論　説

「手続きの説明」の学習における伝言ゲームの可能性 *

－中学校図形領域における教授実験を通して－

石　川　　　実 **，宮　川　　　健 ***

要　約

本研究は，言語力育成の観点から，図形の作図手順を他者に伝える伝言ゲームを用いた授業が，中学校図形領域における手続きの説明の学習にいかに寄与できるか，その可能性を探ることを目的とする．そのため，教授学的状況理論に依拠して伝言ゲームを用いた授業を設計し，教授実験を実施することにより授業データを収集した．そして，データの分析により，伝言ゲームが手続きの説明の主体的な学習をどの程度可能にするのか，手続きの説明の学習ではいかなる数学的知識・技能が問題となるのか，という二つの問いを検討した．その結果，伝言ゲームが，生徒らの主体的な活動を促すこと，そしてそこでの手続きの説明には図形把握が大きな影響を与えることが明らかになった．

キーワード：手続きの説明，伝言ゲーム，図形領域，教授学的状況理論，図形把握

1．はじめに

平成20年改訂中学校学習指導要領は，OECD生徒の学習到達度調査（PISA）などの結果を受けて，「説明すること」など言語に関する能力の育成を重視している（文部科学省，2008）．言語力育成は，教科横断的な課題ではあるが，数学においても非常に大事なものである．なぜなら，数学では，言語を通して抽象的な数学的対象を扱い，問題に取り組み，方法や結果の妥当性を他者に伝えるからである．

一方，「説明」と言っても，数学における説明は様々である．命題の真偽を示す説明（証明）もあれば，問題の解決方法を示す説明もある．前者については，これまで多くの研究がなされており，その複雑な構造や働き（Duval, 2002；Pedemonte, 2007など），生徒の学習困難性（文部科学省，2010a；Healy & Hoyles, 2000など）などが報告されてきた．一方で，後者の解決方法や手続きを示す説明に焦点を当てた研究は多くない[1)]．そのため筆者らは，言語力育成という観点からより基礎的と思われる，数学における方法や手順を伝える説明，つまり「手続きの説明」に焦点を当て，その指導と学習の方法を探ってきた．

この研究を進める中で，フランスの教科書や国定カリキュラムから，作図手順から図形を描く活動，そして逆に与えられた図形の作図手順を書く活動の存在を知った．フランスの小学校では，与えられた作図手順から図形を描くことが指導内容とされており（MEN, 2008a, p.39），教科書にもその活動が見られる（例えば，Peltier, M.-L. et al.,2006, pp.18-19）．さらに，前期中等学校の国定カリキュラムでは，正確な言語の必要性を生じさせるため，小学校とは逆に，与えられた図形の作図手順を他者に向けて書く活動が想定されている（MEN, 2008b, p.11）．こうした活動の実際は不明だが，筆者らは，作図手順や問題の解決方法を書いて他者に伝えるというアイデアが数学における言語力育成に大きく貢献できるのではないかと考えた．特に，このアイデアをもとに，言語が必要となる状況，生徒自らが作成した説明を主体的に反省する状況を実現できると考えた．

*平成24年3月27日受付，平成24年11月10日決定
**元上越教育大学大学院生
***上越教育大学

2．研究の目的と方法

上述の背景から，本稿では，図形の作図手順を他者に伝えるというアイデアを基礎とした教材を「伝言ゲーム」と呼び，このゲームを用いた授業が，中学校図形領域における手続きの説明の学習にいかに寄与できるか，その可能性を検討する．

この研究目的を達成するための方法は，次のとおりである．まず研究の焦点を明確にする．すなわち，「手続きの説明」がいかなるものか，他の説明との関係，数学的知識との関係を示すとともに，手続きの説明の学習の捉え方を明確にする．次に，学習という点で本研究が依拠する教授学的状況理論の視点から，伝言ゲームを用いた授業を設計する．そして，教授実験により授業データを収集し，そこから得られる生徒の実態から，伝言ゲームが手続きの説明の主体的な学習をどの程度可能にするのか，手続きの説明の学習ではいかなる数学的知識・技能が問題となるのか，という2つの問いを検討する．

3．研究の焦点：手続きの説明

本節では，「手続きの説明」の説明一般における位置づけ，数学的知識との関係，その学習について述べ，研究の焦点を示す．それにより，上記の研究の目的と方法をより明確にする．

