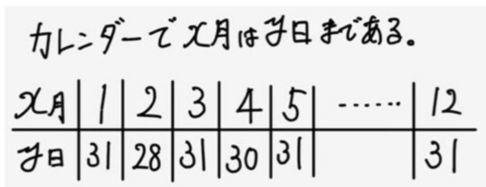

図１：2023年の各月と日数の関係①

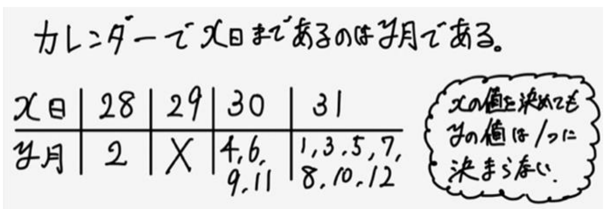

図２：2023年の各月と日数の関係②

また、比例の学習においては、小学校で学習した比例の定義（一方の値が２倍、３倍…となる時に他方の値が２倍、３倍…になる）

を、表をもとに確認した。その表において、横の変化の様子に着目したのが小学校の比例の定義であり、中学校では縦の対応の関係に着目してその関係を式で表現するというように定義の捉え直しを行った。中学校では比例を$y=ax$の式によって定義するが、その考え方は表では縦の対応関係として捉えることができることを確認した（**図３**）。

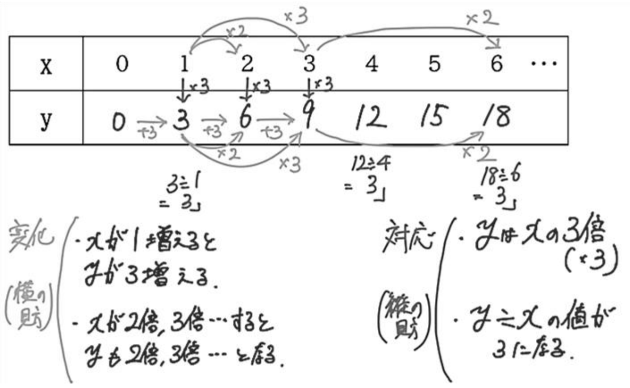

図３：比例の定義を表で確認

数量の関係を式で表し、比例かどうかを判断する問題解決場面においても表の活用を強調した（**図４**）。

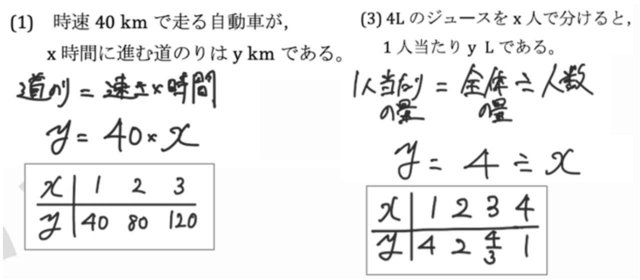

図４：比例かどうかを判断する場面

ここでは、式の形から判断することが出題の意図であると考えられるが、本実践では表を作成することを通して、数量の関係も考察した上での判断を促したいと考えた。実際に、式だけでは比例と納得できない生徒の中に、表での考察を通して納得することができたという生徒も見られた。

このように、単元導入期から表の活用を強調して提示した。関数や比例の定義の確認や問題解決の場面において、表をもとにした指導を多く取り入れた。

4.2.2. 単元前半②

与えられたxとyの値の組から比例定数を求め、yをxの式で表す問題解決場面「yはxに比例し、$x=2$のとき$y=-8$である。yをxの式で表しなさい。」においても表を活用した解決の手立てを提示した（**図５**）。

