

V. フランス

第1章 フランスの算数・数学教育

1. 教育制度

フランスの教育制度は、わが国の文部科学省に相当する国民教育省（MEN）によって全国的に定められている。教育課程の基準の策定は国の権限であり、中央政府に設置された国民教育省が教育行政を管轄する。

（1）学校段階

学校段階は、初等教育・中等教育に限って言えば、初等教育（primaire）に5年制の小学校（école élémentaire）、中等教育の前期に4年制の中学校（collège コレージュ）、後期に3年制の高等学校（lycée リセ）が設置されている。フランスでは就学前教育を初等教育に含めるため、正確には、初等教育に3年制の幼稚園（école maternelle）と小学校の2つが設置されている。義務教育は6歳以上16歳未満と年齢で定められており、一般的には小学校1年次から高等学校1年次までに相当する。ただし、いずれの学校段階においても飛び級や留年があるため、児童・生徒の年齢と学年は必ずしも一致しない。また、就学前教育から高等教育まで公教育は基本的に無償である。特に小学校は、初等教育の義務化が定められた1881年のフェリー法以来、完全無償となっている。

図1に示したように、前期中等教育までは単線型の教育制度であり、後期中等教育以降は複線型となる。後期中等教育段階は、高等学校（リセ）が主たるものであり、それ以外には、職業リセ等の職業訓練を中心とした学校がある。また、高等学校は、「一般・技術リセ（lycée général et technologique）」とも呼ばれ、一般教育課程と技術教育課程を備える。高等学校1年次までは、共通の教育課程であり、2年次から課程及びコースに分かれる。一般教育課程は、文学系、経済社会系、科学系の3つのコースからなり、技術教育課程は工業科学技術系、第三次産業科学技術系、実験科学技術系、医療・社会科学技術系の4つのコースからなる。なお、技術教育課程には、さらにホテル業系と音楽舞踏専門系の2つの特殊なコースがある。これらにおいては、高等学校1年次より専門教育がなされる。

（2）就学率

就学前教育（幼稚園3歳から）から中学校までの就学率はほぼ100%である。しかしながら、中学校への進学時点で約15%の生徒が（MEN, 2010, p. 87）、中学校修了時点では約25%の生徒が少なくとも1年留年する（ibid., p. 99）。高等学校の進学については、中学校修了者の約6割の生徒が一般・技術リセへ、残りが職業リセ等へ進学する（ibid., p. 99）。高等学校修了時にはバカロレアと呼ばれる、高等学校修了資格かつ大学入学資格となる資格試験があり、フランス政府は、80年代よりバカロレア合格率をあげることをめざしてきた。今日、バカロレア合格率は80%に達し、バカロレア取得者は同世代人口の60%以上になった（参照：MEN, 2010, p.227；大場, 2005）。そして、高等教育機関へは相当年齢層の約半数が進学する。しかしながら、フランスは資格社会であり、そのため何らかの資格

V. フランス

を取得しなければ在籍していることにはほとんど意味がない。大学に進学しても進級は難しく、進路変更も少なくない。

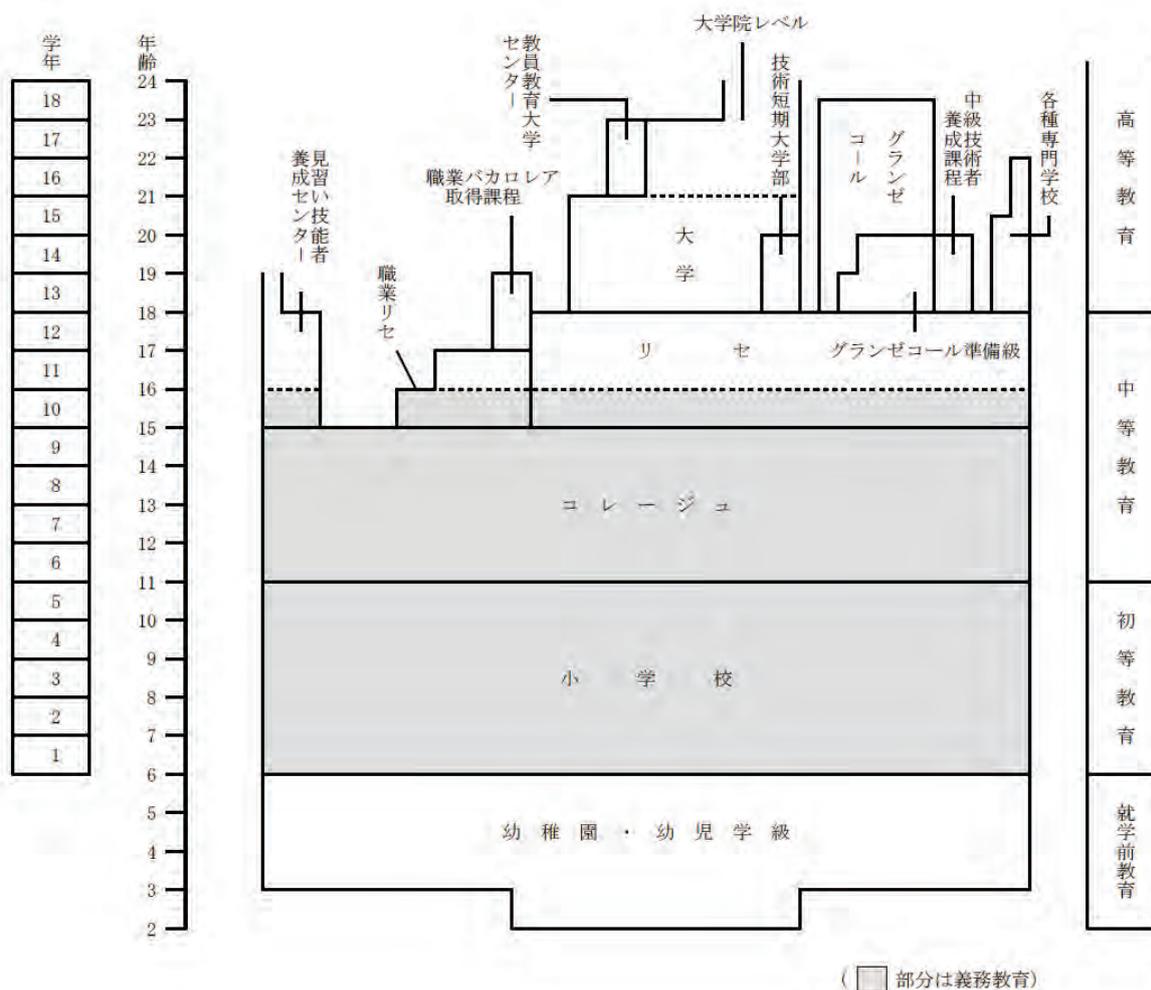


図1 フランスの学校制度（出典：文部科学省（2009），p.69）

（3）学習指導要領

授業日数や授業時数、各教科の指導内容などは、教育課程の基準として法的拘束力をもつ学習指導要領（「プログラム」と呼ばれる）により、規定されている。約10年ごとに改訂され、小学校と中学校の最新のものには2008年に公示され、高等学校（一般・技術リセ）の1年次のは2009年に、2年次のは2010年に公示された。高等学校については、2010-2011年度より1年次、そして次年度に2年次、3年次は2011年に公示される予定の学習指導要領が2012-2013年度と、段階的に実施される。なお、高等学校1年次の数学については、2009-2010年度から先行実施されている。

小学校の学習指導要領では、目標や学習内容が、教科ごとに全学年まとめて示されることはなく、他教科と一緒に学習期ごとに示されている。先に述べたように、フランスの就学前教育は初等教育の一部とみなされているため、まず「初等学習期」と呼ばれる就学前教育の学習期がある。そして、わが国の小学校に相当する学校段階が2つの学習期に分かれている。「基礎学習期」と呼ばれる1, 2年次（CP, CE1）と、「深化学習期」と呼ばれる3, 4, 5年次（CE2, CM1, CM2）である。小学校の学習指導要領では、目標や学習内容

V. フランス

がわが国のように一文もしくは項目立てて示されているわけではなく、まず学習指導要領全体に対する序文があり、学習期ごとにさらに序文と各教科の学習内容が記述されている。目標や意義は序文に含まれている。学習内容の記述は学習期ごとであり、基礎学習期であれば2学年分、深化学習期であれば3学年分の内容がまとめて示されている。ここでは、各学年に対する学習内容は定められておらず、教師は各学習期に定められた内容を指導すればよいのである。しかしながら、小学校で重視されているフランス語と数学については、学習期ごとの指導内容に加え、各学年の授業を計画する上で参考となる指標が詳細に与えられている。これは、各学年の教科内の各領域において、何ができるようになるべきかの一覧であり、例えば、小学校数学の5年次幾何領域の平面に関する部分では、「2直線の平行を確認するため、そして平行な2直線を描くために道具を用いる」など、4つの技能があげられている。フランスの小学校の学習指導要領における学習内容の記述は、わが国のものとさほど異ならない印象を受ける。しかし、次に紹介する中学校・高等学校の学習指導要領と比較すれば、やや簡略化されたものである。

中学校では、3つの学習期が設定されている。「適応期 (cycle d'adaptation)」と呼ばれる1年次、「主要期 (cycle central)」と呼ばれる2年次と3年次、「進路指導期 (cycle d'orientation)」と呼ばれる4年次である。名称からわかるように、適応期は小学校と中等教育の橋渡しとなる学習期、主要期は中学校の中心的な学習期、そして進路指導期は高等学校以降の複線型の教育制度に備える学習期である。学習指導要領は、これら3つの学習期に対して定められている。学習指導要領は学習期ごとに定められ公示されるが、小学校の場合と異なり、学習内容は学年ごとに明記される。そして、指導の内容と方法の記述は、小学校の場合より大変詳しいものである。数学の場合であれば、まず科学系科目の全学年に対する共通の序文があり、数学の全学年に対する記述があり、さらに各学年の数学の指導内容が事細かに定められている。内容と方法が簡潔に示されている日本のものとはやや趣が異なる。

なお、小学校・中学校の学習指導要領の近年の改訂において特筆すべきことは、2005年に義務教育期間中に子どもが身につけるべき「知識と技能の共通基礎 (le socle commun de connaissances et de compétences)」(フィヨン法-2006年4月発効)と呼ばれるものが制定されたことであろう。これは、(1) フランス語、(2) 一つ以上の現代外国語、(3) 数学の主要基礎原理、(4) 科学的・人文的文化、(5) 日常的に用いられる情報・通信技術、(6) 社会的市民資質の獲得、(7) 自立と自主的精神への到達の7つの知識・技能を指し、実質、中学校修了までに最低限獲得すべき知識・技能を定めたものである。小学校と中学校の現行の学習指導要領は共通基礎に則したものではあるが、共通基礎が義務教育段階で学習すべき知識・技能を定めているわけではない。つまり、学習指導要領にとって代わるものではない。実際、学習指導要領に定められた内容の一部が共通基礎となっている。

高等学校の学習指導要領は、課程及びコースによって異なる。一般教育課程は、先に述べたように1年次は共通で、2年次以降、科学系・経済社会系・文学系の3つのコースに分かれる。2年次と3年次は「最終期 (cycle terminal)」と呼ばれる。学習指導要領は、教科にもよるが、1年次に対するもの、各コースの各学年に対するものと分けて定められている。数学については、2年次までのものがこれまで公示され、3年次のは2011年に公示の予定である。また、2010年に公示された2年次の学習指導要領では、経済社会系と文学系が共通のものとなっている。高等学校の学習指導要領における目標や意義、指導内

容等の記述は、中学校同様、詳細が多い。

2. 教科書制度

フランスでは、出版社は教科書発行の自由、学校は教科書選択の自由、教師は教科書使用の自由が保障されている。そのため、教科書検定はなく、教科書の使用義務もない¹。教科によっては教科書のない教科もある。しかし数学の場合、複数の出版社が教科書を発行し、ほとんどの教科書が最新の学習指導要領に準拠し（そうでないと売れない）、学校が教科書を購入している。教科書の採択にあたっては、一般に、学校内の教科の担当教員の集団により決定されることが多いようである。先に就学前教育から高等教育まで公教育は基本的に無償と述べたが、教科書についても小学校と中学校では無償で貸与される。一方、高等学校の教科書については、これまで有償であったが、近年無償になりつつある（現在は地域による）。

3. 算数・数学教育の概況

近年の算数・数学の学習指導要領改訂において、もっとも大きな点は、前述の「共通基礎」の導入であろう。「共通基礎」は算数・数学に限らないものだが、2008年の中学校数学の学習指導要領と2009年の高等学校1年次の数学の学習指導要領では、「共通基礎」に対応する内容が明記されるようになった。この政策は、OECD/PISAの結果が一因となっている。このことは、「共通基礎」に関する政令²でOECDによる生徒の学習到達度調査(PISA)について触れられていることからわかる。長年学力調査にかかわってきたBodin氏によれば、PISAの影響は、この「共通基礎」の導入のみならず、学習指導要領に規定された算数・数学の学習内容や修了試験の問題にまで及んでいるとのことである(Bodin, 2009)。実際、中学校の学習指導要領では、「確率」が新たに学習内容に加えられた。これは、PISAの調査問題において「不確実性」という領域があり、フランスの生徒はその得点がよくなかったことに起因しているとのことである(*ibid.*, p. 64)。これまでフランスの中学校までの学校数学には「統計」はあっても「確率」はなく、「不確実性」にかかわる内容が少なかった。一方、中学校修了試験(Brevet)や高等学校修了試験(バカロレア)の問題にもPISAの影響による変化が見られ、特に前者の中学校修了試験では、形式的なものが減り、より実生活に関連させるようになったと、氏は指摘している(*ibid.*, p. 64)。フランスにおいて、OECD/PISAへの批判は少なくないが、フランスの算数・数学教育はPISAの影響を強く受け始めたようである。

では次に、第2章以降に紹介するフランスの算数・数学教科書の内容構成を理解する上で参考となる、フランスの学習指導要領から見られる各学校段階における算数・数学教育の概況について述べよう。

¹ フランスの教科書制度については、本調査研究の平成20年度の報告書である国立教育政策研究所(2009, pp. 38-41)を参照のこと。

² Décret n°2006-830 du 11 juillet 2006 relatif au socle commun de connaissances et de compétences et modifiant le code de l'éducation.

(1) 小学校

小学校の学習指導要領は、以前のものが2002年に公示され、新しいものが2008年に公示された。今回の調査で用いた教科書は、すべて2002年の学習指導要領にもとづいたものである。小学校における算数は、中学校以降と同様に、「数学 (mathématiques)」と呼ばれ、初等教育においてフランス語とともにもっとも重視されている教科の一つである。それは今回の2008年の学習指導要領の改訂で特に顕著になった。2002年の学習指導要領では、フランス語が第一で、それ以外の教科の中では数学が重視されていたが(MEN, 2002), 2008年のものではフランス語と並んで小学校で重視される2教科のうちの一つとなった。実際、基礎学習期の学習指導要領全体に対する序文では、「読み書きフランス語の学習、数とその数字(十進記数法)の知識と理解、そして小さな量における計算は、1年次と2年次の優先的な目標である」(MEN, 2008a, p.17)とされ、深化学習期においては、「初等学校の前半の学年からの連続性において、フランス語の習得と、数学の主要な要素の習得は、3年次と4, 5年次の優先的な目標である」(MEN, 2008a, p.21)とされた。また、学習指導要領には、数学を学習することの意義として、「数学の学習は、推論への関心ならびに想像力、厳密さ、正確さを成長させる」(MEN, 2008, p.18, 基礎学習期)、「数学の実践は、探究と推論への関心、想像力と抽象化の能力、厳密さ、正確さを発達させる」(MEN, 2008a, p.22, 深化学習期)と述べられている。数学の学習が人間形成において基幹となる科目に位置づけられていることがわかる。

小学校数学の指導内容は、2002年の学習指導要領において、基礎学習期で「数的資料の活用」「自然数の知識」「計算」「空間と幾何」「量と測定」の5領域、深化学習期で「数的資料の活用」「自然数の知識」「簡単な分数と小数の知識」「計算」「空間と幾何」「量と測定」の6領域に区分し記述されていた(MEN, 2002)。ところが、2008年のものでは、「数と計算」「幾何」「量と測定」「資料の整理と管理」の4領域に区分し指導内容が記述されるようになった。この4領域は中学校の領域とほぼ対応することから、今回の改訂で小学校と中学校の連続性を考慮したのであろう。また、これらの4領域は、日本の小学校の「数と計算」「図形」「量と測定」「数量関係」にほぼ相当する。指導内容自体は、フランスの小学校が5年制であり日本より1学年少ないこともあり、日本とやや異なる。例えば、小学校で扱われる分数は分母が10や100などの簡単なものまでであり、その他は中学校で扱われる。

学習指導要領では、「問題解決」(résolution de problèmes)が強調されている。これは2002年と2008年の両者の学習指導要領で同様であった。2008年の学習指導要領の基礎学習期の数学の序文では、「問題解決は段階的な学習の対象をなし、演算の意味を構築することに貢献する」(MEN, 2008, p.18)、深化学習期の数学指導の指標の序文では「問題解決は、数学的な活動において本質的な役割を果たす。それは、すべての領域で扱われ、すべての学習段階で実施される」(MEN, 2008, p.38)などとされている。フランスにおける問題解決は、"situation-problème"とも呼ばれるもので、よりオープンな問題や現実に即した問題が扱われ、1978年の学習指導要領以降重視されてきたとのことである(Artigue & Houdement, 2007, pp.368-371)。

