数学の授業における創発の生起と展開に関する研究

— 授業というダイナミックな仕組み，意図的な仕掛けとの関係 —

岩崎浩・宮川健・松沢要一　　久保田和好・渋木美知子・花岡瞳美・坂岡昌子
上越教育大学大学院　　上越教育大学大学院 院生

１．本研究の背景及び目的

最近の教育改革の動向，特にコンピテンシー・ベースのカリキュラム改革は，言語活動の充実，アクティブ・ラーニングといったキーワードによって現場の実践を喚起し推進されている．ここでは「深い学び」が本質であり，それを引き起こすための言語活動の充実，アクティブラーニングでなければならない (例えば，石井，2015)．しかし,「深い学び」とは何か．特に数学の授業における「深い学び」とは何か．それはどのような言語活動によって引き起こされるのか．本研究では，深い学びに繋がる典型的かつ重要な現象として数学教育学研究における「創発 (emergence)」に着目する．

数学教育学における「創発」に関わる先行研究には，自己の問題解決過程を内省的に記述することや，授業における生徒のコミュニケーション過程を詳細に記述して「創発」のメカニズムを心理学的に解明することを試みている研究（江森，2010）や数学の授業において生起したと思われる創発のいくつかの典型的な事例を取り上げ，記号論的視座からその現象がどのように引き起こされたかを解明しようとする研究（吉迫，2002），さらには「創発の要件」として授業における生徒の多様な創発を同定する枠組みを開発する研究（吉村他，2015）がなされている．しかしながら，創発の研究においては認知的研究が主であり，社会的要因については十分に明らかにされていない．授業における相互作用，特にネゴシエーション過程で参加者間で創りあげられる社会数学的規範の創発特性を述べている研究 (Voigt, 1995) もあるが，授業において創発がどのように生み出され，生徒の数学学習とどのように関係しながら展開していくのか，特に授業というダイナミックな仕組みや意図的な仕掛けとの関係が十分に解明されていない．

本研究の目的は，数学の授業において創発がどのように生起するか，そのメカニズムを授業というダイナミックな仕組みや意図的な仕掛けとの関係に焦点をあてて解明することである．

２．理論的枠組み

(1)「創発」の捉え方

本稿では「創発とは，構成要素以上のものをもたらし，かつ，もとの要素に還元できないようなものを生み出すことである」という化学反応の創発性と同義の定義（江森，2010, p.71）を創発を捉える最も基本的な基準とする．

(2)「創発」の仕組みを捉える視点

① 認識論的三角形

吉迫 (2002) は，授業の相互作用における創発の生起を記述する枠組みとして認識論的三角形 (Steinbring, 1997) を援用し，授業において創発が生じる仕組みを解明することを試みている．そして，いくつかの授業の事例をもとにした考察によって，新しい「指示の文脈」の導入が創発に関わっていることを突き止めている．一方，江森（2010）においても,「安定した表現」を対象とした反照的思考が創発連鎖を生じさせる契機となっていることが示されている．この見解は上述の吉迫 (2002) と同様,「創発」と表現（特に主体にとって親しみのある表現）が密接に関わっていることを示唆している．

本稿でも，相互作用において構成される通常見えない意味の発展過程を指示の文脈と記号体系という 2 つの表現間の関係によって顕在化し記述する枠

組みとして認識論的三角形を援用する (Steinbring, 1997; 2005; 岩崎,1998)．本稿では，授業において構成される意味を「指示の文脈」（RC）と「記号体系」（SS）の関係として捉え，次のように表現する．（ここで O_i, O_j は授業で顕在化された表現を表している．）

$$RC[O_i] \longleftrightarrow SS[O_j]$$

② 教授学的状況理論，教授人間学理論

本稿ではさらに，授業における創発が生じる仕組みを捉えより明確に記述するため,「教授学的状況理論」（以下，TDS）(Brousseau, 1997) における学習者と「ミリュー (milieu)」との相互作用により学習を特徴づけるアイデア，そしてミリューの中身とその素性の記述を可能にする「教授人間学理論」（以下，ATD）で用いられる記法を援用する．ミリューの概念により，生徒個人の内的な活動を心理的にではなく，外的な要素を含めた状況という視点から記述することができる（宮川，2011）．

一方，TDS では，ミリューに含まれる種々の対象を整理し記述する方法がこれまで明確にはなかった．本稿では，この点を解決する方策として，ATD で用いられる記法とりわけ「ヘルバルト図式」(Chevallard, 2009; Bosch & Gascón, 2014; 宮川・濱中・大滝, 2016) を援用する．具体的には，問いを Q で表し，資料や他者から得られた回答を $A^{\diamondsuit}$, 学習者が自ら作り上げた回答を $A^{\heartsuit}$ と表記する．ミリューは，活動の状態によって異なるが，$M = \{Q_0, Q_1, \cdots, A_1^{\diamondsuit}, A_2^{\diamondsuit}, \cdots, O_1, O_2, \cdots\}$ といったように，最初の問い Q_0, 活動の中で表出した問い Q_i, 他者の回答 $A_i^{\diamondsuit}$，関連する対象 O_i などからなる．そして，生徒 S がミリュー M と相互作用し，自らの回答 $A^{\heartsuit}$ を作り上げる過程は次のように記述できる．

$$[S \Longleftrightarrow M] \rightarrowtail A^{\heartsuit}$$

３．研究授業

研究授業は平成 27～28 年度「上越教育大学研究プロジェクト」（特別研究）の一環として，平成 28 年 6 月 17 日～27 日，上越教育大学附属中学校 2 年 3 クラスを対象としてそれぞれ 4 時間，延べ 12 時間実施された．

