上越数学教育研究，第 41 号，上越教育大学数学教室，2026 年，pp. 27-34

割合のインフォーマルな知識を利用した学習活動に関する研究

- 小数倍の理解との関わりに焦点を当てて -

佐藤　茂太郎
兵庫教育大学大学院連合学校教育学研究科院生

１．はじめに

（1）研究の背景

子どもたちの割合の理解が十分でないことは，これまでも指摘され続けている（布川，2022，2024a；国立教育政策研究所，2023）．他方で，子どもの割合のインフォーマルな知識や割合の潜在的な見方を有していることが分かっている（吉田，2003；栗山・吉田・中島，2017；佐藤，2024a；渡辺，2011）．

割合のインフォーマルな知識は，割合の学習以前に豊かに有している（吉田・河野・横田，2000）．本研究における割合のインフォーマルな知識は佐藤（2024b；2025b）で述べられているように，コストパフォーマンスなどに見られる人間の感覚的な知識，タブレット端末やスマートフォン等に示されるバッテリー表示（%）であり，全体のどの程度なのかを判断するイメージが身に付いている．児童によっては，「〇%引き」といった知識を日常生活経験によって身に付いていると考えられる．さらに，「A さんの持っている半分の重さ」や「B さんの 30 %がどの程度か」といった第 2 用法に関するインフォーマルな知識を含めている（吉田，2003）．

（2）割合の学習と小数倍の学習

割合指導に関わる学習として，小数の乗除計算や小数倍の学習が位置付けられている．小数倍は，割合の理解を深める上でも重要な学習内容である（田端，2001）．現行の学習指導要領解説算数編の第 4 学年には，小数倍に関わり 2.5 倍の説明がある（文部科学省，2017）．実際にそれ以前の教科書（例えば藤井他，2011）でも「小数の倍」については位置付けられていた（杉山，2012）．

小数倍の理解に関わっては，平成 26 年度全国学力・学習状況調査大問 2 の結果からうかがうことができる．（1）（2）ともに，図示している式を選択する問題であった．（1）は 1 より大きい場合の小数倍（80×1.2）を選択する，（2）は 1 より小さい場合の小数倍（80×0.4）を選択する問題である．正答率はそれぞれ 72.1 %，54.3 %であった．帯小数倍の正答率も不十分であることが分かるが，純小数倍の理解においてはさらに不十分であることがうかがえる．

小数倍に関わる学習内容は，第 2 学年のかけ算九九における「倍」の学習で開始される．この時，基準量の 1 つ分，2 つ分，3 つ分をそれぞれ 1 倍，2 倍，3 倍といった形で指導される．2 年生では第 2 用法として倍の学習が展開される．この学習は，第 1 学年や第 2 学年の長さの学習とも関連付けられ測定とも関わるものになっている．実際，任意単位による測定は，ある基準をつくりその何倍として考える操作となっている．

第 3 学年は除法を既習として倍の計算が扱われる．このとき，教科書によっては，第 2 用法に基づく考え方が示される．ここ

での学習も，ある基準に対して，いくつ分が何倍であるか考えるようになっている．

第 4 学年は，小数倍が初めて登場する．小数倍の意味に関しては，第 5 学年の学習内容であることから，整数÷整数＝小数といった形で導出するに留まる．ただし，教科書によっては，テープ図と数直線を合わせた図を用いて，小数倍のイメージを持てるよう工夫している．

第 5 学年では小数の倍の意味を学習する．この学年では，テープ図と二重数直線を合わせた図を用いて，小数倍のイメージを持たせる工夫が見られる．ただ，測定操作や測定値としての倍のイメージが想起しにくい面もある．実際，第 3 学年まで倍指導に関する図は，ある単位のいくつ分を示しているものの，4 学年以降では，そうした図は必ずしも明示的ではない．

本稿では，倍の指導をできるだけ整合した形で進めるために，布川（2024b）に依拠し，小数倍を「基本的には基準量の倍変換」として捉えることにする（布川，2024b）．