(1) 手続きの説明の位置づけ

一般の説明や数学における説明がいかなるものか，といった問いに答えることは，必ずしも容易ではない．証明とのかかわりで数学における説明を捉えるものもあれば（Balacheff, 1997;宮崎, 1993など），説明される数学的対象と説明との関係性に焦点を当てた哲学的考察も多く見られる（Mancosu, 2011など）．本研究は図を描く際の手続きについての記述という限定した説明に焦点を当てるため，このような踏み込んだ説明についての考察は行なわず，「説明」を単純に「情報の伝達」という意味で捉える．そして，「手続きの説明」を，今日の学校数学で受け入れられやすいと考える分類に位置づける．それは，平成22年度全国学力・学習状況調査の記述式の問題の分類である（文部科学省，2010b，pp.9-12）．そこでは，「見いだした事柄や事実を説明する問題」「事柄を調べる方法や手順を説明する問題」「事柄が成り立つ理由を説明する問題」の3種類に問題が分類されている．これらは問題のタイプであるが，説明の種類によって分類されている．すなわち，この問題の種類から，説明の種類を捉えることができるのである．本研究では，3種類の問題の中で，「事柄を調べる方法や手順を説明する問題」が求める，何をどう用いるのか示す説明を「手続きの説明」と捉える．

(2) 手続きの説明と数学的知識（図形把握）

手続きの説明は，数学的知識を特に必要としない，単なる手順の描写と捉えられがちではないだろうか．しかし筆者らは，手続きの説明の作成は，生徒のもつ数学的知識・技能に大きく依存すると考える．伝言ゲームで与えられた図形から手続きの説明を作成するためには，まず図形性質を認識する必要がある．その際，図形の把握の仕方によって認識される性質は異なり，結果としての説明も異なったものとなる．例えば，ひし形の場合，4辺の長さが等しい四角形と捉えれば，1辺を描き，コンパスを用いて残りの3辺を描く説明を与えるであろう．ところが，ひし形を対角線が中点で直交する四角形と捉えれば，対角線を描き，その端点を結ぶという説明になる．

そこで本研究では，この図形把握が手続きの説明において鍵となる数学的知識・技能と考え，特に焦点を当てる．具体的には，第5節の伝言ゲームを用いた授業データの分析で，生徒がいかなる図形把握を行ない，いかなる手続きの説明に至ったのか，その実態から図形把握と手続きの説明とのつながりを明らかにする．またその際，以下に示すDuvalらの研究グループによる異なった図形把握（Duval, 1995）を視点として採用する（以下は，原田，2007，p.632からの引用）．

①知覚的把握：直観に基づく図形の把握であり，ゲシュタルト心理学の知覚法則に依存している．

②系列的把握：図形の構成順序に基づく図形の把握であり，とくに作図はこの図形把握を基に実行される．

③推論的把握：仮説に基づく図形の把握であり，仮説－演繹的証明はこの図形把握により実行される．

④操作的把握：図形の変形や移動に基づく図形の把握であり，幾何の問題解決における解決の発見は，この図形把握によって実行される．

(3) 手続きの説明の学習

図形の作図手順を他者に伝えるという伝言ゲームの基本的なアイデアから，いかに手続きの説明の学習を促す授業を設計すればよいだろうか．本研究ではいかなる学習を想定すればよいだろうか．ここには「学習」というものを規定する必要がある．本研究では，「学習」をBrousseau (1997) による教授学的状況理論（以下，TDSと呼ぶ）に依拠する．その理由は，TDSでは，生徒と教師とのかかわりではなく生徒の主体的な活動の中に学習が成立するとし，今日のわが国の主体的な活動といった指導観に近いからである．

TDSについては宮川（2011a;2011b）等で詳しく述べられているため，ここでは本研究で用いる理論の一部を概説する．TDSでは，数学的知識が発生する過程を「ミリュー (milieu)」という概念を用いてモデル化する（図1）．ミリューとは生徒が対峙する数学的知識に関わる環境の一部である．そして，「生徒は矛盾や困難，不均衡を生成するミリューに適応することで学習する」(Brousseau, 1997, p.30) とする．つまり，生徒がミリューに対して何らかの働きかけを行ない，それに対しミリューが様々な情報を返す．そして，ミリューからのフィードバックにより，生徒が当初もっていた考えやストラテジーを修正することによって学習が生じるとする．なおフィードバックとは，ある期待をもってミリューへ働きかけた結果得られる，期待に反する情報のことである．

教授学的状況には，教師もそれを構成するものとして含まれる（図1）．しかし，教師は存在するが，生徒があたかもミリューとの相互作用のみを行なっているように思う状況（亜教授学的状況）において学習が成立するとする．そのため生徒が，教師との間の暗黙のルール（教授学的契約）にもとづいたり，教師の期待を探ったりして得たものは学習したことにならない．このことはまさに生徒が教師に依存せず主体的な活動の中で学習を進めることを意味する．

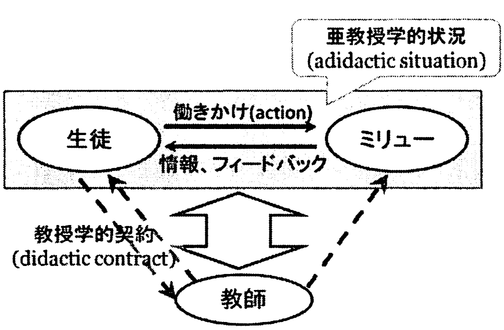


図1　教授学的状況のモデル

したがって，手続きの説明の学習とは，生徒がミリューとの相互作用によって，より適切な説明がいかなるものか自ら気づき，そして実際に説明できるようになるものである．本研究ではそうした学習が生じる授業を設計する．