(1) 研究授業の概要とその特徴

研究授業で行う数学の内容は，連立方程式の基本的な学習を一通り終えた段階での連立方程式の活用場面であった．より具体的には，数の石垣の問題を連立方程式を活用して解決した後，この問題を発展させて新しい問題をつくる活動であった．

本研究授業の特徴は，班で作成した問題を「数学的な面白さ」を基準として対戦させるという状況が授業の終盤に用意されている点にある．この状況を生徒に周知するために，授業計画全体のイメージを視覚的にまとめたプリントを配布し，授業全体がどのように進められるかの説明を行った．生徒たちは，この最終目標に向けて，各自で問題を作成し，作成した問題をグループで持ち寄って検討し，グループとしての問題 1 題を作成した．

(2) データの収集方法

授業の様子は，主に 3 台のビデオカメラで記録された． 1 台は授業者を中心に授業全体を撮影するために用いられ，残りの 2 台は，グループの活動を記録するために用いられた．また，グループの会話を記録する補助として IC レコーダーとデジタルカメラが用いられた．また，生徒のワークシートは，授業終了後に回収し，デジタルデータ化され保管された．

４．授業エピソードの記述及び分析の方法

エピソードの授業場面は，各班で検討され，作成された問題の面白さを 2 チーム（赤と青）に分かれて対戦し，残りの 3 つの班が審査を行う活動場面である．これまでに 2 回，同様の対戦が，班や審査する班を交代しながら行われてきており，これが 3 回目であった．エピソードは授業 4 時間目の後半の約 25 分間に行われた，審査員として参加した生徒 S_N と発表者生徒 S_K, S_H の活動と相互作用である．生徒 S_K, S_H は青の発表者であった．

エピソードは，問題が提示された直後の生徒 S_N の活動の場面，各班から模範解答が示された場面，質疑の場面，青班のアピールタイムの場面に分けられ，それぞれ，上述の理論的枠組みに基づいて記述され，解釈・分析がなされた．

５．考察

(1) 授業における創発：授業の仕掛けとの関係

生徒 S_N における数学的意味の「創発」は，生徒 S_K から提出された問題 Q_0, O_0 がなければ生起しなかった．この問題 Q_0, O_0 が反照的思考の対象となった．その条件は，認識論的三角形の視座から，生徒 S_N の数学的意味には，問題 Q_0, O_0 に含まれる表現 O_0 に対する指示の文脈 O_1 が必要であり，これを想起できたことが挙げられる．O_1 を指示の文脈として想起するためには，2 段の石垣の問題に十分に慣れていることが必要である．これは吉迫 (2002) の新しい指示の文脈の導入，江森 (2010) の「安定した表現」が創発が生起する条件とする見解と一致する．しかしながら，ここでの創発は，生徒にとっての新しい記号体系 O_0 が不可欠であり，むしろ，生徒 S_N が導入した指示の文脈と生徒 S_K, S_H らが提示した記号体系との間の程よい緊張，生産的な緊張 (Steinbring, 1997, p.79) によって生じており，両者の関係こそが本質的であるとみることができる．

この生産的な緊張が生じた理由として，この問題 Q_0, O_0 が，教師の意図によって提示されたのではなく，生徒 S_K, S_H らの意図によって提示された問題であったことが挙げられる．この意図により，生徒にとって程よい緊張のある問題として工夫され提出されたからである．ここから導かれる最も重要な授業構成に対する示唆は，この問題が提出されることが単なる偶然ではなく，生徒が作った問題を対戦させることを核として構成された授業の仕掛けによるものであったということである．

(2) 創発をめぐるネゴシエーション過程の特徴

授業における生徒間の相互作用過程で「指示の文脈」と「記号体系」との間の緊張関係によって生じた「創発」は，その緊張を解消すべく生徒間のさらなる相互作用（ネゴシエーション）が展開された．本稿では，教授学的状況理論の視点から，生徒の社会的関係に支えられて，生徒同士が相互作用しながら，それぞれのミリューを発展させている様子を詳細に記述してきた．このネゴシエーション過程で，生徒 S_N と生徒 S_K, S_H のミリューは，$M_{(0)_N}, M_{(1)_N}, M_{(2)_N}, M_{(3)_{K,H}}, M_{(4)_{K,H}}$ と変化した．特にミリューの構成要素に着目すれば，この変化は「創発」から生じた本質的な問い Q_1 を中心として，互いに影響しながら，展開していったことが分かる．一方，この過程で生徒 S_K, S_H が問い Q_1 ではなく問い Q_2 に向き合っていたことが明らかとなった．この事実は，授業の表面，すなわち，相互作用（集団）のレベルでは，一見すると同じ問題 Q_1 について関わり合い，考えているように見えても，個のレベルでは，それぞれが独自のミリューに向き合い，したがって，質の異なる学習を展開していることを強く示唆している．