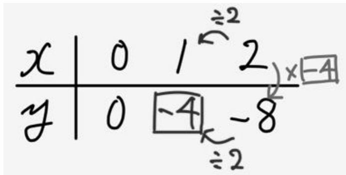

図５：表を活用した解法

教科書では式を活用した解法を扱っているため、表での解法を生徒と確認した後、式での解法も説明をした。

その後、練習問題に取り組む時間を設定したのだが、手が止まる生徒が多数見られた。生徒にどのように困っているかを尋ねると、「結局、表と式のどちらの方法で解けばいいんですか」や「yをxの式で表しなさい、という問題だから式を使って解くんですよね」といった生徒の反応が見られた。また、表を活用して取り組もうとしていた生徒は、与えられたxとyの値の組を記入した後に何をすればいいのかわからない様子であった。

4.2.3. 単元中盤

比例のグラフの学習場面では、表を作成してからx、yの値の組を座標とする点をとっていくよう指導した。これは、教科書も同様の流れとなっている。ただし本実践においては、練習問題の際にも表を作成して考えるよう強調した。黒板での説明の際にも、表をもとにしてx、yの値の組を座標とする点を座標平面上にとっていく過程を授業者が意識的に見せるようにした。比例のグラフは原点を通る直線となるため、原点以外に通る点が１つ見つかればすぐに書くことができる。したがって、比例定数をもとにして原点以外に通る点の座標を求めることで素早くグラフを書かせる指導も考えられる。しかし本実践においては、関数学習の初期段階でもある中学１

年生に、点の集合が線となっていることを実感させたいと考えた。そのためには表を作成してからx、yの値の組を座標とする点を1点ずつ座標平面上にとっていく経験が必要だと考え、表の活用を強調して提示した。

比例定数が分数である$y=\frac{2}{3}x$のグラフについて考える自力解決場面では、多くの生徒が表を作成しながら粘り強く課題解決に取り組む姿が見られた。その中でx、yの値の組が整数同士となる点を見つけてグラフを書くことができた生徒の姿も見られた。グラフを書くことができなかった生徒の中にも、表を作成することで$y=\frac{2}{3}x$のグラフは整数同士となる点を見つけることが難しいことに気付き、問題場面の把握につなげる姿が見られた。

4.2.4. 単元後半

視力検査で用いられるランドルト環の直径と視力の関係について考察する課題（**図６**）を単元末に扱った。

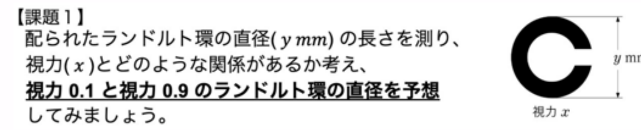

図６：単元末で扱った課題

視力検査に用いられるランドルト環の一部（視力0.2、0.3、1.5)を生徒に配布し、視力0.1と0.9のランドルト環の直径を予想するという課題とした。生徒は配られた3つのランドルト環を測定後、視力に対する直径をワークシートに記録していった（**図７**）。

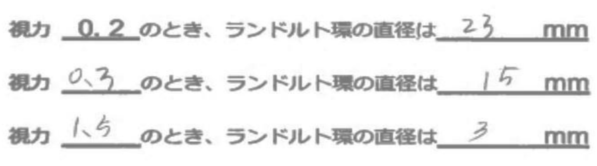

図７：ワークシートへの記録

その後、追加のランドルト環（視力0.5、1.0)を配布すると、生徒が自発的に表を作成する姿が見られた。表をもとに、横の変化の様子や縦の対応の関係に着目しながら数量の関係の考察を始める姿が見られた（**図８**）。

x	1.5	1.0	0.9	0.5	0.3	0.2	0.1
y	4	5		9	15	23	

図８：生徒が作成した表

生徒は表をもとに考察した後、「反比例っぽい」という感覚を持ちながら、グラフでの考察に進んでいった。グラフの概形が反比例のグラフと近いことを確認して、ランドルト環の直径と視力の関係を反比例とみなすことで、与えられていないランドルト環の直径を学習した反比例の性質（$x\times y$ の値が一定）を根拠として予想することにつながった。