4．教授実験の概要と分析方法

伝言ゲームの可能性を検討するため，授業を設計し，教授実験によりデータを収集する．

(1) 授業設計の方針

伝言ゲームを用いた授業として，TDSの視点から，次の4点を備えたものを設計する．

Ⅰ．手続きの説明を作成する必要性が生じる状況．

Ⅱ．試行錯誤（ミリューとの相互作用）して手続きの説明を作成する状況．

Ⅲ．フィードバックにより，作成した手続きの説明の不適切さに自ら気づき，考えを変え，新たな説明を作成する状況．

Ⅳ．教師の期待を探るような行為が生じない状況．

Ⅰは，手続きの説明が，教師の要求や期待の結果ではなく，何らかの問題を解決するといった状況の必要性から‘自然’に発生することを意味する．今回の授業では，説明というものの性格から，情報についての非対称性，つまり片方がある情報をもっており，もう片方はその情報をもっていないという状況を作り出す．

Ⅱは，生徒が様々なことを試し修正するといった，生徒とミリューとの活発な相互作用を生じさせることを意味する．このためには，生徒にとって課題が明確であり，教師に助言を求めずとも課題に取り組めるような状況を作り出す必要がある．今回の授業では，課題提示の仕方，ペアでの活動によりこうした状況を作り出す．

Ⅲは，フィードバックに関わるものである．伝言ゲームでは，手続きの説明を作成した後，それをもとに他者が描いた図がフィードバックになりうる．そのため，説明の作成とともにそれをもとに他者が図を描く活動を取り入れる．

Ⅳは，前出の方針とも関連するが，授業全体を通して，生徒と教師との相互作用ではなく，ミリューとの相互作用を促すことを意味する．

以上の方針で授業を設計し教授実験を行なう．そして，得られたデータの分析により，実際に学習が生じていたか検証する．

⑵ 授業の概要

授業は，1，2コマを想定し，図形領域の特定の単元ではなく，中学校第1，2学年の図形領域を広く対象として設計した．これは，特定の単元の制約を受けずに，図形学習における伝言ゲームの可能性を幅広く検討しようと考えたためである．

① 伝言ゲーム

伝言ゲームは2人1組になり，2対2の対戦方式とする．対戦相手のペアと机を向かい合わせにし，声が相手ペアに聞こえないよう，そして相手ペアの描くべき図形が見えないよう，机の間に段ボールの仕切りをつくる．問題の図形は，カード形式で，1枚のカードに図形が1つ描かれている．複数の問題をAとBの2セットに分け，対戦する両ペアの問題が異なるようにする．

ゲームは次のように進める．対戦する両ペアは，問題セットの中から一枚のカードを選び，相手ペアがそのカードの図形を描けるような説明を解答用紙に記述する．両ペアの説明が完成したら，解答用紙を相手ペアと交換し，相手ペアの説明をもとに図を相手の解答用紙に描く．この際，定規・コンパス・分度器等，いかなる道具を用いてもよい．両ペアが図を描き終えたら，再度解答用紙を交換し，相手ペアが描いた図が元の図と一致するか答え合わせをする．元の図とぴったり重なれば正解である．重ならなければ，説明を修正し，再度相手ペアに図を描いてもらう．ゲームのルールに含まれる「ぴったり重なる」ことは，中学校第2学年で中心的に扱われる図形の合同に対応している．ここでは，図を重ねるという紙と図からなるミリューへの働きかけに対し，「ぴったり重ならない」というミリューからのフィードバックが生じる状況を，合同のアイデアを含めて設定しているのである．また，ゲームとしては，一回目の説明で正解の図が得られれば満点，一度の修正後であれば半分の点数が得られる．2回以上の修正は0点とし，点数が多い方が勝ちとした．

② 授業展開

授業展開は至ってシンプルであり，以下の4つの過程を経る．それぞれの時間配分は，本番以外が各5分程度であり，残りをすべて本番に充てる．2コマの授業の場合は，本番の活動が長くなるため，途中で教師が介入し，それまでにどのような説明があったかなどを紹介する．

1．導入：ゲームの概要とルールの説明
2．練習：ルールの理解の徹底
3．本番：実際の活動
4．まとめ：わかりやすい説明などのまとめ

⑶ 実験の概要

教授実験は，予備実験2回と本実験1回を行なった．予備実験については石川・宮川（2011）で報告したため，本稿では本実験について述べる．

本実験は，新潟県の公立中学校において，平成23年9月に第1学年の通常クラス（生徒35名）を対象とし，連続2コマ（1コマ50分の合計100分）の通常の数学の授業内に実施した．授業はそのクラスの担当教員が進め，筆者（石川）は補助者としてルールの説明や練習等にかかわった．本実験