6．結語と今後の課題

本稿では，数学の授業において創発がどのように生起するか，その仕組みを授業の仕掛けとの関係において解明するために，われわれが計画･実施した研究授業から，創発が起こったと思われる約 25 分間のエピソードを対象として，主に認識論的三角形及び教授学的状況理論を視座として分析した．結果として，創発の生起は，指示の文脈と記号体系との間の生産的な緊張として捉えられ，それが授業の仕組みと密接に関わって実現されていること，また，創発から生じた問いをめぐって展開されたネゴシエーション過程では，各生徒のミリューが相互に影響を与えながら発展していること，一方，個のレベルでは独自のミリューと向き合い，質の異なる学習が展開されていることが明らかとなった．

本研究の特徴は，数学の授業における「創発」がどのように生起し，展開するか，その認知的メカニズムを記述し，明らかにするだけでなく，それらと授業の仕組みとの関係を明らかにした点にある．それが可能なのは，誰かによって実践された授業を対象としているのではなく，われわれが授業をデザインし，実践を行った授業を対象にしたこと，その研究方法論によるものと考える．結果として，明らかとなった研究結果は，創発を意図的に創りだすための授業構成への示唆を含んでいる．さらに「創発」をめぐって展開されるネゴシエーション過程と学習との関係の一端も明らかになってきたが，これらの研究結果は，より多くの事例で検討するなど，さらなる調査研究が必要である．

謝辞

本研究授業の実施に，ご協力頂きました上越教育大学附属中学校の小池克行先生と青柳潤先生，そして同校生徒の皆さんに心より感謝申し上げます.

引用・参考文献

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics : Didactique des Mathématiques, 1970 - 1990*. Dortrecht: Kluwer Academic Publishers.

Bosch, M. & Gascón, J. (2014). Introduction to the anthropological theory of the didactic (ATD). In A. Bikner-Ahsbahs & S. Prediger (Eds.), *Networking of theories as a research practice in mathematics education* (pp.67-83). Switzerland: Springer.

Chevallard, Y. (2009). La notion de PER : problèmes et avancées. Texte d'un exposé présentéà l'IUFM de Toulouse le 28 avril 2009. (http://yves. chevallard. free. fr)

江森英世. (2010). 「数学的コミュニケーションの創発連鎖における反省的思考と反照的思考」. 科学教育研究, *34*(2), 71-85.

一松信 他. (2016). 中学校数学 2. 学校図書.

平林一栄. (1975). 算数・数学教育のシツエーション. 広島大学出版研究会.

石井英真. (2015). 今求められる学力と学びとは：コンピテンシー・ベースのカリキュラムの光と影. 日本標準.

岩崎浩. (1998). 「メタ知識を視点とした授業改善へのアプローチ：「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用」. 数学教育学研究, *4*, 83-103.

岩崎浩 & Steinbring, H. (2009). 「教師の多様な相互作用の型と社会的・相互作用的活動としての数学学習―教室における多様な'まとめ'の型の同定―」. 第 *42* 回数学教育論文発表会論文集, 493-498.

宮川健. (2011). 「フランスを起源とする数学教授学の「学」としての性格―わが国における「学」としての数学教育研究をめざして―」. 数学教育学論究, *91*, 37-68.

宮川健・濱中裕明・大滝孝治. (2016). 「世界探究パラダイムに基づく SRP における論証活動 (1) －理論的考察を通して－」. 数学教育学研究, *22* (2), 25-36.

永野芳夫. (1950). デューイの経験哲学と教育学. 春秋社.

Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996). Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C.Laborde (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education, Part Two* (pp. 827 - 876). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Steinbring, H. (1997). Epistemological Investigation of Classroom Interaction in Elementary Mathematics Teaching. *Educational Studies in Mathematics, 32*(1), 49-92.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction: An Epistemological Perspective*. Berlin: Springer.

Voigt, J. (1995). Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms. In P. Cobb, H. Bauersfeld (Eds.), *The Emargence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures* (pp.163-201). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

吉迫のぞみ. (2002). 「数学教育における創発的ネゴシエーションに関する研究 (V):創発のメカニズムについて」. 数学教育学研究, *8*, 31-38.

吉村直道，山口武志，中原忠男，小山正孝，岡崎正和，加藤久恵，前田一誠，宮崎理恵. (2015).「算数・数学教育における創発の捉え方に関する解釈的研究」. 日本教科教育学会誌, *38*(2), 47-56.

Wittmann, E. Ch. (2004).「Empirical Research Centred Around Substantial Learning Environments」, 第 *37* 回数学教育論文発表会論文集（全体講演の部）, 1-14.