令和8年度大学院入学試験専門試験問題
(中期募集)

教育実践高度化専攻
教科教育・教科複合実践研究コース
（自然科学領域　数学分野）

注意事項

1 $\boxed{1}$ または $\boxed{2}$ のいずれか一つを選択して解答すること。

2 問題用紙と解答用紙は別である。解答は，解答用紙に記入すること。なお，$\boxed{2}$ については解答用紙のおもて面ではスペースが足りない場合には，裏面に記入しても差し支えない。

3 各解答用紙には受験番号を所定の欄に必ず記入すること。

4 解答用紙は6枚である。$\boxed{1}$ を選択した者は1枚目～3枚目の解答用紙に，$\boxed{2}$ を選択した者は4枚目～6枚目の解答用紙に解答すること。なお，解答用紙6枚は，綴じたままにすること。

5 解答用紙のみ返送すること。なお，問題用紙は回収しない。専門試験において解答内容についても試問をするため，解答用紙をコピーし手元に控えておくこと。

$\boxed{1}$

帰納と演繹は，それぞれ性格や役割を異にするが共に重要な数学的な推論であり，算数・数学科の学習指導においても重要なキーワードとして用いられている．

これに関して，次の (1)，(2) に答えよ．(ただし，字数は (1)，(2) 合わせて 1200 字程度とする．)

(1) 帰納と演繹について，それぞれどのような数学的推論であるかを具体的な例を挙げて解説せよ．その際，帰納と演繹が用いられる目的や役割の違いにも言及すること．

(2) 帰納と演繹を取り入れて算数・数学科の学習指導を展開するために，あなたは教師として，どのような手立てを講ずるか．その具体的な手立てと「なぜ」その手立てを講ずるかについて，(1) であなたが解説した帰納と演繹が用いられる目的や役割の違いとも関連づけながら論述せよ．

$\boxed{2}$

a を実数とし，t を変数とする関数 $f(t)$ を

$$f(t) \;=\; \frac{1}{1-2at+t^2}$$

と定める．自然数 n に対して $f^{(n)}(t)$ は f の n 階の導関数とする．$f'(t) = f^{(1)}(t)$, $f''(t) = f^{(2)}(t)$ である．次の問に答えよ．

(1) $f'(t)$ を求めよ．

(2) $f'(0)$, $f''(0)$, $f^{(3)}(0)$ をそれぞれ求めよ．

(3) 関係式

$$f'(t)(1-2at+t^2) + f(t)(-2a+2t) \;=\; 0$$

が成り立つことを証明せよ．

(4) 関係式

$$f''(t)(1-2at+t^2) + 2f'(t)(-2a+2t) + 2f(t) \;=\; 0$$

が成り立つことを証明せよ．

(5) 3 以上の任意の自然数 n について

$$f^{(n)}(0) - 2anf^{(n-1)}(0) + p(n)f^{(n-2)}(0) \;=\; 0$$

となる n の多項式 $p(n)$ を求めよ．

(6) 任意の自然数 n について $f^{(n)}(0)$ は a の多項式である (証明しなくともよい)．この a を x に置き換えて，$f^{(n)}(0)$ を x の関数とする．例えば多項式が $2a + a^2$ ならば $2x + x^2$ となる．x の関数として関数 $c_n(x)$ を $c_n(x) = \dfrac{1}{n!}f^{(n)}(0)$ と定めるとき，

$$(1-x^2)c''_n(x) - 3xc'_n(x) + n(n+2)c_n(x) \;=\; 0$$

が成り立つことを証明せよ．ただし，$c'_n(x) = \dfrac{d}{dx}c_n(x)$, $c''_n(x) = \dfrac{d}{dx}c'_n(x)$ とする．