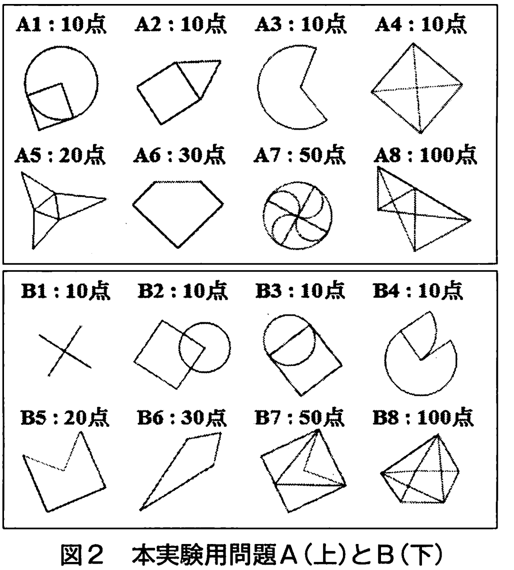


図2 本実験用問題A（上）とB（下）

では図2に示した問題を用い，1コマ目に10点問題4枚，2コマ目の途中で残りの4枚を配布した．これは，生徒たちが最初から高得点の問題に取り組むことを避けるためである．また，授業が特定の単元を対象としていないため，問題に用いた図形は多様なものとなっている．

本実験では，授業全体と生徒の活動（6組の抽出ペア）の様子のビデオ記録，及びワークシート等（採点表・感想欄，問題セット，説明と図形を描く解答用紙）をデータとして収集した．

(4) 分析方法

第2節で述べたように，本稿では「伝言ゲームが手続きの説明の主体的な学習をどの程度可能にするのか」「手続きの説明の学習ではいかなる数学的知識・技能が問題となるのか」という2つの問いを検討する．教授実験で得られたデータの分析は，これらの各問いに対して行なう．手続きの説明の主体的な学習の分析では，TDSを分析ツールとして用い，生徒にとってのミリューをまず特定する．そして生徒がそのミリューといかなる相互作用を行なっていたか，ミリューがいかなるフィードバックを与え，生徒がいかに自らの考えを修正していたか，明らかにする．その際，教師の期待を探るなど生徒と教師との相互作用になっていなかったか検証する．

一方，手続きの説明における数学的知識・技能についての分析では，前出の4種類の図形把握を分析ツールとして用い，生徒の図形把握の実態と，その図形把握と手続きの説明とのつながりを明らかにする．それにより，生徒がもつ困難性や必要となる数学的知識・技能を検討する．

5．データの分析と結果

(1) 本実験の授業の実際

本実験の授業では，導入のゲームの説明と練習により，ルールの理解が徹底できた．ゲームの本番では，生徒らは積極的に図形の辺の長さを測ったり角度を調べたりして，いかに説明するかを考えていた．教師の介入は，主たるものがルールの説明であり，生徒らはペアで相談しながら，自ら課題に取り組んでいた．こうした生徒の主体的な取り組みは，ワークシートの感想欄からも窺えた．例えば，「とても頭を使い，疲れた」「こんな授業もう一回したい！」「楽しく遊び感覚で勉強することができた」などの記述があった．

授業では，8問の問題（図2）を用意したが，各ペアはそのうちの3～4問に取り組んだ．高得点問題（20～100点問題）は，2コマ目の半ばで配布したこともあり，各ペア1問のみであった．また，まとめにおいては，本教授実験が特定の単元を対象としたものではなかったため，説明が難しいこと，正確な言葉が必要なことなど，説明についての一般的な指摘にとどまった．

(2) 手続きの説明の主体的な学習

上述のように，生徒らは，ペアで相談しながら積極的に課題に取り組み，主体的に活動していた．このことは，TDSの視点からすれば，生徒とミリューとの間に活発な相互作用が生じていたことを意味する．また，そうした相互作用に対する教師の存在の影響は少なく，教師の期待を探るような活動はほとんど見られなかった．このことは，本節で取り上げるプロトコルからよくわかる．以下では，分析で確認された3つの異なったミリューごとに，相互作用の実態を詳細に示す．

① 紙と図

生徒らの活動においてまずミリューの中心となるものは，問題カードや解答用紙などの紙と与えられた図である．生徒らは，与えられた紙と図に対して，長さを測ったり，新たな情報を書きこんだり，説明を書いたり，図を自ら実際に描いてみたり，といった多くの働きかけを行ない，新たな情報をミリューから得て説明を作成していた．例えば，マコ・ナツ[2)]のペアは，A7の問題（図2）に以下のプロトコルのように取り組んだ．

108	ナツ	（円の半径を測り，4 cmと記入）
109	マコ	（それをみて，「半径4 cmの円をかきます」と記述）
110	マコ	（「円の中に十字架をかき」と記述）
111	マコ	円の中に…
112	ナツ	（直径の長さを測る）
113	ナツ	これちょっと描いてみてもいいかなあ（コンパスで半円をなぞる）
114	ナツ	（余白に図を描く）
115	マコ	説明してみて
116	ナツ	大きい円の半径を直径とした円を描く．ちょっとずれた．4つかく．