最後に、小学校における数学の授業時数を紹介しよう。授業時数は、基礎学習期・深化学習期を通して週5時間、年間180時間と定められている(MEN, 2008, p.7)。単位時間が自然時間であるため、わが国の小学校では単位時間が45分、年間175時数(1年次以外)であることを考えれば、フランスの方がやや多いと言えよう。なお、小学校における授業

時数は、「数学」という科目が作られた1969年に改正された学習指導要領以降、週5時間から週6時間の間でほぼ推移している³。

(2) 中学校

中学校の数学の学習指導要領は、2004年以降、順次新しいものが公示されてきた。2007年に共通基礎が盛り込まれた中学校全学年に対する学習指導要領が公示され、2008年に完全版とも言える学習指導要領が公示された(MEN, 2008b)。今回の調査で用いた教科書はすべて2004年以降の学習指導要領に準拠しており、3, 4年次のものについては、共通基礎が盛り込まれた学習指導要領に準拠している。2008年の学習指導要領は、2004年から2007年に公示されたものと若干記述が異なるが学習内容については大きな変更はない。そこで、ここでは2008年の学習指導要領を参照する。

中学校における数学は、小学校同様、フランス語と外国語とともに中学校において中心的な教科である。中学校の学習指導要領は、小学校のものと比べ、各教科についての記述がより詳細になる。数学の場合、序文に「目的と目標」という節があり、目標が事細かに記述されている(MEN, 2008, p.9)。記述が詳細なため、要点がややわかりにくいので、目標が簡潔にまとめられている国民教育省のホームページを参照した⁴。それによると、中学校数学では、「推論、創造、批判的分析の能力を育成し、数学文化について不可欠な基礎を身につける」ことを最終目標とし、「生徒たちは、問題の解決を通して、問いを見つけ定式化すること、仮説を立て事例で実験すること、論拠を構築すること、結果の適切性を評価することにより得られた結果を確認すること、探究を伝えること、解決方法をまとめ上げること学ぶ」とある。生徒たちが学ぶこの活動は、学習指導要領で「真の数学的活動」(MEN, 2008, p.9)と呼ばれているものである。日本においても、平成10年の学習指導要領以降「数学的活動」の語が用いられ、数学的活動を通して指導学習を進めることが強調されている。フランスの学習指導要領では、数学的活動を通して指導学習を進めるのみでなく、前述のような「真の数学的活動」自体が学ぶべき対象となっている。

学習指導要領では、さらに数学が、「一般教養科目としての数学」「道具としての数学」「表現する科目としての数学」「数学と美術史」といった4つの位置づけをもつとし、それぞれの側面からいかなる知識と技能がいかに獲得されるべきか、示している。「一般教養科目としての数学」においては、特に問題の解決や場面のモデル化、論証の学習を通して、真の数学的活動がいかなるものか徐々に気づかせるとある。「道具としての数学」においては、数学概念の独立性や効率性、そして物質科学や地球科学などの他領域において効率的な道具であること、さらには、家庭的な状況から科学的もしくは職業的活動においても非常に有効であることを学習するとある。「表現する科目としての数学」においては、日常言語以外の新たな言語を学習することにより異なった表現を身につけることができ、数学が言語の利用を豊かにするとする。「数学と美術史」では、数学と美術や技術などとのつながりから、生徒に科学史・技術史・美術史への関心を高めることができるとする。例えば、空間芸術と幾何学、視覚芸術と遠近法や空間の敷き詰めなど、である。

このように、中学校における数学教育は、数学の概念や原理・法則についての理解を深

³ 1969年より前は、「数学」という授業科目がなく「計算」であった(参照: フランス教育課程改革研究会, 2000)。

⁴ <http://www.education.gouv.fr/cid81/les-programmes.html>

V. フランス

めるとともに、科学的な手続きをはじめとし、他の領域との関連や数学の有用性をも学習することが念頭に置かれている。

指導内容については、小学校同様、4つの領域に分けられている。「資料の整理と管理、関数」「数と計算」「幾何」「量と測定」である。この区分は、日本の小学校算数の区分である「数と計算」「量と測定」「図形」「数量関係」に類似したものである。「量と測定」については、1998年の学習指導要領（MEN, 1999a）⁵にはなく、2004年以降の学習指導要領で新たに作られた区分である。

また、中学校における授業時数は、1年次と4年次が週4時間であり、2年次と3年次が週3.5時間である。2年次と3年次については、個人学習を中心とする総合学習に類似した「発見への道のり（itinéraires de découverte）」と呼ばれるものがあり、それを加えると数学で週4.5時間としてもよいとされている。年間の授業時数は、年間36週であることから、週4時間の場合は144時間、週3.5時間の場合は126時間、週4.5時間の場合は162時間となる。単位時間が自然時間であることから、日本よりはやや多くなっている。

（3）高等学校

高等学校の数学は、1年次が共通で、2年次以降はコースごとに異なる。それぞれに対して学習指導要領があり、目標と指導内容が定められている。現在、新たな学習指導要領が改訂されている最中であり、一部は既に公示されている。今回の調査で利用した教科書はすべて1999年から2001年に公示されたものに準拠している。ここでは現行の古い学習指導要領を主に参照し、1年次のもののみ両者を参照しながら、フランスの高等学校数学の概況を示す⁶。

1年次の数学は、1999年に公示された学習指導要領においても、2009年に公示されたものにおいても、数学的な活動や科学的な過程・手続きを学ぶことを目標としている。1999年の学習指導要領では、「数学的な活動の多様性に気付かなければならない」（MEN, 1999b, p.29）とし、その多様性とは、「部分的な結果を探し見つけること、問いを立てること、よく知っているテクニックを適用すること、自分では見つけることのできなかった証明を検討すること、手続きを口頭で説明すること、下書きしそして清書すること」とある。一方、2009年の学習指導要領では、「科学的な過程・手続き（*démarche scientifique*）」の語を用いて、「この学習指導要領の目標は、生徒たちが次のことを可能にするすべての形態における科学的な過程・手続きを育成することである」（MEN, 2009, p.1）とある。ここで「次のこと」とは、「モデル化し研究活動に取り組むこと、推論や論証を操ること、実験的なもしくはアルゴリズム的な活動を実践すること、結果や手続きについて批判的な分析を行うこと、表現（図的、数的、代数的、幾何的）の変更を優先することにより情報についての活発な読解（批判、処理）を実践すること、問題の解決に適したソフトウェアの道具（コンピュータもしくは電卓）を用いること、筆記と口頭でコミュニケーションすること」である。このように、1999年には「数学的な活動」と記されたものが、2009年の学習指導要領では「科学的な過程・手続き」として、より広く捉えられるようになった。こうした数学的な活動や手続きに焦点を当てる点は、「真の数学的な活動」の学習を目標とする中学校の

⁵ 1998年の学習指導要領の和訳は、フランス教育課程改革研究会（2000）を参照のこと。

⁶ 1999年から2001年に公示された高等学校数学の学習指導要領の和訳については、宮川（2003）を参照のこと。

V. フランス

数学と類似している。

高等学校2年次以降は、コースごとに学習指導要領が定められている。それぞれのコースにおける2年分の数学の目標が、2年次の学習指導要領の最初に示されている。科学コースにおいては、「観察」「抽象化」「実験」「証明」を中心に、「今日の数学の多様性を考慮するとともに、いかなる数学的な過程・手続きにも適した基礎的な要素、すなわち数学教育のいかなる企てにおいても不可避な要素を学習すること」(MEN, 2000a, p.1)を目標とする。そして、その学習内容は、図2のように図式化されている。この図から、数学の多様性を考慮に入れ、隣接領域との関連のもと、数学を認識することをめざしていることがわかる。また、学習指導要領では、「数学の歴史と科学認識論」という節があり、数学というものが、先人たちの作り上げてきたものであり、かつ生きた学問であることを生徒が認識できるようにさせるとある。中学校数学の学習指導要領においても見られたが、文化としての数学が扱われている。

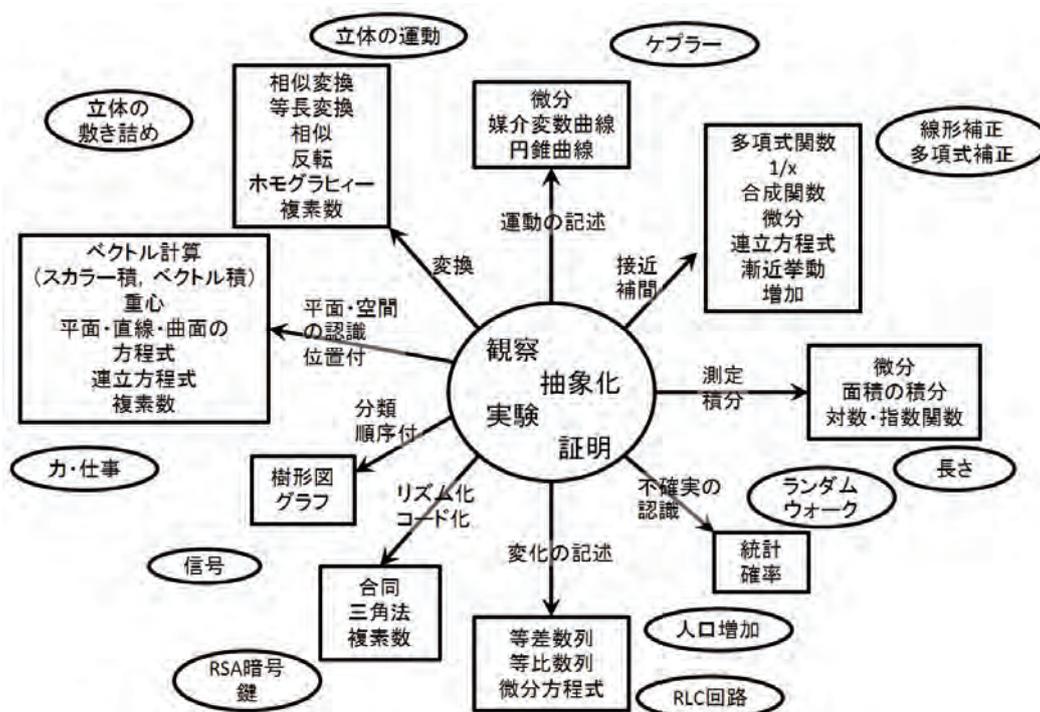


図2 高等学校科学系の学習内容の図式 (MEN, 2000a, p.1)

一方、経済社会系では、「科学はわれわれを取り巻く世界を理解し部分的に予測可能にする(ウィグナーの言葉を用いれば「無分別に効果的な」)手段である」(MEN, 2000c, p.5)とし、経済社会系のすべての高校生にこの手段を利用できるようにすることを最終目標とする。ここでは、より道具としての数学が想定されているようである。そして、以下の4点を優先するとある。

- 特に表現(図的, 数的, 代数的など)の変換を可能とする知識と方法を優先しつつ, 情報の積極的な読解, 見識ある批判, 処理を鍛える。
- 観察, 想像力の演習, 問いを立てること, まとめ, 論理の利用, 論立て, 数学的証明を織り交ぜて, 大局的な科学的な過程・手続きの実践の初歩を生徒に教える。

V. フランス

- 生徒の個人学習を促進し、数学からもしくはその他から生じた、確固とした問題もしくは完全には筋道立てられていない問題の可能性と面白さを教える。
- 直観をよりどころにしながら、学習指導要領の異なった領域間の関連を終始一貫して引き出しながら、そして、数学と他教科との間の連結をうまく活用しながら、生徒育成の整合性を図る。

このように経済社会系では、科学系ほど、「観察」「抽象化」「実験」「証明」といった過程は強調されていないが、1年次の共通の数学と同じ程度に「科学的な過程・手続き」を大事にしていることがわかる。

また、1年次及び科学系、経済社会系、いずれの数学においても、学習指導要領では、情報とのつながりが強調され、数学の学習にICTを用いるだけでなく、上記の経済社会系のように情報の扱いのための数学という位置づけが示されている。このことは、文学系の数学でより顕著になる。文学系では、2年次の必修科目の名称が「数学」ではなく「数学・情報」である。学習指導要領に示された目的には、「受け取る情報に対して生徒をより能動的にそしてより自立できるようにすること」(MEN, 2000b, p.17)とある。表1に示したように、文学系の数学は、時間数が少なく、学習内容も少ないが、情報とのつながりをもっとも強く、その指導内容が構成されている。

フランスの高等学校における数学教育の概況について記した最後に、一般教育課程における週当たりの数学の授業時数と、各コースの数学で扱われる領域を紹介しよう。授業時数は、表1のとおりで、年間36週の授業があり、単位時間は、小・中学校同様、自然時間である。表中の「必修選択」とは、複数の選択肢から必ず1つ選択しなければならないものである。例えば、経済社会系であれば、「数学」「経済社会学」「現代外国語1」「現代外国語2」から1つ選択する。

表1 高等学校数学の週間授業時数

	1年次	2年次	3年次
科学系	必修4時間	必修5時間*	必修5.5時間* 必修選択2時間
経済社会系		必修3時間** 必修選択2時間	必修4時間 必修選択2時間
文学系		必修2時間* 必修選択3時間*	必修選択3時間*

* うち1時間はクラスを半分に分け実施

** うち1/2時間はクラスを半分に分け実施

また、高等学校一般教育課程の各数学で扱われる領域は表2のとおりである。1年次の指導内容は、1999年の学習指導要領では「統計」「計算と関数」「幾何」の3領域であり、2009年のものでは「関数」「幾何」「統計・確率」の3領域となっている。各領域の指導内容の詳細は、第3章-1に載せた教科書の目次を参照していただきたい。

V. フランス

表 2 高等学校数学の領域

	1 年次	2 年次	3 年次
科学系	統計 計算と関数 幾何	幾何 解析 確率・統計	必修：幾何，解析，確率・ 統計 必修選択：数論，幾何
経済社会系		必修：資料の処理と確率，代数と 解析 必修選択：関数，空間幾何，行列*	必修：解析，統計・確率 必修選択：グラフ，数列， 空間幾何
文学系		必修：数値情報，統計，増大の事 例，オープン活動 必修選択：数論，解析，統計・確 率，幾何，数学的論拠	必修選択：数論，解析，統 計・確率，幾何，数学的 論拠

* 領域が与えられていなかったため，単元の項目をあげた。

第 2 章 フランスの算数・数学教科書

1. 今回の調査で用いた教科書

今回の調査では，各学年段階に相当する以下の複数のシリーズの教科書を購入した（括弧内は出版社）。フランスの教科書の購入時期が，学習指導要領の改定の時期と重なったため，小学校と中学校の教科書は 2007/2008 年度までの学習指導要領に準拠したものである。高等学校の教科書については，1 年次が 1999 年，2 年次は 2000 年，3 年次は 2001 年の学習指導要領に準拠したものである。

小学校

- ・ Euro Maths (Hatier)
- ・ J'apprends les maths (Retz)
- ・ Cap Maths (Hatier)

中学校

- ・ Phare (Hachette)
- ・ Triangle (Hatier)
- ・ Dimathème (Didier)

高等学校

- ・ Transmath (Nathan)
- ・ Décléc (Hachette)

今回これらの教科書を選択したが，選択の明確な基準があるわけではない。フランスでは，教科書の採択率が出されないため，教科書のシェアを知ることはできない。今回は，主に，筆者のフランス滞在中の研究活動や学校訪問の際に見聞きしたこと，知人のフランス人研究者の助言をもとに，主要だと思われる大手出版社の教科書シリーズを選択した。特に，小学校の教科書については，フランス人研究者からの助言により，シェアが多いと思われる J'apprends les maths と，研究者の視点からして良いと思われる Euro Maths, Cap Maths を選択した。また，高等学校の数学教科書については，今回の調査にあたっては，もっとも生徒数の多い一般教育課程の教科書のみを扱った。

2. 教科書の体様

分析対象の小中高の算数・数学教科書について，購入価格（ユーロ），ページ数（頁），大きさ：縦×横×厚さ（mm），重さ（g），カラーの有無についてまとめると，表 3, 4, 5 のとおりである。大きさは A4 もしくはレターサイズで，各ページはカラーで印刷されている。小・中学校の教科書は挿絵や図表が多く色彩に富んでいるが，高等学校になると若干地味

V. フランス

になっている。文字の大きさは小学校用のものは若干大きい、中学校以降は小さい。日本の教科書よりも小さい印象である。主にソフトカバーが用いられているが、同じ教科書がハードカバーで販売されていることもある。また、日本の小学校のように上下の分冊にはなっておらず各学年一冊である。教科書のページ数は学年により異なるが、学校段階が進むごとに増えている。今回の教科書では、小学校が約 150 ページから 200 ページ、中学校が約 300 ページ、高等学校はコース（科学系，経済社会学系，文学系）にもよるが約 350 ページから 500 ページであった。字が小さいこと，余白が少ないこと，文章が多いことから，日本のものよりもかなり学習内容が多い印象を受ける。教科書の重さは，小学校のもので約 500g あり，後期中等教育のものでは 1kg を越えるものもある。わが国の教科書と比べ概ね重い。近年 B5 判に近い大きさのコンパクト版や，上下分冊で教科書を発行する出版社も出てきたが，まだ主流ではない。価格は，小学校が€10～15（約 1,200～1,800 円），中学校が€20（約 2,400 円）弱，高等学校が€15～35（約 1,800～4,200 円）であった。