第 2 学年から第 3 学年の自然数倍は基準量の何倍として考えればよい．しかしながら，小数や分数では一度基準量の下位基準量を構成し，その何倍として考えるステップが増えることから「対象化が，自然数よりは生じ難くなる（同，p.197）」ことが考えられる．

こうした考えは市川（2003）が指摘する「倍を求めるとは，基準をもとに再測定している」とも整合する．市川（2003）によれば，小数倍の学習は割合の見方が顕在化する最初の場面であり，田端（2001）の指摘と同じように割合の学習と小数倍が関わっていると言える．

これらの先行研究では，小数倍の理解と割合のインフォーマルな知識を利用した学習活動との関連が図られた検討はなされていない．本稿は，第 5 学年における割合学習と小数倍の学習が関わっていることから，どちらの学習内容にも焦点を当てながら検討していくことにする．

（3）分析対象の児童

ここまで述べてきたように，割合の学習と小数倍の学習は関わっている．そこで，割合学習前に割合に関するインフォーマルな知識や，小数倍に関する知識の実態調査を行うことにした．

その結果，本研究における分析対象の児童を，2 名（児童 A と児童 B）とした．その理由について，まず 2 名の児童は，事前調査問題において，割合（百分率）に関するインフォーマルな知識が身に付いていることが確認されたからである．

また，小数倍のイメージに関する事前調査結果について，児童 A は次のように小数倍を捉えていた（図 1）．このことから，小数倍のイメージが不十分であることが確認された．他方で児童 B は適切に捉えていた（図 2）．児童 B は，0.1 倍をつくりその幾つ分と考えている様相を示した．

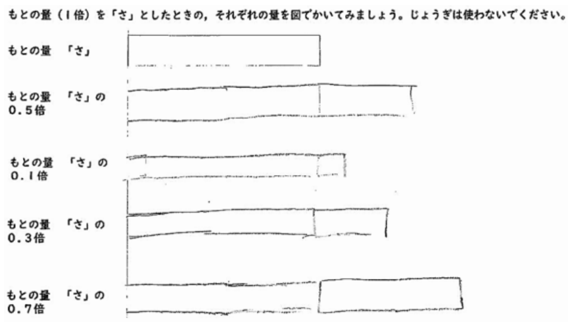

図 1　児童 A による小数倍のイメージ

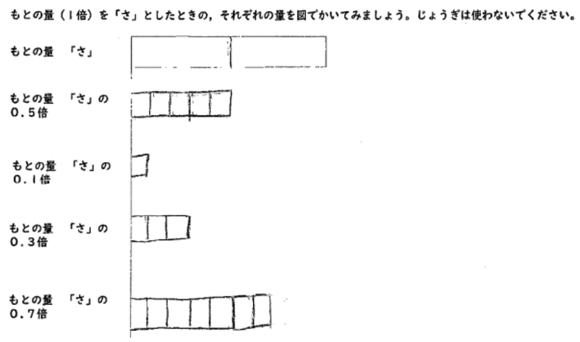

図２　児童Ｂによる小数倍のイメージ

（4）本研究の目的

先行研究では，割合のインフォーマルな知識を利用した研究はあるものの，割合のインフォーマルな知識から一般的な水準への移行が詳細に述べられていないこと（Van den Heuvel-Panhuizen，2003），また，小数倍の理解との関連を図った検討はなされていない．

そこで，本研究の目的は次の通りである．割合学習以前に小数倍の知識が不十分な児童や，適切に身に付いている児童に焦点を当て，そうした児童が，割合のインフォーマルな知識を利用して学習活動を進めることで，model of から model for への移行がどのようになされるか，その様相を明らかにすることである．また，その様相から，第５学年割合指導における新たな示唆を得ることを目的とする．