117	ナツ	わかった！えっと
118	マコ	十字架だから…
119	ナツ	4等分した，その中に，半径2cm，をかいてください
120	マコ	（図4の「4等分」以降を記述）

まずナツはA7の図において，半径の長さを測り，長さを図に記入する．ここでは問題の図からなるミリューに対して，ナツは定規で長さを測るという働きかけを行ない，長さの情報を得ている（マコ・ナツ108[3]）．さらに，その長さを書き込むという働きかけをミリューに対し行なう．一方，マコはナツが得た情報から説明を作成し，それを解答用紙に記述する（マコ・ナツ109－110）．その後，続きの説明が見つからずにいたが，しばらくしてナツがコンパスを用いてA7の図の半円をなぞり，紙の余白に図を描く（マコ・ナツ113-114）．ここでは，A7の図からなるミリューに対してなぞるという働きかけを行ない，さらに紙というミリューに対して図を描くという働きかけを行なっている．ナツはこの働きかけの結果，図3の図を得る．さらにその図の描き方をマコに説明する過程で，半径を直径とした円という認識から，半径2cmというより詳細な情報を得る（マコ・ナツ116-119）．ここでは，マコに説明していることから，マコとの相互作用も行なわれている．しかし，ナツは，マコに説明するために自らが描いた図からなるミリューと相互作用し，その結果，半径2cmの情報を得ている．ただ最終的には，マコはナツが得た情報を考慮せずに説明を書いてしまう（マコ・ナツ120，図4）．

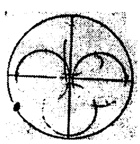


図3　ナツが描いたA7の図

半経4cmの円を書きます。円の中に十字かを書き
4等分した円の中に それぞれかさならないように
円をかいて下さい。

図4　マコ・ナツのA7の説明

以上のように，マコ・ナツが説明を作成する過程では，紙と図からなるミリューとの相互作用が多くみられ，ミリューから様々な情報を得ていることがわかる．これは，他の問題，他のペアでも同様であった．一方，作成した説明に対するミリューからのフィードバックは見られなかった．つまり，紙と図からなるミリューから期待に反する情報を得て，自らの説明の妥当性を判断し修正するという行為は見られなかった．しかしながら，作成した説明が対戦相手に伝わるか，もしくは説明が求められる図形と異なったものに導かないか，といった説明の妥当性を紙と図からなるミリューとの相互作用によって確認したペアはあった．例えば，マコ・ナツの対戦相手であるトモ・ヨシは，図2のB3の問題において，図5の説明を見つけた後，紙と図からなるミリューとの相互作用により，向きの異なる図の情報を得ている（トモ・ヨシ76）．そしてその情報により，作成した説明が正解の図を導くと確認している．

76	トモ	で，もしかしたらこういうのも（図の向きが異なるもの）描くかもしれないじゃん．そういうのもあってるから．

半径2.5cmの円を書いて その円の直径を5cmの
正方形の一辺にして下さい。

図5　トモ・ヨシのB3の説明

② ペアの相方

生徒らが多くの相互作用を行なう2つ目のミリューは，ペアの相方である．ペアで相談しながら説明を作成しているため，両者の間には多くの相互作用が見られ，この相互作用が新たな情報を得たり，説明の作成の方針を決めたりする契機となっていた．例えば，前出のマコ・ナツのA7の活動では，マコが図の描き方の説明をナツに求めた（マコ・ナツ115）ことが，新たな情報を得ることに結びついた．つまり，マコがナツからなるミリューへ働きかけ，それによりナツが紙と図からなるミリューへ働きかけ，半径2cmの情報をナツが得たのである（マコ・ナツ117）．

また，ペアの相方からなるミリューが，もう一方の生徒に対して，フィードバックを与えている例も見られた．例えば，次のプロトコルはケン・カズのB2の問題におけるやり取りを示している．

7	カズ	丸．丸が重なっているのを描け？
8	ケン	それだけじゃわかんないから．
9	カズ	真ん中？
10	ケン	それだけじゃわかんない．
11	カズ	対角線…
12	ケン	（正方形の対角線の長さを測る）

ここでは，カズが，「丸が重なっているのを描け」や「真ん中」といった説明を提案している（ケン・カズ7, 9）．それに対し，ケンは「それだけじゃわかんない」（ケン・カズ8, 10）とさらに詳細な説明を求めている．つまり，カズにとっては，ケンがミリューの一部となっており，自らの提案というミリューへの働きかけに対して，ミリューがフィードバックを与えているのである．

このように，生徒にとって，ペアの相方はミリューとなっており，生徒の働きかけや作成した説明に大きな影響を与えていた．学習という視点からすると，ペアの生徒間の相互作用で生じるフィードバックにより，生徒らは問題の解決（説明の作成）に至りやすかった．