図 3 フランスの算数・数学の教科書（左に小学校，右に中学校のものを日本の教科書と並べた）。

表 3 フランスの小学校算数の教科書の体様

教科書	Euro Maths (Hatier)					J'apprends les maths (Retz)				
	購入価格 (ユーロ)	ページ数 (頁)	大きさ 縦×横×厚さ (mm)	重さ (g)	カラー有無	購入価格 (ユーロ)	ページ数 (頁)	大きさ 縦×横×厚さ (mm)	重さ (g)	カラー有無
1 年次 (CP)	10.4	144	296×210×13	540	カラーカード付	10.35	160	293×206×12	534	カラーカード付
2 年次 (CE1)	10.4	160	296×209×15	640	カラーカード付	10.35	160	295×210×14	628	カラー
3 年次 (CE2)	10.6	191	297×210×15	680	カラーカード付	10.35	168	296×209×14	635	カラー
4 年次 (CM1)	14.4	208	286×198×12	592	カラー	14.1	159	286×200×13	553	カラー
5 年次 (CM2)	14.4	207	285×198×12	542	カラー	14.1	167	288×201×11	581	カラー
教科書	Cap Maths (Hatier)									
1 年次 (CP)	9.9	144	297×209×13	540	カラーカード付					
2 年次 (CE1)	9.9	159	297×210×14	640	カラーカード付					
3 年次 (CE2)	12.24	180	284×200×8	464	カラー					
4 年次 (CM1)	13.9	208	285×201×12	592	カラー					
5 年次 (CM2)	13.9	192	286×202×10	570	カラー					

注：Phare シリーズの 4 年次と 5 年次には 30 ページ程のまとめの冊子が，J'apprends les maths シリーズの 4 年次と 5 年次には 24 ページの活動冊子が，Cap Maths シリーズの 2 年次と 4 年次にはそれぞれ 9 頁と 32 頁のまとめの冊子が付いているが，ここでは計算に入れなかった。

V. フランス

表4 フランスの中学校数学の教科書の体様

教科書	Phare (Hachette)					Triangle (Hatier)				
	購入 価格 (ユーロ)	ページ 数 (頁)	大きさ 縦×横×厚さ (mm)	重さ (g)	カラー 有無	購入 価格 (ユーロ)	ページ 数 (頁)	大きさ 縦×横×厚さ (mm)	重さ (g)	カラー 有無
1年次 (6e)	18.9	272	286×200×14	671	カラー	19.4	255	273×196×15	636	カラー
2年次 (5e)	18.9	304	285×215×15	791	カラー	19.4	272	274×195×15	666	カラー
3年次 (4e)	18.5	304	286×214×14	791	カラー	19.9	288	285×210×14	741	カラー
4年次 (3e)	18.5	319	286×214×16	770	カラー CD付	18.69	292	279×205×11	646	カラー
教科書	Dimathème (Didier)									
1年次 (6e)	18.5	272	284×193×15	658	カラー					
2年次 (5e)	18.5	272	285×192×15	656	カラー					
3年次 (4e)	18.5	288	285×193×15	688	カラー					
4年次 (3e)										

注：Dimathème シリーズは4年次教科書が品切れで購入できなかった。

表5 フランスの高等学校数学の教科書の体様

教科書	Transmath (Nathan)					Déclic (Hachette)				
	購入 価格 (ユーロ)	ページ 数 (頁)	大きさ 縦×横×厚さ (mm)	重さ (g)	カラー 有無	購入 価格 (ユーロ)	ページ 数 (頁)	大きさ 縦×横×厚さ (mm)	重さ (g)	カラー 有無
1年次 (2de)	27.2	359	278×195×16	869	カラー	26.5	320	279×196×14	749	カラー
2年次 科学系 (1re S)	37.5	447	278×195×18	1044	カラー	34.5	480	279×195×21	1108	カラー
2年次 経済社会系 (1re ES)	33.6	384	278×195×17	911	カラー	30.5	384	279×196×15	890	カラー
2年次 文学系 (1re L)						14.5	159	296×209×8	478	カラー
3年次 科学系 (1re S)	35.95	528	279×195×22	1223	カラー	36	528	284×211×20	1322	カラー
3年次 科学系専修 (1re S)	19.5	174	278×195×8	421	カラー					
3年次 経済社会系 (1re S)	33.6	431	278×195×16	1000	カラー	32.6	367	284×212×16	958	カラー

注：Transmath シリーズは文学系教科書がなく、Déclic シリーズでは3年次科学系専修の教科書は3年次科学系のものに含まれる

第3章 フランスの算数・数学教科書の特徴

1. 目次から見た全体的な特徴

以下では、教科書の目次を概観して知ることのできる教科書の特徴を、小中高の各学校段階に分けて述べる。

(1) 小学校の教科書

今回の調査で購入した3種類の小学校の教科書は非常に類似した全体構成である。いずれも1つの節が1ページもしくは2ページと非常に短く、教科書全体が100節前後で構成されている。小学校では、週5時間、年間180時間の授業があるため、いずれの教科書でも、1時間から数時間の授業で1節をカバーできるように構成されている。小学校の学習指導要領(MEN, 2002)では、基礎学習期に「数的資料の活用」「自然数の知識」「計算」「空間と幾何」「量と測定」の5つ領域、深化学習期に「数的資料の活用」「自然数の知識」「簡単な分数と小数の知識」「計算」「空間と幾何」「量と測定」の6つ領域が与えられており、各節はこれらのいずれかの領域に対応している。しかし、まとまった節が領域によって区分されているわけではない。100節の中に5つもしくは6つの領域がちりばめられている。これは、節の順序が授業で順番に利用できるように構成されていること、5つもしくは6つの領域を交互に少しずつ学習するように各節が配列されていること、教科書が生徒の参考書とはならないこと、などが要因になっていると考えられる。図4に小学校5年次の教科書 Euro Maths CM2 の目次を示した。細かく目次が書かれているが、各節の番号が5色に色分けされている。ここでは、自然数と分数・小数を共通の領域としており、それぞれの色が5つの領域に対応している。表6に図4の左側のページの和訳を示した。

また、いずれの教科書も全体の節を複数の区分もしくは期間に分割していた。区分の数は教科書によって異なるが(Euro Maths は5区分)、それぞれの区分の最後には、大抵まとめの演習問題があり、さらに数学の歴史に関する話題(Euro Maths)、日常における数学の話題(Cap Maths, Euro Maths)などが織り込まれている。例えば、Euro Maths CM2 の教科書では、「数学と遺産」というタイトルのもとで、「シモン・ステヴィンによる小数の歴史」「現代アートと幾何」「フラクタル」「パンタグラフを使った拡大・縮小」「度量衡の誕生までの長い歴史」の話題が取り上げられていた。

The image shows the 'Table des matières' (Table of Contents) for Euro Maths CM2. It is organized into five periods (Période 1 to Période 5). Each period contains a list of numbered topics, with the numbers color-coded to correspond to the five domains mentioned in the text: 1 (blue), 2 (orange), 3 (green), 4 (red), and 5 (purple). The topics range from basic arithmetic and geometry to more complex concepts like fractions, decimals, and measurement. The table also includes a 'Table des matières' section at the bottom right, which provides a summary of the topics and their corresponding page numbers.

図4 小学校の算数教科書 (Euro Maths CM2, pp.4-5)

表 6 小学校の算数教科書の目次の一部の和訳 (Euro Maths CM2, p.4)

第一期	7	第二期	49
青	1. 記数法：整数の数字での表記	紫	22. 多角形の周の長さ
青	2. 口頭での記数法	青	23. 整数どうしの算術的關係：倍数（1）
緑	3. 図形を再現するために図形を分析する	赤	24. 割り算：部分の個数
赤	4. 機械的な計算，考えた計算：足し算と引き算	赤	25. 割り算：部分の値
赤	5. 足し算と引き算：意味と計算	紫	26. 角
赤	6. 足し算と引き算：計算	緑	27. 垂線と平行線
赤	7. 引き算：基本のテクニック	赤	28. 整数と小数の足し算と引き算
緑	8. 図形を特定するために図形を描写する	赤	29. 小数の引き算：テクニック
青	9. 記数法：数を比べる	赤	30. 電卓を使う（1）
一人	一人でできるようにならなければならないこと	赤	31. 求めることを学ぶための問題（2）
赤	10. 機械的な計算，考えた計算：掛け算と割り算	一人	一人でできるようにならなければならないこと
赤	11. 掛け算と割り算：意味と計算	赤	32. 機械的な計算，考えた計算：四則演算
赤	12. 掛け算：基本のテクニック	青	33. 記数法：数をはさむ
赤	13. 練習のための問題，求めることを学ぶための問題（1）	橙	34. 資料の表現：グラフと表
緑	14. 三角形	赤	35. 整数の割り算：テクニック（1）
青	15. 日常の分数	赤	36. 整数の割り算：テクニック（2）
青	16. 分数：長さの分割	緑	37. 距離，中点，円
青	17. 分数：分割と目盛り	緑	38. 図形の再現と作図
緑	18. 四角形	青	39. 小数を比べる
青	19. 整数，十進分数により分数をはさむ	橙	40. ヨーロッパを発見する
青	20. 十進分数と小数（点を伴う表記）	一人	一人でできるようにならなければならないこと
橙	21. ヨーロッパを発見する	数学と遺産	88
一人	一人でできるようにならなければならないこと		
数学と遺産	48		

（2）中学校の教科書

中学校の教科書は、学習指導要領でみられる数学の内容領域により各章が分類されている。学習指導要領における領域は、「資料の整理と管理，関数」，「数と計算」，「幾何」，「大きさと測定」の4つの領域からなり，今回調査した教科書では，すべての章がこの4つのいずれかの領域に分類され，まとめられていることが多かった。表7に Phare シリーズ4学年分の各章のタイトルを示した。教科書の目次には，各章のタイトルとその内容が示されているが，ここでは内容の部分は割愛した。

いずれの教科書も章の数は15章前後であったが，目次にみられる内容の順序は教科書シリーズにより異なった。例えば，3年次（中2相当）の比例と速さに関する章は，Triangle では，13章中の第5章で扱われ，Phare では，17章中の第17章で扱われている。さらに，教科書に示された各章の順序は指導する内容の順序を反映していない。Phare と Triangle では教科書の最初に指導の順序が提案されており，その順序は各章の順序と異なる。1年次用の Phare 6e では，1, 9, 2, 10, 3, 15, ...（それぞれは章番号）とバラバラの順番に指導することが勧められている。教科書の章立てが学習内容の領域に応じて構成されている点は，授業で実際に指導する内容を並べた小学校の教科書と大きく異なる。教科書が自学自習でも用いられ，生徒の参考書や問題集となることが多いため，このような構成になっているのであろう。

V. フランス

表7 中学校の数学教科書の各章のタイトル

<p>Phare 6e (1年次)</p> <p>数と計算</p> <p>1. 小数 13</p> <p>2. 小数の比較 29</p> <p>3. 足し算と引き算 45</p> <p>4. 掛け算 61</p> <p>5. 割り算 77</p> <p>6. 分数 93</p> <p>資料の整理と管理. 関数</p> <p>7. 比例 109</p> <p>8. 資料の整理と表現 123</p> <p>幾何</p> <p>9. 定規とコンパスの利用 139</p> <p>10. 垂線と平行線 155</p> <p>11. 線に対する対称 171</p> <p>12. 対称と基本図形 187</p> <p>13. 直方体 203</p> <p>量と測定</p> <p>14. 長さ, 質量, 時間 217</p> <p>15. 角 233</p> <p>16. 面積と体積 251</p>	<p>Phare 5e (2年次)</p> <p>数と計算</p> <p>1. 複数の演算の連鎖 13</p> <p>2. 文字計算 29</p> <p>3. 分数表記の数 45</p> <p>4. 分数表記の数における計算 63</p> <p>5. 正負の数: 定義と比較 79</p> <p>6. 正負の数: 足し算と引き算 97</p> <p>資料の整理と管理. 関数</p> <p>7. 比例 115</p> <p>8. 資料の処理と表現 133</p> <p>幾何</p> <p>9. 点対称 151</p> <p>10. 三角形 169</p> <p>11. 角 187</p> <p>12. 平行四辺形 205</p> <p>13. 対称と基本の図形 223</p> <p>14. 角柱-円柱 241</p> <p>量と測定</p> <p>15. 時間, 周囲の長さ, 面積 259</p> <p>16. 体積 277</p>
<p>Phare 4e (3年次)</p> <p>数と計算</p> <p>1. 正負の数 15</p> <p>2. 分数表記の正負の数 33</p> <p>3. 指数 51</p> <p>4. 文字計算 69</p> <p>5. 一元一次方程式 85</p> <p>6. 順序と演算 101</p> <p>資料の整理と管理</p> <p>7. 比例 117</p> <p>8. 資料の処理 133</p> <p>幾何</p> <p>9. 三角形と平行線 149</p> <p>10. 直角三角形と外接円 165</p> <p>11. 距離-接線-二等分線 183</p> <p>12. ピタゴラスの定理とその逆 201</p> <p>13. タレスの定理 219</p> <p>14. 直角三角形における鋭角の余弦 235</p> <p>15. 角錐と円錐 247</p> <p>量と測定</p> <p>16. 面積と体積 265</p> <p>17. 平均の速さ 279</p>	<p>Phare 3e (4年次)</p> <p>数と計算</p> <p>1. 数値計算 15</p> <p>2. 文字計算 33</p> <p>3. 算術 51</p> <p>4. 平方根 71</p> <p>5. 方程式と積が0となる方程式 87</p> <p>6. 不等式-連立方程式 105</p> <p>資料の整理と管理, 関数</p> <p>7. 関数の考え方 123</p> <p>8. 比例と線形関数 141</p> <p>9. アフィン関数 161</p> <p>10. 統計 179</p> <p>11. 確率 197</p> <p>幾何</p> <p>12. タレスの定理とその逆 213</p> <p>13. 直角三角形における三角法 231</p> <p>14. 内接する角-正多角形 249</p> <p>15. 空間における幾何 267</p> <p>量と測定</p> <p>16. 面積と体積-合成された大きさ 287</p>

指導内容については、中学校4学年分の目次を全体的に見通すと、日本で扱われフランスでは扱わない内容やその逆のものがあること、配列順序が異なることなど、共通する部分もあれば、異なる部分もある。例えば、関数の領域では、一次関数（フランスではアフィン関数）までであり、二次関数は扱われない。幾何の領域では、三角形の合同や相似は見られないが三角比（三角法）が扱われたり、三平方の定理（ピタゴラスの定理）が最終学年の4年次（日本の中3相当）ではなく3年次で扱われたりしている（つまり三平方の定理が中学校幾何の最終到達地点ではない）。平行線と比の定理（タレスの定理）が3年次、4年次で繰り返し扱われる点も興味深い。

V. フランス

また、各章のタイトルを見ると、同じ内容が繰り返し扱われていることがわかる。例えば、分数は小学校4年次で導入されるが、小学校5年次、中学校1, 2, 3年次の章タイトルにも見られる。非常にスパイラルな扱いと言えよう。

(3) 高等学校の教科書

目次から知りうる高等学校の教科書の構成は、中学校のものに類似している。学年やコースによって違いはあるものの、多くの教科書が10数章から構成されている。各章は領域ごとに分けられていることもあれば、そうでない場合もある。表8に高等学校1年次の2シリーズの教科書の目次から各章のタイトルを抜き出した。中学校同様、目次には各章の内容も記述されているが、ここでは割愛した。Transmath 2deでは、第1章から第5章を代数と解析関連に充て、第6章と第7章を確率、第8章以降を幾何関連に充てている。一方、Déclic 2deでは、幾何と関数が交互に出てきていることから、領域では区分していないよ

表8 高等学校1年次数学教科書の各章のタイトル

Transmath 2de	Déclic 2de
1. 数, 計算, 方程式 13	1. 数値計算と代数計算 9
2. 順序, 絶対値, 不等式 37	2. 区間と絶対値 33
3. 関数とアフィン関数 63	3. 平面幾何の基本 51
4. 平方関数と逆関数 ⁷ 97	4. 関数についての一般事項 79
5. 余弦関数と正弦関数 119	5. 空間における幾何 109
6. 統計資料の代表値 139	6. ベクトル 131
7. シミュレーション, 標本抽出の変動 161	7. アフィン関数-連立一次方程式 163
8. コンフィギュレーション ⁸ 185	8. 統計-シミュレーション 193
9. 変換 209	9. 通常の間数と応用 217
10. 等長三角形, 相似三角形 231	10. 変換と三角形 247
11. 空間における幾何 255	11. 三角法 275
12. ベクトル, 解析幾何 277	
13. 直線の方程式, 連立一次方程式 307	

うである。さらに、各章の配列順序もこれら2シリーズにおいてはやや異なっている。また、高等学校1年次の指導内容については、中学校の教科書と同様に、ここでもスパイラルな扱いが見られる。中学校までの指導内容を再度扱い、そして新たな内容を追加している。幾何領域では、日本の中学校で扱われる三角形の合同と相似の条件がここで扱われている。