4.3. 考察

単元前半の関数や比例の定義の学習場面や、与えられたxとyの値の組から比例定数を求める学習場面においては、表を活用しながら数での考察を基盤として指導を行った。生徒にとっては、小学校で表を中心とした関数学習を行なってきているため、比較的受け入れやすかったのではないかと考えられる。また、様々な値を代入しながら変化や対応の様子、つまり数量関係を考察する素地を養うことにもつながったと考えられる。

しかし、4.2.2.で示した生徒の反応から、xとyの値の組から比例定数を求める場面では問題解決のストラテジーとして表が有効に働いていないことが伺える。また、表における縦の対応の関係から比例定数を求めることと、式を使って比例定数を求めることを統合して捉えられるような指導になっておらず、それぞれが独立した解法として受け止められていたことがわかった。この部分の実践については生徒の反応から課題が見られた。

単元前半では生徒のアイディアとして表が出されるというよりも、授業者から積極的に表の活用を提示し、関数領域における考察の

手段、問題解決のストラテジーとして提示するような指導となった。前述のように、この段階では生徒にとって問題解決のストラテジーとして表の活用が有効に働いているとは言えない部分もあった。

単元中盤では、グラフを書く際に表の活用を提示しながら、徐々に授業者からの積極的な提示を減らしていった。未知の問題解決場面である比例定数が分数のグラフを書く場面では、表の活用を授業者から強調することはなかったが、自発的に表を作成する生徒の姿が増えていた。表の活用が、関数学習における課題解決や問題場面の把握のためのストラテジーとして生徒に受け入れられ、有効に働き始めていたと考えられる。

単元終末のランドルト環に関する課題では、表の活用が未知の問題解決場面における、場面の把握や数量関係の考察のためのストラテジーとして有効に働いていたと考えられる。単元終末の活用場面や応用問題では問われていることの把握や解決のための方策が立てにくく、手が止まる生徒も少なくない。本実践においては、多くの生徒が表を作成しながら２つの数量の間にある対応の規則を見つけようと粘り強く取り組む姿が見られた。表で考察した「反比例っぽい」という予想をグラフでも確認することで、考察を深めている生徒の姿もあった。関数指導の意義として示されている「身の周りの具体的な事象を考察したり理解したりするに当たって、事象の中にある二つの数量の依存関係に着目し、表、式、グラフを用いて考察することが有用であること」を単元終末の活用場面において、生徒自身に感じさせることができたと考えられる。

このことから、単元指導全体を通して表の活用をストラテジーとして提示したことが、生徒の粘り強い取組を支えることにつながり、関数学習を関数関係の表現や操作の理解に留めることなく、数量関係の考察のための手段として学ぶことにつながったと考えられる。

4.3.1. 成果

本実践では、中学校第１学年「比例と反比例」単元において、表の活用を単元全体で強調した形で生徒に提示する関数指導を行った。

中学校では式での表現や操作が中心となる問題解決場面が多くなってくるが、表の活用を取り入れることで数量関係の考察に意識が向きやすくなり、課題解決や問題場面の把握に有効に働くことが示唆された。特に、数学を苦手とする生徒の手が止まる場面が減少し、初学者の関数学習のストラテジーとして表の活用は有効な手立てとなり得ると考えられる。

単元前半では表の活用を授業者が積極的に促したが、単元中盤頃からは生徒自身が問題解決の手段や場面の把握として自発的に表を活用している姿も見られるようになり、表の活用が粘り強い取組を支えることにもつながっていたと考えられる。

4.3.2. 課題

本実践における課題を以下に述べる。

一点目は、表の活用を強調して指導したため、式を活用した課題解決や考察の場面が減少したことである。中学校では比例や反比例を式で定義し直しているように、式を活用した課題解決や考察を大切な学習と位置付けていると考えられる。本実践では、そういった式を活用した学習場面が従来の指導よりも減少してしまった。それをどう補うのかを検討することが今後の課題として残される。