③　対戦相手のペア

ペアにとって，相互作用は少ないものの決定的なフィードバックを与えるミリューは，対戦相手のペアであった．説明作成中，このミリューとの相互作用は，「できた？」など解答用紙をいつ交換すべきか判断するためのものであり，説明の作成には直接影響を与えない．しかし，作成した説明にもとづいて対戦相手が描いた図は，説明を作成したペアにとって，大きなフィードバックとなっていた．

例えば，前出のケン・カズは，図2のB2の問題において，図6の説明を作成した．これに対し，対戦相手のリコ・ルミは図7の図を描いた．リコから図が戻ってきた際のケン・カズの反応は，以下のプロトコルのとおりである．ケン・カズは，リコ・ルミというミリューに説明を渡すという働きかけを行ない，図7の図がミリューからの情報として戻ってきたのである．当然ながら，図2のB2の図が描かれることを期待していたケン・カズにとっては，図7は期待に反するものであった．つまり，この図は自らの説明が目的とする図を得るために不十分であることに気づかせるフィードバックとなったのである．

たいかく線が8.5cmのひし形をかけ
右どなりに半径3cmの円をかけ
かどの角度90°
円の面積もとれるな

図6　ケン・カズのB2の1回目の説明

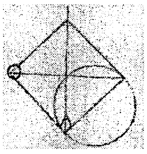
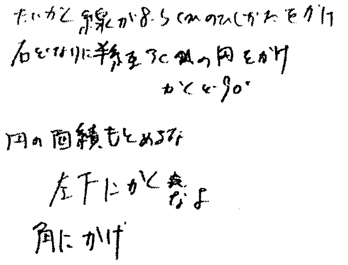


図7　リコ・ルミの描いたB2の図

114	ケン	あれ？あれ？さっきの問題は？
115	カズ	問題．これ．
116	カズ	あれこれ，ありゃ？まちがえたからこっち（裏）に描いたのか．
117	カズ	ああー！
118	ケン	ダメだー！
119	カズ	正直，右っていってそんな右じゃないから
120	ケン	しかも，俺らひし形っつったよな？
121	カズ	うん
122	ケン	これさあ，ひし形の左下に描いてる（図7を異なる方向から見ている）

ケン・カズは，図7のフィードバックを受けて，1回目の説明を修正し，図8の説明を与えた．この説明では，「角にかけ」と指示が追加されている．説明自体はまだ曖昧なものではあるが，対戦相手から発せられたフィードバックにより，正方形と円の位置関係を見直した説明がなされている．ケン・カズは，1回目の説明で「右どなり」と紙面上の位置関係を考慮した説明を書いており，2回目の説明でも「左下にかくなよ」の記述が見られる．しかし，2回目の説明の際，ケンはしばらく考え，「角にかけ」を強調する（ケン・カズ151）．ここでどのような考えの変化があったかはプロトコルから明確ではないが，説明において紙面上の位置関係では十分でなかったため，紙面に依存しない表現が用いられたと考えられる．これは，平面における図形の位置関係が紙面上の左右上下という位置関係とは異なるという考えにつながるものであり，その学習が生じていると言えよう．また，2回目の説明を相手チームに渡した際に，ケン・カズに対してリコから「左下に描いていないよ」（ケン・カズ155）との働きかけがあり（ルール違反ではあるが），その働きかけはカズ・ケンにとっては，位置関係について，対戦相手のペアという



たいかく線が8.5cmのひしがたをかけ
右どなりに半径3cm の円をかけ
かくど90°
円の面積もとめるな
左下にかくなよ
角にかけ

図8　ケン・カズのＢ２の２回目の説明

ミリューからのフィードバックとなりうるものであった．

148	ケン	えーと，円の面積求めるな．左下にかくなよ．角にかけ．
149	カズ	あと何かある？
150	ケン	（しばらく考えて）え？どうする？
151	ケン	かど，角にかけ．角にかけでいいよ．
152	ケン	（相手に紙を渡す）
153	リコ	ねえ，なんなの？
154	リコ	円の面積もとめるな
155	リコ	（対戦相手に）左下に描いてないよ

今回の教授実験では，このケン・カズのＢ２についての説明に見られるように，１回目の説明で曖昧であった点をより正確にするという修正が多く見られた．したがって，いずれのペアにおいても，対戦相手のペアがミリューとして，作成された説明の修正を促す主たるフィードバックを与えていたのである．学習という視点からすれば，対戦相手による図（フィードバック）は，どのように説明すれば何が伝わり，何が伝わらないかを把握するという，説明の学習を促すものである．そして，生徒らは何が足りないのか，自ら考え，より適切な表現を見つけており，説明の主体的な学習が十分起きていたと言えよう．