表9と表10に2, 3年次の教科書の各章のタイトルを示した。主にTransmathシリーズを用い、このシリーズで発行されていない文学系2年次の教科書のみDéclicシリーズを用いた。高等学校数学の指導内容の全容が捉えられるのではないだろうか。扱われる内容自体の量は、日本の現行の数学I, II, III, A, B, Cと比べてみると、さほど変わらないが、変換や複素数など、ややフランスの方が多印象を受ける。また、選択科目まで含めて全体を概観すると、科学系3年次の専門に合同や素数などの整数論の内容があったり、経済社会系3年次の専門に離散数学のグラフがあったり、日本の高等学校にないものも見られる。

⁷ 日本の反比例関数に相当。

⁸ 平面図形の一般事項の学習。

V. フランス

表 9 高等学校科学系 2, 3 年次と文学系 2 年次の数学教科書の各章のタイトル

<p>Transmath Ire S (科学系 2 年次)</p> <p>1. 関数における一般的事項 13</p> <p>2. 2 次方程式と 2 次不等式 35</p> <p>3. 微分法 55</p> <p>4. 微分法の応用 85</p> <p>5. 漸近挙動. 関数の検討 111</p> <p>6. 数列 139</p> <p>7. 統計 183</p> <p>8. 確率 209</p> <p>9. 平面における重心 243</p> <p>1 0. 回転角, 極座標 273</p> <p>1 1. 空間におけるベクトルと座標 305</p> <p>1 2. スカラー積⁹ 333</p> <p>1 3. スカラー積の応用 359</p> <p>1 4. 拡大変換と平行移動変換 383</p> <hr/> <p>Déclic Ire L (文学系 2 年次)</p> <p>テーマ 1. 数値情報 5</p> <p>テーマ 2. 統計 45</p> <p>テーマ 3. 増加 81</p> <p>オープン活動 133</p>	<p>Transmath Tle S (科学系 3 年次必修)</p> <p>1. 数列の復習. 帰納 9</p> <p>2. 関数: 極限と連続性 19</p> <p>3. 微分法 53</p> <p>4. 指数関数¹⁰ 83</p> <p>5. 自然対数関数 115</p> <p>6. べき乗関数¹¹, 増大の比較 143</p> <p>7. 数列の極限 163</p> <p>8. 積分と原始関数 191</p> <p>9. 組合せの要素 235</p> <p>1 0. 確率 253</p> <p>1 1. 確率法則 285</p> <p>1 2. 複素数 315</p> <p>1 3. 複素数の幾何学への応用 345</p> <p>1 4. 空間におけるスカラー積 375</p> <p>1 5. 空間における直線と平面 403</p> <p>1 6. 幾何学の演習 431</p> <hr/> <p>Transmath Tle S Spécialité (科学系 3 年次専門)</p> <p>1. \mathbb{Z} における整除性. 合同 9</p> <p>2. 最大公約数と最小公倍数 29</p> <p>3. 素数 65</p> <p>4. 相似変換 95</p> <p>5. 相似変換の合成 127</p> <p>6. 立体の切断面 151</p>
---	---

注: Transmath シリーズの科学系 3 年次の専門は, 分冊になっている。

経済社会系では, 科学系の指導内容となっている幾何が選択科目になっており, 解析と確率・統計が主に扱われている。しかし, 科学系が常にもっとも多くの数学的な内容を学習するわけでは必ずしもないようである。経済社会系で扱われて科学系では扱われない内容もある。例えば, 行列は経済社会系 2 年次の選択科目でのみ扱われ, 離散数学のグラフは経済社会系 3 年次の選択科目でのみ扱われる。コースの特性に合わせているのであろう。

表 10 高等学校経済社会系 2, 3 年次の数学教科書の各章のタイトル

<p>Transmath Ire ES (2 年次)</p> <p>1. 百分率 11</p> <p>2. 統計 35</p> <p>3. 確率 65</p> <p>4. 連立式 93</p> <p>5. 2 次 121</p> <p>6. 数列 143</p> <p>7. 関数についての一般的事項 175</p> <p>8. 微分法 205</p> <p>9. 漸近挙動 237</p> <p>以下選択</p> <p>1 0. 各区間のアフィン関数 271</p> <p>1 1. 空間における座標とベクトル計算 285</p> <p>1 2. 平面の方程式, 等高線 313</p> <p>1 3. 行列 335</p>	<p>Transmath Tle ES (3 年次)</p> <p>1. 連続. 極限 9</p> <p>2. 微分法 47</p> <p>3. 原始関数 79</p> <p>4. 対数関数 103</p> <p>5. 指数関数 135</p> <p>6. べき乗関数, 増大の比較 159</p> <p>7. 積分計算 195</p> <p>8. 統計 227</p> <p>9. 確率 259</p> <p>以下専門</p> <p>1 0. グラフ 299</p> <p>1 1. 数列 349</p> <p>1 2. 空間幾何 391</p>
---	--

⁹ 内積のこと。

¹⁰ 底が自然対数の指数関数こと。

¹¹ 底が任意の実数の指数関数のこと。

2. 共通な分析項目

(1) 内容へのアプローチの仕方

教科書から見られる算数・数学の内容へのアプローチの仕方は、小学校・中学校・高等学校と類似している。いずれの場合も教科書の各章において、最初に「発見」や「活動」などと呼ばれる問題解決の場面がある。それは、大抵、既得知識を確認するものであり、かつ当該章で学習目標となる内容を予見・発見できるようなものとなっている。以下、各学校段階の教科書の各章の構成からこのことを見ていこう。

1) 小学校の教科書の各章の構成

小学校の教科書の各章は1ページもしくは2ページからなるため、「節」と言った方がよいであろう。各節には、いずれの教科書も二つの異なる活動が割り当てられていた。日常生活のなかで数学概念を予見・発見する「活動」と「演習問題」である。数学概念の定義や公式、性質、解決の方法など学習内容をまとめた項目はない。図5は、小学校5年次Euro Maths CM2（小5相当）において速さの概念が最初に扱われる節（「72. 比べ、予見するために平均を計算する」）である。「発見」のタイトルが与えられた活動の問いが見開き左ページの上半分に与えられ、残りはすべて演習問題である。演習問題のみの節が少しあるが、通常節はすべてこの構成になっている。

この各節の構成は、小学校における教科書の役割を非常によく表わしている。第4章で教科書利用の実態について述べるが、教科書は自宅に持ち帰ることはなく教室に据え置きであり、授業のみに利用される。さらに、小学校では筆記による宿題が禁止されており¹²、教科書の演習問題を宿題に出すことはできない。その代わり、授業で学習した内容を簡単に復習することは許されている。すると授業の内容をまとめたものが必要になるが、児童は授業中に授業ノート（バインダー）を作り、それを自習に利用するのである。したがって、教科書には授業で扱う内容のみが必要であり、まとめは教科書に必要ないのである¹³。また、Euro Mathsの場合、各節に必ず節の目標が小さく述べられている。図5では、見開きの左上に「目標：平均の考えを扱う」とある。

¹² 1956年以降、小学校段階における筆記による宿題は禁止されているが（フランス国民教育省1956年11月23日付省令）、実際には守られず、国民教育省より幾度も警告が出されてきた。今回の調査でインタビューした小学校教員は守っているとのことであった。

¹³ まとめが記載されている小学校の教科書も少ないが存在するようである。学校訪問でインタビューした教員Cは、まとめが掲載されている教科書を使っていた。まとめの部分をコピーして配布し、児童はバインダーにはさむとのことであった。

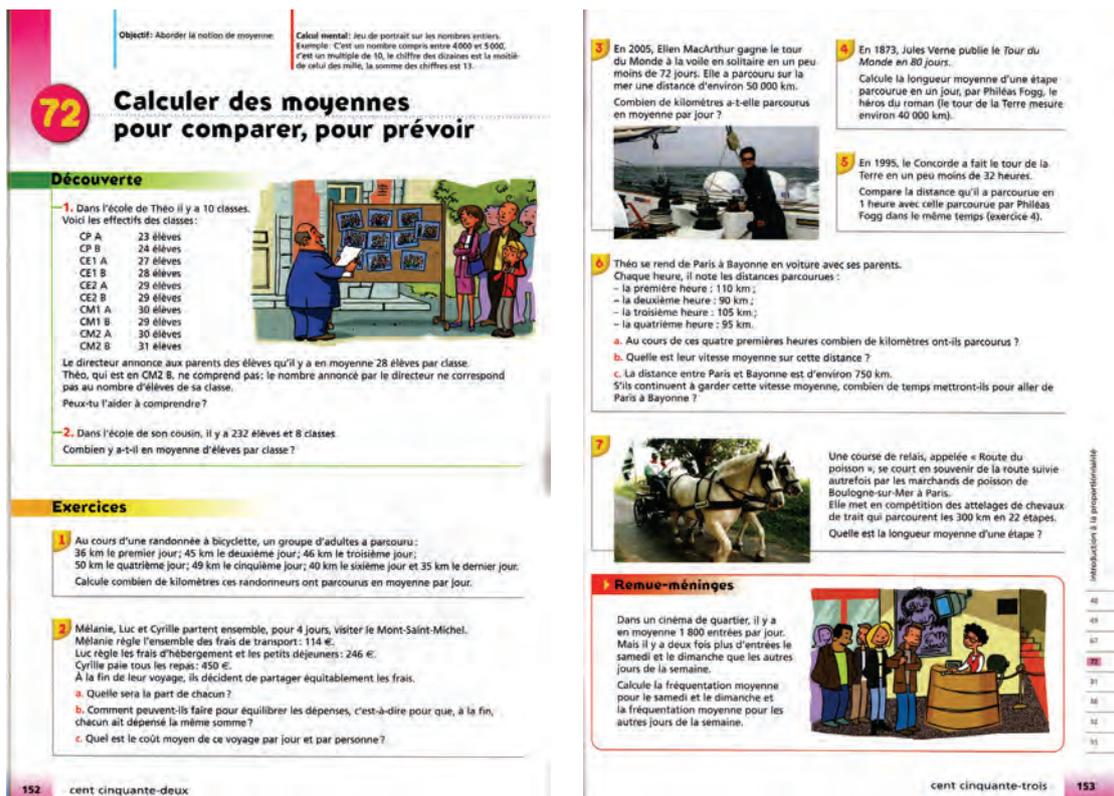


図5 小学校の教科書の見開き (Euro Maths CM2, pp.152-153)

2) 中学校の教科書の各章の構成

今回の調査で購入した三種類の教科書の各章は、各節の名称は異なるものの、類似した構成になっている。その内容と分量を以下に示す(括弧付は一部の教科書でのみ見られたもの)。

- (復習)：当該章で必要となる既習の内容の問い。1頁以下。
- 活動：当該章で学習する概念を予見もしくは発見できるような問い。教科書及び章により2頁程度から4~5頁。
- 講義：当該章の学習内容のまとめ。定義や定理、性質などが例とともに。2~3頁。
- 方法：当該章で与えられている問いを解くために必要な方法のまとめ。2頁程度。
- 演習：演習問題。7, 8頁程度。問題数は章にもよるが多ければ100問程度である。
- (実生活, 実社会との結びつき)：実生活との関連を活動や問いとして。1頁程度。

このように、中学校においても、「活動」が最初の方に来ている。各章の構成において興味深い点は、第一に、学習内容のまとめには、主に「講義」と呼ばれる概念のまとめと「方法」と呼ばれる解法のまとめがあるところである。説明も丁寧に詳しく、自学自習に十分用いることができるように工夫されている。第二に、わが国と比べ演習が非常に充実している。授業では扱いきれないほどの量である。演習はさらに様々な小項目に分かれている。基礎的な繰り返しを必要とする演習問題、実生活・実社会に係る問題が比較的多く含まれている応用問題、知識を確認する選択式の演習問題、などである。これらの二点において、中学校の教科書の各章の構成は、授業のみで利用される小学校の教科書とは非常に異なる。生徒が授業外での自学自習に利用できるよう参考書と問題集の役割を備える。なお、フランスの中学校と高等学校では、宿題は禁止されておらず、通常非常に多い。

3) 高等学校の教科書の各章の構成

高等学校の教科書は、2年次以降は各コースによって異なるが、各章の構成の仕方はそれぞれ類似しており、中学校の教科書にも類似している。いずれも、「活動」「講義」「演習」の3つが少なくともある。中学校の「方法」に該当するものも例題として「講義」の中に盛り込まれていることが多いようである。共通の数学である1年次の教科書 Transmath 2de を見てみると、次の4つの項目に各章が区分されていた。いくつかの項目に対しては、その役割の解説が教科書の最初の紹介のページにあった (Transmath 2de, pp.4-5)。以下、一部それらを引用し、各項目を解説する。

- 活動: 「中学校における既習内容とのつながりを作り、さらに章における新たな概念を練り上げるための活動」
- 講義: 定義や性質、定理がまとめられているとともに、基本となる解決方法を用いた例題があげられている。
- TD: 「演習問題を解決するための本質的な方法を獲得するための手引つき演習」。教科書の実際の TD を見ると、多くが演習問題というよりも、表計算ソフトや数式処理ソフト等を利用した活動を含む実習に近いものであった (図7, 15, 16 参照)。
- 演習: 100 題から 150 題程度の演習問題が与えられている。演習問題は、講義に示された方法を直接適用する基本的な演習問題からなる「講義を習得する」、解決の方針が示された難易度が中程度の「探すことを学ぶ」、難易度が中程度の「向上するために」、やや難しい「問題」、と4種類に分類されている。

「講義」には丁寧な説明があり、「演習」には問題数が非常に多いことから、中学校同様、教科書が、授業での利用のみではなく、自学自習のための参考書及び問題集としての利用を想定していることがよくわかる。また、内容は、中学校までのものと比べると、実社会の話題も盛り込まれてはいるものの、文字が多くより数学的な印象を受ける。

(2) 児童・生徒の多様性への配慮

フランスの学校教育でしばしば問題となる多様性は、学力に関するものであり、それは主に、小学校ではなく、中学校においてである。先に述べたように (第1章)、2006年より「知識と技能の共通基礎」という考え方が、新教育基本法 (フィヨン法) に導入され、すべての生徒が義務教育修了時に習得していなければならない知識と技能が具体的に定められた。共通基礎に定められた内容は、小学校で学習する内容すべてと、中学校で学習する内容の一部である。今回分析した教科書においては、共通基礎の影響はまだ少ないようである。共通基礎を反映した中学校4年次の教科書では、各章の中表紙に通常の学習内容の脇に共通基礎の学習内容が示されている。図6は、円周角と正多角形についての章の中表紙からとったものである。通常の学習内容が左側に4つ箇条書きされているのに対し、共通基礎ではその一部となるものが右側に1つあげられている。この右側の枠内は、章によっては、「いかなる技能も共通基礎では求められない」と記され、共通基礎の内容に該当しない章もある。つまり、共通基礎の内容のみを学習しようとする生徒には必要のない章ということである。



図 6 中学校 4 年次第 14 章「円周角－正多角形」の中表紙の一部 (Phare 3e, p.249)

しかしながら、中学校では、この共通基礎は学習指導要領に取って代わるわけではない。そのため、教師は学習指導要領に定められた内容すべてを指導するとともに、すべての生徒が「共通基礎」として定められた基礎基本を確実に習得できるように導かなければならない。つまり、学力の異なる生徒を異なる学力水準に達するように指導する必要があるのである。数学の場合、学習指導要領には、教師のこの指導困難性を解決する手段として問題解決を用いることと明記されている (MEN, 2008b, p.10)。問題解決型の指導を行うことによって、一つの活動の中で、学力の異なる生徒の個々に応じた学習が達成されると考えるのである。こうしたことから、先にも述べた問題解決が重視されており、教科書の課題も多くが問題解決向けに設定されているのである。なお、教科書に見られる多くの課題・問題は、日本の教科書でしばしば見られる「調べよう」という課題よりも、むしろ、値を求めたり、作図したり、妥当性を示したり、説明したりすることにより、何らかの解決に導くものである。

高等学校では、1 年次まで単線型の教育制度であり、すべての生徒が共通の数学を学習することから、共通基礎に関するもの以外、学習内容による多様性への対応は特に見られない。2 年次以降、コース分けがなされるため、コースによって、学習内容が大きく異なる。つまり、各コースで選択する数学が科学系の数学の一部というのではなく、教科書自体がコースごとに作成されており、活動や演習問題の内容もコースに合わせたものとなっている。科学系の教科書では、実世界や他教科との連携が全く見られないわけではないが比較的少なく、経済社会系の教科書では、経済や社会にかかわる話題や文脈を利用したものが比較的多く、文学系の教科書では日常の話題が長い文章で与えられている。図 7 に、経済社会系の事例として 2 年次第 8 章「漸近的挙動」の TD の一つをあげた。この問題は、経済の文脈を採用したものである。数学の内容としては、極限や漸近線、微分を利用する TD である。同じシリーズの他のコースの教科書では見られなかったものである。今回調査した Transmath においては、こうした経済や社会の話題の問題は、他コース（特に科学系）の応用問題に用いられることもあるようだが扱いが異なり、小さな演習問題の一つになっていることが多かった。各コースの特性に応じて教科書が作られていることがわかる。