２．理論的枠組み

本研究は，割合のインフォーマルな知識からフォーマルな知識への移行を意図している．こうした水準間の移行を意図した先行研究に，RME 理論がある．RME に関わって，K.Gravemeijer（1997）は，水準間の移行に関わるモデルの発展について次のように述べている．「初め，モデルは文脈固有のモデル（mode of）として構成され，次にモデルは状況を越えて一般化される．したがって，モデルは性格を変え，それ自体実体となり，この新しい形では，フォーマルな水準における数学的推論のためのモデル（model for）として機能している」（p.339）と述べている．

つまり，特定の問題状況との密接なつながりにおいて構成されたモデル（model of）が，状況を越えて一般化された数学的な推論のためのモデル（model for）となる．

本研究はここで述べられる，図３に見られる４つの水準の model of から model for への移行に着目し，インフォーマルな知識からフォーマルな知識への移行において，児童がどのような様相を示すか分析する．

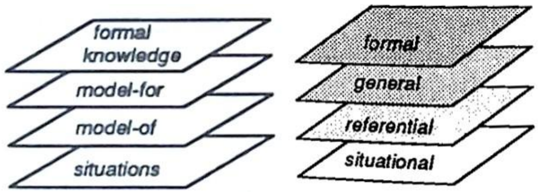

図３　モデルと活動の水準

（K.Gravemeijer，1997，pp.338-339）

例えば，第２用法の問題「70 mL の 30 ％は何 mL ですか」で考えてみよう．問題状況との密接なつながりにおいて構成された model of の水準では，10 ％や１％の量を求めてから 30 ％を求める方法を想定した．また，model for の水準では，70×0.3 といった一般化された水準を想定した．

３．研究の方法

小学校５年１クラスにおいて，割合（百分率）を扱う授業 14 回を，観察者のビデオカメラ２台で記録した．児童Ａと児童Ｂのデータはワークシートである．このワークシートと授業データ（他の児童の発話記録，板書写真）を分析の対象とした．

４．検証授業の実際と考察

（1）割合のインフォーマルな知識の表出を期待した学習活動

色水をメスシンダーに入れ，どの程度入っているか問うた（佐藤，2024a；2025a）．教師は 50%分を注ぐと，児童から「約半分」「1/2」「2/4」といった発言があった．他の言い表し方はあるかどうか問うとある児童は「50 パー」（教師が 50%と言い換える）といった反応があった．児童は，学校数学で学習したフォーマルな知識や，割合のインフォーマルな知識を発言した．

（2）割合のインフォーマルな知識を利用した第 2 用法に関する学習活動

第 2 時～第 3 時は，百分率に関するインフォーマルな知識と，フォーマルな知識である倍との結び付きを図る活動を行った．

基準量 80 ｇを固定し，それぞれ基準量の 200 %，300 %，150 %，250 %が基準量の 2 倍（×2），3 倍（×3），1.5 倍（×1.5），2.5 倍（×2.5）と百分率と倍を関連付けて考える活動を行った．そして児童が，百分率と倍の数値に着目するよう促し，百分率の数値から倍の数値へは 1/100 していること，逆であれば 100 倍していることに児童は気付いた．また，例えば 230 %が基準量の 2.3 倍であることなど児童が発言した．その際，児童 A が表現したバー・モデルが以下の図 4（第 3 時）である．

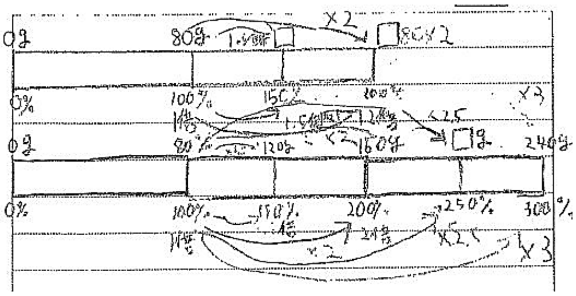

図 4　児童 A によるバー・モデル（第 3 時）

初めは，バー・モデルを利用し比例的推論を働かせながら，model of の水準で活動を進めた．そして，徐々に，一般的水準（model for）への移行が見られた．