(3)　図形把握と手続きの説明

次に，伝言ゲームにおける数学的知識・技能を図形把握の視点から分析する．伝言ゲームに取り組む中で，生徒らは様々な図形把握を行なっていた．このことは，ここまでに取り上げた生徒らの説明やプロトコルからも確認できる．例えば，図６のケン・カズの説明では，図２のＢ２の図形がひし形と円からなると把握している．これは，一つの図形を分解して把握する操作的把握と捉えられる．一方で，Ｂ２の四角形を正方形ではなく，ひし形と把握している．これは決して誤った把握ではないが，図を回転しても図形が変化しないとする操作的把握を行なわず，与えられた紙面上の図から知覚的に図形を把握していると捉えられる．このことは，ケン・カズが「右どなり」や「左下」などの紙面上の図の位置関係に言及していることからもわかる．反対に，前出のトモは図を回転する操作的把握を行なっている例である（トモ・ヨシ 76）．また，ケン・カズは，ひし形を対角線から説明している（図６）ことから，対角線によってひし形を特徴づける推論的把握を行なっているとともに，ひし形の構成順序（対角線→端点を結ぶ線分）を考慮する系列的把握も行なっていると言える．

このように様々な図形把握がなされ，それをもとに生徒らは手続きの説明を作成していた．しかしながら，直観的に図形を把握しているため（知覚的把握），図形を詳細に捉えられていない生徒が少なくなかった．特に，図形の位置関係において知覚的把握がなされているもの，図形を知覚的に把握しているため説明の表現が日常的な曖昧なものになっているものが多かった．例えば，上のケン・カズの「右」や「左下」は図において知覚的に特定された位置関係を図形の位置関係と把握するものであり，マコ・ナツの「十字架」（図４）は図形を知覚的に把握しているが，それをうまく数学的に表現できず，日常的な曖昧な表現になっているものである．さらに，４辺の長さが等しいから正方形とする，推論的把握と知覚的把握の混在した生徒もあった．

一方，説明に曖昧な表現が多いものの，大局的には，図形を系列的に把握している生徒が多かった．前出のすべてのペアは図形を分解して把握し（操作的把握），その構成順序を考慮した説明を与えた．例えば，マコ・ナツのＡ７に対する取り組みと説明には，「大きい円→十字架→小さい円」と構成順序を明確に特定できる．また，予備実験では，図形の情報を箇条書きにして構成順序が不明な説明も見られたが（石川・宮川，2011），本実験ではそのような説明は見られなかった．

６．考察

(1)　手続きの説明の主体的な学習

教授実験では，生徒らは伝言ゲームに取り組む

中で，ミリューと多くの相互作用を行ない，さらにミリューからのフィードバックを得て，自らの考えを修正しながら，手続きの説明を作成していた．ここで手続きの説明は，ゲームに'勝つ'ための手段であり，その妥当性・適切性は教師ではなく，ゲームにおける対戦相手との相互作用で決定されている．それゆえ，教師は授業に存在していたが，生徒らは自らの説明の妥当性を教師の判断を仰ぐことなく，教師の期待を探ることなく，自ら判断し活動を進めていた．これは，TDSの視点からすれば，まさに亜教授学的状況が生じていたこと，つまり伝言ゲームを用いた授業が，生徒らに主体的な活動と多くの試行錯誤を可能とするとともに，それらを通して手続きの説明の学習を可能とすることを示している．その一方で，今回の教授実験では，生徒らが伝言ゲームに取り組む活動が主であり，手続きの説明を作成する上での自らの考えやストラテジーを振り返り，定式化して，その妥当性を吟味する時間が十分になかった．TDSの視点からすれば，そうした定式化や妥当性判断の状況における生徒の主体的な活動を経て真に学習が成立する．そのため，手続きの説明の学習における定式化や妥当性の判断の状況がいかなるもので，言語力育成という観点から何が必要か，今後検討する必要があろう．

(2) 手続きの説明における数学的知識・技能

手続きの説明の作成には，図形を構成要素に分解して把握する操作的把握，そして最終的には構成要素を順序立てて図形を把握する系列的把握が必要となる．教授実験では，生徒らは様々な図形把握を行なっていた．多くが図形を構成要素に分解し，それらを順序立てて説明を作成した．これは，扱った図形が比較的分解しやすく，順序立てやすかったためであろう．実際，図２のＡ８やＢ８の100点問題では，生徒らは図形をうまく分解して把握できず，作られた説明も解読し難いものとなっていた．

一方，生徒らの多くの説明は，操作的把握や系列的把握がなされていても，部分的には知覚的把握にもとづき，日常的な曖昧な表現を用いたものであった．特に，前節で述べたように，図形の位置関係を知覚的に把握しているものや，図形性質を用いて推論的に把握していても部分的に知覚的把握によっているものが少なくなかった．当然ながら，より適切な説明のためには，図形の決定条件を用いて推論的に図形を把握する必要がある．この点は，伝言ゲームを用いた手続きの説明が，そこで扱われる図形概念つまり数学的知識と密接な結びつきがあるところであり，手続きの説明が単なる手続きの描写ではないことを示している．より適切な手続きの説明のためには，知覚的把握から脱却し，他の図形把握によって図形を捉える必要がある．逆の見方をすれば，伝言ゲームを用いた手続きの説明の学習は，図形概念の獲得を促すものとも言える．実際，前出のケン・カズと対戦相手のペアとの相互作用は，図形の位置関係についての理解を促すものであった．ただ，今回の伝言ゲームでは，図を描くペアが不十分な説明に対しても対戦相手のペアの意図を汲み取って正解の図を描き，説明に対するフィードバックが生じないことがあった．伝言ゲームにより，図形性質の理解を深めるためには，部分的に知覚的把握にもとづいた説明に対してフィードバックが生じるように，授業設計の何らかの工夫が必要となろう．