TD4 経済において：充足関数

経済学の範疇では、 \mathbf{R} の一部で定義され、区間 $[0 ; 100]$ に値をとるいかなる関数も充足関数と呼ばれる。充足が最大するとき「飽和」であるという。つまり、それは関数が 100 の値をとるときである。

1 事例

x をある企業の従業員の年間給与とする（単位は 1000 ユーロ）。

1. $]0 ; \infty[$ において $f(x) = 100x / (x + 3)$ で定義された関数 f がなぜ給与の充足関数モデルとなりうるか説明しなさい。

2. $]0 ; \infty[$ におけるすべての x に対し、 $f(x) = 100 - 100x / (x + 3)$ であることを確かめなさい。

3. a) f の $+\infty$ における極限を求めなさい。

そこから $+\infty$ において f を表わす曲線 C_f に水平な漸近線が存在することを導きなさい。

b) $]0 ; \infty[$ における f の増減の方向を調べなさい。 f の増減表を作成しなさい。

c) グラフの単位を x 軸は 1000 ユーロを 1 cm, y 軸は 10 を 1 cm とする直交座標平面 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ において曲線 C_f を描きなさい。

4. a) 充足の視点から先に得られた結果 (f の極限と増減) をコメントしなさい。

b) 飽和はありますか。

図 7 高等学校社会経済系 2 年次第 8 章「漸近挙動」の TD (Transmath 1er ES, 2005, p.256)

(3) 実世界、他教科、職業とのつながり

フランスの教科書における実世界・他教科・職業等とのつながりは、前述の他の点と同じく、学校段階によって異なる。以下でも小学校・中学校・高等学校と分けて紹介しよう。

1) 小学校の教科書

小学校の教科書の場合、日本の算数教科書と同様に、日常の場面や文脈を多く取り入れている。筆者の印象では、実社会とのつながりが日本の場合よりやや強い。計算演習など実世界とのつながりが見えないものもあるが、多くが実世界とのつながりがよくわかるものである。このことは、図 5 にあげた教科書の見開きに載る写真やイラストを見ても日常の文脈で課題が与えられていることがわかる。この節は「平均」についてのもののため、実社会との関連をもちやすいということもあるが、すべての活動と問題において実世界の文脈が与えられている。また、実世界として取り上げられているものは、非常に幅広く、様々である。今回の調査に用いた Euro Maths では、「欧州を発見する」という節があった。これは欧州についての理解を深めながら、数学的な活動を行い数学の理解を深めるようになっている。例えば、図 8 は 5 年次の「欧州を発見する」の節であるが、欧州の鉄道の総距離やレール幅の各国での違い、レールの長さなどを話題にしている。この節は単なる話題ではなく、数学学習の目標も設定されている。実際、この節の目標は、「表から情報を探し出し、異なった単位で表された距離を計算し比較する」とあり、この節があくまで「資料の整理と管理」領域であることがわかる。さらに、こうしたもの以外に、数学の歴史に関する話題や実世界における数学の話題も、教科書にしばしば見られる。

Objectifs: Rechercher des informations dans des tableaux, calculer et comparer des distances exprimées dans des unités différentes.

Mise en route: Dictée géométrique. Exemple: Sur une feuille unie, trace une droite. Appelle-la *d*. Place un point A à 3 cm de *d*. Trace la droite qui passe par A et qui est parallèle à *d*.

3. Les voies ferrées à voie étroite sont des voies ferrées dont l'écartement des rails est inférieur à l'écartement standard.
Indique si les voies du tableau ci-dessous sont étroites.

Voie	Écartement
La ligne de Cerdagne ou petit train jaune	1 000 mm
La voie industrielle Decauville*	600 mm
Le métro parisien	1,435 m

* Du nom de l'industriel qui inventa, à la fin du XIX^e siècle, un système de traverses facilement démontables.

59 Découvrir l'Europe

Les chemins de fer

Une voie ferrée est un chemin constitué de deux files de rails mis bout à bout.

1. L'écartement des rails est la distance séparant ces deux files de rails. Sa mesure est exprimée dans le système métrique ou dans le système anglo-saxon. Tu as déjà travaillé les correspondances entre ces deux systèmes:
- un pouce (inch) correspond à une longueur de 25,4 mm environ;
- un pied (foot) vaut 12 pouces.
Il existe plusieurs normes d'écartement des rails.

1. Pour les voies ferrées du réseau principal, l'écartement le plus répandu en Europe et dans le monde caractérise la « voie normale ».
Cet **écartement standard** a été créé en Angleterre en 1825. Il mesure 1 435 mm.

a. Exprime l'écartement standard en mètres.
b. On dit aussi que l'écartement standard mesure 4 pieds 8 pouces et demi. Vérifie cette affirmation.

2. Dans certains pays de l'Union européenne, l'écartement des rails des voies principales est différent de l'écartement standard.

Pays	Écartement des rails
Espagne	1,674 m
Estonie, Lituanie, Lettonie	1,52 m
Finlande	1,524 m
Irlande	1,6 m
Portugal	1,665 m

Pour permettre le passage d'un pays à un autre, certaines voies sont équipées de plusieurs files de rails.

a. Range ces pays de celui qui a l'écartement des rails le plus étroit à celui qui a l'écartement le plus large.
b. Calcule la différence entre l'écartement standard et l'écartement des rails de ces pays.
c. Certains pays du tableau affichent un écartement proche de cinq pieds dans le système anglo-saxon. De quels pays s'agit-il ?
d. D'autres pays du tableau affichent un écartement proche de cinq pieds cinq pouces et demi dans le système anglo-saxon. De quels pays s'agit-il ?

3. La construction d'une ligne de chemin de fer

1. Pour construire une file de rails, on peut utiliser des rails de 18 m ou de 36 m. On les soude en atelier pour faire des barres longues de 288 m. Pour obtenir ces barres, combien faut-il souder:
a. de rails de 36 m ? b. de rails de 18 m ?

2. Une autre technique consiste à souder en atelier des coupes de rails de 80 m pour faire des barres longues de 320 m à 400 m. Ces barres sont posées sur de très grandes longueurs, les soudures des barres longues entre elles sont réalisées sur place.

a. En Belgique la longueur du réseau ferré en 2000 était de 3 471 km. Choisis le nombre qui te paraît le plus proche du nombre de barres de 400 m correspondant à la longueur du réseau ferré de ce pays:
86 860 8 600

b. Procède de même pour les autres pays du tableau.

Pays	Longueur du réseau en km en 2000	Nombre le plus proche du nombre de barres nécessaires
Danemark	2 047	50 – 500 – 5 000
Allemagne	36 652	900 – 90 000 – 90
Grèce	2 299	5 700 – 57 – 570
France	32 515	8 100 – 81 000 – 81
Italie	16 499	41 000 – 410 000 – 4 100
Royaume-Uni	17 067	430 – 4 300 – 43 000
Suède	11 560	290 – 2 900 – 29 000

La construction effective de la voie ferrée nécessite le double des nombres de barres tronçonnées.

c. On pose des traverses tous les 60 cm sur une voie ferrée. Le nombre de traverses pour construire le réseau ferré français est-il plus proche de 5 000, 50 000, 500 000 ou 50 000 000 ?

図 8 「欧州の発見」の見開き (Euro Maths CM2, pp.124-125)

2) 中学校の数学教科書

中学校の数学教科書においても、実社会との関連がしばしば図られている。しかし、小学校の教科書とは、関連のさせ方がやや異なる。第一に、小学校では明確ではなかったことだが、様々な活動や問いで他教科との連携が明確に図られている。このことは、学習指導要領において指導項目に対し他教科との関連が指示されていることを反映しているであろう。図 9 に 3 年次 (中 2 相当) の教科書 *Phare 4e* 比例領域の演習問題の 1 ページをあげた。ここでは、各演習問題のタイトル部分に「生命・地球科学 (SVT)」¹⁴「物理 (Physique)」「地理 (Géographie)」とあり、当該の問いがこれらの教科に関連することが示されている。なお、図 9 上部の写真のある問いは物理にかかわる問いでオームの法則を題材にしたものである。これら以外にも、歴史などに関連させたものもあった。

第二に、学習内容を方向づける実社会のテーマが存在する。2005 年以降、他教科と関連させるだけでなく、他教科と共同で、特定の基本となるテーマに学習が収束していくようにする、と中学校の学習指導要領に定められた。これは、「収束テーマ (thème de convergence)」と呼ばれるもので、「公民教育 (éducation civique)」の一環である。自分たちが生きている現代社会に対する大局的なそして首尾一貫した見方ができるようになることを学習の目標とする (MEN, 2008b, p.5)。現在設定されているテーマは、「エネルギー」「持続可能な環境と開発」「気象学・気候学」「世界に対する科学的まなざしにおける統計的考え方の重要性」「安全」「健康」の 6 つである。学習指導要領では、それぞれのテーマ

¹⁴ フランス中学校における「生命・地球科学」は、わが国の理科の一部、生物と地学を融合したものに相当する教科である。

V. フランス

の目標が示され、かつ関連教科での指導内容も明記されている。例えば、「安全」というテーマは、様々な事故や災害のリスクと予防の方法を知ること为目标としており、数学では、統計的な視点を通して偶発性によるリスクと人為によるリスクとを区別することや、比例等の知識を用いて交通の安全性を考えることなどが指導内容としてあげられている (MEN, 2008b, p. 8)。そして、教科書では、実際に、こうした収束テーマに沿った活動や問いが与えられているのである。例えば、図 10 は、中学校 4 年次 (中 3 相当) の教科書の関数領域から引用したものである。この問いのある頁は「交通安全」というタイトルが与えられており、「安全」の収束テーマに関するものであることがわかる。

以上のように、中学校の教科書の場合は、小学校の場合と異なり、他教科との連携が明確に図られ、さらに「収束テーマ」という形で実世界に対するより適切なものの見方ができることを目標に、実世界の文脈が用いられているのである (もちろん収束テーマに関連しない日常生活の文脈が用いられていることもある)。



図 9 演習のページ (Phare 4e, p.130)



Le risque d'accident varie en fonction de l'alcoolémie du conducteur. On considère que le risque d'accident est multiplié par 2 avec une alcoolémie de 0,5 g par litre de sang, par 10 avec une alcoolémie de 0,8 g/L et par 20 avec une alcoolémie de 1 g/L.

63 On note f la fonction qui, à une alcoolémie (exprimée en g/L), fait correspondre le facteur multiplicatif du risque d'accident.

- 1) Expliquer pourquoi $f(0) = 1$.
- 2) Représenter la fonction f pour les valeurs d'alcoolémie comprises entre 0 et 1.
- 3) Déterminer graphiquement une valeur approchée de l'alcoolémie pour laquelle le risque d'accident est multiplié par 5.

© Burger / Phanie ▲ Utilisation d'un alcootest chimique pour dépister une éventuelle présence d'alcool dans l'air expiré.

事故リスクは運転者の血中アルコール濃度に応じて変化する。事故リスクは血液 1 リットル当たり 0.5 g の血中濃度で 2 倍に、0.8 g/L で 10 倍、1 g/L で 20 倍になると考えられている。

63. 血中濃度 (g/L) に対して、事故リスクの倍数を対応させる関数を f とする。

- 1) なぜ $f(0) = 1$ か説明しなさい。
- 2) 0 と 1 の間の血中濃度の値に対する関数を表現しなさい。
- 3) 事故リスクが 5 倍になる血中濃度の近似値を図的に求めなさい。

図 10 交通事故の危険度を題材にした関数の問題 (Phare 3e, p.140)

3) 高等学校の数学教科書

先に述べたように、高等学校は、1 年次が共通の数学で、2 年次より 3 つのコース別の数学がある。ここでは、まず 1 年次の教科書、そして各コースの教科書を見ていく。

V. フランス

中学校の学習指導要領及び教科書では、他教科との連携や実世界とのつながりが非常に強く強調されていたが、高等学校1年次の数学の学習指導要領では、こうしたことにほとんど触れていない。それは、1999年に公示された学習指導要領でも、2009年に公示された最近のものでも同様である。教科書を見ると、中学校の教科書よりも実社会の話題は少なくなっているようである。しかしながら、まったく実社会に触れていないわけではなく、日本の高等学校教科書よりは実社会との関連が多い印象を受ける。例えば、図11にTransmathシリーズの1年次用教科書における第3章「関数とアフィン関数」の「活動」部分の見開きを示した。ここでは、日常言語における依存関係をはじめとし、ばねについての物理の話題、原油価格についての経済の話題などが取り上げられている。

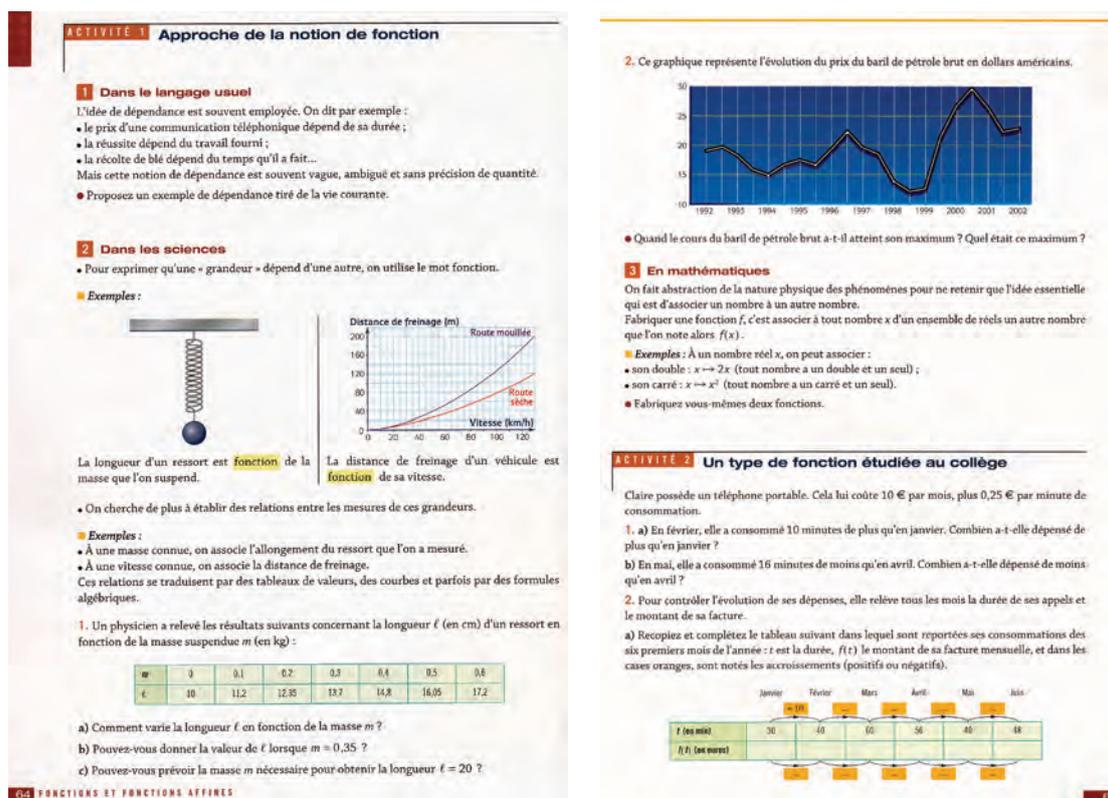


図 11 高等学校1年次「関数とアフィン関数」の見開き (Transmath 2de, pp.64-65)

1999年の高等学校1年次の学習指導要領では、数学の各領域の学習内容のほかに、生徒の数学に対する関心を喚起することを目的とした「研究テーマ (thèmes d'étude)」というものが一覧で与えられている (MEN, 1999b, p. 29)。これは、中学校の「収束テーマ」のように他の学年や他の教科をも含む大々的なものではなく、高等学校1年次数学に限ったものである。そして、示されたテーマすべてをすべての生徒に指導するのではなく、生徒の実態や多様性に応じて指導するものとなっている。テーマの内容は各領域 (統計, 計算・関数, 幾何) に対して定められており、必ずしもすべてが実社会に関連するものではないが、関連するものは多い。例えば、幾何であれば「平面の周期的敷き詰め」や「3Dパズル (立方体の分解など)」など、統計では様々なシミュレーションなど、計算・関数では数についての歴史的問題などである。Transmathシリーズの教科書では、主に「活動」もしくは「TD」の項目で「研究テーマ」にかかわる問いが扱われていた。例えば、第9章「変換」

の「活動」の一つとして平面の周期的敷き詰めが与えられている。そこでは、フリーズ¹⁵やタイル、バラ模様などによる敷き詰めの変換が扱われている。

2 年次以降は、コースによって実社会とのかかわりが異なるようである。まず、科学系の第 2, 3 学年については、ところどころ実社会に関連する活動や問いもあるが、ほぼ 1 年次の教科書の延長であり、かつ実社会との関連が少し減った印象である。「研究テーマ」の設定もない。経済社会系の教科書は、先の「児童・生徒の多様性への配慮」で述べたように、経済や社会に関連する場面が多い。図 7 の充足関数についての問いはその代表的なものである。しかしながら、科学系と経済社会系の第 2, 3 学年数学教科書では、その構成の仕方が類似しており、まとめの部分である「講義」や多くの演習問題など数学の内容が充実している。