第 4 時～第 6 時は，比較量が基準量よりも小さい場合，例えば，70 mL の 30 %の液量を求める問題等を扱った．教師は児童に，全体が 100 %であるといったインフォーマルな知識を確認した．ある児童が「先に 50 %をやった方が簡単」と発言したことから，図を全体で確認した．

その後，児童はバー・モデルを利用しながら，10 %を求めその 3 つ分（3 倍），つまり 70÷10×3 であることを確認した．この考え方を本稿では，一度 10 %を求めその 3 倍にあたる 30 %を求めていることから「2 ステップ」の方法と呼ぶことにする．

ここでは，問題の状況との密接な結び付きが考えられる，model of の水準で活動していることが分かる．

次時で，一般化された水準（model for）への高まりを検討するために，2 ステップではなく 1 ステップで解決する方法への移行を促すようにした．児童から，70÷10 を 70 の 0.1 倍や 70×0.1 とし，その 3 倍（×3）である反応を期待したが，児童からの発言が無かったため教師が介入し，小数倍について確認した．ここでは，70×0.1×3 の考え方から瞬時に 70×0.3 への移行を意図した授業デザインによるものであった．

事前の授業デザインでは，model of から model for の水準への移行について，児童同士の相互作用を期待したが，実際には教師の介入によって，model for の水準の考え方を共有するに留まった．

（3）割合のインフォーマルな知識を利用した第 1 用法に関する学習活動

第 7 時は，第 1 用法「問題：庭全体が 120 ㎡です．そのうち 36 ㎡が車を置くスペースです．庭全体をもとにしたとき，車を置く

スペースの割合を求めましょう」に関する活動を行った．全体が 100 %であることや 10 %が 10 個で 100 %であるインフォーマルな知識を利用し，10 %分が 12 ㎡，36 ㎡はその 3 つ分として 30 %であることを説明した．図 5 と図 6 のように，児童 A と児童 B は表現した．

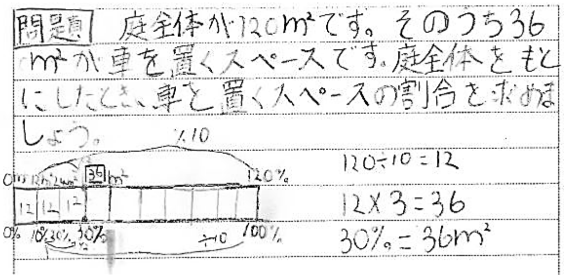

図 5　児童 A による第 1 用法の解決の様相

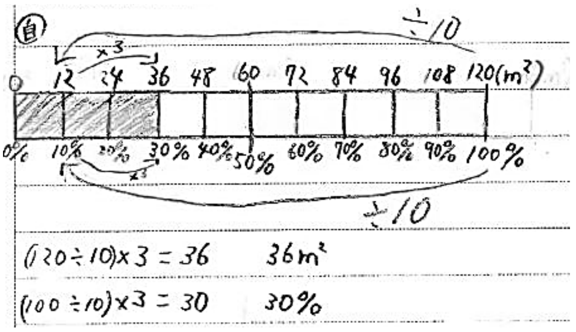

図 6　児童 B による第 1 用法の解決の様相

ここでは，基準量の 10 %を求めるために「基準量÷10」に留まっていることが分かる．また，比例的推論を働かせて図を活用して解決している．

ここでの活動では，model of の水準だと捉えることができる．ただ，質的に見ると，児童 A と児童 B では，様相が異なる．児童 A は，バー・モデルを 10 等分したうちの 1 つ分に「12」と示しているに対して，児童 B は，目盛りの位置に「12」と示している．問題の状況に密接なつながりのある水準が同じと捉えられても，その水準内での思考の様相の違いを見ることができる．