二点目は、表と式を関連付けながら生徒に提示し、理解を深めるような指導の工夫が必要だということである。本実践では**4.2.2.**で示したように、表を活用した解法と式を活用した解法を統合して捉えさせることができずに、関数学習の困難さを感じさせてしまう場面が見られた。初学者の生徒の思考を十分に想定した上で、生徒自身が表、式、グラフそれぞれの関連を理解・納得できるような指導が必要である。

三点目は生徒たちの関数概念の進展につい

ての分析ができなかったことである。単元末の生徒の姿から、表の活用がストラテジーとして定着していることや課題解決や問題場面の把握に表が役立っている様子は観察されたが、そのことが関数概念の進展に寄与していたかどうかは定かではない。

以上のように、本実践に関わり残された課題もあり、さらなる研究と実践を重ねていく必要があると考えられる。

5. おわりに

本研究では関数指導において表の活用をストラテジーとして提示することが、生徒の粘り強い学習を支え、関数概念の進展にどのように寄与しうるのかを検証した。その結果、表の作成が課題解決のみならず問題場面の把握にとっても有効であり、手が止まる生徒を減少させ粘り強い取組を支えることにつながった。また、単元終末の生徒の姿から、表をストラテジーとして活用することで数量関係の考察に意識が向き、関数指導の意義やねらいの実現に対する一定の成果が見られた。

しかし、表の活用を強調して扱った分、式やグラフの活用が疎かになってしまった部分もある。本実践では、関数学習の初期段階として、表の活用をストラテジーとして提示したが、関数学習を進めていくにあたり、表の学習と式やグラフの学習をどのように関連付けていくかは今後一層精査していく必要がある。

引用・参考文献

池田敏和ほか.(2021).中学校数学1.学校図書.

井上芳文.(1998).数学的概念の認識における二面性に関する考察(4)−指導原理の関数における適用可能性いついて−.全国数学教育学会誌,4,187−195.

上田貴之.(2009).関数の学習におけるグラフを利用したアプローチについて−中学校２年「一次関数」の単元における影響についての一考察−.上越数学教育研究,24,41−52.

熊倉啓之.(2003).学ぶ意義を実感させる関数の指導に関する研究.日本数学教育学会誌,85(11),40−49.

栗原幸宏.(1991).自ら学ぶ力を育てる数学指導−１次関数のストラテジーの指導を通して−.日本数学教育学会誌,73(7),198−208.

古藤怜.(1985).問題解決におけるストラテジーの指導.明治図書.

古藤怜，正田實.(1991).新・中学校数学指導実例講座４数量関係.金子書房.

近藤圭太.(2004).数学的問題解決ストラテジーの構成に関する研究(V)−中学校第２学年における指導過程の実践的検討−.全国数学教育学会誌,10,49−58.

東條みどり，金児正史.(2019).小中学校をつなぐ関数指導の一方策−7人の児童生徒の活動に着目して−.鳴門教育大学授業実践研究,18,211−223.

中尾聡志.(2020).「第２章　粘り強くともに学ぶ子どもを育成する授業づくり」.石田英真編著，粘り強くともに学ぶ子どもを育てる−教材と深く対話する「教科する」授業の理論と実践−.明治図書.

永田潤一郎.(2021).全国学力・学習状況調査の結果に基づく中学校数学科における典型的な誤答の分析−「関数」領域と「データの活用」領域の考察−.文教大学教育学部紀要,55,215−232.

布川和彦.(2014).中学校数学における関数の対象としての構成−教科書の考察を中心に−.上越教育大学研究紀要,33,85−96.

布川和彦.(2015).関数の対象としての成立を視野に入れた教科書の試案.上越数学教育研究,30,1−12.

一松信ほか.(2020).みんなと学ぶ小学校算数６年.学校図書.

文部科学省.(2017).主体的・対話的で深い学びの実現(「アクティブ・ラーニング」の視点からの授業改善)について(イメージ).

文部科学省.(2018).中学校学習指導要領(平成29年告示)解説総則編.日本文教出版.

文部科学省.(2019).児童生徒の学習評価の在り方について(報告).