ところが、文学系の数学・情報の教科書は非常に異なる。ほとんどすべての活動や例題、問いが実社会に関連したものである。それは、そもそも、文学系必修数学が「現在の社会において明白に用いられている数学に焦点を当てている」(MEN, 2000b, p.1) からである。さらに興味深い点は、今回の調査で入手できた 2 年次文学系数学・情報の教科書 *Déclif 1re L* では、導入部分に「活動」の代わりに「資料」という項目があり、数学にかかわる話題が詳細に記述されている。図 12 は、「テーマ 3 増加」の資料の見開きである。原子核の崩壊、炭素年代測定、細胞の増加、オイラーらによる人口増加問題などを話題に、等差数列や等比数列などについて述べられている。

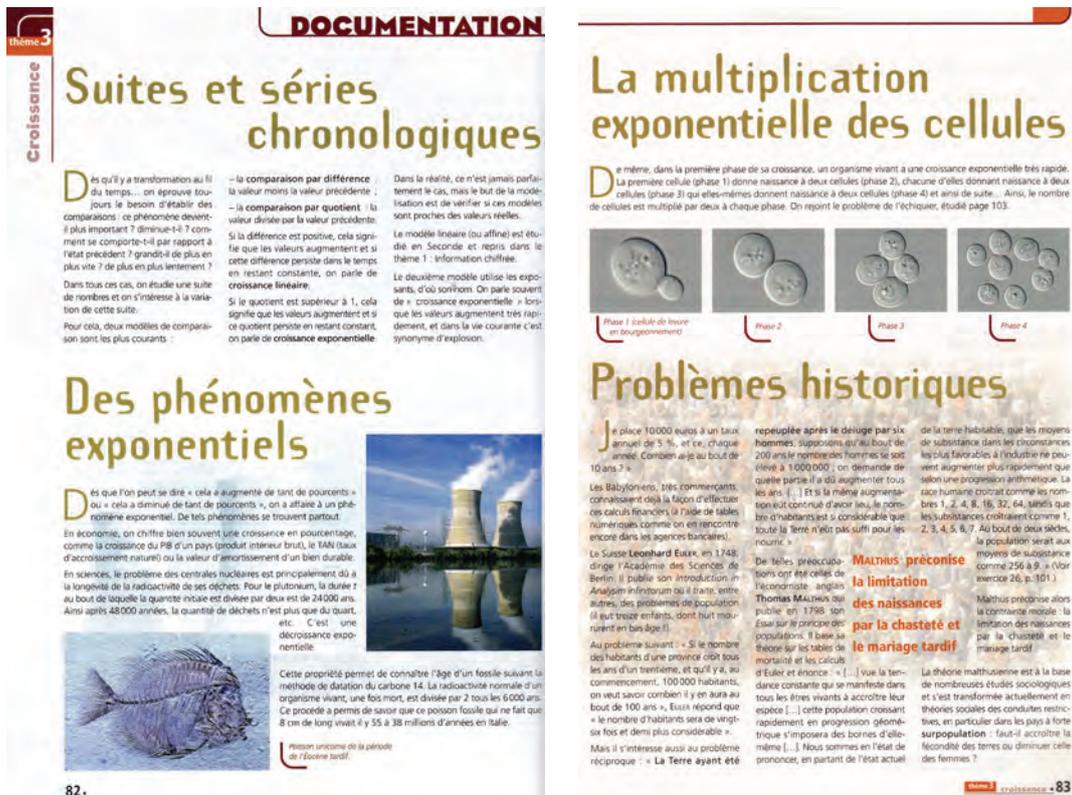


図 12 高等学校 2 年次文学系教科書の見開き (Déclif 1re L, pp.82-83)

¹⁵ 一般に、教会やギリシャ建築などで、建物の上部にある横に伸びた繰り返しの装飾。

V. フランス

最後に、中学校と高等学校のいずれの教科書についても言えることだが、数学史や科学・技術史に関する話題が充実している。高等学校 1 年次の教科書 Transmath 2de では、学習する内容に関連する数学史がその歴史背景とともに各章の中表紙に必ず与えられている。日本の教科書も、特に高等学校のものは、数学史の話題がしばしば織り込まれているが、フランスの教科書に見られるものは、数学に限らずより広く他領域との関連を示している。例えば、Transmath 2de 第 1 章「数・計算・方程式」では、方程式の歴史が、9 世紀の数学者アル・フワリズミの業績を中心に、当時のフランス、当時の世界の技術、当時のアラブ建築の話題とともに紹介されている。つまり、数学史のみならず、フランス史、技術史、建築史を織り交ぜ、指導内容となっている数学がどのような時代に発展してきたのか考えられるようになってきているのである。

(4) ICT の扱い

ICT の利用には、教師の教材作成のための利用と、児童・生徒の学習のための利用がある。前者については、フランスの教科書出版社の多くが教師用のホームページを準備し、教科書の電子ファイルや教材（プリントなど）を提供している。これは、小学校から高等学校まで共通して言えることである。

一方、子どもが数学の学習で利用する ICT については、学校段階に応じて異なる。まず、小学校の算数の授業での ICT の利用は非常に限られている。教科書では、簡易な電卓を利用した活動が少し見られる程度である。ところが、中学校では、ICT、特に関数電卓、表計算ソフト、作図ソフトの 3 つのテクノロジーが学習にしばしば用いられる。これらは学習指導要領で必須とされているものである。教科書には、それぞれの使い方の丁寧な解説があり、それらを用いた問題も少なくない。例えば、図 13 は、方程式の意味を学習する段階で、表計算ソフトを用いて方程式の解を見つける演習問題であり、図 14 は、中学校 3 年次の中点連結定理についての活動で、作図ツール Cabri-geoemetry が使われている。

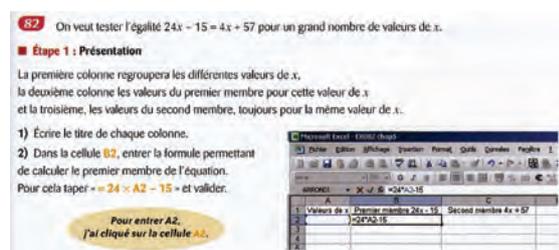


図 13 中学校 3 年次（中 2 相当）の表計算ソフトを用いた方程式の問題(Phare 4e, p.99)

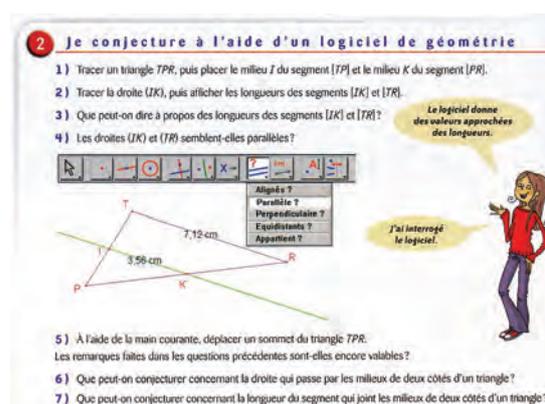


図 14 中学校 3 年次（中 2 相当）中点連結定理の活動（Phare 4e, p.150）

高等学校では、中学校とほぼ同様に前出の 3 つのテクノロジーが学習に利用される。一つ異なる点は、中学校では関数電卓を利用していたが、高等学校では主にグラフ電卓もしくは関数グラフソフトを用いる点である。それは、活動のみならず、演習問題を含め用いられる。例えば、図 15 は高等学校 1 年次の教科書 Transmath 2de の第 3 章「関数とアフィ

V. フランス

ン関数」の増減や最大値に関する項目の例題である。図を見ればわかるように、例題に示された解決方法はグラフ電卓を用いたものである。この例題は、実数上で定義された関数 $f(x) = x^2 - 4x$ が最小値をもつことを証明し、その最小値を求める問題である。解決方法の解説には、まず解決の糸口をつかむために、グラフ電卓を使うとある。なお、グラフ電卓は、高等学校卒業試験でもあるバカロレアでも持ち込みができるため、非常に頻繁に用いられる ICT である。

また、表計算ソフトも日本と比べるとより頻繁に用いられる。それは、統計的な処理や関数・数列などを始め、幾何にまで用いられる。一般に表計算ソフトが幾何に用いられることは少ないのではないだろうか。図 16 にその例を示した。経済社会系 2 年次の教科書 *Transmath 1re ES* の第 12 章「平面の方程式，等高線」において、表計算ソフト Excel で曲面を作図する TD である。図 16 の上部には平面 $z = 100 - 4x - 10y$ の作図例があり、下部は $z = 5 / (1 + x^2 + y^2)$ の作図問題である。こうした表計算ソフトの使い方は珍しいが、生徒が表計算ソフトを中学校から利用し慣れ親しんでいるからこそ、扱える課題であろう。

EXERCICE RÉSOLU 10 Déterminer le minimum d'une fonction

ENONCÉ : Démontrez que la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 4x$ admet un minimum et déterminez ce minimum.

POINT MÉTHODE :
Pour prouver qu'un réel b est le minimum de f sur I , on démontre que :
 • pour tout x appartenant à I , $f(x) \geq b$;
 • b est l'image d'un réel x de I .

SOLUTION COMMENTÉE : On peut commencer par utiliser la calculatrice graphique ou un grapheur pour avoir une idée de la solution. La fonction semble en effet atteindre un minimum -4 , lorsque $x = 2$.

● Essayons de prouver que pour tout réel x , $f(x) \geq -4$, ce qui revient à prouver que la différence $f(x) - (-4)$ est toujours positive.
 $f(x) - (-4) = x^2 - 4x - (-4) = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$.
 Un carré étant toujours positif ou nul, nous avons montré que pour tout réel x , $f(x) \geq -4$.

● Il nous reste à montrer que la valeur -4 est bien une valeur de la fonction. Or, résoudre $f(x) = -4$ revient à résoudre $(x - 2)^2 = 0$, qui admet pour solution le réel 2.

● La fonction f prend la valeur -4 , lorsque $x = 2$.

● Ainsi -4 est le minimum de f .

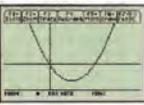


図 15 高等学校 1 年次の関数の例題 (Transmath 2de, p.77)

TD 3 Construction d'une surface à l'aide d'un tableur

1 Un exemple
On se propose de construire à l'aide d'un tableur la surface \mathcal{S} d'équation $z = 100 - 4x - 10y$, pour $x \in [0; 25]$ et $y \in [0; 10]$. Voici un programme possible

- Dans les cellules A2 à A27, entrez les valeurs : 0 ; 1 ; 2 ; ... ; 25.
- Dans les cellules B0 à L0, entrez les valeurs : 0 ; 1 ; ... ; 10.
- Dans la cellule B2, entrez la formule : « =100-\$A2*\$4-\$B\$1*\$10 », et copiez cette formule jusqu'à la cellule L27.
- Sélectionnez les cellules A1 à L27 puis après avoir activé l'assistant graphique choisissez l'option SURFACE, puis l'option

2 À vous à présent
Faites afficher sur l'écran de l'ordinateur, à l'aide d'un tableur, la surface \mathcal{S} définie par l'équation :

$$z = \frac{5}{1 + x^2 + y^2}$$

pour $x \in [-5; 5]$ et $y \in [-5; 5]$.
Vous devez obtenir une surface analogue à celle représentée ci-contre.

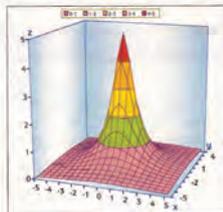


図 16 高等学校 2 年次経済社会系の TD (Transmath 1re, p.323)

最後に、数学の学習に用いられる ICT として、近年、CD-ROM が添付された生徒用の教科書が増えてきた。今回調査した教科書では、中学校 4 年次用の *Phare 3e* が CD-ROM を添付していた。CD-ROM には、教科書の解答、コンピュータ上でできる演習問題、ソフトウェアを利用した問題の解答の実演などが収められており、生徒が授業にではなく、自学自習に利用できるものであった。

(5) 算数・数学の学習の意味、意義

小学校、中学校、高等学校といずれの段階の教科書においても、教科書の紹介、教科書の使い方、各章の構成、当該学年でどのようなことを学ぶかなどは簡単に示されているが、算数・数学の学習の意味や意義が教科書の最初に明記されているということはなかった。一方、中学校と高等学校の教科書にはすべての学年とコースにおいて、学習指導要領の指導内容についての部分が抜粋され掲載されていた。掲載の仕方は教科書によって異なるが、学習指導要領の指導内容の各項目に対して、教科書の章番号を対応させているものもあれ

ば、単に抜粋のみが掲載されている場合もある。算数・数学の学習の意味や意義は、学習指導要領の序文に記載されているが（第1章－3参照）、今回調査した教科書には、序文が掲載されているものではなく、その多くが指導内容の各項目のみであった。

3. 各学校段階の特徴（小中高別）

指導内容の構成はスパイラル型であり、一つの概念が学年を越えて扱われることが非常に多い。小学校の教科書は、常に日常生活の問いを用い、形式的なものには極力触れず、様々な数学概念に触れるよう構成されている。中学校になると、小学校の学習内容をより数学の形式に則って学習する。高等学校では、中学校までに学習した内容をより厳密な形で扱い、さらに新しい内容が追加される。また、全体的には、日本と比べると形式的な記号や記述が多いように感じられる。関数を扱う際の写像の記号 \mapsto は中学校から用いられ、平面座標も高等学校1年次以降 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ と原点と2つの独立なベクトル（基底）によって定義する。以下では、各学校段階でいくつかの指導内容の導入方法と扱いを分析する。導入方法や扱いが異なるということは、指導内容の意味付けが異なることである。

（1）小・中学校の教科書の分析

このたびの国際比較調査では、他国の教科書と比較できるようにするため、特定分野に関する教科書の記述について調査した。特定の分野として選んだものは、小学校では「速さの概念」「円の面積の公式」、中学校では「文字（アルファベット）の導入」「三平方の定理の扱い」であった。フランスの場合、速さの概念、円の面積のいずれも小学校で触れられるが、中心的に扱われるのは中学校である。そもそも、小学校での指導内容の多くが中学校でより定式化された形で扱われる。そのため、ここでは、小学校と中学校を分けず、上記の4つの数学の内容が教科書でいかに扱われているか述べる。

1) 速さの概念

小・中学校における「速さ」の概念は、「平均の速さ（*vitesse moyenne*）」の語で扱われる。学習指導要領の一つの柱である「数的資料の活用」の「比例」の領域で扱われる概念である。なお、「瞬間の速さ（*vitesse instantanée*）」については、高等学校の物理での学習内容であり、数学では高等学校2年次で微分とのかかわりで少し触れられる程度である。

日本では小学校第6学年で速さの公式が導入されるが、フランスでは非常に時間をかけて徐々に平均の速さの概念と公式が導入される。表11に示したように、小学校5年次で教科書に最初に言葉が出てきてから、4年かかり、中学校3年次（中2相当）でやっと平均の速さの公式が導入される。つまり、公式が平均の速さを扱う最終学年で導入されるのである。スパイラル型カリキュラムの典型的な扱いとも言えよう。

以下に、各学年で扱われる問いの例をあげた。実際に速さの概念が各学年でいかに扱われるかがわかるであろう。

小学校5年次：「6. テオは両親とパリからバイヨンヌまで車で行きました。次のように一時間ごとに走った距離を記録しました。一時間目：110km，二時間目：90km，三時間目：105km，四時間目：95km。 a. 4時間で何キロメートル走りましたか？ b. この距離における平均の速さはいくらですか？ c. パリとバイヨンヌ間の距離は約750 kmです。

V. フランス

この平均の速さを維持しつづければ、パリからバイヨンヌまで、どのくらい時間がかかりますか？」(Euro Maths CM2, p.153, 図5 右ページ中央)

中学校1年次(小6相当):「1. あるドライバーが18分で24km走りました。1) この状況が比例関係であると仮定すると、1km走るのにどのくらい時間がかかりますか。

2) 比例係数を特定し、そして次の表を完成しなさい。[表では、距離「24」「32」「空欄」に対し、時間「18」「空欄」「21」が与えられている]」(Phare 6e, p.114)

中学校2年次(中1相当):「70. カタツムリが枝の上を移動しています。移動の時間(分)と進んだ距離(cm)が次の表に与えられています。[表は4, 6, 9分に対しそれぞれ26, 39, 58.5cmが与えられている] 1) a. このカタツムリの動きが一定に見えることを示しなさい。 b. この状況の比例係数を求めなさい。[以下省略]」(Phare 5e, p.130)

中学校3年次(中2相当):「23. 1998年11月7日ジョン・グレンの歴史的な二回目の宇宙旅行からの帰還において、スペースシャトル・ディスカバリーは580万キロメートル飛行しました。この任務は8日間と22時間かかりました。スペースシャトルのおおよその平均の速さをkm/hの単位を用いて求めなさい。」(Phare 4e, p.23)

表11 教科書における速さの概念の扱い

教科書名	Phare シリーズ (小学校は Euro Maths)
シリーズ番号(学年)・ページ	小学校5年次 pp.152-153 中学校1年次(小6相当) pp.109-122 中学校2年次(中1相当) pp.115-132 中学校3年次(中2相当) pp.279-291
章・節の名称	小学校5年次 比べ予見するために平均を計算する 中学校1年次 第7章 比例 中学校2年次 第7章 比例 中学校3年次 第17章 平均の速さ
目標(数学的概念, 数学的能力)	小学校5年次 平均の概念を扱う 中学校1年次 例と反例を用いて比例にアプローチする。比例係数を特定する。縮尺の問題を解決する。百分率を適用する。 中学校2年次 表において比例を認識する。比例の4番目を特定する ¹⁶ 。割合を比べ、百分率を計算し用いる。地図や絵の縮尺を計算し用いる。一定の速さの動きを認識する。 中学校3年次 平均の速さ、距離、時間を計算するために等式 $v=d/t$ を用いる。速さの単位を変換する。