(4) 割合のインフォーマルな知識を利用した第 3 用法に関する学習活動

第 9 時は，第 3 用法「問題：お茶が増量して売られています．増量後のお茶は 600 mL です．600 mL は増量前の 120 %にあたります．増量前のお茶の量は何 mL ですか」に関する活動を行った．

児童は，10 %10 個で 100 %であるインフォーマルな知識を利用してバー・モデルを描き，120 %にするために 10 %を 2 つ加えた．また，120 %が 600 mL であることを示した．ある児童は，10 %が 12 個分で 120 %であることをもとに，10 %分の量を求める際に 600÷12＝50，100 %は 10 %が 10 個分の考えを活かして，50×10＝500 と発言した．さらに，1 %が 100 個分で 100 %である知識を活かして解決している児童がいたため，教師が紹介した．

フォーマルな知識への移行については，100 %から 200 %に 2 倍していることをもとに，120 %であれば基準量から 1.2 倍であることを確認し，基準量を求めるためには，600÷1.2 であることを確認した．児童 A（図 7）は，2 ステップで解決する方法であるが，児童 B（図 8）は 1 ステップで解決した．

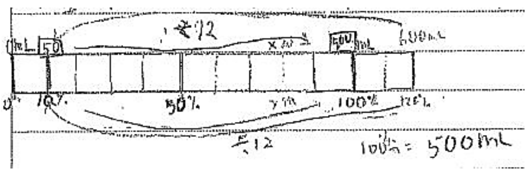

図 7　児童 A による第 3 用法の解決の様相

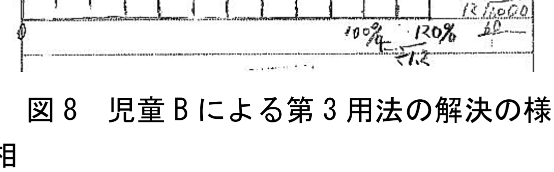

図 8　児童 B による第 3 用法の解決の様相

児童Bは「振り返り」に図9のように表現した．

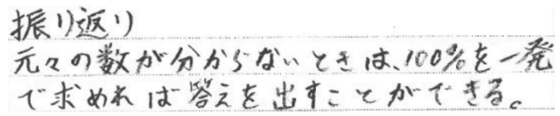

図9　児童Bによる第3用法の学習時の振り返り

第3用法では，児童Aは，model ofの水準，児童Bは，model forの水準で解決している様相を示した．児童Bの振り返りは，model forの水準で考えることのよさを，実感しているものとも捉えられる．

（5）割合のインフォーマルな知識を利用した割引・割増問題に関する学習活動

第10時は，200円の30 %引きの代金を求める問題であった．児童は30 %引きをイメージし「結構お得」と発言した．個人追究の際，教師は100 %が全体であるインフォーマルな知識を利用するために，この問題の100 %は何であるか問うた．その後，バー・モデルを利用して，基準量の30 %分の代金を求め，200円から引く方法と基準量の70 %の代金を求める方法を取り上げた．

児童Aの練習（れ）のバー・モデルには，「×0.1（÷10）」とあり式も「1800×0.1（÷10）×7＝1260」とある．「ふり返り」には「1800÷10（0.1）×7」と記述されている（図10）．