7．おわりに

本稿では，言語力の育成という観点から，伝言ゲームを用いた授業が中学校数学の図形領域における手続きの説明の学習にいかに寄与できるか，その可能性を探った．その結果，伝言ゲームが生徒らの主体的な活動を促し，手続きの説明の学習に寄与できることを示した．さらに，手続きの説明には，そこで扱われる数学的知識・技能が大きな影響を与えていることを示した．今回の実験授業では，図形把握が数学的知識・技能として必要となり，伝言ゲームを用いた手続きの説明の学習が，図形把握を通して，図形学習へ寄与する可能性も見られた．

同時に，新たな課題も浮き彫りとなった．前節で手続きの説明の学習における定式化と妥当性判断の状況についての検討，部分的に知覚的把握にもとづいた説明に対するフィードバックを生じさせる工夫に触れた．これら以外にも，図形領域における特定単元へ伝言ゲームのアイデアを導入す

るためには，単元に応じた問題の選択，図を描く道具の選択，時間の制約，教室文化の制約などについてさらなる検討が必要である．

謝辞

教授実験にご協力いただいた長野県松本市立中学校教諭下平将揮先生，新潟県上越市立中学校教諭上田貴之先生に心から感謝致します．

註

1）例えば，異なった種類の説明との関連から手続きの説明の特徴を検討している渡邊（向井）（2011）や，説明する活動についての研究の中で部分的に手続きの説明に言及している大橋他（2011）などがある．しかし，手続きの説明の学習に焦点を当てたものは見られない．

2）生徒の名前はすべて仮名．

3）数字はプロトコルの行番号．

引用・参考文献

Balacheff, N.（1997）.「数学的証明の学習の改善－実践を改善するための理論的枠組み－」，数学教育学論究，Vol.67/68，52-62．

Brousseau, G.（1997）. *Theory of didactical situations in mathematics.* Dordrecht: Kluwer.

Duval, R.（1995）. Geometrical pictures. In R. Sutherland & J. Mason（eds.）*Exploiting mental imagery with computers in mathematics education*（pp.142-157）. Berlin: Springer.

Duval, R.（2002）. Proof understanding in mathematics. *Proceedings of 2002 international conference on mathematics*（pp.61-77）. Taipei: National Taiwan Normal University.

原田耕平（2007）.「幾何図形についての生徒の認知発達水準の同定の方法」，第40回数学教育論文発表会論文集，pp.631-636．

Healy, L. & Hoyles, C.（2000）. A Study of Proof Conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol.31, No.4, 396-428.

石川実，宮川健（2011）.「手続きの説明の学習における伝言ゲームの可能性－予備実験のデータ分析から－」，第44回数学教育論文発表会論文集，pp.705-710．

Mancosu, P.（2011）. Explanation in Mathematics, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*（Summer 2011 Edition）, E. N. Zalta（ed.）, http://plato.stanford.edu/archives/sum2011/entries/mathematics-explanation/（Last access: 2012/02/21）.

MEN（2008a）. Horaires et programmes d' enseignement de l' école primaire, *Bulletin Officiel*, No 3, Hors-série, 19 juin 2008.

MEN（2008b）. Programmes du collège: programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin Officiel Spécial*, No 6, 28 août 2008.

宮川健（2011a）.「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格」，数学教育学論究，Vol.94，37-68．

宮川健（2011b）.「フランス数学教授学の立場から見た「授業」の科学的探究」，第44回数学教育論文発表会論文集，pp.51-60．

宮崎樹夫（1993）.「学校数学における説明の水準」，第26回数学教育論文発表会論文集，pp.211-216．

文部科学省（2008）．中学校学習指導要領解説数学編．教育出版．

文部科学省（2010a）．平成22年度全国学力・学習状況調査中学校報告書，国立教育政策研究所．

文部科学省（2010b）．平成22年度全国学力・学習状況調査数学解説資料，国立教育政策研究所．

大橋博，井口浩，岩崎浩（2011）.「算数授業における「説明する活動」のいくつかの型の同定」，第44回数学教育論文発表会論文集，pp.717-722．

Pedemonte, B.（2007）. How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41.

Peltier, M.-L. et al.（2006）. *Euro Maths CM2*. Paris: Hatier.

渡邊（向井）慶子（2011）.「数学的理解を促す「説明する活動」の分析モデルの開発研究（2)」，第44回数学教育論文発表会論文集，pp.1005-1010．