2) 円の面積の公式

円の面積の公式は中学校2年次(中1相当)で導入される。しかし面積の公式と結びつきの強い円周率と円周の長さは、それ以前に扱われる。現在、学習指導要領の改定と時期が重なっているため少々複雑であるが、2008/2009年度以降は、円周率と円周の長さが小学校5年次で導入され、さらに中学校1年次(小6相当)で再度扱われる。今回の調査のために購入した小学校教科書では、5年次用のEuro Maths CM2とCap Maths CM2ではすでに円周の長さが簡単に扱われていた。

小学校のEuro Maths CM2と、中学校1年次の三種類の教科書では、いずれも類似した方法で円周の長さや円周率を導入している。円柱を転がす活動において円周の長さや直径の関係を探り、円周の長さが直径の定数倍であることに結び付けている。小学校では明示

¹⁶ 比例関係において、3つの値がわかっているときに4つ目の値を求めること。

V. フランス

的に公式は与えられていないが、中学校ではいずれも公式が感覚的に認められ導入されている。一方、中学校2年次における円の面積の公式の導入方法は、教科書により異なる。Phare 5eでは、方眼紙上の円の面積を、挟みうちによりその近似値を求め、面積の公式に結びつけている。Dimathème 5eでは、円を分割して平行四辺形に並び替え、平行四辺形の面積から円の面積の公式を導く。Triangle 5eでは、円の面積の公式に導く活動もなく、単に公式が与えられている。また、円周の長さや円の面積を求めるには、近似値が用いられることもあれば、 π を用いることもある。近似値を求める際には、電卓の利用が指示されていることが多く、円周率を用いる計算は、計算技能の習得のためには利用されていないようである。

円周の長さと円の面積に関しては日本の教科書と大差はないものの、円周率の扱いは大分異なる。いずれの教科書（小学校を含む）も円周率の近似値と π の記号が同時に扱われる。近似値は3.14などと決められているわけではなく、3や3.1、3.14、さらには電卓の π キーを利用する。近似値と π の記号が同時に扱われるのは、フランスでは厳密には「円周率」という言葉が存在しないからであろう。 π はあくまで“pi”であり、それ以外の言葉は用いられず、 π という名の一つの数（実数）として導入される。

表 12 教科書における円の面積の公式の扱い

教科書名	Phare シリーズ（小学校は Euro Maths）
シリーズ番号(学年)・ページ	小学校 5 年次 pp.198-199 中学校 1 年次（小 6 相当） pp.217-232 中学校 2 年次（中 1 相当） pp.259-276
章・節の名称	小学校 5 年次 第 97 章 円周の長さ 中学校 1 年次 第 14 章 長さ、質量、時間 中学校 2 年次 第 15 章 時間、周囲、面積
目標（数学的概念、数学的能力）	小学校 5 年次 円周の長さとその直径との比例関係を発見し、数 π を発見する。簡単な場合に円周の長さの公式を用いる。 中学校 1 年次 正方形・長方形の周囲、円周の長さ、数 π 、測定単位の変換、図形の周囲の長さの計算 中学校 2 年次 時間の変換、平行四辺形・三角形の面積の計算、円の面積の計算、図形の面積の計算

3) 文字（アルファベット）の導入

一般に、文字の扱いには二通りある。数学の定義や性質を示すための、つまり「数学言語としての文字の利用」と、「計算における文字の利用」である。日本ではそれぞれ「文字を使った式」と「文字の計算」などと呼ばれ、中学校1年次でほぼ同じ時期に導入される。日本の教科書では、前者は後者のための道具のような位置付けと捉えられる。これに対し、フランスではこれら二つの文字の利用が異なる学年で導入されることが少なくなく、さらに必ずしも前者の数学言語としての文字の利用は後者の文字計算のためだけに導入されるわけではないようである。実際、中学校の学習指導要領では、小学校で用いられてきた日常言語から専門化された言語への移行を促すよう強調されており、文字の利用はその一貫でもある。

今回分析した教科書では、数学言語としての文字の利用が計算における文字の利用より若干早く、中学校1年次（小6相当）以降で扱われる。主に定義や性質を一般の形で記述するために文字が用いられている。今回購入した三種類の教科書では、数学言語としての

V. フランス

文字の利用の扱いは、それぞれ異なっていた。Phare と Triangle のシリーズでは、1年次の教科書の比較的是じめの方の章で文字が利用され始める。例えば、Phare では、第2章の小数の大きさの比較において、 $a < b$ など文字が初めて用いられる。一方、Dimathème シリーズの1年次の教科書では、数学言語としての文字は基本的に使われず、2年次（中1相当）第1章から利用される。

計算における文字の利用，それを問題解決に利用できるようになることは，中学校の柱の一つ「数と計算」における目標の一つとなっており，第5級より扱われる。それは，いずれの教科書でも，主に分配法則と方程式に関連して導入されている。

表 13 教科書における文字（アルファベット）の導入

教科書名	Phare シリーズ
シリーズ番号（学年）・ページ	中学校2年次（中1相当） pp.29-44
章・節の名称	第3章 文字計算
目標（数学的概念, 数学的能力）	文字表記，分配法則，等式が正しいか調べる

注：文字を用いた計算（数学言語としての文字の利用は含まない）

4) 三平方の定理の扱い

三平方の定理は，ピタゴラスの定理と呼ばれ，中学校3年次（中2相当）で導入される。日本の教科書と異なる点は，まず，三平方の定理に関連する数学体系，特に平方根との繋がりである。三平方の定理は平方根との結びつきが強いため，日本では平方根を十分扱った後，三平方の定理を扱う。しかしフランスでは，平方根が4年次（中3相当）で本格的に導入されるため，3年次では平方根を非常に簡単にしか扱わずに三平方の定理を扱う。そのため， $a^2 = n$ の計算には電卓の $\sqrt{\quad}$ キーを使うこと，と学習指導要領でも教科書でも指示されている。例えば Phare では，平方根が必要になる場面で，「平方根」の言葉が簡単に導入され，電卓の $\sqrt{\quad}$ キーを使うように指示されている。一方，Dimathème と Triangle では，「平方根」の言葉は導入されず，電卓を用いるように指示されているのみである。

扱われる問いなど導入の方法の詳細は教科書により異なるものの，その過程は日本の教科書とさほど変わらない印象を受ける。いずれの教科書も三平方の定理を作図や複数の直角三角形等から予想させ，それを証明したあと，定理の逆の証明に至っている。なお，証明の方法は，Phare 4^e では，4つの合同な直角三角形で正方形を作り，移動するものであった。また，Phare では，三平方の定理の導入の活動に作図ツールも利用されていた（図 17）。この点は Dimathème と Triangle では見られなかったが，特筆すべき点であろう。現行の中学校学習指導要領で強調されているテクノロジーの利用が反映されていると言える。

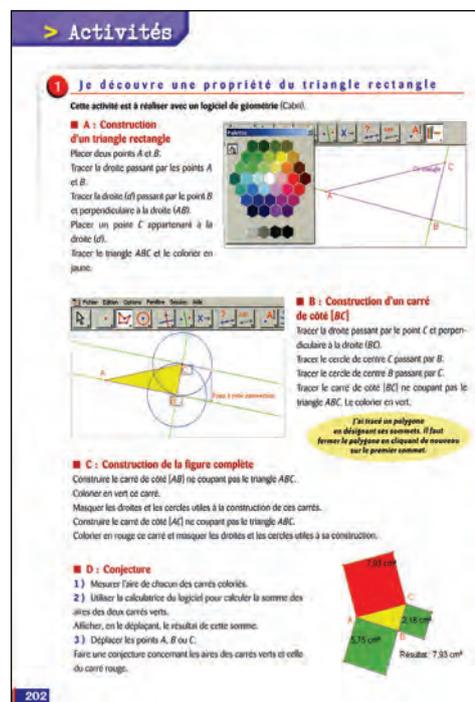


図 17 三平方の定理（Phare 4e, p.202）

表 14 教科書における三平方の定理の扱い

教科書名	Phare シリーズ
シリーズ番号(学年)・ページ	中学校 3 年次 (中 2 相当) pp.201-218
章・節の名称	第 12 章 三平方の定理とその逆
目標 (数学的概念, 数学的能力)	- 直角三角形において三平方の定理を用いることを学習する。 - 三角形の 3 辺の長さを知ることにより, 直角三角形か否か判定する。

(2) 高等学校の教科書の分析

フランスの高等学校教科書からうかがわれる指導内容や指導の方法において、日本と異なる点は少なくない。全体的な指導内容の相違については第 3 章－1 で述べた。ここでは、内容の指導の順序もしくは方法について、日本と異なり興味深いものを 2 つ取り上げる。

1) 指数と対数の扱い

指数と対数は、科学系においても、経済社会系においても高等学校 3 年次で扱われる。その扱いは、今回調査した教科書 Transmath 及び Déclit いずれにおいても、わが国と大きく異なるのみならず、科学系と経済社会系それぞれのコースで導入の仕方と指導の順序が異なっていた。教科書は 2 シリーズとも扱い方が類似していたため、以下では Transmath を用いる。

経済社会系 3 年次では微分と原始関数 (簡単な定積分を含む) が扱われたのち、自然対数関数が導入される (Transmath では第 4 章)。つまり、指数や常用対数などより先に自然対数関数が導入されるのである。その定義は、「 \ln と表記される自然対数関数 (fonction logarithme népérien) は、 $]0; +\infty[$ で定義され、1 で 0 となる、関数 $x \mapsto 1/x$ の原始関数である」¹⁷ (Transmath 1re ES, p.104) とされる。つまり、 $\ln x = \int 1/t dt$ (積分は 1 から x) である。そして、この関数についての様々な性質 (計算やグラフ, 極限, 微分にかかわるもの) を学習したのち、章の最後で常用対数関数が「 $\log x = \ln x / \ln 10$ 」として定義される。なお、ネイピア数は、自然対数関数の振る舞いを調べる過程で、 $\ln x = 1$ となる x の値を e とするとして導入される。しかし、自然対数関数がネイピア数を底とする対数関数であることや自然対数関数が指数関数 $x \mapsto e^x$ の逆関数になっていることには触れられない。指数にかかわるものは、定理「整数 p に対して、 $\ln(a^p) = p \ln a$ ($a > 0$)」のみで、あくまで関数 $x \mapsto 1/x$ の原始関数がどのような関数かという問題意識で扱われるのである。

次に、第 5 章が「指数関数」である。ところで、フランスの高等学校では「指数関数 (fonction exponentielle)」と言った場合は、ネイピア数の指数関数を意味し、任意の実数に対する指数関数 $x \mapsto a^x$ は「べき乗関数 (fonction puissances)」と呼ばれる。したがって第 5 章では、指数関数 $x \mapsto e^x$ が導入される。その定義は「 \exp と表記される指数関数は次によって \mathbf{R} 上で定義される関数である: \mathbf{R} の任意の x に対し、 $\exp x$ は自然対数が x となる正の数である。数 $\exp x$ は e^x と表記される」(ibid., p.137) と、指数関数が自然対数関数の逆関数として導入される。そして、 e^x の表記が正の整数の場合のべき乗と矛盾がないことを確認する。第 5 章の残りは、第 4 章とほぼ同じで、この関数の様々な性質 (計算やグラフ, 極限, 微分, 原始関数にかかわるもの) を調べ学習する。

¹⁷ フランスでは、「 $[a; b]$ 」は閉区間を意味し、「 $]a; b[$ 」は开区間を意味する。

V. フランス

つづいて、第6章で「べき乗」が導入される。その定義は、「任意の実数 $a > 0$ と任意の実数 b に対し、数 a^b は次のように定義される： $a^b = e^{b \ln a}$ 」(ibid., p.164)である。べき乗関数 a^x は当然ながら、実数上で定義される「 $x \mapsto e^{x \ln a}$ 」となる関数である。ここでは、指数が最初から実数の場合に定義され、指数関数 e^x がべき乗関数の特殊な場合となっているのである。

では次に科学系3年次の教科書を見てみよう。指数と対数の扱いは、順序からいえば、指数関数、自然対数関数、べき乗関数となっており、経済社会系とは異なる。指数と対数の順序が逆になっているのである。

まず指数関数は、Transmath Tle S の第4章「指数関数」で、「定義」ではなく、「定理」から導入される。その定理は、「任意の実数 x に対し $f'(x) = f(x)$, $f(0) = 1$ となる、 \mathbf{R} 上で微分可能な関数 f が一意に存在する」(Transmath Tle S, p.86) というものである。そして、この関数を「指数関数」と呼び、“ $\exp: x \mapsto \exp x$ ”と表記するとする。ちなみに、この教科書では、この定理の一意性は証明されているが、存在性は認めることとしている。指数関数が導入されたあとは、そのいくつかの性質を学習し、 e^x という表記を導入する。そしてさらに極限やグラフ、増減、微分などについての性質を扱う。ここでは簡単な微分方程式も扱われる。

次に、第5章「自然対数関数」で自然対数関数が扱われる。今度は指数関数の逆関数として「自然対数関数 (fonction logarithme népérien) は、任意の正の実数 x に対し指数が x となる $\ln x$ と表記される実数 y を割り当てる、 $]0; +\infty[$ で定義される関数である」(p.116) とされる。第6章では主に自然対数関数の様々な性質を中心的に扱い、常用対数関数については、TD の中で簡単に扱われている。したがって、常用対数関数は重要視されていない、もしくは明確な学習対象ではない印象を受ける。実際、学習指導要領を見ても、「常用対数関数に言及する」(MEN, 2001, p.66) となっており、あくまでも自然対数関数が中心的な指導内容となっている。そして第6章「べき乗関数、増大の比較」で、実数のべき乗関数が経済社会系の教科書と同様の方法で導入される。

以上が、フランスの経済社会系3年次及び科学系3年次における指数と対数の扱いである。日本の高等学校数学Ⅱの指数と対数では、指数に利用できる数を、正の整数から、0、負の整数、有理数、無理数と拡張していき、指数が実数でも扱えるようにする。そして指数の逆として対数を導入する。自然対数やネイピア数は、数学Ⅲで扱われ、数学Ⅱのあとである。フランスの言葉を用いれば、日本の高等学校は「べき乗関数→対数関数(常用対数を含む)→自然対数関数→指数関数」という順序になっている。ところが、フランスの場合は、経済社会系は「自然対数関数→常用対数関数→指数関数→べき乗関数」、科学系は「指数関数→自然対数関数(常用対数関数を含む)→べき乗関数」となっている。フランスでは、負の整数を指数とするべき乗が中学校3、4年次に扱われるということもあるが、非常に異なる順序で指導されていることがわかる。最初からネイピア数の場合に実数の指数を定義してしまうため、日本のような指数の拡張は必要ないのである。

2) 積分の扱い

フランスの高等学校科学系及び経済社会系では、2年次(高2相当)で微分を学習し、3年次で初めて積分が登場する。上記の指数と対数の扱い同様、科学系と経済社会系ではその扱いがやや異なる。まず科学系を、それから経済社会系について紹介しよう。

V. フランス

科学系3年次の教科書 Transmath Tle S では、第8章「積分と原始関数」で積分が登場する。フランスの高等学校数学では、「不定積分」という言葉は使わず、代わりに「原始関数」という語が用いる。そのため、不定積分の記号「 \int 」(区間が明記されないもの)は導入されない。「積分 (intégrale)」は、まず定義域の各区間で一定の値をとる階段関数の場合に定義され、その後、連続関数の場合に定義される。階段関数の場合は、定義域の各区間 $[x_{i-1}; x_i]$ において $g(x_i) = c_i$ となる階段関数 g をとり、「区間 $[a; b]$ における g の積分は $I(g) = (x_1 - x_0)c_1 + \dots + (x_n - x_{n-1})c_n$ となる数 $I(g)$ である」(p.192) とする。これは、図的には長方形の面積の和である。そしてこの積分 $I(g)$ が $\int_a^b g(t)dt$ と表記される。次に、連続関数の場合は、図 18 のように階段関数を用いた区分求積法による。連続関数を挟む2つの階段関数列を考えそれぞれの積分が収束する共通の極限を連続関数の積分とする。そして、積分区間に対する加法性(「シャスレーの関係」と呼ばれる)や被積分関数に関する線形性、単調性、関数の平均値など様々な積分の性質を扱う。その後やっと原始関数を導入し、積分が被積分関数の原始関数で表現できる(微積分学の基本定理)という微分とのかかわりが示されるのである。それ以降は、日本での扱いと類似しており、積分を体積にも応用していく。

■ Définition et exemple

f est une fonction continue sur l'intervalle $[a; b]$; on démontre et nous l'admettons, qu'il existe deux suites de fonctions en escalier (g_n) et (h_n) telles que :

- pour tout n de \mathbb{N} et tout t de $[a; b]$, $g_n(t) \leq f(t) \leq h_n(t)$ [1],
- les suites $I(g_n)$ et $I(h_n)$ sont convergentes et ont même limite ℓ [2].