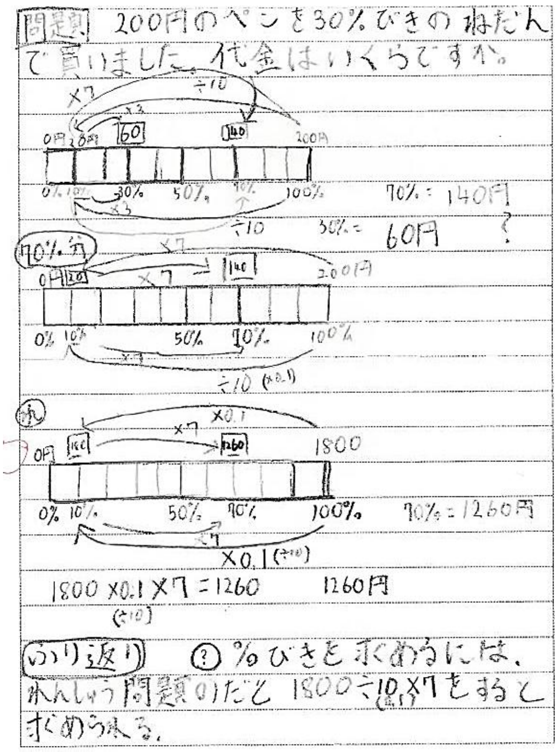

図10　児童Aによる割引問題の解決の様相

児童Bは，初めの問題のバー・モデルは「×0.1」「×3」とされていた．また，式では，200÷10×3＝60，200－60＝140（円）といった記述があった．その後全体で，30 %引きは，基準量の70 %を求めればよいことの確認がなされた．児童Bはその後の練習（れ）において，1800円の30 %引きを求める際，「1800×0.7」と解決した（図11）．

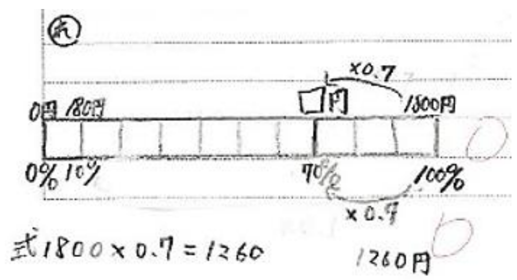

図11　児童Bによる割引問題（練習問題）の解決の様相

第 11 時は，500 円の筆箱に 30 %の利益を加えて売る場合の売値を求める問題であった．バー・モデルを確認する際，教師は30 %加えた位置になったら「ストップ」と言うように児童に指示した．解決結果の発表では，10 %分の値段を求めてから解決する 2 つの考え方が発表された．また，練習問題の確認では，3000 円の 1.2 倍であることを，100 %と 200 %の 2 倍である関係性をもとに，1.2 倍であることを確認した．

児童 A は，model of の水準であることが分かる．ただ，練習（れ）では，1800×0.1（÷10）×7＝1260（円）という記述がある。model of から model for の水準への移行を試みているとも捉えられる。

児童 B は，model of の水準から model for の水準への移行が，同じ学習時間内で見られた．こうしたことは，Van den Heuvel-Panhuizen(2003)で見られた，model of と model for への移行も一つではないことの指摘と整合する．

５．結論

本研究の結論は次の通りである．割合のインフォーマルな知識を利用したことで，小数倍のイメージが不十分な児童は，このイメージが改善された．割合の問題解決では，model of の水準から model for の水準への移行を試みながらも，model of の水準に留まっている様相を示した．このことから，割合の学習前に小数倍のイメージを身に付けておくことが必要であることが示唆された．

他方で，小数倍のイメージを身に付けていた児童の第 2 用法の問題解決では，1 ステップではなく，2 ステップで解決する model of の水準が続いた．しかし，その後の第 1 用法，第 3 用法，割引問題等の問題解決では，model of や model for の水準の様相を示した．問題によっては model of の水準での解決も見られたことから，小数倍のイメージが身に付いている児童は，問題の場面や数値によって解決方法を，柔軟に変更することが可能であることが示唆された．

６．指導への示唆及び研究の限界

指導への示唆として，割合学習の前に，小数倍の理解に関する不十分な点を補っておく必要が考えられる．研究の限界として，本検証では model for の水準への移行に関して，教師の介入が必要であったことである．また，本研究は 2 名の児童に焦点を当てて分析し，割合指導の示唆を得た研究である．そのため，結論の一般化には限界がある．また，今後は理論的枠組みを精緻にし，詳細に分析していくことが考えられる．

＊本研究については，所属長，学級担任及び該当児童の保護者に許可を得た形で行っている．

註および引用・参考文献

1）本稿は日本数学教育学会第 58 回秋期研究大会での発表原稿を大幅に加筆・修正したものである．

藤井斉亮他 40 名（2011）．新しい算数 4 下．東京書籍．

Gravemeijer, K. (1997). Mediating Between Concrete. And abstract. In T.Nunes & P. Bryand (Eds.) *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective*. Psychology Press Ltd..315-345.

