

数なの？

小学校1年生で10までの数を学習する前から、子どもたちは小さな数であれば生活の中でもなじんできている。数自体になじんでいるとは言えないかもしれないが、数を用いて個数や人数を表したり、順番を表したりすることにはかなりなじんでいる。

その場合、典型的な「数」は自然数であろう。それらは、下のように、0～9までの数字をいくつか横に並べた表記、いわゆる十進位取り記数法に基づく数字により表されている。

4 7 1 2 6 8 2 5 3 9

小学校3年生で小数を学習するが、小数の表記では小数点が新たに導入されるが、0～9までの数字を横に並べた十進位取り記数法に基づくという点では、よく知っている数の延長上にあるとして受け入れやすいかもしれない。

0.3 0.127

しかし分数になると表記が全く異なっている。小学校2年生で初めて分数を学習する際、右のような「数」を分数と言うと学習する。ここでは、右のようなものが「数」であることは最初から当然のこととされている。

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$

ただ、見た目の点でも分数は自然数とはかなり異なっている。数字を横に並べるのではなく、線の上に並べる形になっている。しかもこの時の分母の数字と分子の数字の役割は、47の「4」と「7」の役割とは異なっている。47の場合は、単に位が違うだけで、その位の数がいくつあるかを表すという点では「4」と「7」の役割は同じである。これに対し、分母の「2」や「4」はむしろ“位”自体を表し、分子だけがその“位”の数がいくつあるかを表している。

帯分数だと自然数の表記と分数の表記が1つの数字の中で併用されるので、さらにややこしい。

分数については小学校4年生や5年生で同じ大きさの分数も学習する。同じ大きさなのに別の表記の仕方があるという例を、小学生はそれまで学習したことはないであろう。

このように、自分のなじんできた数とはかなり異なるものを、同じ「数」として受け入れることがむずかしい子がいても不思議ではない。もしもそういう子から「この分数というのは本当に数なの？」と問われたら、私たちは何と答えるこ

とができるだろうか。

中学校3年生で無理数を学習するが、その際、無理数は「限りなく続く小数」となることも知らされる。しかし算数で学習してきた小数には、基本的にすべて終わりがあった。確かにわり算をした結果、わりきれないという場合もあった。ただその場合は概数で答えを求め、「限りなく続く小数」をそのまま数として扱うことは経験していない。

そうした生徒が、「限りなく続く小数」というものがあるのか、あったとしてそれは「数」なのかを疑問に思うかもしれない。そうした生徒から「限りなく続く小数を数と言ってよいのか」と問われたら、どう対応できるだろうか。収束の話中学生に持ち出すのか。その場合、収束した先が「数」であると納得してもらえそうだろうか。連続量は限りなく分割できるとして、そうした細かい量を表現するために「限りなく続く小数」を正当化できるだろうか。ただ、原子核の直径が 10^{-14}m とした時に、 10^{-15} より小さい部分は、本当に量に対応していると言えるだろうか。

量を表すと言えば、数は個数や人数から始まり、長さや面積、体積などを表すのに使ってきている。ただ負の数はそうした意味で「量を表す」のではないように見える。負の数が表すものは、個数や長さのように数えたり測定したりできるようには見えない。[量を表す](#)ところから数が生まれるとすると、負の数はどのような意味で「数」だと言えるのだろうか。

高校生になって虚数に出会ったときに、それを数として受け入れる準備を中学生までにしておくとしたら、私たちにはどのようなことができるだろうか。出会ったものを「数」として受け入れることは、よく考えると、それほど簡単なことではないように思われる。