

中学校第2学年におけるルール変更

中学校第2学年で変化の割合を学習する際、1次関数の学習の途中ということもあり、いくつかの1次関数について変化の割合を実際に求めてみることになる。その際、2～3個の1次関数について、いくつかの x の値の変化に対する変化の割合を計算させる。そして、それらの結果を総合して、1次関数の変化の割合が一定であること、その値が x の係数 a に等しいことまとめるという形で学習が進められる。

1次関数の学習が終わると、次は図形の性質を調べる単元になる。そこでは、対頂角が等しいことなどについて、図形の性質を用いてそれが一般的に成り立つと説明することを学習していく中で、証明の考え方が導入される。

そうした学習の際に、私たちは「いくつかの事例を調べるだけでは、いつでも成り立つかはわからない。どんな場合でも成り立つことをきちんと説明できるようにしよう」として、生徒に証明の意義をアピールすることになろう。多くの教科書で単元冒頭で用いられる対頂角が等しいことの説明が、生徒が証明の意義を実感できているかを調べる調査問題として、例えば平成30年全国学力学習状況調査数学Aで用いられたことは、この単元の趣旨を反映したものと考えられる。

しかし直前の1次関数の学習では、いくつかの、しかもそれほど多くない事例を調べただけで簡単に一般化した結論を教科書も示し、私たちも説明したのに、その直後になって「いくつかの事例で調べるだけでは…」と説得することは、1つの教科の学習として整合性がとれているのであろうか。何の“言い訳”もなく、異なった正当化の仕方を当然のように行うことは、初学者の目から見た時に、その教科における適切な正当化の仕方に関する社会=数学的規範(soci-math norm)の形成を阻害することにならないのだろうか。

私たちが証明の際に求める論理のあり方が、必ずしも自然なものではなく、あくまでも学習や慣れによるものだとなれば、そうした論理に徐々に慣れてもらうことは重要であろう。そのために、私たち教師としては、徐々に慣れてもらえるような長期的な展開を準備する必要があるかもしれない。

確かに、一般の1次関数について x の値の取り方に依らずに変化の割合が一定になることを、証明的に説明すること、つまり1次関数 $y=ax+b$ において x の値が

x_1 から x_2 まで変化した時の変化の割合を計算し、その結果が a になると示すことは、その時点での多くの生徒にとってはわけがわからない話になるかもしれない。しかし generic example の考え方を生かせば、 $y=2x+3$ において x の値が 5 から 8 まで変化した時の変化の割合を求める際に、 x の増加量が 3、 y の増加量が 6 だから $6 \div 3 = 2$ と計算する代わりに、 y の増加量を $(2 \times 8 + 3) - (2 \times 5 + 3) = 2(8 - 5)$ と計算して見せて、これを x の増加量 $8 - 5$ で割ると $8 - 5$ の部分が約分されて 2 になること、あるいは y の増加量 $2(8 - 5)$ が x の増加量 $8 - 5$ の 2 倍になっていると確認することは可能ではないだろうか。

ついでながら、 $8 - 5$ を 3 とせずにそのまま $8 - 5$ として扱うこと、あるいは $2(8 - 5)$ を 6 とせずに $2(8 - 5)$ のまま扱うことは、式の構造的な捉え方を促す可能性があるという意味で、[文字式の二面性](#)の点からも有益かもしれない。

中学校第 3 学年で関数 $y=ax^2$ を学習する際には、 x の値が x_1 から x_2 まで変化した時の変化の割合が $a(x_1+x_2)$ で求められることを、知らせる先生も多いと聞く。もしもこのときに、具体的な数値を用いたレベルであったとしても、 $ax_2^2 - ax_1^2 = a(x_2^2 - x_1^2) = a(x_1+x_2)(x_2-x_1)$ という形を見せることができているならば、上で述べた証明の感覚や式の二面性の点から、同様の効果が期待できるかもしれない。

正当化のルールを変更するのであれば、せめて“言い訳”をし、生徒にルールの変更を意識したり認めてもらう必要があるように思われる。またそうした変更を私たちの側が意識することで、社会=数学的規範の点から変更のショックをできるだけ少なくするようにしたいという気持ちも生まれ、generic example に基づく説明の仕方などを工夫する余地も生まれてくる。そのような意識を、私たちは持たなくてもよいのであろうか。

【[算数・数学教育における IAQ に戻る](#)】