市川啓（2003）．割合の見方を育てる小数倍の意味指導. 日本数学教育学会誌，第 85 巻第 12 号．31-41．
https://doi.org/10.32296/jjsme.85.12_31

国立教育政策研究所（2014）．平成 26 年度全国学力・学習状況調査報告書【小学校算数】.
国立教育政策研究所（2023）．令和 5 年度全国学力・学習状況調査報告書【小学校算数】.
栗山和広，吉田甫，中島淑子（2017）．子どもの思考に基づいた新しいカリキュラム-割合概念の場合-. 愛知教育大学研究報告教育科学編．66，69-76.
文部科学省（2018）．小学校学習指導要領解説（平成 29 年告示）算数編．日本文教出版.
中村享史（2002）. 割合指導に関する研究の動向と今後の方向. 日本数学教育学会誌算数教育, 84 (8)，14-21.
https://doi.org/10.32296/jjsme.84.8_14
布川和彦（2022）．「小学校下学年における比例的推論の基礎を形成する授業に向けた学習軌道の探究」プロジェクトへのリアクション. 日本数学教育学会第10回春期研究大会論文集創成型課題探究の部，267-270.
布川和彦（2024a）. 割合の指導に関わる諸問題. 上越数学教育研究，39，1-14.
布川和彦（2024b）． 算数科における数と計算および数量関係の学習内容の整理．上越教育大学教職大学院研究紀要， 11，195-205.
佐藤茂太郎（2024a）. 割合のインフォーマルな知識を利用した子どもの学習過程. 上越数学教育研究，39，23-112.
佐藤茂太郎（2024b）インフォーマルな知識を利用した割合指導に関する研究 - model of から model for への移行を意図した授業の構想 - . 日本数学教育学会第57回秋期研究大会発表収録，153-156.
佐藤茂太郎（2025a）. 割合のインフォーマルな知識を利用した4年生の子どもの様相. 上越数学教育研究，40，15-22.
佐藤茂太郎（2025b）割合のインフォーマル知識を利用した学習指導に関する研究 - 小数倍の理解との関わりに焦点を当てて - . 日本数学教育学会第58回秋期研究大会発表収録，177-180.
杉山吉茂（2012）．倍と割合 - 倍がわかれば，割合もわかる？ - ． 算数授業論究 Vol. 83. 筑波大学附属小学校算数研究部編. 東洋館出版社．pp. 4-7.
田端輝彦（2001）． 小数倍の導入についての一考察 - 小数倍に表すよさに焦点をあてて - ．日本数学教育学会誌，83(12)，4-12.
https://doi.org/10.32296/jjsme.83.12_2
吉田甫（2003）． 学力低下をどう克服するか　子どもの目線から考える．新曜社.
吉田甫，河野康男（2003）. インフォーマルな知識を基にした教授介入：割合の概念の場合. 科学教育研究，27 (2)，111-119. https://doi.org/10.14935/jssej.27.111.
吉田甫・河野康男・横田浩（2000）. 割合の問題解決におけるインフォーマルな知識の利用と解決方略の分析. 宮崎大学教育文化学部紀要・教育科学，2，123-133.
Van Den Heuvel-Panhuizen M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics 54(1): 9-35.*
https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.dc
渡辺敏（2011）．児童が潜在的に持っている割合の見方を生かした導入についての研究． 日本数学教育学会誌， 93, (2), 11-21. https://doi.org/10.32296/jjsme.93.2_11