En outre, si (s_n) et (t_n) sont deux suites de fonctions en escalier qui encadrent f et telles que les suites $I(s_n)$ et $I(t_n)$ aient une limite commune ℓ' alors $\ell = \ell'$.

Cette limite ℓ est l'intégrale de f sur $[a; b]$. On note $\ell = \int_a^b f(t) dt$.

■ 定義と例

f は区間 $[a; b]$ で連続な関数である。次のような2つの階段関数列 (g_n) と (h_n) が存在することを証明し認める:

- 任意の自然数 n と $[a; b]$ の任意の t に対し、 $g_n(t) \leq f(t) \leq h_n(t)$ となり、
- 数列 $I(g_n)$ と $I(h_n)$ は収束し共通の極限 l をもつ。

さらに、もし (s_n) と (t_n) が f を挟む2つの階段関数列であり、数列 $I(s_n)$ と $I(t_n)$ が共通の極限 l' をもつのであれば、 $l = l'$ である。

この極限 l は区間 $[a; b]$ における f の積分である。〔上図の最後の積分記号〕と表記する。

図 18 連続関数の積分の定義 (Transmath Tle S, p.195)

次に、経済社会系3年次の教科書 Transmath Tle ES では、第3章「原始関数」で「積分」の語が最初に表出する。第3章では、関数の原始関数がいかなるものか学習し、その後積分が扱われる。ここでの積分は、上述の科学系3年次の積分とは異なる。まず、区間 I の実数 a, b とその区間における連続関数 f において、 f の2つの原始関数を F と G とすると、 $F(b) - F(a) = G(b) - G(a)$ となることを示し、この $F(b) - F(a)$ を「 $f(t)dt$ の a から b までの積分 (もしくは和)」(Transmath Tle ES, p. 85) とし、インテグラルの積分記号が導入される。また、この第3章では、積分と原始関数のつながりにかかわる基本的な性質を扱うのみで、積分と面積の関連には全く触れない。面積との関連は、第7章「積分計算」の章で扱われる。したがって、経済社会系では科学系とは異なり、面積の意味を伴って積分を導

V. フランス

入するわけではなく、さらに科学系ではあとの方で出てきた微積分学の基本定理を最初に用いて積分を導入するのである。

日本の高等学校数学では、数学Ⅱで、面積と不定積分の関係から定積分が導入される。関数 $f(x)$ のグラフが作る面積 $S(x)$ を微分すると $f(x)$ が得られることから、区間 $[a, b]$ の場合が $S = F(b) - F(a)$ となり、これを定積分と呼んでいる。つまりここでは、微積分学の基本定理が最初に導入され、定積分が展開されている。そして数学Ⅲで、定積分が再度扱われ、ここで区分求積法との関連が図られる。一方、フランスでは、科学系と経済社会系のそれぞれのコースによって異なり、科学系では、数学史でそうであったように、微分と積分を別のものとして導入し、あとから両者のつながりを扱う。経済社会系では、日本の数学Ⅱに類似しており、最初に微積分学の基本定理を扱い、積分を導入するのである。こうした指導内容の配列順序と指導の方法の違いは、数列の極限など他の領域の扱いにも起因しているであろう。

指数と対数の扱いでもそうであったが、このようにコースによって内容の扱いが異なる点は興味深い。日本であれば、文科系の生徒は数学Ⅲや数学Cを選択しないことが多いため、理科系の生徒は文科系の数学を学習したのちプラスアルファを学習するという感じである。一方、フランスの場合、科学系の生徒が経済社会系の数学とそのプラスアルファを学習するというよりも、それぞれ別の数学を学習しているような印象を受ける。実際、第3章-1でも述べたが、高等学校数学における行列の扱いもそうであった。科学系では扱われず、経済社会系の選択科目のみで扱われているのである。こうしたことが可能なのは、フランスの高等学校が2年次からコース分けがなされ、2年次と3年次で一貫した指導内容の配列となっているからであろう。

第4章 フランスの算数・数学教科書の実態

2008年10月下旬にフランスの公立の小学校と中学校を訪問し、教科書の現地調査をおこなった。高等学校については、今回訪問することはできなかったが、筆者が以前2000年頃に訪問した際の記憶によれば、今回の中学校における教科書の使用の実態と類似したものであった。

1. 小学校

フランス南東部グルノーブル郊外エシロール市 (Echirolle) のマルセル・ダヴィッド小学校 (Ecole Marcel David) を訪問し、3名の教員にインタビュー調査をおこなった。学校は、小学校1年次 (小1相当) から5年次 (小5相当) まで5学年で全9クラス (内2クラスは複式学級) の構成で、3名の教員 (A, B, Cとする) は、4年次 (小4相当)、4-5年次 (小4・小5相当)、3-4年次 (小3・小4相当) をそれぞれ担当しており、教員経験は教員Aと教員Bが7年、教員Cが25年であった。

(1) 教科書の選定と購入

フランスでは、小学校の授業で利用されるものは、教科書や教材をはじめとして、鉛筆、

V. フランス

ノート、バインダーなど、すべて学校が用意しなければならない。したがって教科書も各クラスの予算を使って購入される。各クラス、児童一人あたりに割り当てられる予算は、市町村で決定されるため、市町村の財政状況によって予算が異なる。

マルセル・ダヴィッド小学校では、現在、教科書を新しいものに更新中であった。「更新中」とは、予算の都合上、一度に児童の人数分の教科書は購入できず、二年度にまたがって教科書を買換えるからである。今年度は児童の半数分の教科書を購入し、残りは来年度購入するとのことであった。したがって、現時点では教室内に二種類の教科書が据え置かれている。新しい教科書を利用する際には、二人で一冊を共用するとのことである。また、教科書の選定は、学校内で各学年を担当する教員が行う。現在4年次用に購入中の教科書は、Euro Mathsであった。選定の理由として、数学概念の発見活動が充実していることがあげられた。なお、学年により異なるシリーズ・出版社の教科書を用いている。

今年度4年次の児童の人数分が用意されている教科書は、1996年の学習指導要領に基づいたBordas社のThevenet Mathsであった。小学校の前学習指導要領は、2002/2003年度から施行されたため、この学校では、それ以降5年ほど古い学習指導要領に基づいた教科書を利用していたことになる。インタビューでは、どの教員も古い教科書を用いることは、予算の都合上致し方ないとの認識であった。教えるべき内容は学習指導要領に示されているため、古い教科書を利用する場合、必要な部分のみ授業で利用し、その他の内容は、教師自作のプリントや他の教科書のコピー等を用いるとのことであった。教科書が補助的なものであることがわかる。

(2) 教科書の利用方法

教科書は教室に据え置きであり、児童が家庭に持ち帰ることはない。据え置きのため教科書の演習問題を自宅で利用することはないのだが、そもそも小学校では、筆記による宿題を出すことが禁止されている。そのため、教科書は児童にとって授業でのみ利用するものという位置付けである。

いずれの教員も、授業には教室にある教科書を中心に、他の教科書もコピーして利用するとのこと。教員Aと教員Bによれば、人数分用意された古い教科書は、発見活動の部分が不十分なため、主に演習に利用し、発見活動に関しては、現在購入中のEuro Mathsや他の教科書、インターネットなどを参照して、教材を作成するとのことであった。一方、教員Cは授業で利用する教材をバインダーにまとめており、演習以外の教科書の使用頻度は低いようであった。バインダーの中身は、利用している教科書もしくは他社の新旧の教科書のコピー、自作の教材など様々であった。

学習指導要領は国定であるため遵守しなければならないが、教科書の利用は完全に教師の裁量にまかされている。インタビューでいずれの教員も口をそろえていたことは、「指導内容は、教科書ではなく、学習指導要領に定められている」ということであった。そのため、いずれの教員も、プリントの利用が多いとのことであった。教科書中心の授業と言うよりも、必要に応じて教科書を利用するのである。しかしながら、教科書は教師にとって重要な役割を果たしている。授業の準備に参照する書籍は、新旧の教科書、他社の教科書が第一であり、必要に応じて市販の問題集やインターネットを用い、教師用の教科書ガイドはあまり利用しないとのことであった。

2. 中学校

フランス南東部グルノーブル市の国際都市中等学校（Cité Scolaire Internationale de Grenoble）を訪問し、1名の教員（教員Dとする。教職経験13年）にインタビュー調査をおこなった。この公立学校は、語学教育が通常の学習指導要領と異なるが、その他の教科は通常の学習指導要領に基づいた教育が仏語で行われている。学校の規模は、1年次（小6相当）から4年次（中3相当）までの4学年あり、各学年5クラスであった。教員Dは今年度1年次、2年次、4年次の数学を担当している。

（1）教科書の選定と購入

教科書は学校が選定・購入する。国際都市中等学校では、学習指導要領が改定されれば予算が付き、すぐさま教科書を新しいものに買い換えるところであった。この点は小学校と異なる。教科書の選定は数学科の教員会議で行われる。選定の際には、各章に「講義」と「方法」の項目があることと、それらの説明が丁寧であることを重視しているとのこと。以下で述べるが、これらの項目は授業で扱われることが少ないことからすれば、生徒の自学自習に適したものを選んでいけると言える。今年度の教科書は、1年次が Dimathème、2年次が Transmath（Nathan）、3年次と4年次が Prisme（Belin）であった。

（2）教科書の利用方法

教科書は教室に据え置きではなく、各生徒に一年間貸与される。国際都市中等学校では、生徒が授業ごとに教室を移動するため、教室に個人の教科書を置いておくことはできない。さらに、宿題が教科書から出されるため、生徒は教科書を自宅で利用する必要がある。しかし教科書は重く、すべての教科の教科書を持ち運ぶのは大変である。そこで教員Dは、生徒二人で一冊の教科書を交代で授業に持ってくるよう指示していた。授業で必要な場合は、二人で一冊を共有するのである。

教員Dによると、授業中には教科書を主に演習に利用するとのことであった。授業の最初に宿題の答え合わせをするために教科書を開き、それが終わると閉じる。授業の中心である活動の間は閉じたままで、最後に演習があればまた教科書を開く、といった具合である。筆者が参観した授業では、教科書を机の上に出している生徒は少なく、プリントが配布されたため、教科書が使われることはなかった。教員Dによれば、授業によっては、教科書の「活動」の部分を用いることもある。一方、教科書の「講義」と「方法」の部分は、授業で扱うことは少ない。これらの部分については、一年の始めに、自習の際によく読んで理解するようにと生徒に伝えている。また教科書の「演習」部分については、3分の2程度を授業と宿題で利用し、教科書に解答が付いている残りは生徒各自に任せている、とのことであった。

小学校と比較すると、中学校では生徒は頻繁に教科書を利用するようである。特に授業外での利用が多い。宿題が禁止されている小学校と異なり、家庭学習が前提となっている。そして、教科書自体、自学自習に適したものが選定されている。教科書の役割が小学校とは大きく異なる。一方、教師にとっての教科書は、小学校と同様に、授業準備のため重要な役割を果たしているようである。教員Dは、活動や演習などの授業の準備には主に教科書を用い、教科書ガイドなどはほとんど利用しないとのこと。利用する教科書は、授業で利用する教科書をはじめ、サンプルとして送られてきた他社の教科書などであった。しか

し、古い教科書を利用することは少ないとのことである。

第5章 おわりに

以上、フランスの算数・数学教科書の調査結果を述べてきた。日本の教科書と比較すると異なる点が多くみられた。それらは、一方では学習指導要領における指導の内容と方法の相違に起因しており、もう一方では教科書に対するフランスの算数・数学教育のスタンスの相違に起因しているようであった。特に、フランスにおいて、教科書に対するスタンスが小学校と中学校以降で異なる点は非常に興味深い。授業を前提とした小学校の教科書と、授業のみならず自学自習をも前提とした中学校・高等学校の教科書、それぞれの役割に応じて教科書の内容が構成されている。後者については、参考書と問題集を兼ね備えたものであった。さらに、教科書の現地調査を通して、教師の教科書に対するスタンスが、「教科書を教える」ではなく、「教科書を参考に学習指導要領に規定された内容を教える」であることも、教科書の使用義務のある日本の視点からすれば、興味深い点であった。

また、今回複数のシリーズの教科書の分析を通して、わが国の教科書と比べ、教科書に多様性があるようにも感じられた。章構成、各章の構成、演習に用いられる問題などそれぞれのシリーズにおいて異なることが多く、さらに数学概念へのアプローチの方法が異なることもあった。これは、善し悪しは別として、教師の自らの指導方法に適した、そしてクラスの実態に適した内容とアプローチを選択できるとも言えるであろう。実際、現地調査でインタビューしたいずれの教員も、授業の準備には複数の教科書を第一に参照することであった。フランスの教科書と比べると、日本の教科書は、教科書検定があるためか、画一的であるように感じられる。

【教科書一覧】

1. *Euro Maths*, CP, CE1, CE2, CM1, CM2, Hatier, 2001, 2003, 2006, 2008.
2. *J'apprends les maths*, CP, CE1, CE2, CM1, CM2, Retz, 2004-2006, 2007.
3. *Cap Maths*, CP, CE1, CE2, CM1, CM2, Hatier, 2003-2007.
4. *Phare Mathématiques*, 6e, 5e, 4e, 3e, Hachette, 2005-2008.
5. *Triangle*, 6e, 5e, 4e, 3e, Hatier, 2005-2008.
6. *Dimathème*, 6e, 5e, 4e, Didier, 2005-2007.
7. *Déclic*, 2de, 1re, Tle, Hachette, 2004-2007.
8. *Transmath*, 2de, 1re, Tle, Nathan, 2004-2006, 2008.

【参考文献】

1. Artigue, M. & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6), 365-382.
2. Bodin, A. (2009). L'étude PISA pour les mathématiques: Résultats français et réactions. *Gazette des mathématiciens*, No. 120, 53-67.
3. MEN (1999a). *Mathématiques, Programmes et Accompagnement*, Collection Enseigner au collège, Paris : CNDP. (中学校数学の学習指導要領)

V. フランス

4. MEN (1999b). Programmes des lycées. *Bulletin Officiel Hors-série no.6, 12 août 1999*, pp. 29-34. (高等学校 1 年次数学の学習指導要領)
5. MEN (2000a). Mathématiques classe de première série scientifique. *Bulletin Officiel Hors-série no.7, 31 août 2000*, pp. 167-175. (高等学校 2 年次科学系数学の学習指導要領)
6. MEN (2000b). Programmes des lycées. *Bulletin Officiel Hors-série no.7, 31 août 2000*, pp. 176-180. (高等学校 2 年次文学系系数学・情報の学習指導要領)
7. MEN (2000c). Mathématiques classe de première série économique et sociale. *Bulletin Officiel Hors-série no.8, 31 août 2000*, pp. 5-9. (高等学校 2 年次経済社会系数学の学習指導要領)
8. MEN (2001a). Programmes de l'enseignement des mathématiques en classe terminale de la série économique et sociale. *Bulletin Officiel Hors-série no.4, 30 août 2001*, pp. 56-62. (高等学校 3 年次経済社会系数学の学習指導要領)
9. MEN (2001b). Programmes de l'enseignement des mathématiques en classe terminale de la série scientifique. *Bulletin Officiel Hors-série no.4, 30 août 2001*, pp. 63-71. (高等学校 3 年次科学系数学の学習指導要領)
10. MEN (2002). Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *Bulletin Officiel, Hors-série, no.1, 14 février 2002*. (小学校の学習指導要領)
11. MEN (2008a). Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *Bulletin Officiel, Hors série n°3 du 19 juin 2008*. (小学校の学習指導要領)
12. MEN (2008b). Programmes du collège, Programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008*. (中学校数学の学習指導要領)
13. MEN (2009). Mathématiques Classe de seconde. *Bulletin officiel n° 30 du 23 juillet 2009*. (高等学校 1 年次数学の学習指導要領)
14. MEN (2010). *Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche – édition 2010*. Ministère de l'éducation nationale, France
(<http://www.education.gouv.fr/pid316/reperes-references-statistiques.html>) .
15. 大場淳 (2005). 「第 5 章 フランス：フランスのバカロレアと高等教育の質保証に関する一考察」『高等教育の質的保証に関する国際比較研究』COE 研究シリーズ 16, pp.69-94.
16. 国立教育政策研究所 (2009). 『第 3 期科学技術基本計画フォローアップ「理数教育部分」に係る調査研究 [理数教科書に関する国際比較調査結果報告]』, 国立教育政策研究所
(http://www.nier.go.jp/seika_kaihatsu_2/index.html) .
17. フランス教育課程改革研究会 (2000). 『フランス教育課程改革 Documents (資料集)』, 平成 9～平成 12 年度科学研究費補助金 (B) 中間報告書 (研究代表者：小林順子).
18. 宮川健 (2003). 「フランス高等学校数学プログラム」『世界の高等学校の数学教育 I』, 科学研究費補助金基盤研究 A「高等学校の科学教育改革に関する総合的研究」(研究代表者 長崎栄三) 平成 11 年度～14 年度研究成果報告書 No.4, pp.46-89.
19. 文部科学省 (2009). 『教育指標の国際比較平成 21 年版』, 文部科学省 (http://www.mext.go.jp/b_menu/toukei/001/1223117.htm) .

(宮川 健)